



**UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1**  
**FACULTE DE TECHNOLOGIE**  
**DEPARTEMENT DE MECANIQUE**

Projet de Fin d'Etudes  
Pour l'obtention du Diplôme de Master en  
Énergétique

SIMULATION NUMERIQUE D'UN ECOULEMENT  
DANS  
UNE TUYERE CONVERGENTE DIVERGENTE

**Proposé et encadré par :**  
Mr.ROUDANE Mohamed

**Co-promoteur:**  
Mr.SALHI

**Réalisé par :**  
HASSAM Mohamed Khalil  
CHEBLI Nassim

## Résumé :

Cette étude représente une contribution au domaine des écoulements supersoniques. Le but de ce modeste travail est de faire le calcul de l'écoulement supersonique dans une tuyère **LEA-TIC**. En effet, les études expérimentales sur les écoulements compressibles supersoniques dans les **tuyères convergentes-divergentes**, ont prouvées l'existence et l'interaction de plusieurs phénomènes physiques : **jet supersonique**, **ondes de choc**, **détente de Prandtl-Meyer**. Ces phénomènes très complexes peuvent considérablement influencer sur les performances et la fiabilité des tuyères propulsives.

Dans un premier temps, nous avons évoqué les généralités sur les tuyères supersoniques, dans un second, et pour mener à bien cette étude et parvenir à l'objectif visé, on a mis en place un système d'équations régissant cet écoulement et résolu à l'aide de **la méthode des volumes finis** sur un maillage structuré.

Et enfin, on a simulé l'écoulement à travers de cette tuyère par l'utilisation d'un code de calcul "Fluent", les résultats obtenus sont sous forme de contours et des graphes.

Les applications sont faites pour l'hypothèse d'un gaz calorifiquement parfait GP.

**Mots-clés :** *Tuyères convergentes-divergentes, Jet supersonique, Ondes de choc, Détente de Prandtl-Meyer, Simulation numérique, Méthode des volumes finis, gaz calorifiquement parfait GP, FLUENT*

## **Abstract:**

This research presents a contribution to the field of supersonics flows. The main goal of this topic is to calculate the supersonic flow in a nozzle **LEA-TIC**. In fact, experimental studies of supersonic compressible flows in under-over expanded nozzles have proved the existence and interaction of several physical phenomena: **supersonic jet, shock waves, relaxation of Prandtl-Meyer**. These complex phenomena can significantly affect the performance and reliability of propulsive nozzles.

In a first step, we mentioned the generalities on the supersonic nozzles, in a second one, and to carry out this study and reach the objective, we set up a system of equations governing this flow and resolved to using the finite volume method on a structured mesh.

Finally, we simulated the flow through this nozzle by the use of a computer code "Fluent", the results obtained are in the form of contours and graphs.

The applications are made for the assumption of a gas calorifically perfect GP014.

**Key words:** *Under-overexpanded nozzles, Supersonic jet, Shock waves, Prandtl-Meyer Relaxation, Numerical simulation, Finite volumes method, perfect gas GP, FLUENT.*

## ملخص

تمثل هذه الدراسة مساهمة في مجال التدفقات الصوتية.

الغرض من هذا العمل المتواضع هو حساب التدفق فوق الصوتية للفوهة المتقاربة المتباعدة LEA-TIC في الواقع، أثبتت الدراسات التجريبية على التدفقات الانضغاطية الأسرع من الصوت في الفوهات المتقاربة المتباعدة وجود وتفاعل العديد من الظواهر الفيزيائية: النفثة فوق الصوتية ، وموجات الصدمات ، وتوسع براندتلماير يمكن لهذه الظواهر المعقدة للغاية التأثير بشكل كبير على أداء وموثوقية فوهات الدفع. في خطوة أولى ، ذكرنا العموميات على الفتحات الأسرع من الصوت ، في خطوة ثانية ، ولتنفيذ هذه الدراسة والوصول إلى الهدف ، وضعنا نظامًا للمعادلات التي تحكم هذا التدفق وعقدنا العزم على باستخدام طريقة حجم محدود على شبكة منظمة.

أخيرًا ، لدينا النتائج التالية لاستخدام رمز الكمبيوتر FLUENT

وهي النتائج التي تم الحصول عليها في شكل معالم ورسوم بيانية. نفترض ان الغاز مثالي.

### الكلمات المفتاحية

فوهات متقاربة ، متباعدة ، نفثة فوق الصوت ، شوك ويف ، المحاكاة العددية ، طريقة الحجم المحدود ، غاز مثالي

Prandtl-Meyer الاسترخاء.

FLUENT

# **Remerciements :**

On remercie Allah le très miséricordieux.

Le travail présenté dans ce manuscrit a été effectué dans le cadre du projet de fin d'étude pour l'obtention du diplôme de Master sous la direction de

**Mr ROUDANE** à qui on tient à exprimer notre gratitude et notre reconnaissance pour ses conseils, sa compréhension, sa patience et sa confiance qu'il nous a témoigné et qui nous a été très utile dans la réalisation de ce modeste travail.

On remercie également **Mr SALHI** pour avoir consacré de son temps précieux pour examiner ce travail.

Je souhaiterais conclure en adressant un remerciement tout particulier au chef de département de mécanique **Mr TEMMAR.**

A tous, on vous dit merci.

De la part de

**CHEBLI NASSIM**  
**HASSAM MOHAMED KHALIL**

# DÉDICACES

Je dédie ce mémoire à :

Mes parents :

Ma mère, qui a œuvrée pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle gratitude.

Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit, Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutien permanent venu de toi.

Mes frères et sœurs qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.

Mes professeurs qui doivent voir dans ce travail la fierté d'un savoir bien acquis.

Ainsi qu'à toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire.

**CHEBLI NASSIM**

**HASSAM MOHAMED KHALIL**

**Table des matières**

**Résumé**

**Remerciement**

<b>Dédicaces</b>	
<b>Tables des matières</b>	
<b>Liste des figures</b>	
<b>Liste des tableaux</b>	
<b>Nomenclature</b>	
<b>Introduction</b>	

## **Chapitre I Généralités sur les tuyères supersoniques**

<b>I.1 Définition de la tuyère supersonique</b>	3
<b>I.2 Présentation de la tuyère étudiée</b>	4
<b>I.3 Applications et rôles des tuyères supersoniques</b>	4
I.3.1 Moteur Fusés :	4
I.3.2 Moteur Avions :	5
I.3.3 Soufflerie :	6
<b>I.4 Les différentes configurations des tuyères supersoniques</b>	7
I.4.1 Les tuyères conventionnelles	7
➤ Tuyère conique :	7
➤ Tuyère à contour profilé	8
➤ Tuyère annulaire	9
I.4.2 Tuyères adaptées en altitude	10
I.4.2.1 Les tuyères à décollement contrôlé	10
➤ Tuyère à double galbe	10
➤ Tuyère à zone d'expansion :	11
➤ Tuyère à détente centrée	11
I.4.2.2 Les tuyères bi-modes	12
➤ Tuyère double col (dual mode nozzle)	12
➤ Tuyère double détente (dual-expander nozzle)	13
I.4.2.3 Tuyères auto-ajustables	13
➤ Tuyère type bouchon	14
➤ Tuyère type détente-déviation	14
I.4.3 Tuyères innovantes	15

➤ Tuyère à section variable .....	15
➤ Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie).....	16
➤ Tuyère orientable .....	16
<b>I.5 Fonctionnement d'une tuyère .....</b>	<b>17</b>
I.5.1 Effet des variations de section sur l'écoulement .....	17
I.5.2 Les différents régimes d'écoulement .....	18
I.5.2.1 Régime supersonique non adapté.....	19
➤ Tuyère sur détendue.....	20
➤ Tuyère adaptée.....	20
➤ Tuyère sous détendue.....	21
<b>Conclusion .....</b>	<b>21</b>

## **CHAPITRE II : Equations de base et formulation mathématique**

<b>II.1 Introduction :</b> .....	<b>23</b>
<b>II.2 Position du problème :</b> .....	<b>23</b>
II.2.1 Le modèle physique : .....	23
II.2.2 Équations de l'écoulement quasi 1D :.....	24
II.2.2.1 Hypothèses : .....	24
II.2.2.2 Equation d'état du fluide : .....	24
II.2.2.3 Vitesse du son est le nombre du Mach : .....	24
II.2.2.4 Ecoulement isentropique d'un gaz parfait : .....	25
<b>II.3 Equation de continuité (ou de conservation de la masse) .....</b>	<b>28</b>
<b>II.4 Ecoulements laminaire et turbulent .....</b>	<b>29</b>
II.4.1 Equation de Navier-Stokes et l'équation d'Euler .....	30
II.4.2 Fluides compressibles ou fluides incompressibles .....	30
<b>II.5 Onde de choc :</b> .....	<b>31</b>
II.5.1 Onde de choc normale : .....	32
II.5.2 Onde de choc oblique : .....	32

<b>II.6 Détente de Prandtl Meyer :</b> .....	33
<b>II.7 Les principaux paramètres des performances :</b> .....	35
II.7.1 La Force De Poussée : .....	35
II.7.2 Le Coefficient De Poussée : .....	36
II.7.3 Coefficient de décharge : .....	36
II.7.4 Vitesse caractéristique : .....	36
II.7.5 La vitesse effective : .....	37
II.7.6 Impulsion spécifique : .....	37
II.7.7 Impulsion Totale : .....	37
<b>Conclusion :</b> .....	37
<b>CHAPITRE III : Présentation de code de calcul et introduction des données</b>	
<b>III.1 Introduction</b> .....	40
<b>III.2 Présentation du code de calcul</b> .....	40
<b>III.3 Outil de simulation Gambit</b> .....	40
<b>III.3.1 L’outil gambit :</b> .....	40
<b>III.3.2 Le préprocesseur GAMBIT</b> .....	42
<b>III.4 FLUENT</b> .....	43
<b>III.4.1 Post-processeur</b> .....	44
<b>III.4.2 L’outil Fluent</b> .....	44
<b>III.4.3 Etude du problème</b> .....	46
III.4.3.1 La géométrie .....	46
III.4.3.2 Maillage du domaine de calcul .....	47
a. Définir la géométrie .....	47
b. Maillage retenu .....	47
c. Frontières et conditions aux limites .....	48
d. Domaine de calcul .....	49

e.Exportation du maillage de gambit .....	50
<b>Conclusion .....</b>	<b>51</b>

## **CHAPITRE IV : Résultats et interprétations**

<b>IV.1 Introduction.....</b>	<b>53</b>
<b>IV.2 La programmation(FLUENT) .....</b>	<b>53</b>
<b>IV.3 Résultats et discussion .....</b>	<b>53</b>
<b>IV.3.1 Convergence de la solution .....</b>	<b>53</b>
<b>IV.3.2 Profils et contours de vitesse.....</b>	<b>54</b>
• Vecteurs de vitesses.....	55
<b>IV.3.3 Nombre de Mach.....</b>	<b>56</b>
<b>IV.3.4 Profils et contours de la densité.....</b>	<b>58</b>
• Variation de la masse volumique sur la paroi.....	58
<b>IV.3.5 Profils et contours de la pression.....</b>	<b>59</b>
<b>IV.3.6 Profils et contours de la température .....</b>	<b>61</b>
<b>IV.3.7 Profils et contours de la vitesse du son .....</b>	<b>62</b>
<b>IV.3.8 Influence de la température sur la vitesse.....</b>	<b>63</b>
<b>Conclusion .....</b>	<b>65</b>
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>67</b>
<b>Références</b>	

## **Liste des figures**

**Chapitre I : Généralités sur les tuyères supersoniques**

Figure I.1 : tuyère de Laval.....	3
Figure I.2 : différents formes géométriques des tuyères .....	3
Figure I.3- Tuyère TIC - Montage Expérimental LEA de Poitier.....	4
Figure I.4 : tuyère d'une fusés.....	5
Figure I.5 : Tuyère d'un avion de combat .....	6
Figure I.6 : Une soufflerie supersonique.....	7
Figure I.7 : Tuyère conique.....	8
Figure I.8 : Tuyère à contour profilé .....	9
Figure I.9 : Tuyère annulaire.....	10
Figure I.10 : Tuyère double galbe.....	11
Figure I.11 : Tuyère à zone d'expansion.....	11
Figure I.12 : Tuyère à détente centrée .....	12
Figure I.13 : Tuyère à double col.....	13
Figure I.14 : Tuyère double détente .....	13
Figure I.15 : Tuyère type bouchon.....	14
Figure I.16 : Tuyère type Détente- Déviation.....	15
Figure I.17 : Tuyère à section variable.....	15
Figure I.18 : Tuyère à chevrons.....	16
Figure I.19 : Tuyère orientable.....	16
Figure I.20 : Effet de variation de section sur le régime de l'écoulement.....	18
Figure 1.21 : Principe de fonctionnement d'une tuyère Convergente-divergente.....	19
Figure I.22: Ecoulement supersonique avec onde de choc.....	19
Figure I.23: Régime supersonique adaptée.....	20
Figure I.24 : Différents régimes d'écoulement supersonique.....	21

## CHAPITRE II : Equations de base et formulation mathématique

<u>Figure II.1 - Géométrie d'une tuyère de Laval.....</u>	23
<u>Figure II.2 - Propagation d'une onde sonore.....</u>	25
<u>Figure II.3: illustration de la relation entre <math>\mu</math> et <math>Ma</math>.....</u>	25
<u>Figure II.4 – Evolution de la pression et de la température dans un écoulement isentropique d'air en fonction du nombre de mach.....</u>	27
<u>Figure II.5 : Vecteur élémentaire <math>dS</math>.....</u>	28

<a href="#"><u>Figure II.6: illustration d'une onde de choc normale.</u></a> .....	32
<a href="#"><u>Figure II.7:Illustration d'une onde de choc oblique.</u></a> .....	32
<a href="#"><u>Figure II.8 : Schématisation de la détente de Prandtl-Meyer.</u></a> .....	33

### **CHAPITRE III : Présentation de code de calcul et introduction des données**

<b>Figure III.1:Menu principale de Gambit.....</b>	<b>42</b>
<b>Figure III.2: Fenêtre de sélection de la géométrie de domaine.....</b>	<b>42</b>
<b>Figure III.3: Les trois types de maillages.....</b>	<b>43</b>
<b>Figure III.4 : Les dimensions de la géométrie utilisée dans l'étude, (Tuyère convergente divergente). .....</b>	<b>47</b>
<b>Figure III.5: Maillage de la tuyère C.D sous gambit. ....</b>	<b>48</b>
<b>Figure III.6 : Les conditions aux limites de l'écoulement. ....</b>	<b>49</b>
<b>Figure III.7 : Les dimensions en fonction du rayon du col de la tuyère.....</b>	<b>50</b>
<b>Figure III.8:Exportation du maillage. ....</b>	<b>50</b>

### **CHAPITRE IV : Résultats et interprétations**

<b>Figure IV.1 : Histoire de convergence montrant les résidus.....</b>	<b>54</b>
<b>Figure IV.2 : Contours de la vitesse.....</b>	<b>54</b>
<b>Figure IV.3 : Le profil de la vitesse.....</b>	<b>55</b>
<b>Figure IV.4 : Le champ des vecteurs vitesses.. .....</b>	<b>56</b>
<b>Figure IV.5 : Contours du nombre de Mach.....</b>	<b>56</b>
<b>Figure IV.6 : Le profil du nombre de Mach.....</b>	<b>57</b>
<b>Figure IV.7 : Contours de la densité.....</b>	<b>58</b>
<b>Figure IV.8 : Variation de la densité le long de la paroi. ....</b>	<b>59</b>
<b>Figure IV.9 : Contours de la pression statique.....</b>	<b>59</b>
<b>Figure IV.10 : Variation de la pression statique dans la tuyère convergente-divergente.....</b>	<b>60</b>
<b>Figure IV.11 : Contours de la température statique.....</b>	<b>61</b>
<b>Figure IV.12 : Variation de la température statique le long de la paroi.....</b>	<b>62</b>
<b>Figure IV.13 : Contours de la vitesse du son.....</b>	<b>62</b>
<b>Figure IV.14 : Contours de la température statique.....</b>	<b>63</b>

Figure IV.15 : Variation de la température statique le long de la paroi.....	63
Figure IV.16 : Contours de la vitesse.....	64
Figure IV.17 : Le profil de la vitesse.....	64
Figure IV.18 : Contours du nombre de Mach.....	65
Figure IV.19 : Le profil du nombre de Mach.....	65

## Liste des tableaux

Tableau III.1 : conditions aux limites.....	49
---	----

## Nomenclature

### Symboles latins :

A : aire d'une section de la tuyère.

$A_S$	:	Section de sortie
$A_*$	:	Section du canal ou $M=1$
$a$	:	vitesse du son.
$C^*$	:	vitesse caractéristique
$C_d$	:	Coefficient de décharge
$C_F$	:	Coefficient de Poussée
$C_p$	:	chaleur spécifique à pression constante.
$C_v$	:	chaleur spécifique à volume constante.
$D_*$	:	Diamètre du col
$F$	:	Force de poussée
$H$	:	enthalpie
$I_S$	:	Impulsion spécifique
$L$	:	longueur de la tuyère
$M_a$	:	Nombre de Mach.
$M_s$	:	Nombre de Mach a sortie
$M_*$	:	Nombre de Mach du col
$\dot{m}$	:	Débit massique
$P$	:	pression
$p_0$	:	Pression total
$R$	:	constante universelle des gaz parfait ( $R = 8.345j.mole^{-1}.K^{-1}$ )
$r$	:	constante du gaz parfait
$T$	:	Température de l'écoulement
$t$	:	temps
$S_f$	:	Surface fermée
$V$	:	vitesse de l'écoulement.
$V_{eff}$	:	vitesse effective

$u, v$  : composantes horizontale et verticale du vecteur vitesse.  
 $x$  : abscisse d'un point.  
 $y$  : rayon d'un point

### **Symboles grecs :**

$\alpha$  et  $\beta$  : angles de divergence de la tuyère  
 $\gamma$  : Rapport des capacités caloriques  
 $\mu$  : Viscosité dynamique ou angle de Mach  
 $\mu$  : Angle de Mach.  
 $\theta$  : Angle de déviation du vecteur vitesse de l'écoulement  
 $\lambda$  : Facteur de perte de la poussée  
 $\rho$  : Masse volumique  
 $\rho_0$  : Masse volumique de référence

### **Indice :**

**Arc** : Arc du corps central  
**Eff** : Effective  
**(i, j)** : Nœud ou point  
**t** : Total

### **Abréviations :**

**C-D** : Convergente-Divergente  
**CFD** : Computational Fluid Dynamics  
**GP** : Gaz Parfait  
**LEA** : Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques  
**TIC** : Truncated Ideal Contour

# **Introduction générale**

En génie énergétique, les fluides sont omniprésents, qu'ils soient incompressibles ou compressibles, ils interviennent dans de nombreux domaines de l'industrie ou de transport. En effet, ils sont très souvent les agents des transferts énergétiques par leurs propriétés de conduction de la chaleur et surtout leur faculté à transporter l'énergie sous diverses formes : énergie cinétique, énergie potentielle, pression, énergie interne, etc.

Pour assurer ce rôle, ils sont quasiment toujours mis en mouvement. Il est alors, essentiel de bien connaître les lois de la cinématique, de la thermodynamique et de la Dynamique des fluides. Dans leur généralité, ces lois sont relativement complexes et donnent lieu à des résolutions faisant appel à des méthodes numériques et à des temps de calculs importants. Heureusement, dans un grand nombre de situations industrielles, on note des conditions particulières qui permettent de simplifier les équations de base et leur résolution.

L'écoulement monodimensionnel des gaz parfaits en régime permanent en est un exemple. En réalité, ce type d'écoulement, au sens strict, ne représente que très peu de cas réels.

En effet, dans presque toutes les situations pratiques, les paramètres des écoulements de gaz ou de vapeurs varient selon deux, voir trois, dimensions de l'espace. Ils sont donc bidimensionnels ou tridimensionnels. Cependant, en admettant quelques distorsions par rapport à la réalité, on peut dans certaines études qui ne nécessitent pas des résultats rigoureux, faire l'hypothèse que les variations des paramètres dans les directions transversales peuvent être négligées.

Le présent travail nous permettra de traiter de façon relativement simple des problèmes d'écoulements de fluides compressibles et d'aboutir à des résultats utiles pour la résolution numérique d'écoulement d'un fluide compressible à travers une tuyère dite de Laval.

Dans le premier chapitre, on a passé en revue divers travaux sur le domaine. Le deuxième chapitre est consacré à la présentation du problème physique ainsi qu'aux équations régissantes. La description de la méthode de résolution employée par un code de calcul numérique CFD est présentée dans le troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté les principaux résultats qui concernent les résultats de simulations relatifs à l'écoulement Eulerien dans une tuyère convergent-divergent.

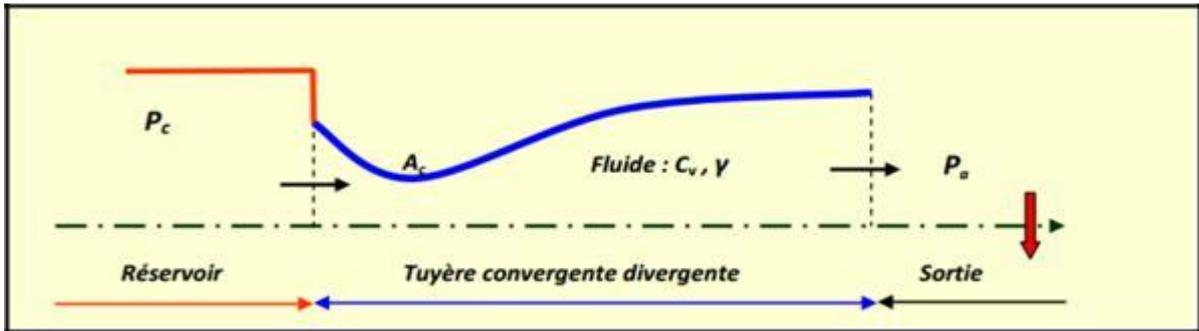
# **CHAPITRE I**

## **Généralités sur les tuyères supersoniques**

## **I.1 Définition de la tuyère supersonique**

Une tuyère supersonique, communément appelée tuyère de Laval (Figure I.1) est une conduite de forme convergente-divergente qui a un profil spécifiquement étudié. Elle met en communication deux espaces à des pressions différentes et ayant pour rôle principal d'accélérer les gaz résultant de la combustion d'une vitesse faible à l'entrée du convergent à une vitesse sonique au col puis à une vitesse supersonique à la sortie du divergent de la tuyère. Elle convertit de manière optimale la chaleur des gaz en énergie cinétique, cette transformation procure la poussée.

Selon la géométrie, on trouve des tuyères supersoniques planes (Figure I.2.a) ou axisymétriques (Figure I.2.b). Les tuyères axisymétriques sont réalisées par la révolution d'une courbe autour de l'axe central. Les tuyères planes (2D) ont un profil variant dans le plan x-y, mais dont la largeur (plan z) reste constante [19].

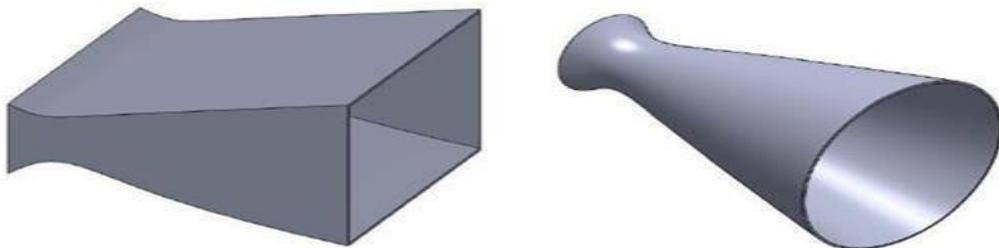


**Figure I.1** : tuyère de Laval[15].

a) géométrie plane

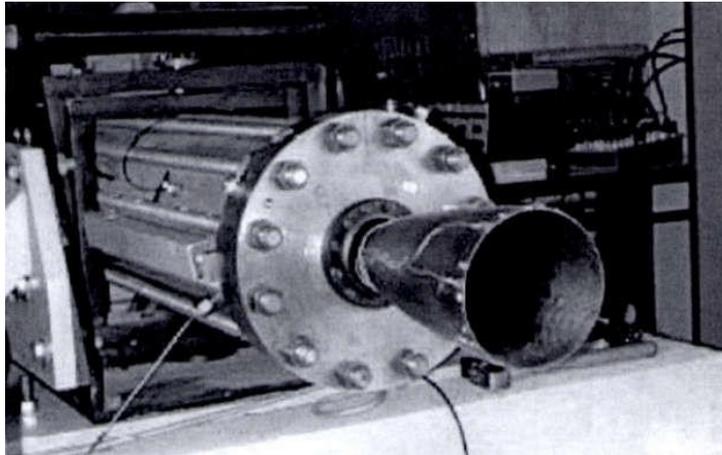
b) géométrie axisymétrique

**Figure I.2** : différents formes géométriques des tuyères. [19].



## **I.2 Présentation de la tuyère étudiée :**

La tuyère considérée est une tuyère **LEA-TIC**. Elle est réalisée au laboratoire d'études Aérodynamiques de Poitiers en France (LEA). C'est une tuyère propulsive supersonique à échelle réduite et à contour idéal tronqué (TIC) **Figure I.3** [24],[25].



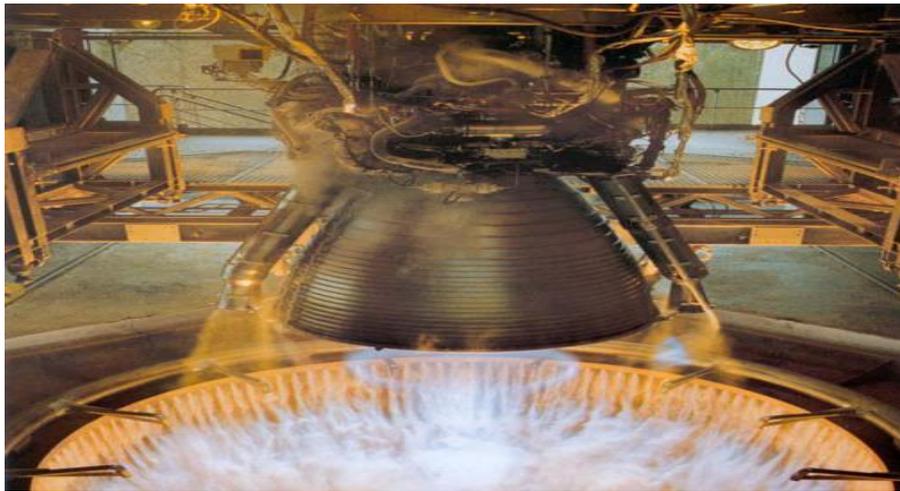
**Figure I.3** Tuyère TIC Montage Expérimental LEA de Poitier.

## **I.3 Applications et rôles des tuyères supersoniques**

Les tuyères supersoniques interviennent dans beaucoup de structures des engins aérospatiaux telles que les moteurs fusées propulsant les missiles et les lanceurs, les moteurs à réaction équipant les avions et dans la fabrication des souffleries supersoniques pour la modélisation et la réalisation expérimentale des écoulements supersoniques réels.

### **I.3.1 Moteur Fusés :**

Dans les moteurs fusés, l'organe tuyère constitue la partie essentielle, car elle permet de guider et d'accélérer les gaz d'échappement produits par la combustion du propulseur d'une manière à maximiser la vitesse de l'écoulement à la sortie, à vitesse supersonique dans le but d'obtenir une force de poussée comme une résultante de cette accélération. Notons ici que la structure d'un missile est constituée par la chambre de



combustion et la tuyère et que cette dernière constitue environ 70% de la masse totale d'une chambre propulsive.

**Figure I.4 :** tuyère d'une fusée.

### I.3.2 Moteur Avions :

Le progrès majeur qui a été réalisé en aviation au cours de ce siècle, sans doute est l'avènement du vol supersonique, qui à ses débuts n'a d'ailleurs pas provoqué un changement d'attitude immédiat chez les constructeurs, car le souci primordial pour les premiers avions supersoniques militaires c'est d'assurer de bonnes conditions de vol subsonique ou transsonique de sorte que l'emploi d'un divergent était pratiquement proscrit pour éviter les régimes de sur détente à ces vitesses modérées. La rentabilité de tels projets n'est assurée que si les performances optimales sont obtenues de tous les éléments du moteur, dans tels projets le rôle assigné à la tuyère est définie de la façon suivante :

- assurer la détente optimale des gaz de combustion. C'est-à-dire, la poussée maximale du régime de la croisière. Ce problème est délicat, car la section de sortie doit être raccordée au maître couple du moteur; ou la structure de l'avion par carénage.
- assurer le blocage de l'écoulement aux divers régimes de fonctionnement par la variation de la surface au col en fonction du débit et des conditions de températures et de pression des gaz à évacuer.
- Au régime du vol intermédiaire, la tuyère ne doit pas provoquer des pertes de poussée trop élevées du fait de son inadaptation.
- contribuer au freinage de l'avion à la phase d'atterrissage et à l'atténuation de bruit.



**Figure I.5 :** Tuyère d'un avion de combat

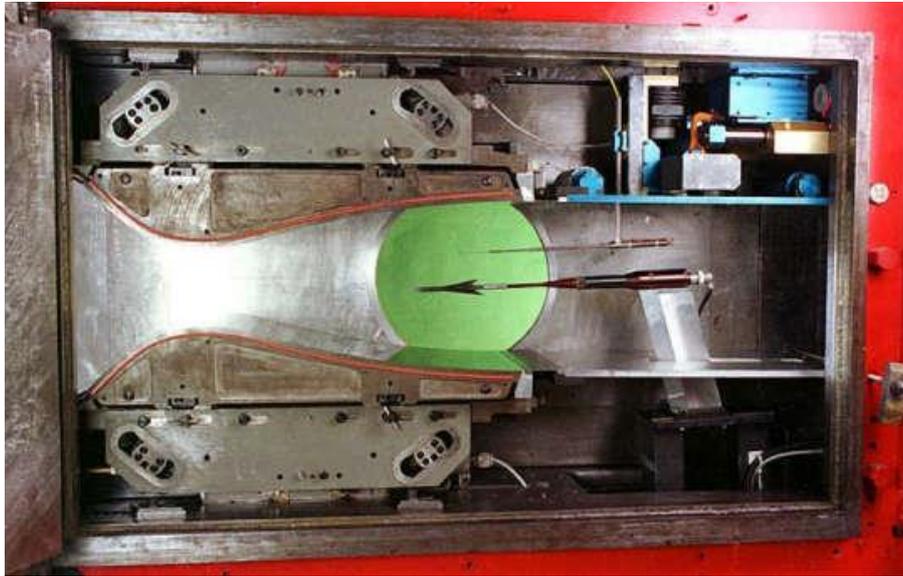
### **I.3.3 Soufflerie :**

Une soufflerie supersonique est une installation d'essais utilisée en aérodynamique dans le but de recréer des conditions de vol d'un appareil à des fins expérimentales en simulant des écoulements réels sur des prototypes à échelle réduite (profil d'aile, maquette d'avion...), qui sont fondés sur le principe de l'uniformité et l'analogie à l'air libre de l'atmosphère, du profil de vitesse ainsi que celui du nombre de Mach en sortie de tuyère. Cette dernière est l'élément indispensable de la soufflerie permettant de faire passer l'écoulement d'air à une vitesse supersonique.

Une installation supersonique peut se présenter sous une variété de configurations différentes (à rafale, à impulsion, à cycle fermé ...) et comprend alors un équipement permettant de générer une différence de pression entre les deux extrémités de la tuyère, dont il se compose d'une manière générale de trois parties principales :

- Le collecteur ou le convergent,

- La chambre d'expérience,
- Le diffuseur ou le divergent.



**Figure I.6 :** Une soufflerie supersonique [5].

#### **I.4 Les différentes configurations des tuyères supersoniques**

Pour qu'une tuyère contribue de manière optimale à l'accélération des gaz (tuyère adaptée), il est nécessaire qu'elle soit relativement longue induisant ainsi à l'alourdissement de la structure ce qui est préjudiciable aux performances globales. Cependant la poussée d'une tuyère n'est pas uniquement une image de taux d'accélération des gaz dans la partie divergente mais aussi de la direction des gaz à la section des sorties, pour ce faire plusieurs configurations de tuyères ont vu le jour fondés sur le principe de l'uniformité et l'axialité de l'écoulement possédant à la sortie une pression égale à la pression ambiante. En outre chaque configuration a été conçue dans le but de répondre à des critères ainsi qu'à des besoins précis permettant d'en faire une classification selon différentes catégories :

#### I.4.1 Les tuyères conventionnelles :

##### ➤ Tuyère conique :

C'est la configuration la plus simple d'une tuyère supersonique, elle fut largement utilisée pour la conception des premiers moteurs fusées où des méthodes de fabrication simple sont préférées, voir figure I.7. Néanmoins, elles sont encore employées pour équiper les petits moteurs propulsifs. Généralement ces tuyères présentent des angles de divergence entre 15 et 30° [18].

Cette configuration engendre une perte considérable de poussée due à la divergence de l'écoulement (direction non axiale) à la section de sortie, cette perte est quantifiée par Malin qui a défini un facteur qui dépend de l'angle de divergence du cône [17]:

$$\lambda = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (\text{I.1})$$

Avec :

$\alpha$  : Angle de divergence de la tuyère

Le coefficient de poussée développé par ce type de tuyères est approximativement inférieur à 1.7% d'une tuyère idéal et est égal à [11]:

$$C_f = \frac{P_e A_e}{P_0 A_*} + \frac{1 + \cos \alpha}{2} \frac{\rho_e V_e^2 A_e}{P_e A_e} \quad (\text{I.2})$$

Avec :

$P_e$  : Pression à la sortie de la tuyère

$P_0$ : Pression total

$A_e$ : Section de sortie de la tuyère

$A^*$ : Section au col de la tuyère

$\rho_e$  : Masse volumique des gaz d'éjection

$V_e$  : vitesse à la sortie de la tuyère

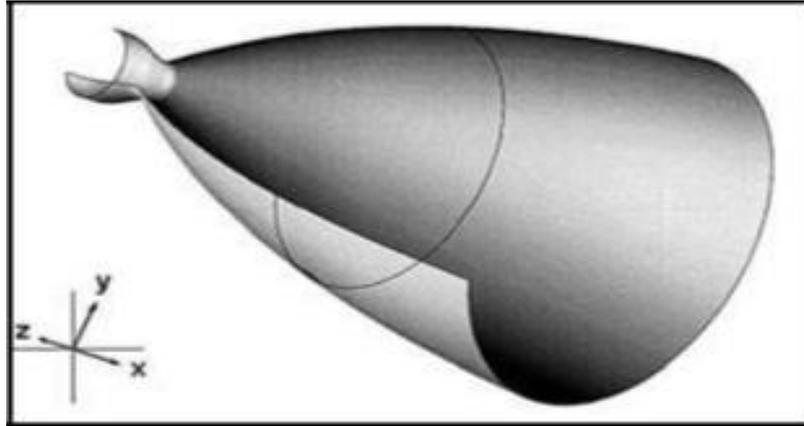


**Figure I.7** : Tuyère conique.

➤ **Tuyère à contour profilé :**

Vu la perte considérable de poussée engendrée par les tuyères coniques, une approche directe pour la conception d'une tuyère supersonique, en l'application de la méthode des caractéristiques, pouvant fournir une poussée optimale a été proposé par Guderley et Hentsh en 1955 pour pallier à ce problème du champ d'écoulement à la sortie de la tuyère.

Cette solution consiste à faire tourner le contour du divergent vers l'intérieur (près du col) pour ramener l'écoulement à une direction axiale afin de compenser la détente manquée. Le résultat de cette méthode est une tuyère développant une poussée optimale pour une valeur donnée de la section de sortie et de la longueur figure (I.8)



**Figure I.8 :** Tuyère à contour profilé [16].

➤ **Tuyère annulaire :**

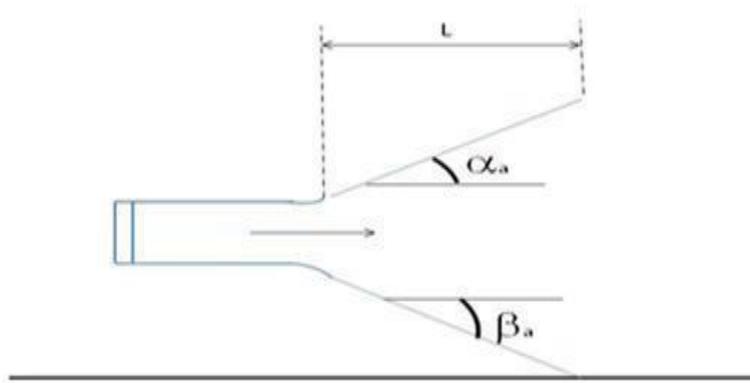
Dans les deux types de tuyères citées précédemment, les formes de sections au col et à la sortie sont circulaires et normales à l'axe. La tuyère annulaire est largement utilisée dans les turbomachines et diffère par ses contours en présentant des sections au col en forme d'anneau. Cet anneau est formé par un corps central au col et par une paroi externe qui définit le gabarit de la tuyère voir figure (I.9). Les gaz de combustion en aval de ce col se détendent au sein de ces anneaux et le long de la section divergente.

Ce type de configuration induit toujours une perte de poussée du fait que le contour est de bordures coniques et que à la sortie, le gaz d'éjection n'est pas d'une direction axiale, dans ce cas, le facteur de perte de poussée est défini par la relation suivante:

$$\lambda = \frac{\frac{1}{2}(\sin \beta + \cos \alpha)^2}{(\alpha + \beta)\beta + \cos \beta - \cos \alpha} \quad (\text{I.3})$$

Avec :

$\alpha$  et  $\beta$  : Respectivement les angles formés par l'axe de la tuyère et la paroi extérieure, et l'axe de la tuyère et la paroi intérieure



**Figure I.9 :** Tuyère annulaire.

#### **I.4.2 Tuyères adaptées en altitude :**

Les tuyères conventionnelles délivrent une certaine poussée, mais néanmoins avec des pertes de charges considérables dues à la non-axialité de l'écoulement dans le divergent

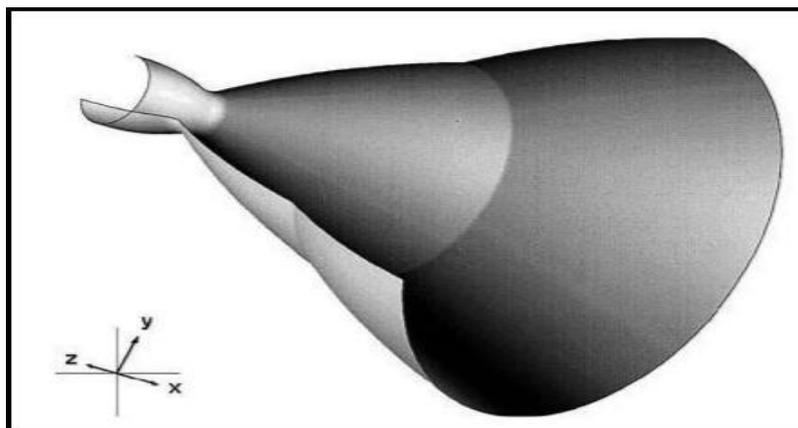
à la sortie à cause des angles de déviations spécialement utilisées pour la détente des gaz. Et afin d'optimiser ces pertes-là, les chercheurs ont modélisé une forme de tuyères donnant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle et une réduction considérable des pertes de poussée.

#### **I.4.2.1 Les tuyères à décollement contrôlé [15]:**

Elles sont proches de la tuyère profilée (Bell-Shape), elles comprennent :

##### ➤ **Tuyère à double galbe :**

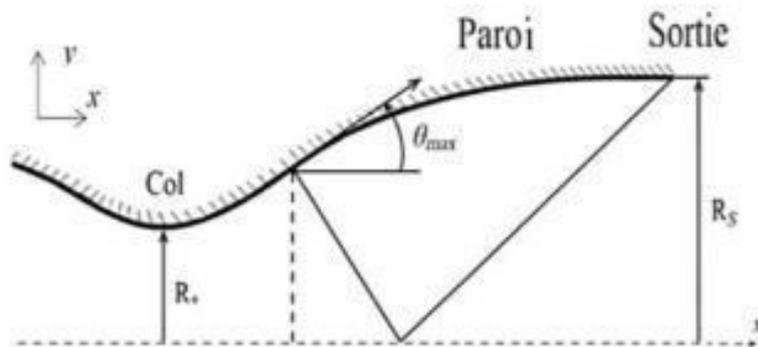
Formée par une jonction de deux tuyères à simple galbe au niveau d'un point dit d'inflexion, la tuyère à double galbe ,appelée aussi tuyère à double cloche est l'une des tuyères innovantes utilisée généralement pour les navettes spatiales Elle a l'avantage d'auto-adaptation de l'écoulement pour deux plages de fonctionnement (à basse et à haute altitude) par une simple inflexion du contour (sans activation mécanique) et un décollement du jet à basse altitude, fixé à la jonction de deux galbes c'est à dire stable et symétrique à l'inflexion[10].Cependant, elle présente comme inconvénients une traînée d'aspiration supplémentaire à basse altitude et des charges latérales durant la transition entre les régimes.



**Figure I.10** : Tuyère double galbe.

➤ **Tuyère à zone d'expansion :**

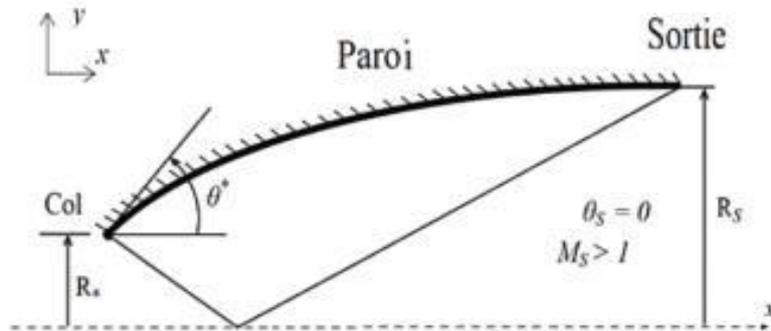
La forme de la zone d'expansion de la partie divergente est un peu arbitraire. Typiquement, une forme d'arc circulaire de grand rayon est utilisée dans les souffleries. A la sortie de la tuyère, l'écoulement devient uniforme et parallèle à l'axe de révolution comme indique la figure (I.11) [10], [9] et [12].



**Figure I.11** : Tuyère à zone d'expansion [9,12]

➤ **Tuyère à détente centrée :**

La tuyère est de type à détente centrée, si la zone d'expansion est contractée en un point, où la détente prend place à travers des ondes de Prandtl Meyer centrées et générées à partir du coin du col de la tuyère avec un angle initial  $\Theta^*$  [10], [9,12] comme le montre la figure(I.12) :



**Figure I.12 :** Tuyère à détente centrée[8].

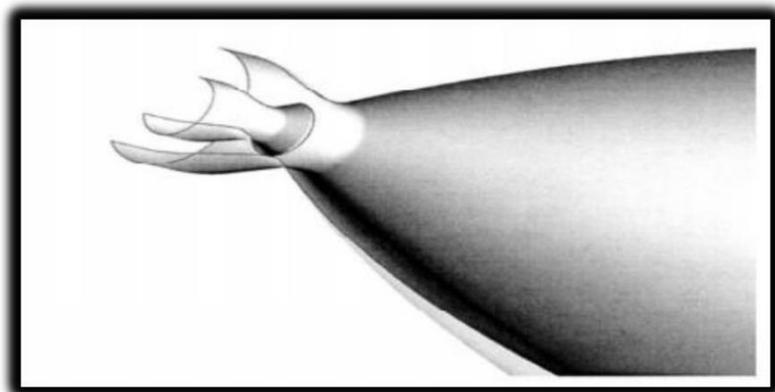
Dans ce type de tuyères on peut donner une valeur relativement importante à l'angle de divergence située près du col allant de 20 à 30°, pour donner une importante détente sans gêner l'axialité de l'écoulement à la sortie. La deuxième partie divergente tend à faire suivre l'écoulement dans la direction uniforme et parallèle [8].

Ces résultats sont ainsi justifiés numériquement par l'application de la méthode des caractéristiques en 1958, par Rao [13] qui a réussi à trouver une approche basée sur la prise en considération de la longueur de la tuyère, la pression ambiante ainsi les conditions d'écoulement au col comme paramètres pouvant donner une poussées maximale ainsi le contour de la paroi de la tuyère qui devra être défini.

#### **I.4.2.2 Les tuyères bi-modes :**

##### **➤ Tuyère double col (dual mode nozzle):**

A basse altitude la chambre de poussée (chambre de combustion + tuyère) externe fonctionne avec la chambre de poussée interne en parallèle. Dans ce mode d'opération, le moteur a un col large qui produit un rapport de détente modéré. À une certaine altitude la chambre de poussée externe s'éteint et le moteur continue à fonctionner seulement avec la chambre de poussée interne. Avec cette configuration, l'écoulement de la chambre interne se détend et s'attache d'une manière supersonique à la chambre externe en résultant un rapport de détente élevé pour le reste de la mission [14].

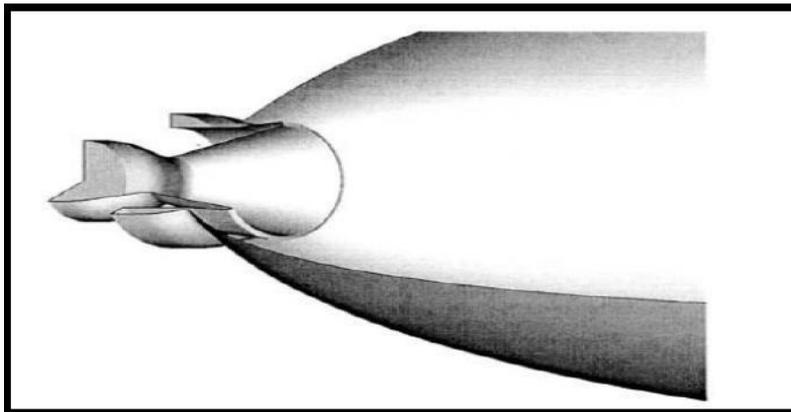


**Figure I.13 :** Tuyère à double col.

➤ **Tuyère double détente (dual-expander nozzle) :**

A basses altitudes les deux chambres de poussées fonctionnent en partageant la même section de sortie, ce qui donne un rapport de section correspondant à une détente modérée. A un certain point de la mission, l'une des deux chambres s'éteint, permettant à l'autre chambre d'utiliser la totalité de la section de sortie et de créer un grand rapport de section (une grande détente) pour le reste de la mission.

En principe, les deux modes d'opération sont comparables à ceux d'une tuyère à double col [4].



**Figure I.14 :** Tuyère double détente.

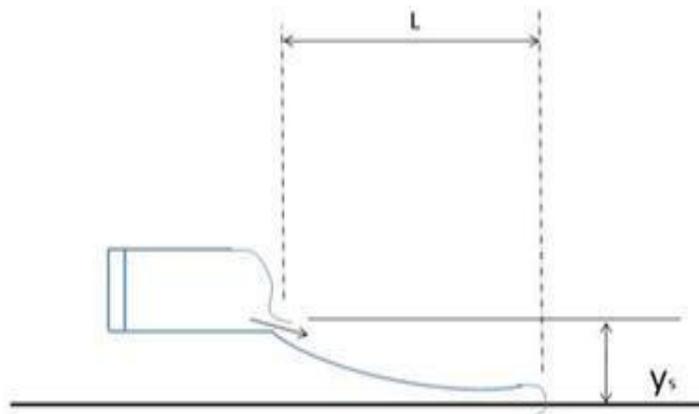
### **I.4.2.3 Tuyères auto-ajustables**

Contrairement aux configurations précédemment présentées où le processus de détente de gaz est principalement influencé par le contour de la paroi à la section divergente de la tuyère, le processus de détente de ces gaz dans ce cas est directement ou indirectement régulé par la pression ambiante. L'écoulement des gaz dans ce cas s'ajuste donc de lui-même pour être conforme aux conditions extérieures. Ces tuyères sont classées en deux catégories

#### ➤ **Tuyère type bouchon**

Le col de ce type de tuyère possède la forme d'un anneau localisé au diamètre extérieur (figure I.15). L'écoulement est contrôlé par des ondes de détente provoquées par la déviation du bouchon dont la surface constitue le principal paramètre qui l'influence.

Les gaz d'échappement subissent une détente de la pression de la chambre de combustion  $P_t$  jusqu'à la pression ambiante  $P_a$ . La poussée de ce type de tuyères est identique à celle de la tuyère convergente-divergente [3].

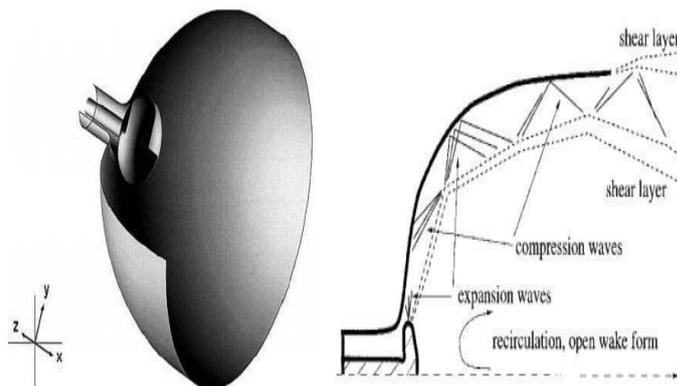


**Figure I.15 :** Tuyère type bouchon.

➤ **Tuyère type détente-déviat** :

Dans ce type de tuyère une chambre de combustion compacte se positionne autour de la ligne centrale et présente un col annulaire au voisinage de cette dernière. Dans ce cas, les gaz se dirigent dans la direction de l'écoulement du bouchon central qui réalise une rotation de l'écoulement en expansion à une direction presque axiale. C'est pourquoi on la qualifie de tuyère à détente-déviat. Cette configuration permet l'obtention des bonnes performances même dans des conditions au-dessous de celles pour lesquelles elle a été initialement conçue.

Les travaux expérimentaux sur de telles tuyères [3] ont montré qu'une utilisation d'angles de déviation d'une valeur aussi importante que  $40^\circ$  pour des rapports de détente bas n'entraîne que des pertes minimales de poussée (une perte de 1% a été enregistrée pour un angle de  $30^\circ$ ).



**Figure I.16 :** Tuyère type Détente- Déviation.

### **I.4.3 Tuyères innovantes :**

➤ **Tuyère à section variable :**

La sortie de la tuyère est à section variable et constituée d'une multitude de volets qui, en se rapprochant ou en s'écartant, modifient le diamètre de la tuyère afin qu'elle soit «adaptée". Afin de se rapprocher le plus possible de la forme circulaire, les demi-volets sont réalisés par une multitude de petits volets, s'emboîtant les uns dans les autres. En général la commande de position est assurée par un anneau qui est tiré ou poussé (fermeture –ouverture) par des vérins répartis à la périphérie du canal de postcombustion. La pression et la vitesse du jet maintiennent plaqués les volets sur l'anneau de commande. Un ergot de position interdit aux volets de descendre lorsque le moteur est arrêté.



**Figure I.17 :** Tuyère à section variable.

➤ **Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie) :**

C'est une tuyère pour les turboréacteurs de type double flux d'air séparés, comportant :

-Une paroi interne à l'intérieur de laquelle circule un flux d'air primaire (FP) et qui comporte, à l'extrémité externe, des chevrons.

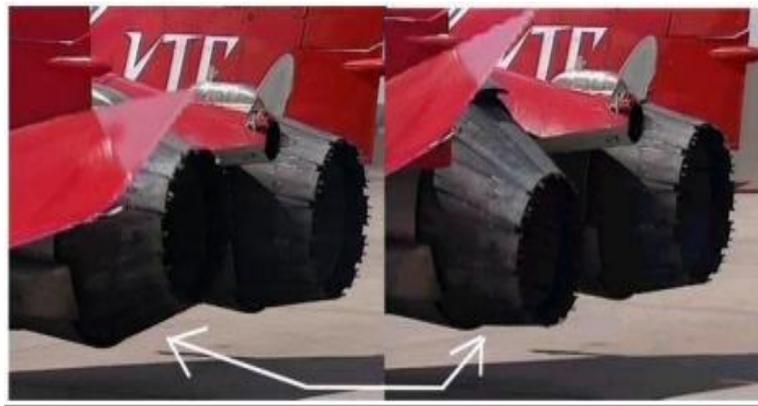
-Une paroi externe entourant au moins partiellement la paroi interne et le long de laquelle s'écoule un flux d'air secondaire (FS), la paroi externe étant mobile le long de la paroi interne. L'invention trouve des applications dans le domaine de l'aéronautique et en particulier, dans le domaine de la réduction des nuisances sonores extérieures produites par les turboréacteurs d'un aéronef notamment lors de la phase de décollage.



**Figure I.18 :** Tuyère à chevrons.

➤ **Tuyère orientable :**

C'est une tuyère articulée autour d'un ou deux axes comportant une partie fixe d'une part et de l'autre une partie pivotante et des vérins de commande permettant de déplacer la partie pivotante avec déformation de la structure annulaire élastique ce qui permet d'orienter l'axe de poussé.



**Figure I.19 :** Tuyère orientable.

**I.5 Fonctionnement d'une tuyère :**

D'après plusieurs chercheurs, le changement de pression et de la section à la sortie d'une tuyère à un effet considérable sur le régime et le type d'écoulement dans les tuyères supersonique. Cela est bien expliqué ci-dessous :

### **I.5.1 Effet des variations de section sur l'écoulement :**

Une des relations fondamentales que nous enseigne la théorie des écoulements monodimensionnels est la relation d'Hugoniot, qui exprime en absence de frottement, la variation de la vitesse  $V$  du fluide le long de la tuyère en fonction de pour les deux régimes d'écoulements :

$$\frac{dA}{A} = (M_a^2 - 1) \frac{dV}{V} \quad (I.4)$$

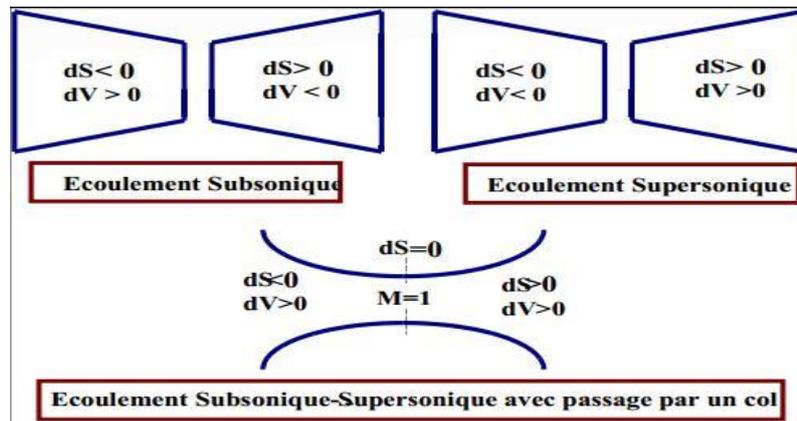
Avec:

$A$  : Section de la tuyère.

$V$  : Vitesse de l'écoulement.

$M_a$  : Nombre de Mach.

- ❖ Quand l'écoulement est subsonique  $<1$ , la section varie en sens inverse de la vitesse, lorsque la section diminue la vitesse augmente et vice versa.
- ❖ Dans le cas d'un écoulement supersonique  $>1$ , la vitesse varie dans le même sens que la section.
- ❖ Dans le cas où le nombre de Mach est égale à l'unité  $=1$ , la conduite présente un minimum ou un maximum de section seul le minimum convient.



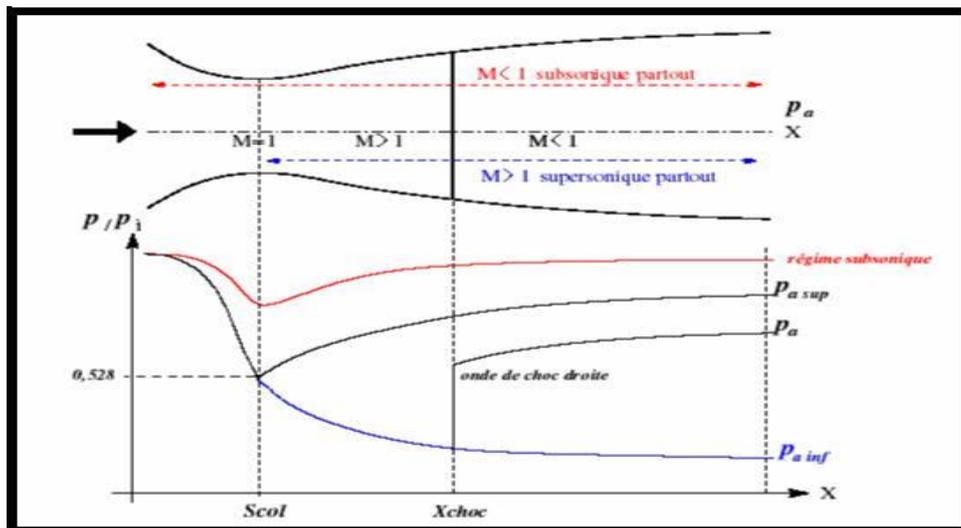
**Figure I.20 :** Effet de variation de section sur le régime de l'écoulement.

### I.5.2 Les différents régimes d'écoulement

Considérons le système constitué d'une tuyère De-Laval (figure I.21). Supposons que le rapport des sections à l'entrée  $A_e / A^*$  soit très grand et que l'extrémité amont de la

tuyère est en communication avec un réservoir contenant un gaz (chambre de combustion), tel que l'écoulement est stationnaire. Le nombre de Mach de la section d'entrée est très petit  $Me \approx 0$ . La pression et la température à cette section sont  $P_0$ ,  $T_0$  respectivement [2].

Les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère convergente-divergente peuvent être décrits par la théorie monodimensionnelle des gaz parfaits et non visqueux, représentés dans la figure (I.21). La différence entre la pression génératrice amont  $P_0$  et la pression de sortie de la tuyère  $P_e$ , permet de créer un écoulement. Ce cas est illustré par la courbe A de la figure (I.21), l'écoulement reste subsonique dans toute la tuyère et le nombre de Mach augmente au col mais reste toujours inférieur à l'unité. Si on diminue  $P_s$ , tel que l'écoulement atteint les conditions critiques au col représenté par la courbe B, l'écoulement dans la partie divergente est subsonique. Si la pression de sortie de la tuyère  $P_e$  décroît encore, l'écoulement dans le divergent de la tuyère passe en supersonique. En conclusion, nous voyons que pour une tuyère de géométrie donnée, il y'a une seule solution donnant un écoulement supersonique isentropique, par contre il y'a une infinité de solutions pour le cas d'un écoulement subsonique [1], [3].

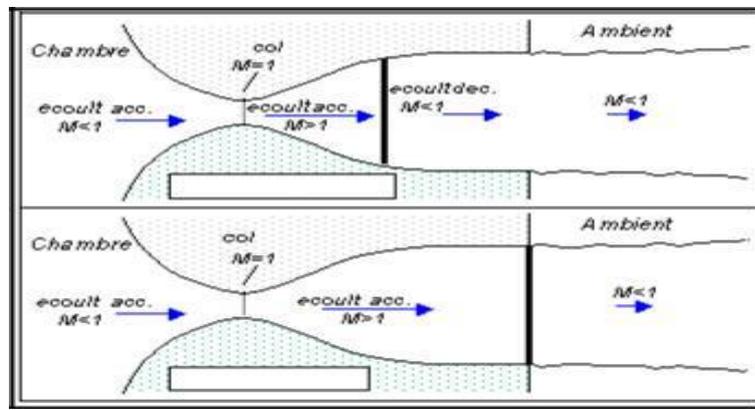


**Figure 1.21** : Principe de fonctionnement d'une tuyère Convergente-divergente[1], [3].

### **I.5.2.1 Régime supersonique non adapté:**

Examinons le type d'écoulement où la pression de sortie est supérieure à  $P_e$ . Dans ce cas, une onde de choc normale se forme dans la partie divergente. Cette situation est présentée dans la figure I.22. Dans cette figure, l'onde de choc se positionne à une distance  $d$  à partir du col. Entre le col et l'onde de choc, l'écoulement est donné par la solution d'un écoulement supersonique isentropique. Derrière le choc, l'écoulement devient subsonique et de part et d'autre de l'onde de choc, il est isentropique [1], [3].

Si la pression de sortie  $P_e$  est encore réduite, l'onde de choc normale se déplace vers la section de sortie. L'onde de choc atteint la section de sortie. Ce cas est illustré dans la figure I.21. A ce stade, l'écoulement à travers la tuyère est isentropique, sauf précisément à la section de sortie[1].



**Figure I.22:** Ecoulement supersonique avec onde de choc. [1].

Les effets visqueux rendent plus complexes les caractéristiques des régimes d'écoulement qui viennent d'être écrits. On note  $P_e$  la pression sortie de la tuyère et

$P_a$  la pression ambiante. Suivant la valeur de la pression ambiante, plusieurs régimes de fonctionnement en supersoniques sont possibles :

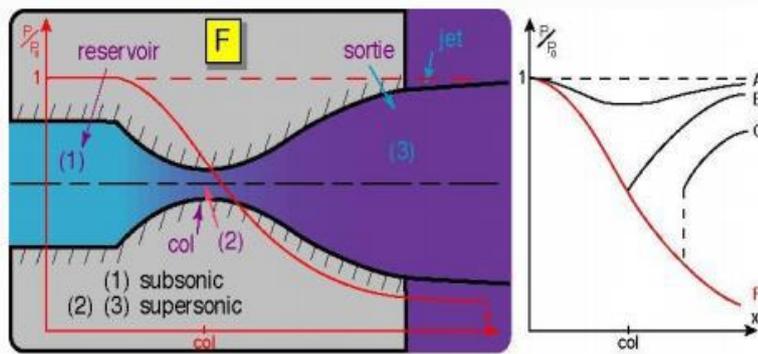
➤ **Tuyère sur détendue**

Si on considère le cas où le fluide se détend à une pression inférieure à la pression ambiante ( $P_e < P_a$ ), La tuyère est alors dite tuyère sur détendue ou tuyère longue.

Cette situation est présentée dans la figure I.22 et l'écoulement dans la tuyère est entièrement isentropique. Le rapport des sections  $A^* / A_s$  est plus grand que celui de la détente complète. Le fluide se détend en plus dans la tuyère et devra être comprimé à l'extérieur pour rendre la pression compatible avec la pression ambiante. Cette compression prend place à travers une onde de choc attaché à la section de sortie [1], [5].

➤ **Tuyère adaptée**

Quand la pression de sortie  $P_e$  est réduite encore à une valeur égale à la pression ambiante ( $P_e = P_a$ ), la tuyère est dite tuyère adaptée. Dans ce cas, le jet de gaz à partir de la tuyère se détend exactement à la pression ambiante. L'évolution du rapport de pression représentée par la courbe (F) de la figure (I.23) suivante [1], [6]. :



**Figure I.23:**Régime supersonique adaptée. [6].

### ➤ Tuyère sous détendue

Si le fluide se détend à une pression supérieure à la pression ambiante ( $P_e > P_a$ ), la tuyère est alors dite tuyère sous détendue ou tuyère courte. Le fluide se décharge à une pression supérieure à celle de la pression extérieure parce que le rapport de section  $A^* / A_S$  est petit par rapport à celui de la détente complète. La détente du fluide est par conséquent incomplète dans la tuyère et elle continuera à l'extérieur. Cette détente prend place d'un faisceau d'onde de détente centré et attaché à la sortie, comme le montre la figure I.24 [1], [7].

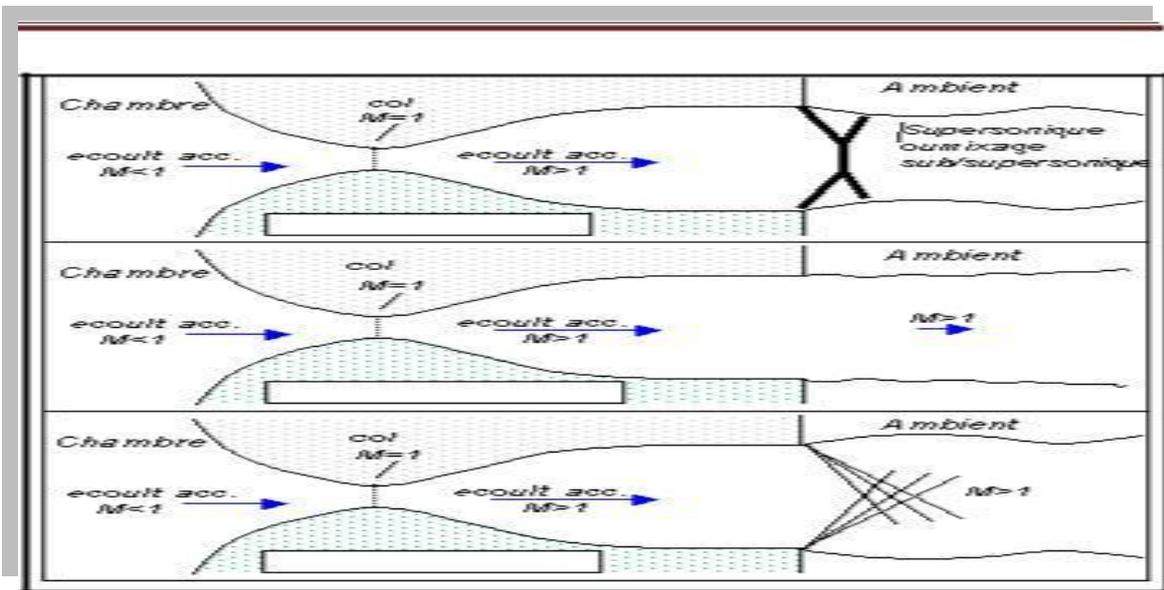


Figure I.24 : Différents régimes d'écoulement supersonique [7].

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons passé en revue les différents types de tuyères en partant des tuyères conventionnelles jusqu'aux tuyères auto-adaptables. Par la suite nous avons énumérés les principaux paramètres de performances des tuyères supersoniques ainsi que leurs plages de fonctionnement en se basant sur la théorie quasi monodimensionnelle qui est très utile pour les écoulement deux dimensions où les résultats donnés par cette théorie sont fréquemment suffisants pour une large variété des problèmes d'ingénierie ,comme l'étude de l'écoulement dans une soufflerie ou les moteurs fusée.

# **CHAPITRE II**

## **Equations de base et formulation mathématique**

## II.1 Introduction :

Il existe de très nombreuses études concernant les écoulements de convection forcée ou naturelle dans des géométries de type conduite. Un grand nombre de ces travaux supposent l'écoulement établi et une masse volumique constante.

Depuis quelques années, les transferts de chaleur stationnaires ou instationnaires, entre l'écoulement et la paroi sont étudiés mais toujours dans le cadre d'écoulements incompressibles ou pseudo-incompressibles et, plus récemment, les problèmes liés aux conditions dans la zone d'entrée sont abordés.

L'objectif de cette étude est de s'affranchir de l'hypothèse d'incompressibilité et d'étudier les écoulements dans une tuyère de section circulaire, siège d'un écoulement stationnaire, compressible soumis à des conditions dynamiques variables.

## II.2 Position du problème :

### II.2.1 Le modèle physique :

Le modèle physique à étudier est une tuyère de Laval (C-D) représenté sur la figure (II.1), est une enceinte cylindrique avec une longueur ( $L$ ) et de rayon ( $r$ ) qui varie en fonction de ( $x$ ). La paroi extérieure de la tuyère est supposée adiabatique.

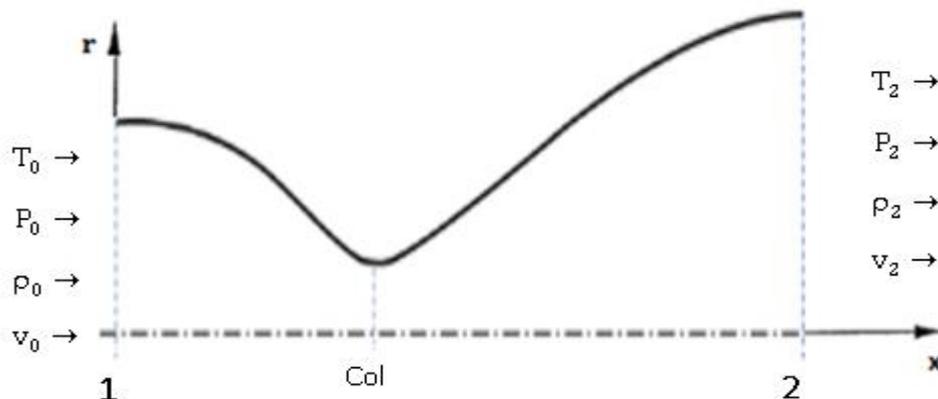


Figure II.1 - Géométrie d'une tuyère de Laval.

## II.2.2 Équations de l'écoulement quasi 1D :

### II.2.2.1 Hypothèses :

Les hypothèses suivantes ont été prises en compte :

- ✓ Ecoulement laminaire, compressible, stationnaire,
- ✓ Ecoulement 2D
- ✓ Force de pesanteur négligeable,
- ✓ Gaz parfait (d'un point de vue thermodynamique),
- ✓ Fluide visqueux.

### II.2.2.2 Equation d'état du fluide :

Cette équation caractérise l'état thermodynamique d'un fluide. Elle n'a une forme simple que dans le cas des gaz parfaits. Elle s'écrit :

$$P = \rho R T \rightarrow \rho = \frac{P}{RT} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad , \quad R = C_p - C_v$$

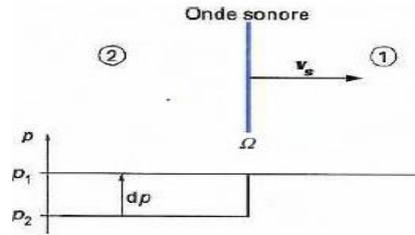
Les deux propriétés utiles additionnelles de gaz idéal sont la capacité calorifique à volume constant et à pression constante spécifique sont définie par :

$$C_v = \frac{d e}{d T} \quad \text{et} \quad C_p = \frac{d h}{d T}$$

### II.2.2.3 Vitesse du son est le nombre du Mach :

La vitesse sonique est la vitesse à laquelle une vague infinitésimal petite de pression (onde sonore) se propage dans un fluide isentropiquement. Généralement la vitesse sonique est indiquée par la relation qui suit :

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s} \quad (\text{II.2})$$



**Figure II.2** - Propagation d'une onde sonore.

Pour un gaz idéal la vitesse du son est donnée par :

$$a = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma R T} \quad (\text{II.3})$$

Le nombre de mach  $Ma$  est un nombre adimensionnel où :

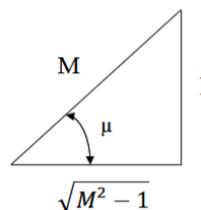
$$Ma = \frac{v}{a} \rightarrow v = Ma \cdot a \quad (\text{II.4})$$

➤ **Angle et ligne de Mach :**

$$\mu = \arcsin\left(\frac{1}{Ma}\right) \quad (\text{II.5})$$

$$\rightarrow \sin(\mu) = \frac{1}{Ma} \quad (\text{II.5}')$$

On peut présenter graphiquement la relation existante entre le nombre de Mach et l'angle de Mach  $\mu$  par la **figure II.3**



**Figure II.3:** illustration de la relation entre  $\mu$  et  $Ma$ .

#### II.2.2.4 Ecoulement isentropique d'un gaz parfait :

Nous avons la relation du débit masse qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{m} = \rho v A \quad (\text{II.6})$$

En introduisant les équations (II.3) et (II.4) en (II.5), on obtient :

$$\dot{m} = \frac{P}{RT} A M_a \sqrt{\gamma R T} \quad (\text{II.7})$$

Quand l'écoulement d'un gaz idéal est tel qu'il n'y a aucun transfert de chaleur vers le milieu extérieur (c.-à-d., adiabatique) ou effets irréversibles (par exemple, frottement, etc.), l'écoulement est isentropique. L'équation d'énergie appliquée entre deux points dans le champ d'écoulement devient :

$$h_0 = h + \frac{v^2}{2} = cst \quad (\text{II.8.a})$$

$$C_p T_0 = C_p T + \frac{v^2}{2} = cst \quad (\text{II.8.b})$$

L'incorporation de l'équation de la vitesse sonique et des équations d'état de gaz idéal dans l'équation d'énergie pour l'écoulement isentropique régulier des gaz idéaux donne les résultats utiles suivants :

$$\frac{T_0}{T} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right) \quad (\text{II.9})$$

$$\frac{a_0}{a} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.10})$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{II.12})$$

$P_0, T_0, \rho_0$  et sont les grandeurs de l'état générateur du fluide s'écoulant isentropiquement, (fluide à vitesse nulle) depuis la section amont jusqu'à la section où on a une vitesse  $v$ .

Les valeurs des propriétés de gaz idéal quand le nombre de mach est égale à l'unité (c.-à-d., écoulement sonique) sont connues comme propriétés critiques ou soniques et sont indiquées par [20]:

$$\frac{T_0}{T^*} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right) \quad (\text{II.13})$$

$$\frac{a_0}{a^*} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.14})$$

$$\frac{P_0}{P^*} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{II.15})$$

$$\frac{\rho_0}{\rho^*} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{II.16})$$



**Figure II.4** – Evolution de la pression et de la température dans un écoulement isentropique d'air en fonction du nombre de mach.

On multiplie l'équation (II.6) par  $\left(\frac{P_0}{P_0}\right)$  et  $\sqrt{\frac{T_0}{T_0}}$  on obtient :

$$\dot{m} = \frac{P_0}{P_0} P M_a A \sqrt{\frac{\gamma R T}{R^2 T^2}} \sqrt{\frac{T_0}{T_0}}$$

$$\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{A P_0} = M_a \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_a^2\right]^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma+1}}} \quad (\text{II.17})$$

Dans le cas d'un écoulement sonique  $Ma = 1$  on aura :

$$\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{A^* P_0} = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{(\gamma+1)}{\gamma-1}}} \quad (\text{II.18})$$

Le rapport de sections entre la sortie (2) et l'entrée (1) :

$$\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{A P_0}\right)_1 = M_{a_1} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_{a_1}^2\right]^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma+1}}}$$

Et

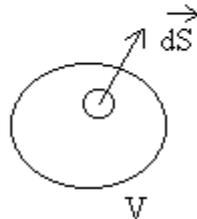
$$\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{A P_0}\right)_2 = M_{a_2} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_{a_2}^2\right]^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma+1}}}$$

On divise  $\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{A P_0}\right)_1 / \left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{A P_0}\right)_2$  :

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{M_{a_1}}{M_{a_2}} \sqrt{\left(\frac{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_{a_2}^2}{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_{a_1}^2}\right)^{\frac{(\gamma+1)}{\gamma-1}}} \quad (\text{II.19})$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M_a} \sqrt{\left[\left(\frac{2}{\gamma+1}\right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right)\right]^{\frac{(\gamma+1)}{\gamma-1}}} \quad (\text{II.20})$$

### II.3 Equation de continuité (ou de conservation de la masse)



**Figure II.5** : Vecteur élémentaire  $\vec{dS}$

Soit une partie d'un fluide de masse volumique  $\mu$  délimitée par une surface fermée  $S_f$  (de volume  $V$ ).

Soit  $\vec{dS}$  un vecteur élémentaire de cette surface, orienté vers l'extérieur à la surface fermée.

La partie de fluide a une masse,  $m = \iiint \mu dV$  le débit massique sortant de la surface  $S_f$  est égal à  $\oiint \mu \vec{v} \vec{dS}$ .

La conservation de la masse s'écrit

$$\frac{dm_s}{dt} = \oint \mu \vec{v} \cdot \vec{dS} = \iiint \frac{\partial \mu}{\partial t} dV \quad (\text{II.21})$$

où  $\frac{dm_s}{dt}$  représente le débit massique de fluide interne au volume considéré, compté positivement s'il s'agit d'une source et négativement s'il s'agit d'un puits.

**Remarque :**

Sauf précision contraire, nous appliquerons l'équation de conservation de masse en absence de source ou de puits, soit :

$$\text{div}(\mu \vec{v}) + \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.22})$$

Deux cas particuliers sont alors à considérer.

Le **cas 1** du fluide **incompressible** ( $\mu = \text{cte}$ )  $\Leftrightarrow \text{div} \vec{v} = 0$

Pour un écoulement **stationnaire** ou **instationnaire**.

Cet écoulement est dit **isochore**.

Le **cas 2** d'un écoulement **stationnaire** ( $\frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$ )

$$\Leftrightarrow \text{div}(\mu \vec{v}) = 0 = \mu \text{div} \vec{v} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \mu \quad (\text{II.23})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.24})$$

## II.4 Ecoulements laminaire et turbulent

L'introduction de marqueurs (fumée dans le cas des gaz, colorant pour les liquides), permet d'observer des différences importantes dans le comportement des écoulements des fluides.

Dans certains écoulements, les particules marquées diffusent très lentement c'est à dire s'écartent peu les unes des autres, les différentes couches (lamelles) glissent les unes par rapport les autres sans se mélanger : l'écoulement est dit **laminaire**.

Au contraire dans d'autres écoulements les particules marquées s'éloignent très rapidement de manière " aléatoire, irrégulière, dans toutes les directions " les unes des autres, on ne retrouve plus de trace de marquage significative très près de l'endroit où le marqueur a été introduit : l'écoulement est dit **turbulent**.

D'évidence, l'écoulement sera laminaire à faible vitesse alors que les grandes vitesses provoqueront l'instabilité des particules c'est à dire le caractère turbulent de l'écoulement. En fait, la transition entre écoulement laminaire et turbulent dépend de la vitesse, mais aussi des caractéristiques (viscosité) du fluide, de la forme de l'écoulement (espace fermé – canalisation- ; espace ouvert –sur une surface à " l'air libre "-).

#### II.4.1 Equation de Navier-Stokes et l'équation d'Euler

L'analyse des forces de viscosité et l'hypothèse, pour un fluide newtonien, de proportionnalité entre forces de viscosité par unité de surface (contraintes) et déformations de la particule fluide conduisent au tenseur des contraintes visqueuses et aux formules de Lamé ci-après

$$x: \rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + \rho g_x \quad (\text{II.25})$$

$$y: \rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + \rho g_y \quad (\text{II.26})$$

$$z: \rho \left[ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \quad (\text{II.27})$$

#### II.4.2 Fluides compressibles ou fluides incompressibles

Un fluide est dit incompressible lorsque sa masse volumique ne dépend pas (pratiquement pas) de la pression ou de la température. Généralement, en Statique des fluides, les liquides sont considérés comme incompressibles et les gaz sont compressibles.

Pour un fluide en écoulement, ce classement est infirmé dans un certain nombre de situations importantes :

- pour les gaz et pour les liquides, des gradients de température décroissant avec l'altitude provoquent des mouvements ascensionnels de matière (convection naturelle)

qui ont pour conséquence d'homogénéiser la température ; ces mouvements ne peuvent s'expliquer sans considérer des variations de masse volumique,

- dans les gaz et les liquides, des perturbations de pression donnent naissance à des phénomènes de propagation (onde sonore) qui ne peuvent être expliqués sans la notion de compressibilité,
- l'approximation fluide incompressible est souvent justifiée pour un gaz s'écoulant, dans un plan horizontal, jusqu'à des vitesses égales au tiers de la vitesse du son égale à  $340 \text{ m/s}$  pour l'air dans les conditions courantes.

Ainsi c'est la nature de l'écoulement qui permet de distinguer l'écoulement compressible de l'écoulement incompressible et non la nature du fluide.

On emploie l'expression **hydrodynamique** pour qualifier un écoulement incompressible sans qu'il soit nécessaire que le fluide soit de l'eau ou un liquide et l'expression **aérodynamique** pour qualifier l'écoulement d'un fluide compressible sans qu'il soit nécessaire que ce fluide soit de l'air ou un gaz.

## **II.5 Onde de choc :**

Une onde de choc est une zone d'accumulation de perturbation élémentaire où les phénomènes physiques sont extrêmement violents. A travers cette zone d'épaisseur très faible (de l'ordre  $1/10000 \text{ m}$ ), il en résulte une discontinuité de pression, température, masse volumique et vitesse.

Les ondes de choc se développent lorsqu'un écoulement décélère rapidement en réponse à une augmentation successive de la pression ou encore, lorsque l'écoulement change de direction ce qui en résulte une variation très rapide des caractéristiques de l'écoulement qui s'effectue sur une distance extrêmement courte, de telle sorte que l'onde de choc apparait comme une discontinuité séparant des écoulements amont et aval. L'écoulement restera isentropique en amont et en aval de choc, mais l'entropie ne sera nécessairement pas la même.

Les chocs peuvent se propager dans la direction normale à l'écoulement ou bien de manière oblique. On parle ainsi d'un choc normal, ou bien d'un choc oblique, respectivement [23]

## II.5.1 Onde de choc normale :

La vitesse de propagation d'une onde de choc dépend des conditions de pression et de densité de part et d'autre du choc. Dans le cas où le vecteur vitesse est perpendiculaire au front du choc on parle d'une onde de choc droite ou normale.

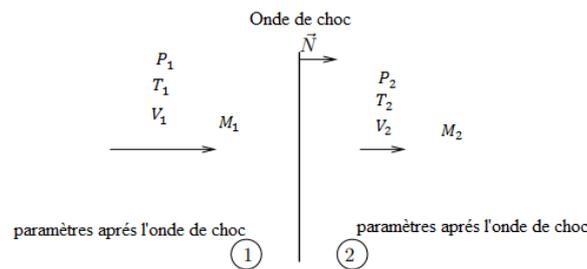


Figure II.6: illustration d'une onde de choc normale.

## II.5.2 Onde de choc oblique :

Plusieurs expériences ont prouvés l'existence des chocs obliques, soit à l'avant d'un obstacle placé devant un écoulement supersonique, soit lors de la variation brusque de la direction d'une paroi longée par un écoulement supersonique. L'écoulement ici trouve une certaine compression à travers l'obstacle ce qui provoque une décélération d'écoulement et en parallèle une augmentation de pression d'où naissance d'une onde de choc oblique. L'intensité du choc varie suivant inclinaison de la paroi et la vitesse. On peut parler ici d'une onde de choc attachée et d'autre détachée [20].

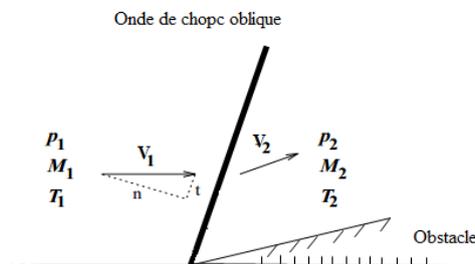


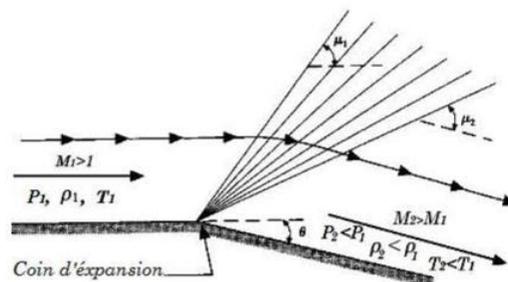
Figure II.7: Illustration d'une onde de choc oblique.

## II.6 Détente de Prandtl Meyer :

La détente de Prandtl-Meyer désigne un écoulement supersonique d'un fluide parfait sur une plaque plane complétée par une rampe déviée vers le bas. La déviation de cet écoulement produit une détente supersonique qui génère des ondes de détentes (ligne de Mach) qui ont pour effet l'augmentation du nombre de Mach et la diminution des propriétés du fluide (densité, pression et température). Dans le cas où la déviation de la rampe est vers le haut les ondes générées sont des ondes de chocs obliques qui compriment l'écoulement de façon adiabatique. A l'inverse du choc oblique qui est une discontinuité, la détente est exposée sur une région en forme d'éventail démarqué par les lignes de mach  $\mu_1$  et  $\mu_2$  dont les propriétés résultent respectivement du nombre de mach avant et après la détente. Tout comme l'onde de choc oblique, l'onde de détente est alors définie par trois paramètres  $M_1$  nombre de mach amont,  $\mu$ , et  $v$ . L'importance de ces écoulements apparait dans le traitement aérodynamique autour des profils.

La fonction de Prandtl-Meyer intervient dans la conception des tuyères supersoniques générant un écoulement parallèle et uniforme à la sortie, dont il est le résultat d'une déviation au col. La déviation d'un écoulement supersonique peut engendrer une détente comme une compression. Les propriétés d'une onde de choc oblique lorsque l'intensité de  $dP/P$  tend à la limite vers zéro, fournissant l'outil nécessaire à l'étude théorique de ce phénomène.

En effet, pour cette condition limite, l'onde de choc oblique devient une onde de Mach. Il est primordial de connaître l'angle de détente initial au col qu'il faut donner pour ainsi obtenir le nombre de Mach de sortie souhaité.



**Figure II.8 :** Schématisation de la détente de Prandtl-Meyer.

La vitesse normale à l'onde est la vitesse du son. Une petite déviation de l'écoulement  $\Delta\theta$  en aval de l'onde est liée à une différence de vitesse  $\Delta V$ , qui se calcule d'après la figure par :

$$V\Delta\theta = (V_n - V'_n)\cos\mu \quad (\text{II.28})$$

$$\Delta V = V' \cos(\Delta\theta) - V \approx (V_n - V'_n)\sin(\mu) \quad (\text{II.29})$$

Le rapport entre ces deux équations donne l'expression différentielle suivante :

$$d\theta = -\frac{dV}{V} \cotg(\mu) \quad (\text{II.30})$$

D'après l'équation (II.5), on peut écrire :

$$\cotg(\mu) = \sqrt{M_a^2 - 1} \quad (\text{II.31})$$

En insérant l'équation (II.31) dans l'équation (II.30), on obtient :

$$d\theta = -\sqrt{M_a^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (\text{II.32})$$

Notons que, l'angle  $d\theta$  est positif quand l'écoulement s'éloigne de la direction normale à l'onde de choc (onde de compression), et négatif quand l'écoulement se rapproche de la direction normale à l'onde (onde de détente). La différence de pression  $\Delta P$  de part et d'autre de l'onde est donnée par l'équation de Bernoulli. Par conséquent, on a :

$$\frac{1}{2}V^2 + \int \frac{dP}{\rho} = cte \quad (\text{II.33})$$

Qui, sous forme différentielle devient :

$$PVdV = -dP \quad (\text{II.34})$$

La combinaison des équations (II.32) et (II.34) donne :

$$dP = \rho V^2 \frac{d\theta}{\sqrt{M_a^2 - 1}} = \gamma P M_a^2 \frac{d\theta}{\sqrt{M_a^2 - 1}} \quad (\text{II.35})$$

Pour intégrer l'équation (II.32), il faut exprimer  $\frac{dV}{V}$  en fonction de  $M_a$ . Par différentiation

logarithmique de la relation  $M_a = \frac{v}{a}$  et de l'équation d'énergie sous la forme :

$$\left[\frac{a}{a_0}\right]^2 = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right]^{-1} \quad (\text{II.36})$$

On obtient respectivement :

$$\frac{dM}{M} = \frac{dV}{V} - \frac{da}{a} \quad (\text{II.37})$$

$$2 \frac{da}{a} = \frac{(\gamma-1)M_a}{\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right]} \frac{dM_a}{M_a} \quad (\text{II.38})$$

Alors :

$$\frac{dv}{v} = \frac{dM_a}{M_a} + \frac{da}{a} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right]^{-1} \frac{dM_a}{M_a} \quad (\text{II.39})$$

Par substitution de l'équation (III.39) dans (II.32), on obtient :

$$-d\theta = \frac{\sqrt{M_a^2-1}}{\left[1+\frac{\gamma-1}{2}M_a^2\right]} \frac{dM_a}{M_a} \quad (\text{II.40})$$

Qui, l'intégration entre deux états 1 et 2 donne :

$$-(\theta_2 - \theta_1) = \int_{M_1}^{M_2} \frac{\sqrt{M_a^2-1}}{\left[1+\frac{\gamma-1}{2}M_a^2\right]} \frac{dM}{M} = v(M_2) - v(M_1) \quad (\text{II.41})$$

Où  $(M)$  présente la fonction suivante :

$$v(M) = \int \frac{\sqrt{M_a^2-1}}{\left[1+\frac{\gamma-1}{2}M_a^2\right]} \frac{dM}{M} \quad (\text{II.42})$$

Qui donne, après intégration :

$$v(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctg \left[ \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} (M_a^2 - 1) \right] - \arctg \left[ \sqrt{M_a^2 - 1} \right] \quad (\text{II.43})$$

Qui est la fonction de Prandtl Meyer. La constante d'intégration est prise nulle puisqu'on a considéré l'intégration à partir du nombre de Mach  $M=1$ . Alors, il faut noter ici que, durant le calcul, il faut mesurer l'angle  $v$  par rapport au vecteur de vitesse correspondant au nombre de Mach  $M=1$ .

## II.7 Les principaux paramètres des performances :

### II.7.1 La Force De Poussée :

La poussée délivrée par une tuyère est fonction non seulement de la vitesse d'éjection des gaz de combustion mais aussi de la différence entre les pressions de sortie et ambiante. En théorie monodimensionnelle d'un écoulement permanent non visqueux, la poussée s'écrit :

$$F = \dot{m}V_e + (P_e - P_0) * A_e \quad (\text{II.44})$$

Avec :

F : La poussée(N)

$A_e$  : Section de sortie tuyère

$\dot{m}$ : Débit massique (kg/s)

### II.7.2 Le Coefficient De Poussée :

Le coefficient de poussée est un paramètre sans dimension défini comme le rapport de la poussée  $F$  au produit de la pression dans la chambre de combustion ou pression totale  $P_t$  par l'aire de la section au col  $A_*$

$$C_F = \frac{F}{P_t A_*} \quad (\text{II.45})$$

Avec :

$P_t$  : Pression total

$A_*$ : Section de sortie de la tuyère

C'est un coefficient caractéristique de la détente des gaz dans la section divergente de la tuyère. Il peut être considéré comme particulièrement caractéristique de la performance du contour de la section divergente supersonique.

### II.7.3 Coefficient de décharge :

A cause principalement des effets de frottement, de façon générale les performances réelles d'une tuyère sont légèrement différentes de celles déterminées sur la base de l'hypothèse d'un écoulement isentropique. Le coefficient de décharge noté  $C_d$  est défini comme étant le rapport du débit actuel réel à celui déterminé à partir des relations isentropiques :

$$C_d = \frac{\text{débit actuel réel}}{\text{débit isentropique}} \quad (\text{II.46})$$

### II.7.4 Vitesse caractéristique :

La vitesse caractéristique, notée  $C^*$ , d'une réaction est définie comme le rapport du produit de la pression totale par la section au col ( $P_t A_*$ ) au débit massique  $\dot{m}$  :

$$C^* = \frac{P_t A_*}{\dot{m}} \quad (\text{II.47})$$

C'est un paramètre qui n'est fonction que de la nature du mélange gazeux et de la température de combustion.

### II.7.5 La vitesse effective :

La vitesse effective notée  $V_{eff}$  est la vitesse de sortie de la tuyère adaptée. Elle est définie par le rapport de la poussée au débit massique.

$$V_{eff} = \frac{F}{\dot{m}} \quad (\text{II.48})$$

C'est un paramètre qui tient compte de la correction atmosphérique.

### II.7.6 Impulsion spécifique :

L'impulsion spécifique, notée  $I_s$  est définie comme le rapport de la poussée au produit du débit massique par l'accélération de la pesanteur :

$$I_s = \frac{F}{\dot{m}g} \quad (\text{II.49})$$

Avec

g: La gravité (m.s<sup>-2</sup>)

C'est un paramètre généralement utilisé pour comparer les performances des propergols utilisés pour la propulsion.

### II.7.7 Impulsion Totale :

L'impulsion totale, notée  $I_{totale}$ , est définie comme l'intégrale de la poussée durant la totalité du temps de fonctionnement :

$$I_{totale} = \int_0^t F dt \quad (\text{II.50})$$

## Conclusion :

Dans ce deuxième chapitre les différentes équations utilisées pour les écoulements compressibles sont présentés avec un rappel sur le premier et le deuxième principe de la thermodynamique.

En effet, sur l'ensemble des méthodes abordées aucune n'est réellement parfaite.

Les couts numériques importants de la simulation directe et de la simulation aux grandes échelles ayant été mis en relief. Une analyse plus approfondie des approches dite statistiques a été proposé. D'un point de vu général et indépendamment de l'approche adoptée, une difficulté majeur reste la définition des opérateurs de moyenne ou de filtrage ainsi que les éventuelles postes de traitement à effectuer pour obtenir les grandeurs physiques

représentatives des propriétés statistiques des processus étudiés et pouvoir envisager une comparaison avec l'expérience.

## **CHAPITRE III**

# **Présentation de code de calcul et introduction des données**

### **III.1 Introduction :**

Parmi les méthodes numériques utilisées, on cite la méthode des différences finis, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis, ce dernier reste la plus utilisée dans la plupart des codes de calcul CFD (Computational Fluid dynamic).

La méthode des volumes finis est une méthode de discrétisation qui est bien adaptée pour la simulation numérique de divers types (elliptique, parabolique ou hyperbolique, par exemple) de lois de conservation, elle a été intensivement employée dans plusieurs domaines de technologie, tels que la mécanique des fluides, le transfert de la chaleur et de la masse, la technologie de pétrole ou la rhéologie [21].

### **III.2 Présentation du code de calcul :**

Le code de calcul Fluent utilisé dans notre étude est commercialisé par le groupe FLUENT. Ce groupe est actuellement l'un des pôles de compétence en mécanique des fluides numérique les plus importants. Il développe et commercialise une solution complète sous forme de logiciels de CFD (Computational Fluid Dynamic) généralistes qui simulent tous les écoulements fluides, compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques pour toute l'industrie. Les produits et services proposés par le groupe FLUENT aident les ingénieurs à développer leurs produits, à optimiser leur conception et à réduire leurs risques. Ce code est largement utilisé dans l'industrie [22].

Ce code est largement utilisé dans l'industrie aéronautique, automobile et offre une interface sophistiquée qui facilite son utilisation. Le logiciel Fluent modélise par la méthode des volumes finis des écoulements très variés dans des configurations plus ou moins complexes. Il est composé, comme tout logiciel de type CFD, de trois éléments clés qui sont : le préprocesseur, le solveur et le post processeur. Nous détaillons ci-dessous ces trois éléments.

### **III.3 Outil de simulation Gambit :**

#### **III.3.1 L'outil gambit :**

**GAMBIT** est un logiciel qui permet de créer des maillages pouvant être utilisés en particulier sous **FLUENT**. Le mailleur permet de générer un maillage structuré ou non structuré en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou axisymétriques. Il peut réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangle. **Construction d'un maillage** : Pour construire un maillage, il est bon de suivre la démarche suivante:

- définir la géométrie.
- réaliser le maillage.
- définir les paramètres des zones de calcul.

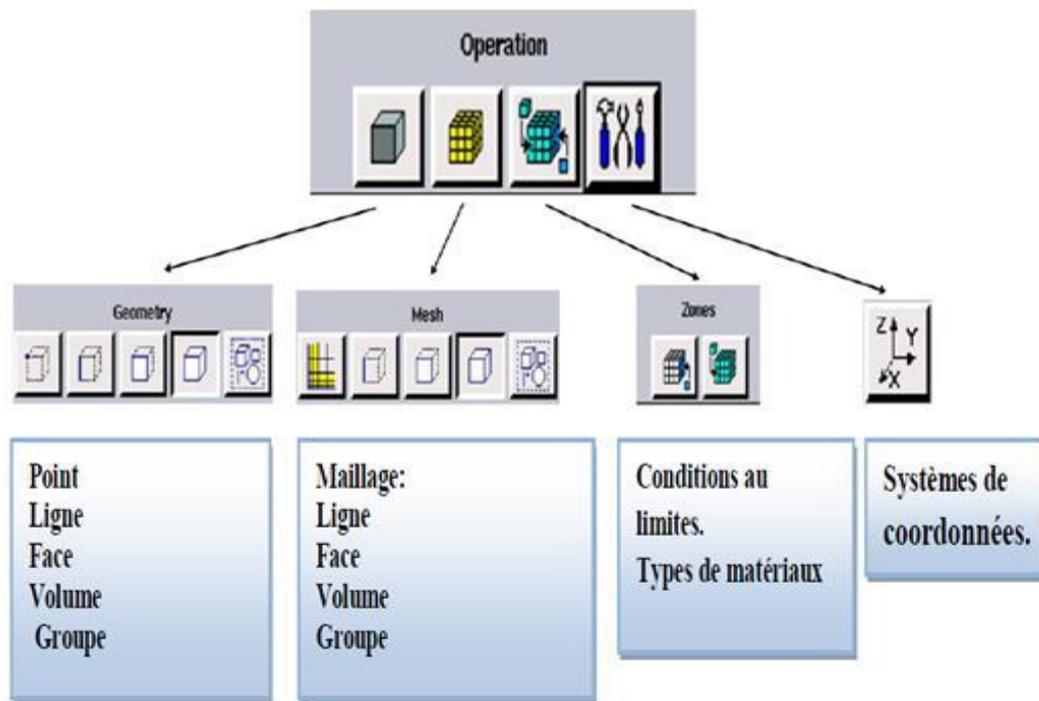
La géométrie comprend les positions physiques de points caractéristiques définissent la zone que l'on a à mailler: coordonnées spatiales des quatre sommets d'un carré; du point de départ et du point d'arrivée d'une ligne; du centre et de l'ouverture angulaire d'un arc de cercle. Il faut pouvoir représenter la zone à étudier par un ensemble de figures géométriques simples raccordées les unes aux autres. Pour des maillages structurés, on peut faire la liaison entre la géométrie et le maillage. Aussi, avant de réaliser le maillage, il faut spécifier par écrit d'une part la géométrie adoptée pour définir la zone à mailler, d'autre part les numéros des mailles correspondant aux points caractéristiques de la géométrie. Un nœud pourra alors être repéré par ces coordonnées physiques x et y ou indices I et J.

Par ailleurs, il peut être avantageux de définir des points intermédiaires qui ne sont pas indispensables à la définition de la géométrie mais qui permettent de délimiter les zones dans lesquelles les mailles seront adaptées pour raffiner le maillage près des parois par exemple ou bien pour épouser au mieux la forme des obstacles, parois ou autres... épouser

**Utilisation de gambit** : Ce logiciel est utilisé pour définir et créer le modèle d'étude (surface ou volume) et de le mailler suivant le bon vouloir de l'utilisateur. Les différentes étapes d'utilisation de **GAMBIT** sont définies dans la notice suivante. La première chose à faire quand on entre sur Gambit est de nommer le système qu'on va construire de telle manière de ne pas le perdre. L'utilisation de Gambit est simple : principalement il faut prendre les menus en haut à droite et effectuer les tâches en partant du menu de gauche pour aller jusqu'à celui de droite (où normalement on doit avoir fini notre maillage). Important : Avant même de créer la géométrie il faut choisir le type de solveur ; c'est-à-dire le type de logiciel (ici fluent) qu'on va utiliser par la suite (choisir la bonne version du logiciel dans notre cas choisir Fluent (6.3.26). le moment de créer la géométrie à étudier deux possibilités se présentent :

- Créer point par point (extrémités) le système, ligne, face, volume (conseillé pour des géométries complexes).
- Créer des surfaces simples existantes (cube, cylindre, sphère...) puis extruder pour obtenir les volumes ou les surfaces voulu

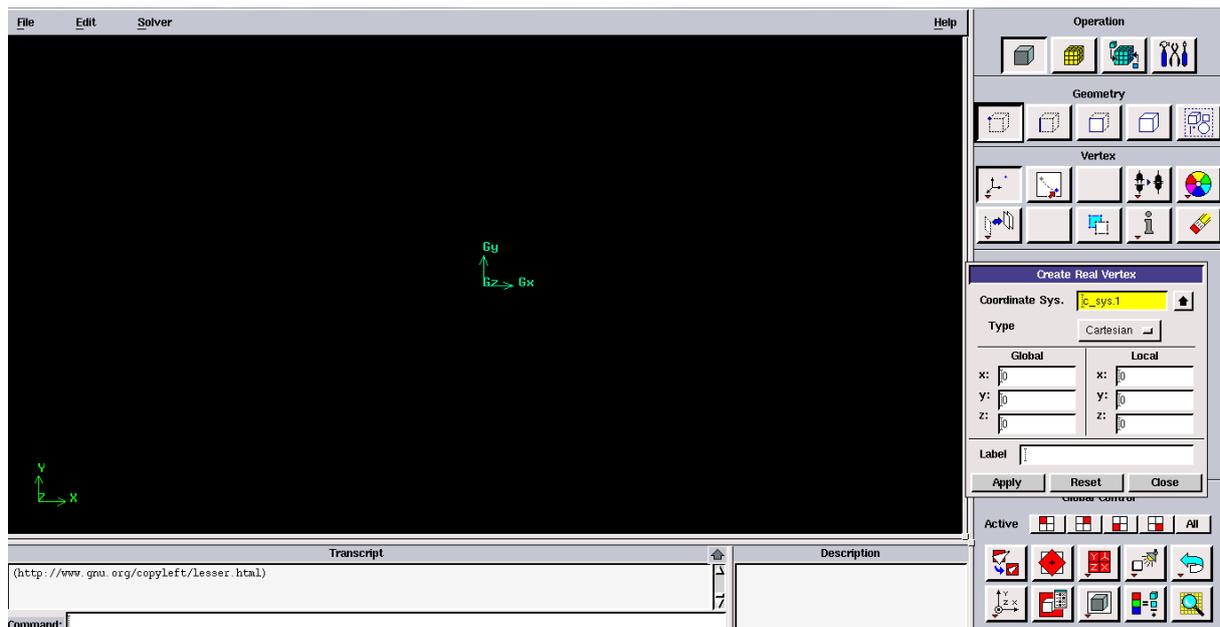
**Détail des principaux menus:**



**Figure III.1:** Menu principale de Gambit

**III.3.2 Le préprocesseur GAMBIT :**

Après avoir lancé le logiciel, l'interface d'utilisation apparaît

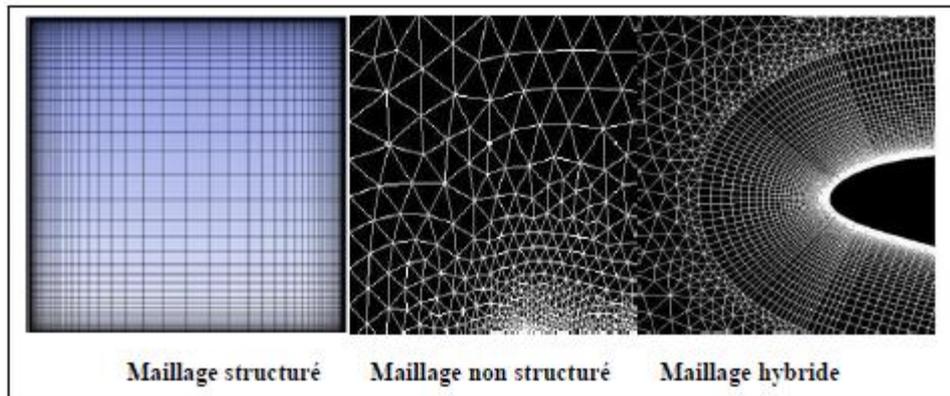


**Figure III.2:** Fenêtre de sélection de la géométrie de domaine

Il permet à l'utilisateur de construire la géométrie du domaine de calcul et de subdiviser ce dernier en petits volumes de contrôle ou cellules de calcul. L'ensemble de ces volumes élémentaires constitue le maillage. La définition des conditions aux limites appropriées, au niveau des cellules qui coïncident ou touchent la frontière du domaine de calcul, se fait également à ce niveau.

Le maillage est l'une des étapes importantes de la modélisation numérique. En effet, du type de maillage et de son affinement dépendront la précision des résultats et le temps de calcul. Sous Gambit, on peut utiliser plusieurs types de maillages

- maillage structuré
- .
- maillage non structuré.
- maillage hybride.



**Figure III.3:** Les trois types de maillages.

### **III.4 FLUENT :**

Le solveur FLUENT accumule une base de données pour stocker toute les informations (la géométrie, maillage, physique, et méthodes numériques), pour spécifier la nature de l'écoulement (permanent ou transitoire, laminaire ou turbulent et incompressible ou compressible), aussi le Transfert de chaleur (Conduction, convection et rayonnement...etc.). Et pour introduire les conditions initiales et aux limites du problème étudié ainsi que les paramètres de convergence (nombre d'itérations et la tolérance d'erreur)

#### **III.4.1 Post-processeur :**

Permet de visualiser les différents résultats obtenus par le Solveur fluent- à l'écran, Il dispose d'outils graphiques permettant la présentation et l'analyse des résultats en forme de Lignes de courant, Champ de vitesse, contours.

#### **III.4.2 L'outil Fluent :**

La simulation en Mécanique des Fluides Numérique (Computational Fluid Dynamics : CFD), est utilisée pour la modélisation, la visualisation et l'analyse des écoulements fluides et transferts thermiques. Elle permet aux utilisateurs d'optimiser les performances des nouveaux concepts, tout en réduisant le cycle de commercialisation, les risques associés et les coûts. Depuis plus de 10 ans, Fluent, leader mondial en Simulation numérique des écoulements Fluides logiciels et services. S'emploie à offrir la solution de simulation la plus adaptée, que

ce soit pour l'ensemble de l'industrie, la recherche ou la formation des ingénieurs de demain. Cette solution passe par des services d'assistance technique, d'études à façon, et par des formations personnalisées. Le siège du groupe Fluent est situé à Lebanon, New Hampshire, USA, et compte des filiales en Belgique, Angleterre, France, Allemagne, Inde, Italie, Japon et Suède. Ses logiciels sont aussi vendus à travers le monde grâce à des joint-ventures, des partenariats et des distributeurs en Corée, Australie, Brésil, Chine, Taïwan, République Tchèque, Moyen Orient et dans la plupart des pays européens.

### **Notice d'utilisation de fluent :**

Fluent est un code CFD commercial très utilisé dans l'industrie. Il permet de résoudre les écoulements fluides (champs de vitesses, de température...), c'est la raison pour laquelle on l'a choisi pour réaliser notre simulation. Ensuite l'utilisation de Fluent est simple, il suffit de suivre l'ordre des menus en partant de la gauche pour aller vers la droite. Le premier menu que nous allons étudier est le menu **Grid**. La première chose à faire est d'utiliser l'option check afin de vérifier si le maillage importé comporte des anomalies comme des problèmes de jointure entre les différentes surfaces du maillage. Pour choisir l'échelle d'étude du maillage et par conséquent réfléchir en nombres adimensionnels, il faut utiliser l'option **Scale** (choix est très important car souvent suivant les dimensions du domaine, les phénomènes mis en jeu ne sont pas les mêmes).

**Remarque:** il est possible de vérifier tout de suite la forme de la grille en cliquant sur **Display** et ensuite sur **Grid**. On peut de cette façon vérifier que la géométrie correspond bien à ce que l'on veut. Le second menu que l'on va utiliser est le menu **Define**. La démarche à suivre est de partir des options du haut du menu secondaire et de descendre au fur et à mesure. Nous trouvons donc l'option **Models** qui se décompose aussi en un autre menu. **Solver** permet de choisir le type de **Solver** que l'on souhaite utiliser (implicite, explicite, stationnaire, 2D...). **Viscous** permet de choisir le modèle de turbulence que l'on va prendre pour résoudre le problème (laminaire, k- $\epsilon$ , k- $\omega$ , LES...). **Energy** permet de choisir si oui ou non on doit faire intervenir l'équation de l'énergie dans la résolution du système (dès qu'un gradient de température intervient dans les phénomènes il faut utiliser cette équation pour d'une part observer une solution réaliste mais aussi souvent pour faciliter la convergence). Dans le menu **Models** radiation qui sont à utiliser en fonction de l'énoncé du problème. Vient ensuite le sous menu **Materials** qui permet de choisir le fluide **Gravity** et entrer la valeur voulue de la gravité. On peut aussi entrer, et cela est souhaitable, la valeur initiale de la densité et lui donner une valeur sous Fluent (ceci montre que même si l'on a fait une erreur de condition sous Gambit,

on peut encore tout modifier sous Fluent). Pour une entrée de fluide, on fixe la vitesse ainsi que le niveau de turbulence ; pour un mur on peut fixer soit un flux constant, soit une température constante et bien d'autres possibilités (telles que la rugosité du mur par exemple). Maintenant que la géométrie est en place, nous pouvons paramétrer et initialiser le solveur de Fluent dans le menu suivant : le menu *Solve*. Le premier sous-menu est le menu Control qui comprend tout d'abord l'option solution. C'est grâce à cette option que l'on va pouvoir entrer les différents facteurs de sous-relaxation du système : pression, température etc.... Ces facteurs peuvent être modifiés au cours de la résolution. Leur principal intérêt est de forcer la solution à converger : en les baissant, on diminue la vitesse de convergence mais on l'améliore (encore que ces constatations soient valables en générales, mais pas nécessairement dans tous les cas).

Dans ce menu, on peut discrétiser chaque variable (pression, moment...). D'autre sous-menu de *Solve* est Initialisé. Ce menu permet de fixer les conditions initiales du système d'itérations que l'on veut faire pour résoudre le système et aussi la valeur limite des résidus que l'on veut se fixer.

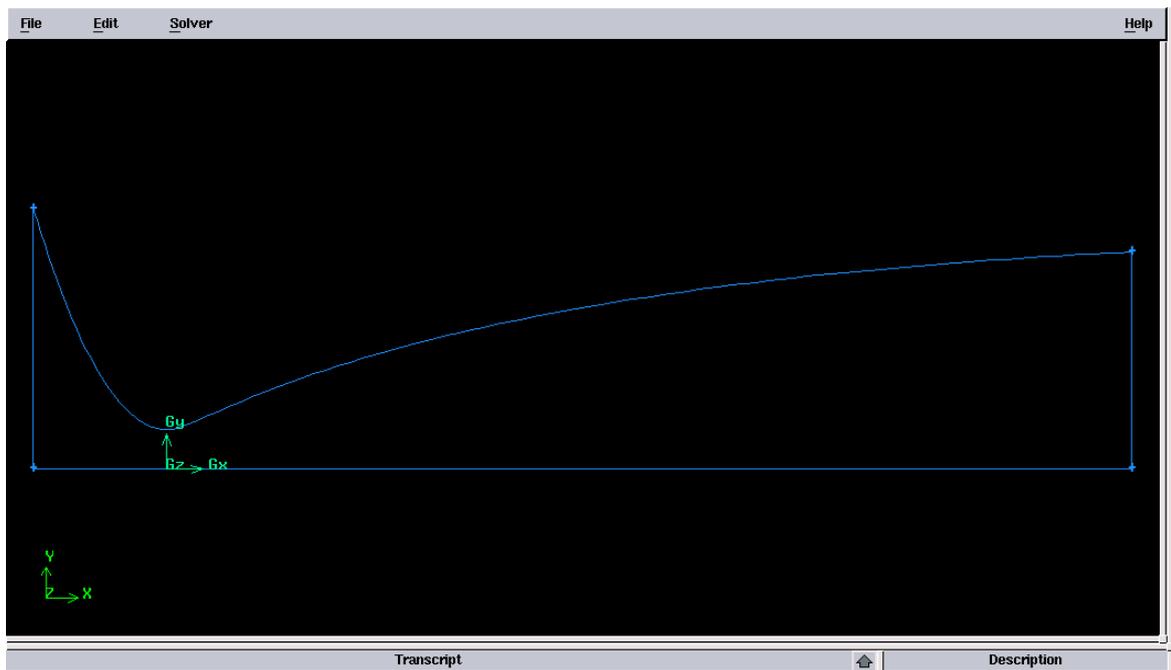
Une fois que l'on estime que la convergence est atteinte, on peut visualiser les résultats grâce au post-traitement de Fluent. Principalement, on utilise le menu *Display* et les sous-menus *Contours* et *Velocity Vectors*. Dans le premier, on observe les variations des variables (vitesse, température...) avec les iso-surfaces. Dans le second, les valeurs sont traduites par des vecteurs ; ceci est surtout utile pour la visualisation des vecteurs de vitesses. Il est également possible dans ces menus d'observer les résultats sur les faces de la géométrie et pour les vecteurs de faire des projections.

Pour visualiser des zones précises du maillage (lignes, plans...), le menu *Surface* permet de créer des lignes ou de plans dans la géométrie à partir de points. Ensuite on peut pour les plans, les choisir pour visualiser les contours ou les vecteurs, et pour les lignes, on utilise le menu *Plot*, qui offre la possibilité de faire des graphes en 2D de toutes les variables sur les lignes créées par l'utilisateur. Pour exporter des images, on peut, soit faire une copie d'écran (de loin le plus simple), soit cliquer dans *File*, hard copy et choisir *Tiff* pour créer une image *Tiff* de la fenêtre actuellement affichée (l'utilisateur peut choisir diverses options comme couleur ou noir et blanc...).

### **III.4.3 Etude du problème :**

### III.4.3.1 La géométrie :

Nous avons préféré étudier le problème en 2D en raison du temps de calcul et évité les possibilités de l'axisymétrie car on aurait bloqué les possibilités de sillage des bulles. Le modèle est une tuyère convergente divergente qui simule notre tuyère d'expérience mais qui n'a pas exactement les mêmes dimensions et ceci dans le but de simplifier les calculs et surtout de réduire le temps de calcul au cours des itérations. Dans cette étude, il s'agit de simuler l'écoulement de l'air dans la tuyère supersonique. Les dimensions et les paramètres du modèle sont les suivants : **Figure III.4**



**Figure III.4 :** Les dimensions de la géométrie utilisée dans l'étude, (Tuyère convergente divergente).

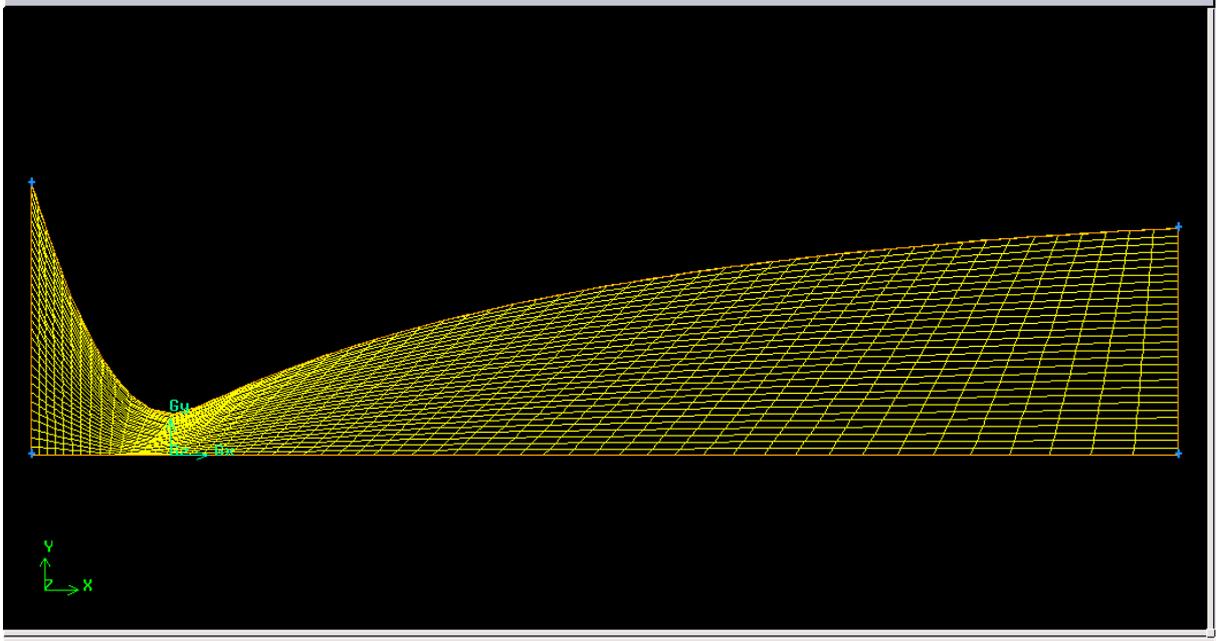
#### Remarque :

En outre, la nature du maillage et de la géométrie employée ici (colonne rectangulaire bidimensionnelle avec une grille quadratique structurée et uniforme) justifie la satisfaction des résultats obtenus.

### III.4.3.2 Maillage du domaine de calcul :

#### a. Définir la géométrie :

Notre géométrie est construite sur Gambit en 2D, vu sa complexité on a choisi de l'établir point par point, relier entre eux dans différentes directions les lignes sont créés, ensuite les faces sont formées, pour obtenir en dernier les volumes, la **figure III.5** montre le maillage de notre géométrie étudiée :



**Figure III.5:** Maillage de la tuyère C.D sous gambit.

### **b. Maillage retenu :**

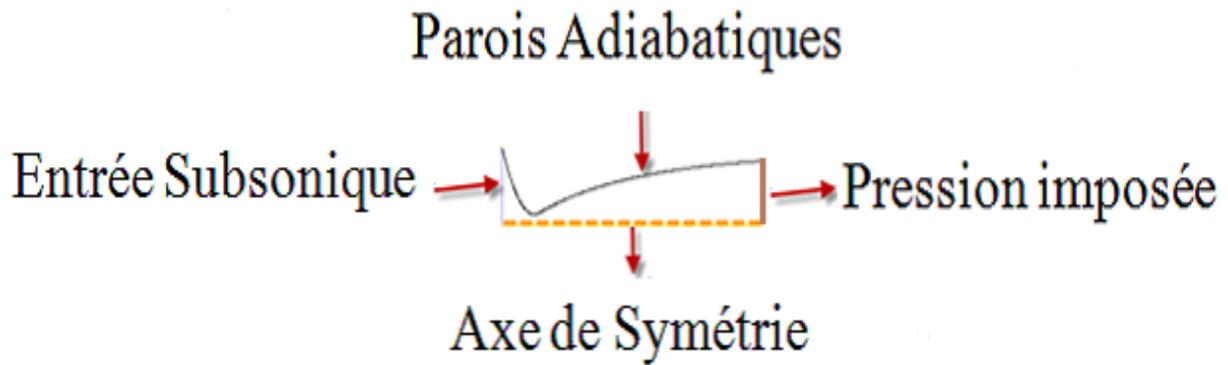
Le maillage retenu pour les calculs, comprend (voir **la figure III.5**) :

1736 nœuds et 1650 éléments.

### **c. Frontières et conditions aux limites :**

Les conditions aux limites sont représentées sur la **figure III.6** L'écoulement à *l'entrée de la tuyère* est subsonique. Les conditions aux limites à l'entrée ( $P_t = 34.7$  bar,  $T_1 = 1500$  K,  $P_s = 34.696$  bar) sont imposées. A *la sortie*, la pression statique  $P_a$  est supposée constante (les conditions ambiantes génératrices).

Aux *parois solides* (paroi de la tuyère), la condition de non-glissement est imposée. Ces parois solides sont considérées adiabatiques. Sur *l'axe de tuyère*, la condition de symétrie est imposée.



**Figure III.6 :** Les conditions aux limites de l'écoulement.

**Tableau III.1 :** conditions aux limites.

	<b>entrée</b>	<b>sortie</b>
<b>Pression (bar)</b>	<b>Pt=34.7 bar Ps=34,696 bar</b>	<b>Pa=0.05 bar</b>
<b>Température (k)</b>	<b>T1=1500 K</b>	<b>T2=300K</b>

#### **d. Domaine de calcul :**

L'objectif principal de la présente étude est de réaliser des simulations numériques sur la tuyère du moteur Vulcain2 et la tuyère convergente divergente **LEA-TIC**. Le domaine de la présente étude numérique est constitué comme le montre la **figure III.7** d'un domaine de *la tuyère*. Les dimensions sont choisies en fonction du rayon du col de la tuyère.

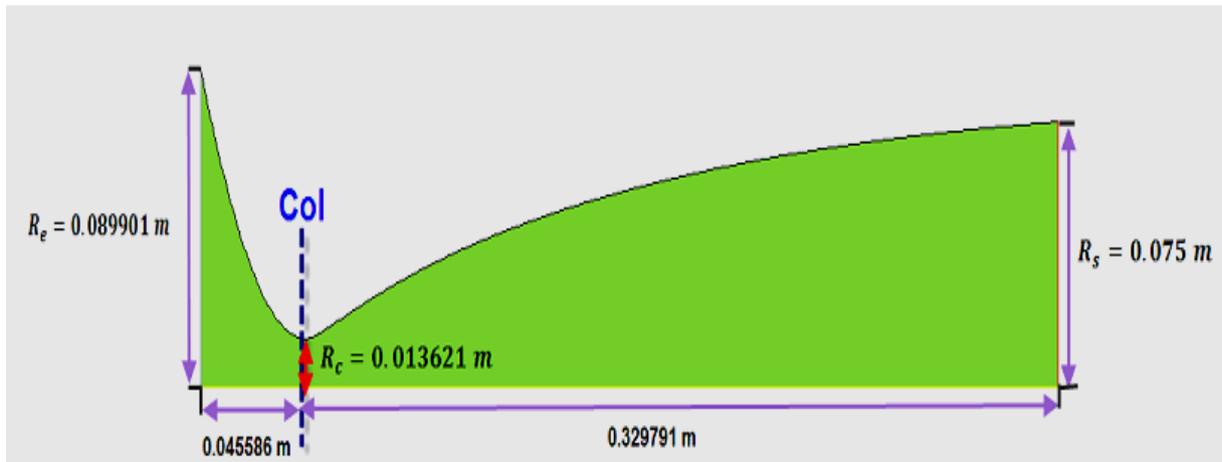
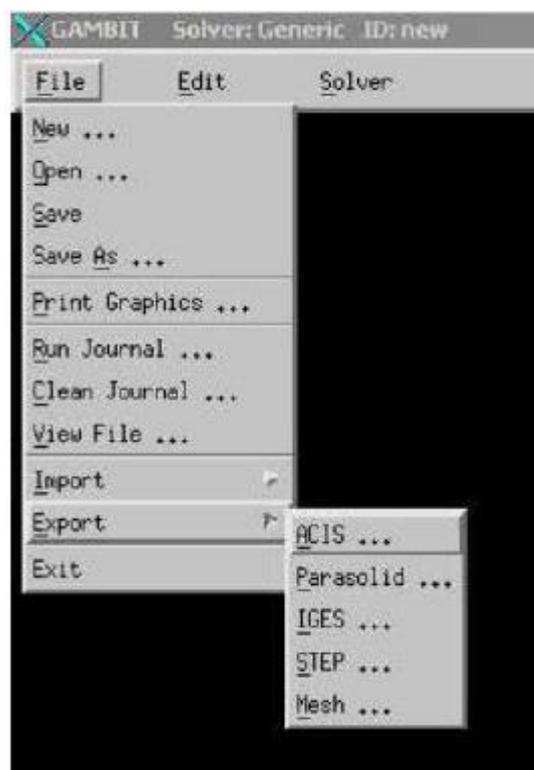


Figure III.7 : Les dimensions en fonction du rayon du col de la tuyère.

e. Exportation du maillage de gambit :



Figure

maillage.

III.8:Exportation du

## **Conclusion :**

Dans cette partie, on a fait une simulation sur une tuyère deux dimension 2D, alors on s'est contenté de simuler une partie de la tuyère et ce dans le but de minimiser le nombre des mailles et par conséquent minimiser le temps de calcul et les erreurs machines.

Les résultats obtenus seront présentés dans le dernier chapitre.

# CHAPITRE IV

## Résultats et interprétations

### IV.1 Introduction

L'actuel chapitre est consacré à l'application de la méthode de conception et de dimensionnement décrite précédemment (chapitre III).

Après avoir obtenu les bons réglages sous Fluent, on procédera maintenant à la présentation et l'analyse des résultats des simulations.

### IV.2 La programmation(FLUENT)

Dans ce paragraphe, on va présenter les divers résultats obtenus de dimensionnement et sur la conception de la tuyère étudiée dans le chapitre précédent. Un programme informatique écrit en langage FLUENT avec déclaration en double précision de toutes les variables et paramètres flottants a été développé à cette fin.

Nos résultats sont exposés sous forme de contours et profils de notre tuyère.

### IV.3 Résultats et discussion

Les résultats obtenus sont présentés pour un écoulement dans une tuyère subsonique-supersonique. Les différents tests présentés dans cette étude concernent l'influence de conditions thermiques génératrices telles que les conditions d'échange par convection à la paroi de la tuyère sur les grandeurs caractéristiques de l'écoulement.

#### IV.3.1 Convergence de la solution :

La figure IV.1 représente l'histoire de convergence de cas traité. Cette figure montre que tous les résidus sont baissés d'au moins trois ordres de grandeurs  $10^{-3}$  et indiquent donc que toutes les solutions sont convergées.

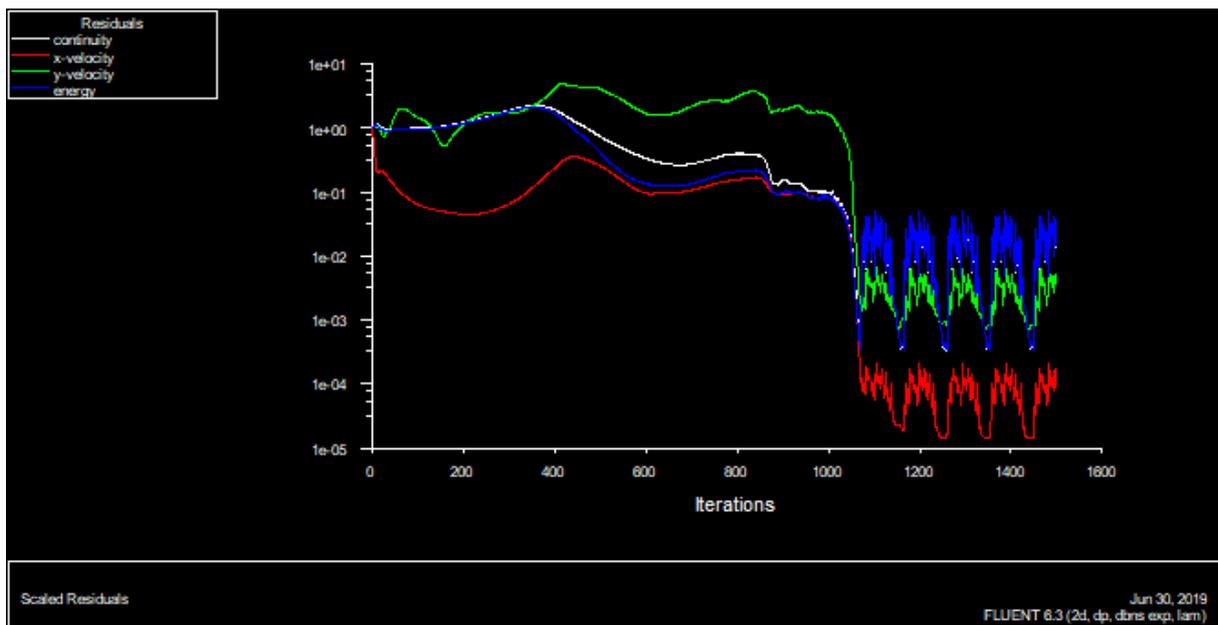


Figure IV.1 Histoire de convergence montrant les résidus.

#### IV.3.2 Profils et contours de vitesse

Les figures (IV.2 – IV.3) montrent la distribution de la vitesse :

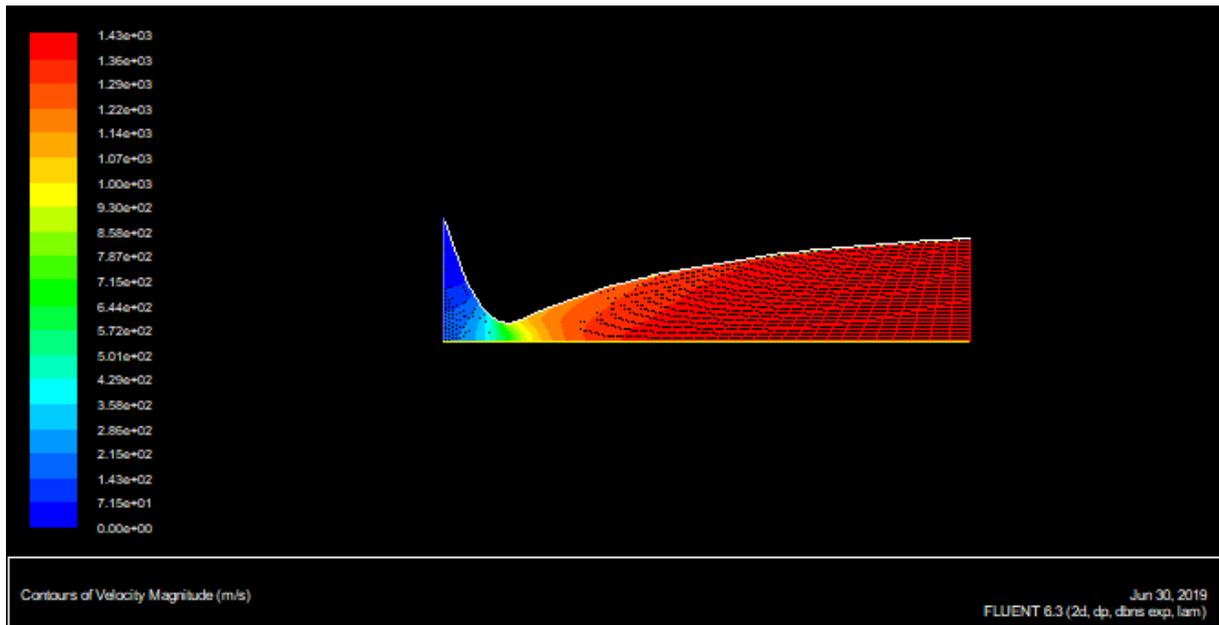


Figure IV.2 Contours de la vitesse.

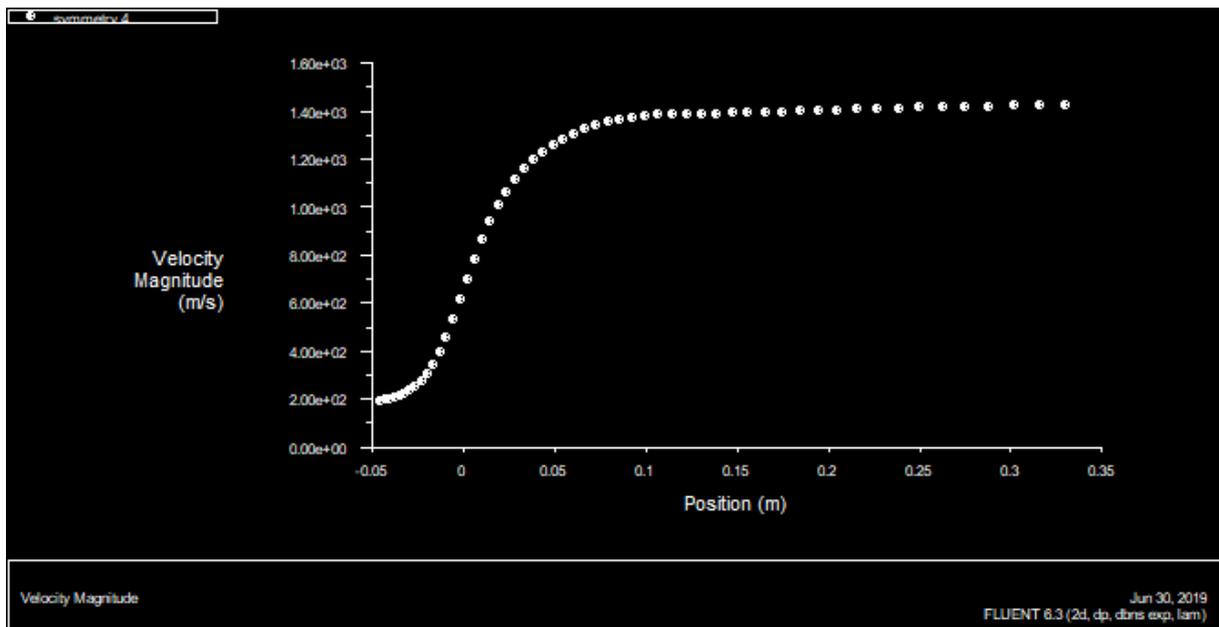


Figure IV.3 Le profil de la vitesse.

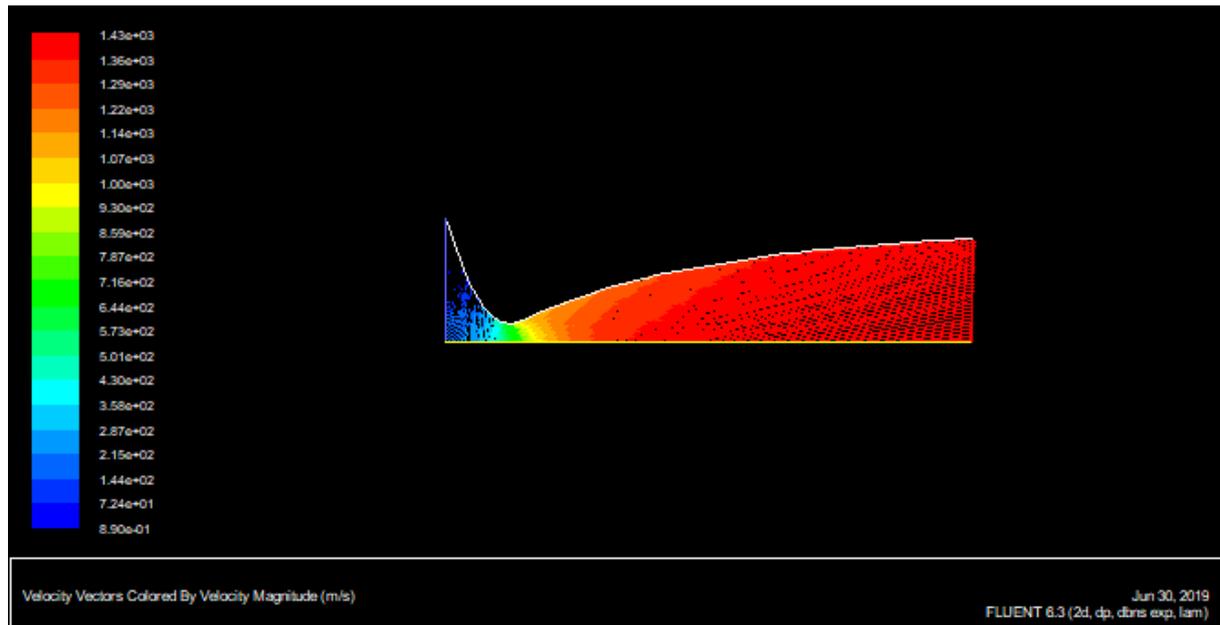
La **figure IV.2** représente les contours du champ des vitesses pour l'écoulement supersonique adapté. L'écoulement du fluide suit le profil de la tuyère. A la paroi la vitesse est nulle pour l'écoulement Eulérien.

La vitesse maximale du jet de gaz obtenu par le code est égale à 1430,542 m/s

- **Vecteurs de vitesses :**

La **figure IV.4** suivante représente le champ des vecteurs vitesses, dans les différentes régions, avec un détail dans la région du col ; il est clair que l'écoulement est laminaire, les particules à proximité de surface sont ralenties en vertu des forces de viscosité. Les particules fluides adjacentes à la surface y adhèrent, et ont une vitesse nulle par rapport à la paroi.

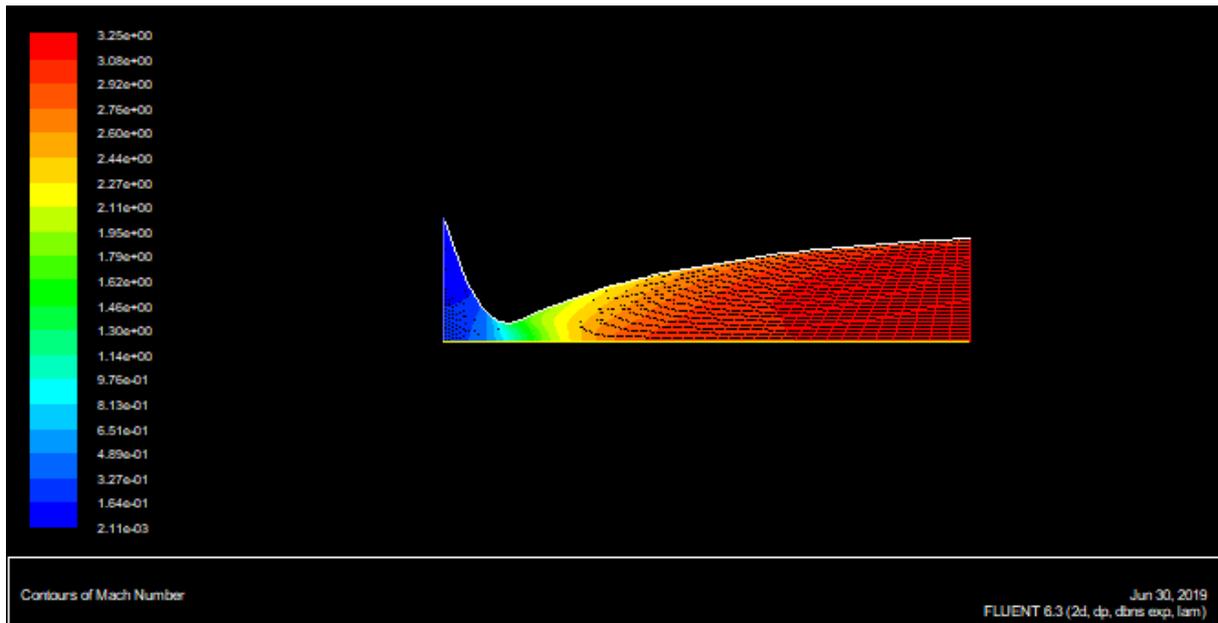
On remarque généralement que les lignes de courant prennent la forme du corps centrale et devient uniforme dans la sortie.



**Figure IV.4** Le champ des vecteurs vitesses.

### IV.3.3 Nombre de Mach

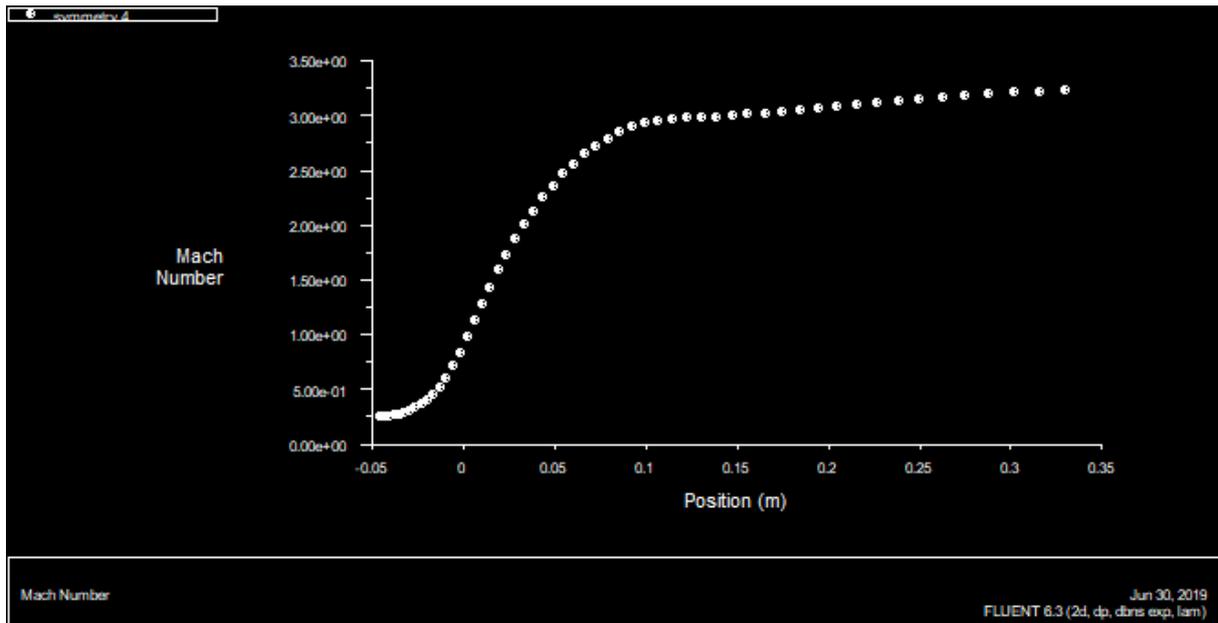
Les **figure (IV.5 – IV.6)** représentent l'évolution du nombre de Mach le long de la tuyère supersonique.



**Figure IV.5** Contours du nombre de Mach.

Cette augmentation se fait graduellement et progressivement, ce qui veut dire l'existence des ondes de détente de type Prandtl-Meyer surtout au niveau du col, et on peut remarquer clairement dans la figure des contours du nombre de Mach.

On remarque que le nombre de mach évolue rapidement au niveau du col et de la zone d'expansion initiale jusqu'à atteindre la valeur d'environ 1.6 puis lentement dans la partie divergente, cette évolution suit la loi d'hugoniot qui affirme que la vitesse est proportionnelle à la section pour un écoulement supersonique, jusqu'à atteindre le nombre de mach de conception à la sortie  $M=3.24$  et ceci sans aucune perte de vitesse sur la paroi puisque y'a pas de frottement. On voit que nos résultats sont très proches des résultats numériques obtenus en appliquant la méthode des caractéristiques. Donc la méthode adoptée peut être adoptée sur notre géométrie avec quelques modifications.



**Figure IV.6** Le profil du nombre de Mach.

Les valeurs numériques des différents champs permettent de prédire la topologie de ce régime d'écoulement et d'avoir un **ordre de grandeur** des différentes propriétés moyennes de l'écoulement. Les *lignes de courant* montrent la continuité et la simplicité de de l'écoulement le long de la tuyère. A la sortie de la tuyère, l'écoulement est presque quasi-uniforme (voir **figure IV.3**). La **figure (IV.4)** montre *la distribution du champ de vitesse* dans la tuyère. L'écoulement est accéléré le long de la tuyère. Il passe par une vitesse faible à l'entrée du convergent à une vitesse sonique au col puis à une vitesse supersonique à la sortie du divergent où il atteint une vitesse maximale égale à 1430.542 m/s. La **figure IV.5** montre *la distribution du nombre de Mach* dans la tuyère. Dans le convergent l'écoulement est subsonique ( $Mach < 1$ ), il devient transsonique ( $0.8 < Mach < 1.2$ ) dans le col et supersonique dans le divergent. Le nombre de Mach atteint une valeur maximale de 3.24 à la sortie de la tuyère.

### IV.3.4 Profils et contours de la densité :

A l'entrée de la tuyère, la masse volumique est maximale sa valeur est  $8,3 \text{ kg/m}^3$ . Elle diminue progressivement jusqu'à une valeur minimale de  $0.45 \text{ kg/m}^3$  à la sortie. De même la température diminue le long de la tuyère (détente des gaz) (**figures IV.7 – IV.8**).

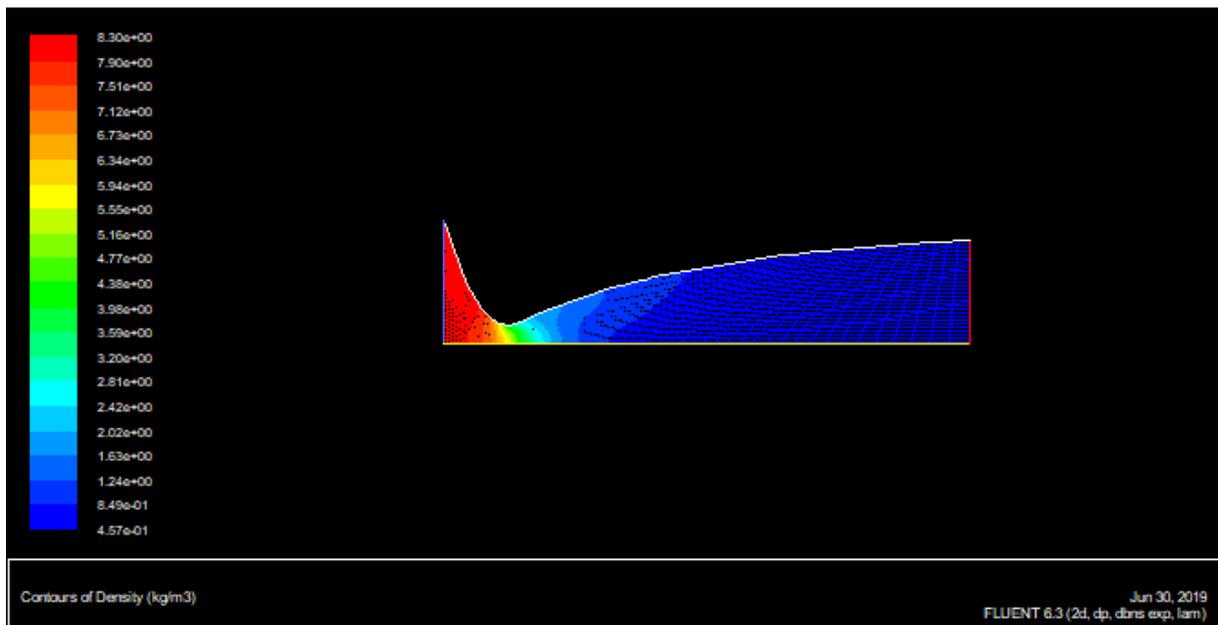


Figure IV.7 Contours de la densité.

- **Variation de la masse volumique sur la paroi :**

On sait bien que cette masse volumique doit diminuer en s'éloignant de la sortie de la chambre de combustion, ce qui est normal puisque la pression diminue, et comme on a vu précédemment nos résultats sont identiques à ceux de la méthode des caractéristiques appliquée obtenus numériquement (figure IV.8).

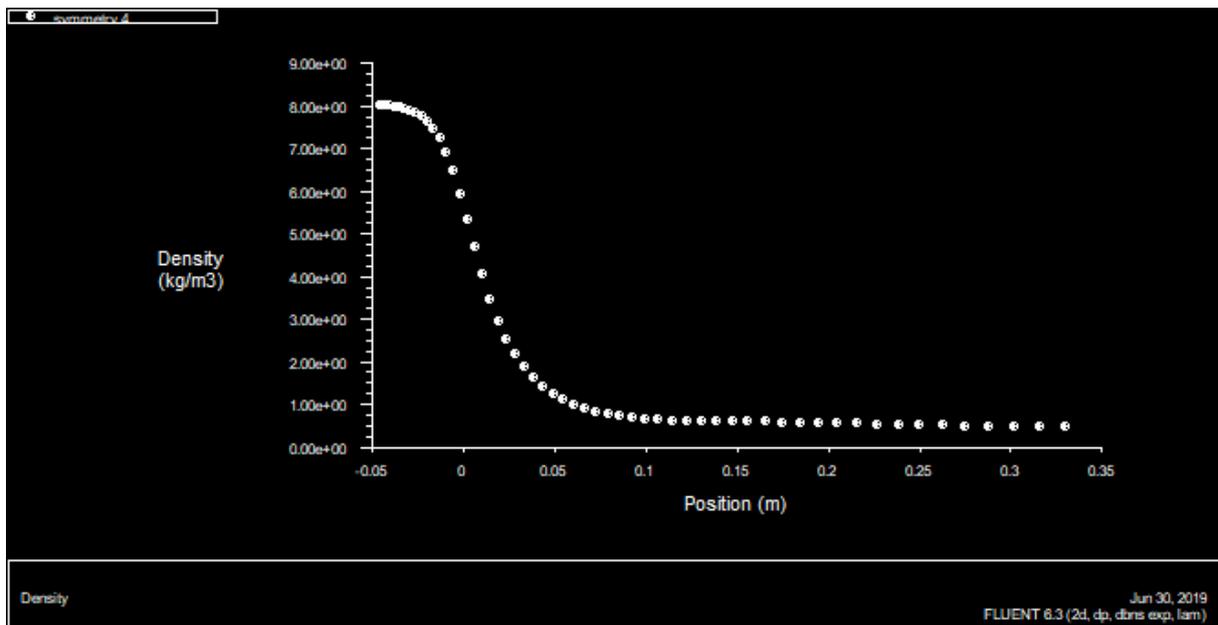
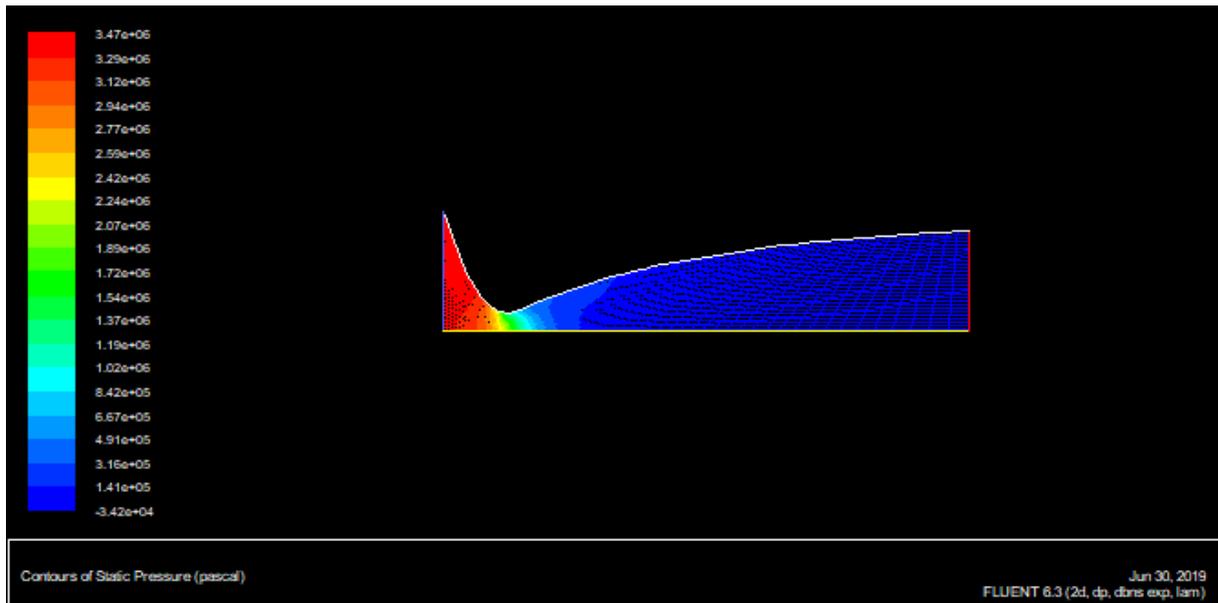


Figure IV.8 Variation de la densité le long de la paroi.

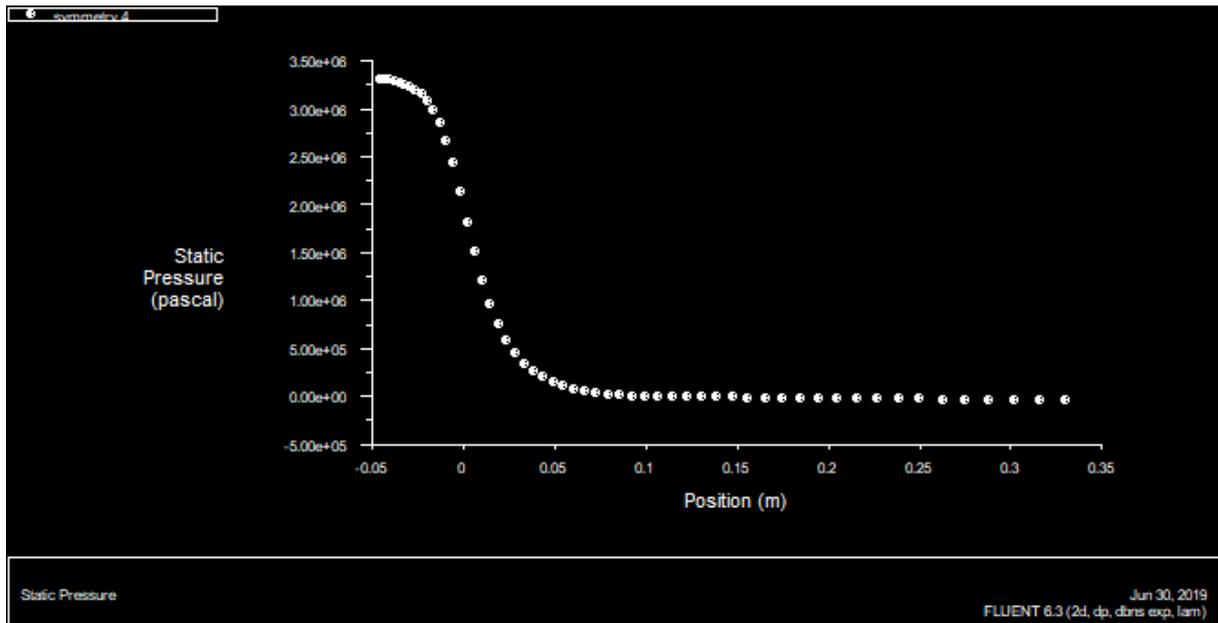
### IV.3.5 Profils et contours de la pression :

Dans la tuyère convergente-divergente, les gaz subissent *une grande transformation de détente* pour convertir l'énergie thermique et l'énergie de pression des gaz en énergie cinétique. La **figure IV.9** montre la chute de la pression statique dans la tuyère LEA-TIC. Les gaz se détendent de la pression 34.7 bars dans la chambre à la pression 0.05 bars à la sortie de la tuyère. La **figure IV.10** représente l'évolution de la pression statique sur la paroi de la tuyère. *On remarque un bon accord entre les résultats de calcul et la logique scientifique.*



**Figure IV.9** Contours de la pression statique.

On remarque que la pression statique diminue rapidement dans la région du col et la zone d'expansion initiale, puis lentement dans le reste de la tuyère jusqu'à atteindre la pression imposé à la sortie. Ce qui est logique puisque dans un écoulement supersonique la pression est inversement proportionnelle à la section(en se référant à la formule d'Hugoniot) et le graphe de pression ne représente aucune perturbation ou fluctuation, ce qui correspond à un écoulement complètement isentropique le long du divergent. Les deux résultats sont compatibles.



**Figure IV.10** Variation de la pression statique dans la tuyère convergente-divergente.

La **figure IV.9** représente le contour de pression statique dans la tuyère convergente-divergente, On remarque généralement une dépression sur le long de la tuyère, ce qui veut dire l'existence d'une onde de détente de type Prandtl-Meyer.

La **figure IV.6** montre la distribution du nombre de Mach dans la tuyère. On remarque que l'écoulement est indépendant des conditions ambiantes à la sortie ( $P_a = 1\text{bar}$ ). L'information d'une pression extérieure très grande par rapport à la pression locale ( $P_x = 0.05\text{ bar}$  en  $x = 0.33\text{m}$ ) n'est pas encore ressenti par l'écoulement. Dans cette partie l'écoulement moyen global est gouverné par le *Théorème d'Hugoniot*. Les caractéristiques de l'écoulement dépendent premièrement du régime de l'écoulement (nombre de Mach) puis des changements de sections de la tuyère (le profil de la tuyère). A l'entrée du convergent la vitesse moyenne est faible ( $v = 0,2\text{ m/s}$ ,  $\text{Mach} = 0.0022$ ) donc le régime est subsonique ( $\text{Mach} < 1$ ). Pour ce régime subsonique, *la diminution de la section* produit une augmentation de vitesse et une diminution de la pression. Ainsi l'écoulement est accéléré et détendu dans le convergent de la tuyère. Au col l'écoulement devient transsonique ( $0.8 < \text{Mach} < 1.2$ ). Donc, le col est amorcé et l'écoulement à l'entrée du divergent est supersonique. Pour ce régime supersonique, cette fois c'est *l'augmentation de la section* qui produit l'augmentation de vitesse et la diminution de la pression. Par conséquent, l'écoulement continue son accélération et sa détente dans cette tuyère. Les caractéristiques moyennes de l'écoulement près de l'axe en  $x = 0.33$  sont :  $\text{Mach} = 3.24$ ,  $v = 1430.542\text{ m/s}$  et  $P = 0.05\text{ bar}$ . En conclusion, l'écoulement est indépendant des propriétés du milieu extérieur. *Le profil convergent-*

*divergent de la tuyère* permet d'accélérer les gaz d'une vitesse subsonique à une *vitesse supersonique*.

### IV.3.6 Profils et contours de la température :

Puisque l'écoulement est complètement isentropique dans la tuyère convergente-divergente, alors l'évolution de la température est proportionnelle à la pression, en se référant à la loi des gaz parfait.

C'est ce qu'on observe sur la figure(IV.12) puisque la température sur la paroi diminue d'une manière continue en avançant du col vers la sortie. Cette diminution se fait graduellement et progressivement, ce qui montre les étapes de refroidissement des écoulements.

Les deux résultats sont les mêmes à quelque différences près :

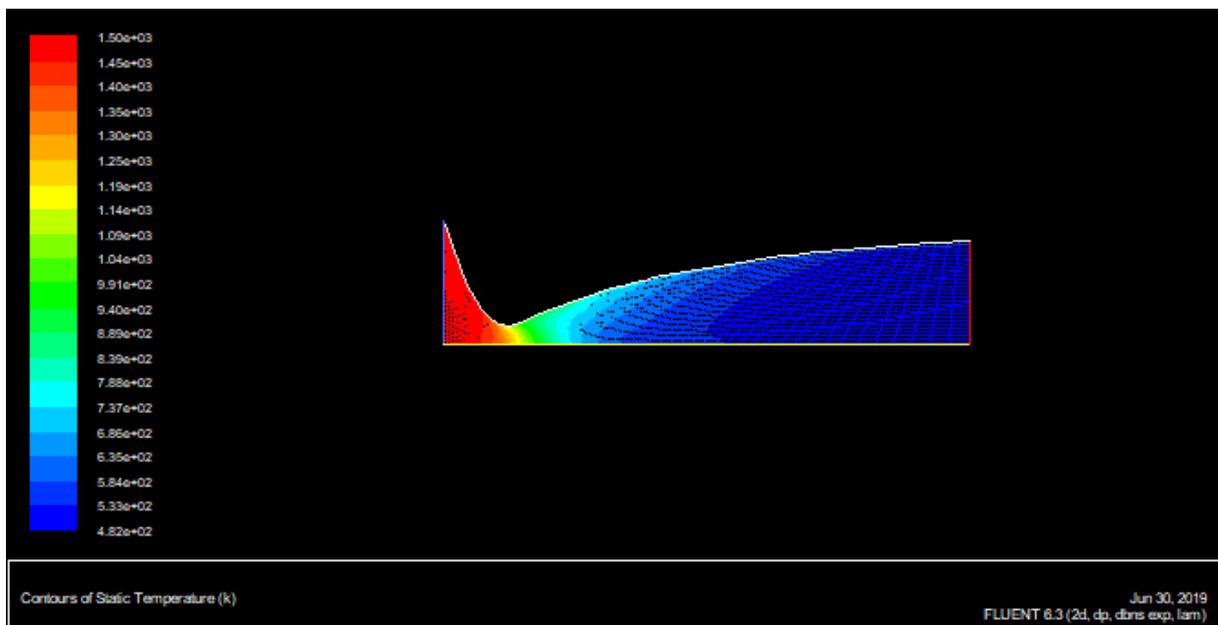


Figure IV.11 Contours de la température statique.

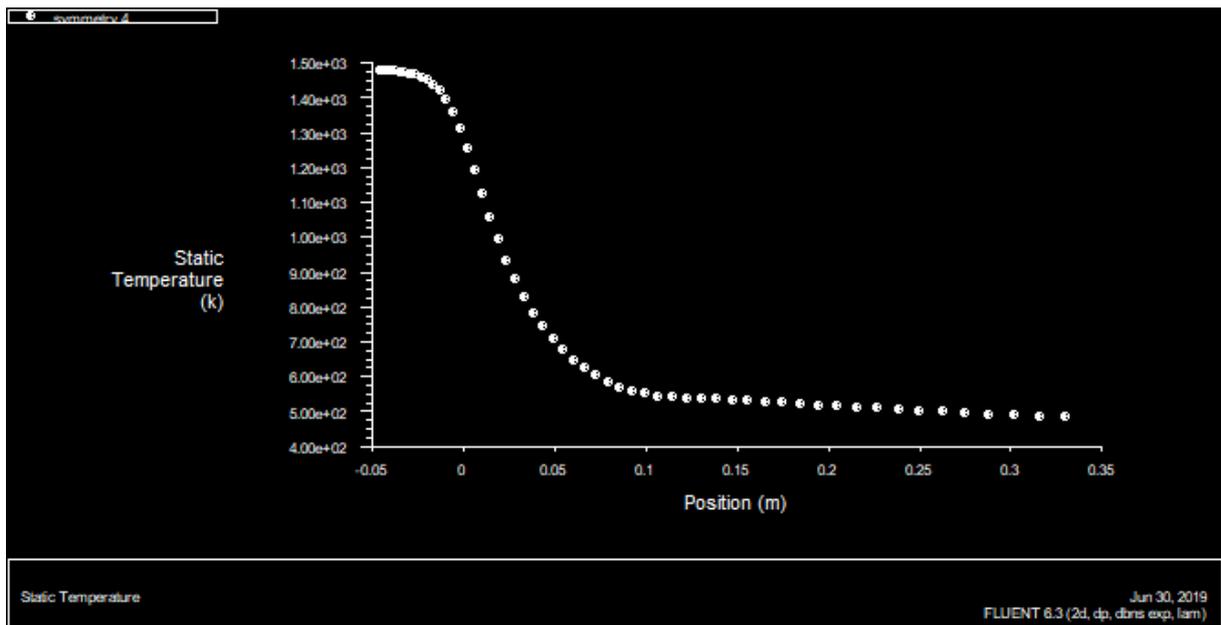


Figure IV.12 : Variation de la température statique le long de la paroi.

### IV.3.7 Profils et contours de la vitesse du son :

La figure IV.13 montre la distribution de la vitesse du son ou elle diminue considérablement par conséquent le nombre de Mach augmente.

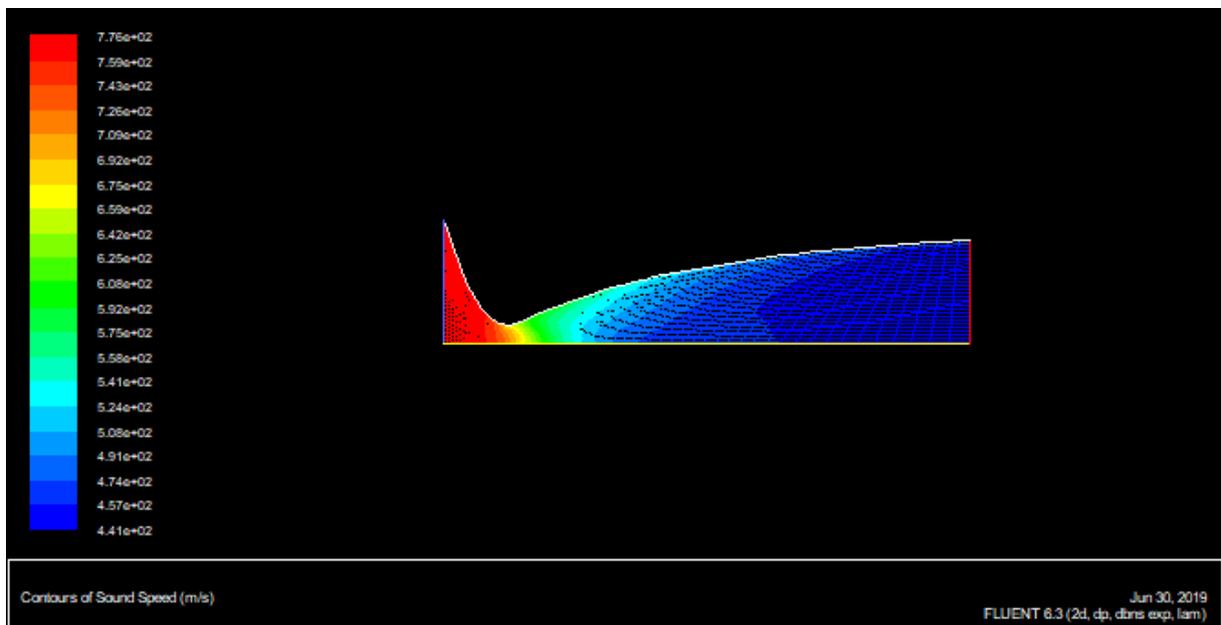


Figure IV.13 Contours de la vitesse du son.

### IV.3.8 Influence de la température sur la vitesse :

Il est clair que lorsqu'on a simulé le phénomène avec une température génératrice plus élevée (2100K), on a très vite constaté une augmentation significative de la vitesse et éventuellement de la poussée spécifique. (Voir les figures IV.14 ; IV.15 ; IV.16 ; IV.17 ; IV.18 ; IV.19)

La vitesse s'étend alors et atteint la valeur de 1690 m/s et le nombre de mach s'étant élevé à 3,25.

De ce fait, on peut en conclure qu'une élévation de température peut vraisemblablement influencer sur les paramètres de l'écoulement et amener à de très bonnes performances.

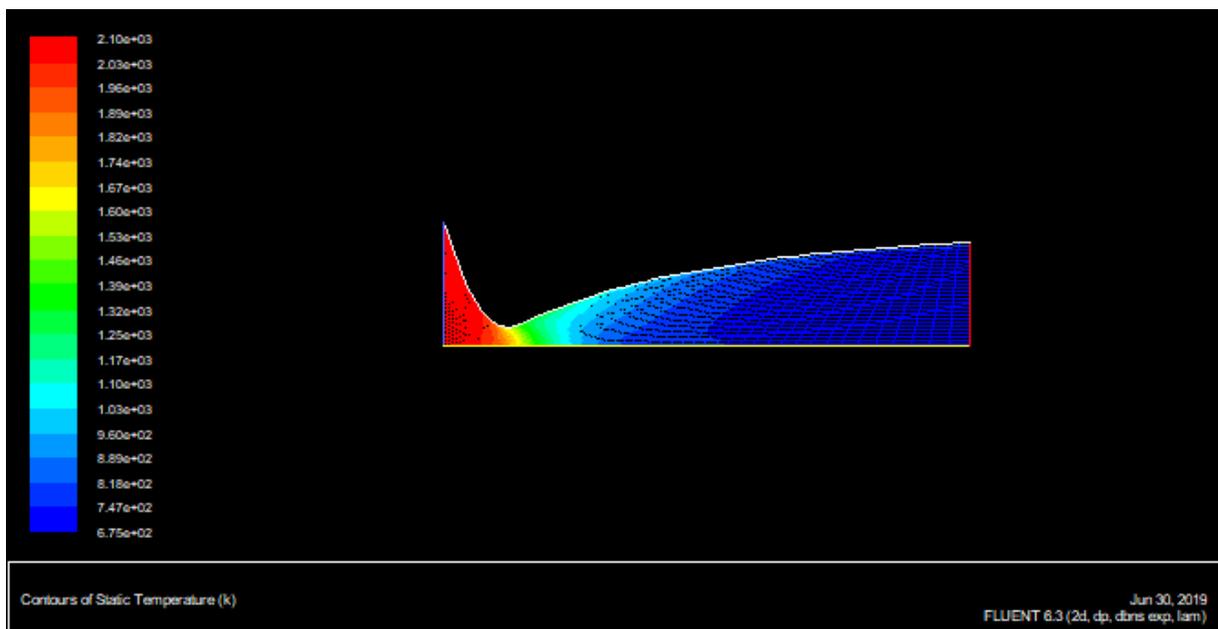


Figure IV.14 Contours de la température statique.

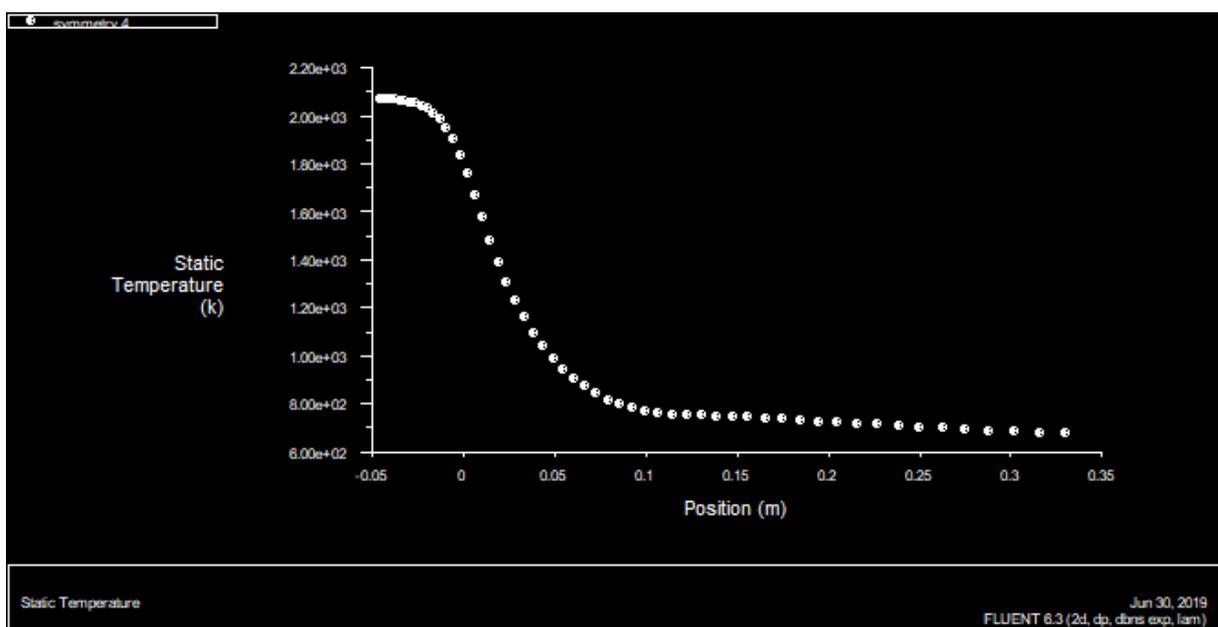


Figure IV.15 : Variation de la température statique le long de la paroi.

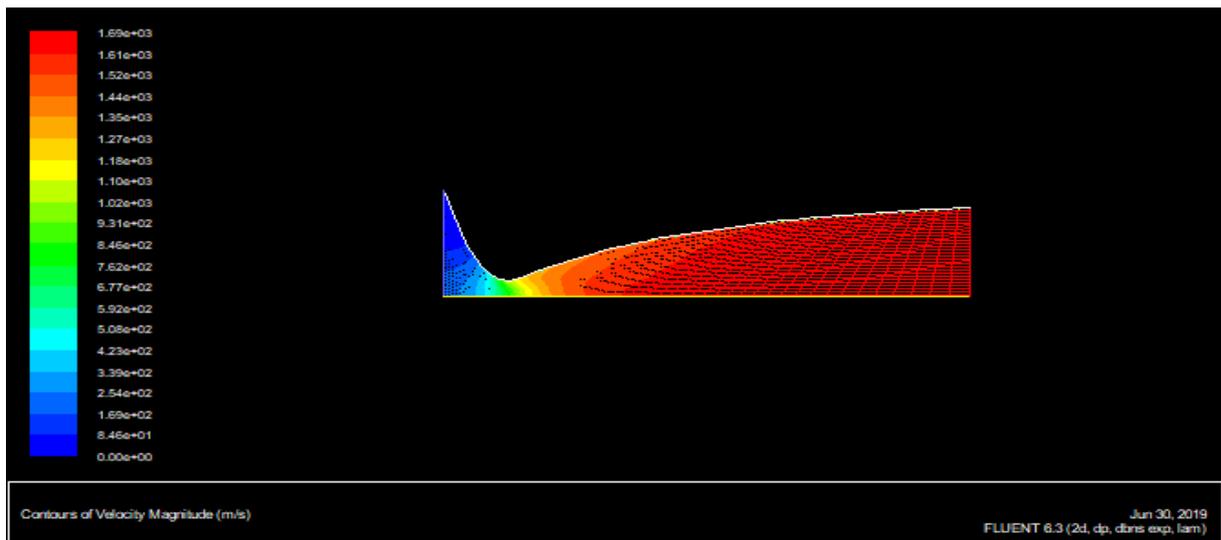


Figure IV.16 : Contours de la vitesse.

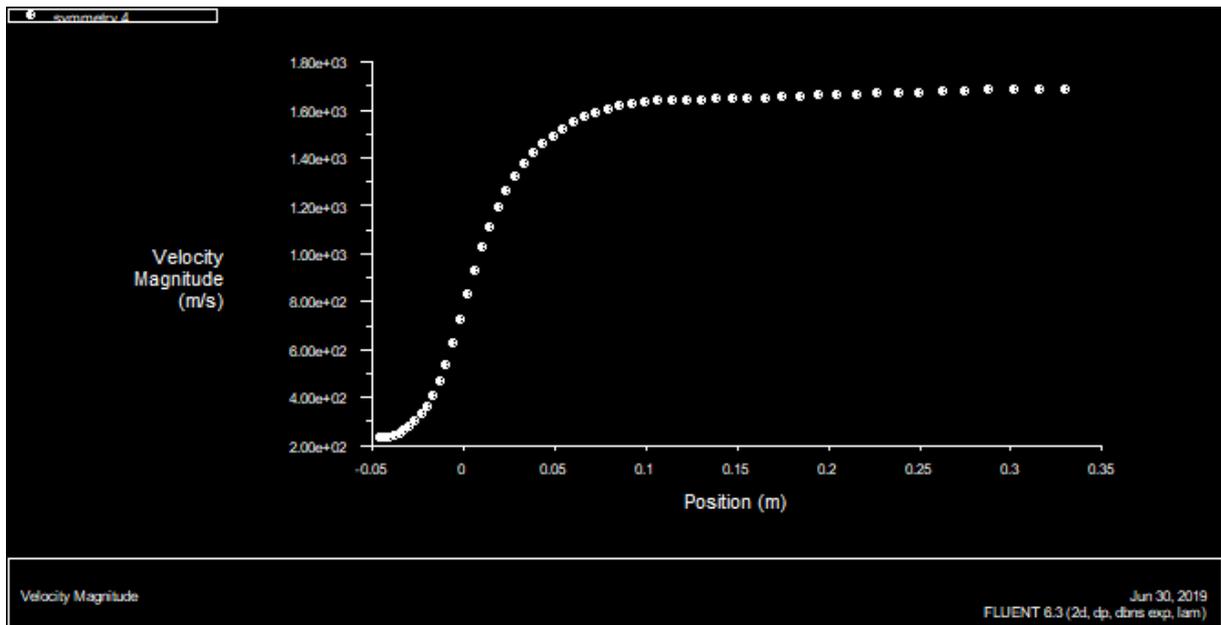
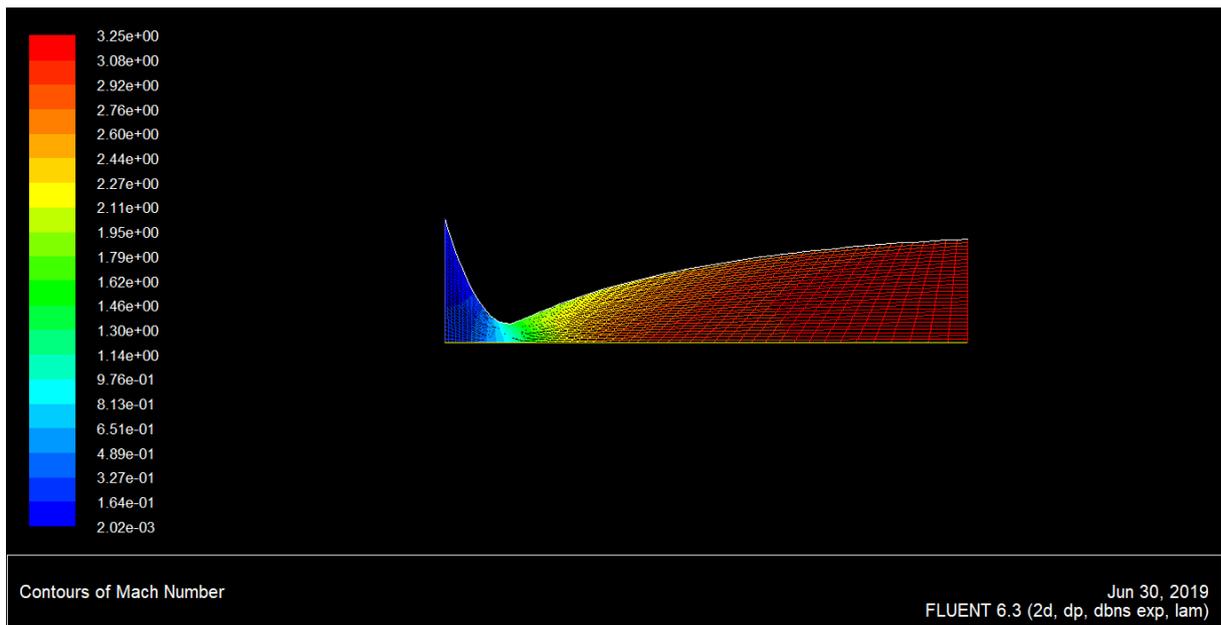
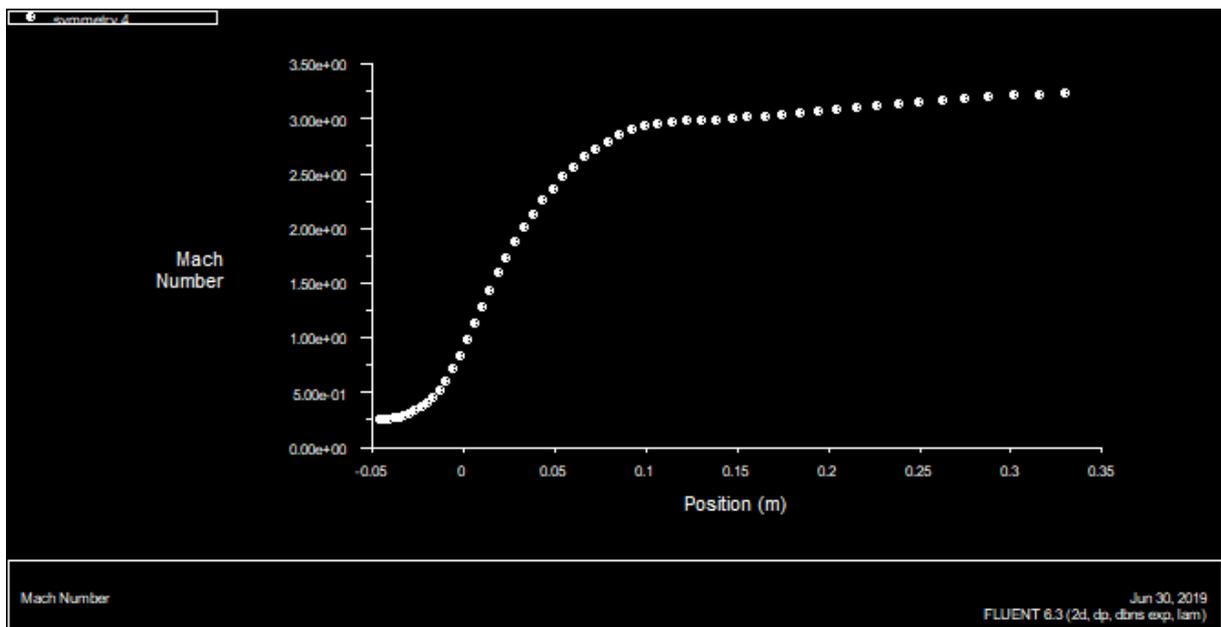


Figure IV.17 : Le profil de la vitesse.



**Figure IV.18** : Contours du nombre de Mach.



**Figure IV.19** : Le profil du nombre de Mach.

## Conclusion

Dans ce chapitre qui représente une tentative à la simulation en 2 D par le code Fluent, dans le but de mieux comprendre les phénomènes plus induits, le maillage obtenu (nœuds), nous avons constaté que :

- Pour les contours de la température, et la pression les résultats sont plutôt acceptables,
- Pour le nombre de Mach, les courbes montrent une augmentation dans la partie divergente due à l'augmentation de la vitesse de l'écoulement dans cette zone.

# **Conclusion générale**

## CONCLUSION

La conception des tuyères supersoniques reste un domaine assez vaste avec des sujets de recherches riches en progression, tels que l'amélioration de la manœuvrabilité et la furtivité des avions de combat via l'obtention d'une poussée maximale par l'intermédiaire de la conception de la tuyère. A partir de cette étude de calcul de l'écoulement supersonique dans la tuyère convergente-divergente avec l'hypothèse d'un gaz parfait et dans le cadre d'un gaz thermiquement et caloriquement parfait. On a pu avoir nos résultats d'après :

-Le programme de calcul numérique, qui permet de déterminer par une méthode développée en collaboration, les formes de profils des tuyères supersoniques donnant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle, et le calcul des paramètres thermodynamiques à travers la tuyère.

-La simulation numérique qu'on a réalisée par le code fluent pour le cas bidimensionnelle dans le cadre d'un gaz parfait.

A la fin on peut citer les points suivants :

- Le choix du nombre de Mach de sortie influe sur la conception de celle-ci de sorte qu'un nombre de Mach de sortie plus élevé demande une taille de tuyère plus ample.
- La plus petite longueur de tuyères est obtenue dans le cas d'une tuyère à corps central.
- Tous les paramètres et autres peuvent être déterminés en fonction du nombre de Mach à la sortie  $M_s$  et le rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma$  du gaz utilisé pour le modèle GP.
- La variation des paramètres thermodynamiques contribue au choix du matériau de construction de la tuyère.

Après une recherche bibliographique assez poussée dans le domaine de la conception des tuyères supersoniques tout au long de notre étude, nous remarquons que différents documents et travaux publiés du domaine traitent le modèle du gaz parfait à chaleurs spécifiques  $C_p$  et  $C_v$  constantes [6], [7], [25] pour différentes configurations de tuyères, tel que nous l'avons effectué dans ce mémoire pour la tuyère à corps central de type à bouchon.

Cependant, l'hypothèse du gaz parfait devient irrecevable en ce qui concerne le comportement réel du gaz lorsque la température génératrice est élevée, dépassant les 1000 K. De ce fait, le modèle mathématique de calcul nécessite une reconsidération tout en tenant compte de la variation de température, d'où la nouvelle dénomination « modèle du gaz parfait à haute température ». Il faut noter qu'au niveau de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement, il n'y a pas de changement quelconque sauf pour la conservation de l'énergie.

L'application des tuyères dimensionnées sur la base des hypothèses d'un gaz parfait au cours des expériences aéronautiques, quand la chambre de combustion génère des températures élevées, donne des résultats concernant les performances convoités par la tuyère, avec des valeurs différentes de celles définies par le calcul. Nous proposons alors en tant que sujet de mémoire future de faire la conception du même type de tuyères, en développant un modèle mathématique qui va tenir compte de la température et la pression, et ainsi en apportant des modifications à l'étude que nous avons établie.

Enfin, nous dirons que ce travail nous a permis de bien comprendre le comportement des écoulements compressibles dans les tuyères supersoniques, ainsi de manipuler un code très puissant qui offre des recherches à moindre coût.

A l'issue de ce travail de nombreuses perspectives apparaissent, nous espérons de faire une étude plus détaillés du cas tridimensionnel, avec une étude d'un cas turbulent. Il nous semble intéressant d'introduire d'autres paramètres influents sur la structure de l'écoulement tel que les parois perforées et le changement brusque de la section.

## REFERENCES

[1]: Anderson J. D. Jr., "Fundamentals of Aerodynamics," McGraw-Hill Book company, New York, 1988

[2]: Anderson Jr., "Modern Compressible Flow: With Historical Perspective," McGraw Hill Book company, New York, 1982.

[3]: Peterson C. R. and Hill P. G. "Mechanics and Thermodynamics of Propulsion," Addition-Wesley Publishing Company Inc. New York. 1965.

[4]: Hagemann G., Immich H., Van Nguyen T. and Dumnov G. E., "Advanced Rocket Nozzles," Journal of Propulsion and Power, Vol. 14, N° 5, PP. 620-634, 1998.

[5] A. Bourgoing, *Instationnarité et dissymétrie d'un écoulement supersonique décollé dans une tuyère plane*. Thèse de Doctorat de l'Université de Paris VI, ONERA 2002.

[6] RAO, G. V. R., "Exhaust nozzle contour for optimum thrust", Jet Propulsion, Vol. 28, No. 6, June 1958.

[7] RAO, G.V.R., "Approximation of optimum thrust nozzle contours", ARS Journal J30 (6), June 1960.

[8]: Shapiro A. H., "Compressible Fluid Flow," Vol. 1, New York, the Ronald Press, 1953

- [9]: Ralston A. and Rabinowitz P., "A First Course in Numerical Analysis," McGraw- Hill Book Company, 1985.
- [10] :REIJASSE.P, "Aérodynamique des tuyères supersoniques", ENSAM.2007  
web.paris.ensam.fr/IMG/pdf/Cours\_ENSAM\_Reijasse.pdf
- [11]: Rao G. V. R., "Contoured Rocket Nozzles," Proc. 9Th Int. Astro-Fed. Congress, Amsterdam, 1958.
- [12]: Zebbiche T. and Youbi Z., "Supersonic Two-Dimensional Minimum Length Nozzle Design at High Temperature. Application for Air," AIAA-2006-4599, 42st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Sacramento, California, July 09-12, 2006.
- [13]: Rao G. V. R., "Recent development in Rocket Nozzle Configuration", ARS Journal, Vol. 31, N° 04, PP. 1488-1494, 1961.
- [14] : S. M.HABIBALLAH "Liquide rocket trust Chambers», office national d'étude et de la recherché aerospaciales, chatillon, France, 2004
- [15] :REIJASSE, P., James. Ph. and VUILLERMOZ. P., "Dimensionnement des tuyères moteurs-fusées objectives et contraintes", Symposium International AAAFVéhicules et systèmes de rentrée atmosphérique Arcachon, France, 26-29 mars 2001.
- [16]: HAMITOUCHE.T., DJEBBAR.O.," Développement d'une méthode de conception de profils de tuyères double galbes (dual bell-nozzle) ,,", mémoire pour l'obtention de diplôme de Master , Département D'Aéronautique, Université SAAD DAHLEB de Blida, juin 2014
- [17]: Malina F. J., "Characteristics of the rocket motor based on the theory of perfect gases," J. Franklin Inst., Vol. 230, PP. 433-450, 1940.
- [18]: PETERSON C.R. and Hill. P. G.,,"Mechanics and Thermodynamics of Propulsion"", 2nd edition. Addition-Wesley Publishing Company Inc., New York, 1992
- [19 ] :STEPHANE MAILHOT,"conception mise en opération de l'installation supersonique à haute température de RDDC VALCARTIER",Univ Laval Québec ,2010
- [20]MALINA F. J., "Characteristics of the rocket motor based on the theory of perfect gases," J. Franklin Lnst., Vol. 230, PP. 433-450, 1940.
- [21] P. Padmanathan, Dr. S. Vaidyanathan. Computational Analysis of Shockwave in Convergent Divergent Nozzle, IJERA Vol. 2, paper.1597-1605, Mar-Apr 2012.
- [22] EL-KACHBOUR.K ET KOUDRI-B,"Simulation Numérique sur les tuyères supersoniques tronquées 2009".
- [23] ANDERSON. Jr, JOHN. D,"Modern Compressible Flow with Historical Perspective", McGraw-Hill Book Company, New York, 1982.

[24] Alziary de Roquefort, T. *Unsteadiness and side loads in over-expanded supersonic nozzles*. Proceedings of the European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, 15-18 Oct., Capua, Italy, ESA SP-487, pp. 93-107, **2001**.

[25] Girard, S., *Etude des charges latérales dans une tuyère supersonique surdétendue*. Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers, 15 décembre **1999**.