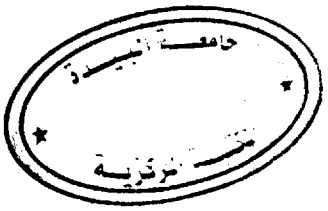
République Algérienne Démocratique et populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DE BLIDA

INSTITUT DE MECANIQUE

Thèse de Magister



Spécialité : **Mécanique**
Option : **Construction**

Thème

ETUDE NUMERIQUE DES PROFILS DE CAMES PLATES POUR LEUR TAILLAGE SUR MACHINE CNC

Présentée par :

M^{r} : **Mustapha GHERROUS**

Soutenue devant le jury composé de :

M^{r} : **M.Ouali** (Maître de conférence, **USTB**) ..... Président
M^{r} : **N.E. Bacha** (Maître de conférence, **USTB**) ..... Rapporteur
M^{r} : **M.Rahmani** (Maître de conférence, **USTB**) ..... Examinateur
M^{r} : **A.Hamlati** (Chargé de cours, **USTB**) ..... Examinateur
M^{r} : **M.Gaceb** (Chargé de cours, **USTB**) ..... Examinateur

Blida , Algérie
1996

RESUME

Cette étude a pour objectif le développement des profils de cames disques par la méthode analytique en utitlisant les lois de mouvement adoptées pour l'éLement mené par la came.

La méthode analytique pour le développement des profils est utilisée au lieu de la méthode graphique pour un gain de temps maximal et une précision adéquate.

Ce travail de recherche a permis la mise en oeuvre d'un code de calcul qui détermine les coordonnées du profil des cames disques, les coordonnées de l'outil de coupe pour l'usinage de ces cames et les caractéristiques géométriques des cames (angle de pression et rayon de courbure).

Une réalisation d'une came sur machine CNC démontre l'éfficacité de ce code de calcul.

DEDICACES

Ce modeste travail de recherche est dédié avec toute mon affection et ma reconaissance à mes chers parents qui se sont tant sacrifiés pour moi.

-A mon frère Khaled et mes soeurs qui m'ont donné toute leur affection.

-Au reste de ma famille et à tous mes amis, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour leurs aide et leurs soutien.

REMERCIEMENTS

J'adresse mes chaleureux remerciements, au Dr: M.E. BACHA, pour avoir accepté de m'encadrer malgré ses lourdes tâches, de m'avoir conseillé et orienté durant ce travail.

Mes remerciements vont à Mr: M. OUALI pour l'intérêt qu'il a porté à cette thèse en me faisant l'honneur de présider mon jury.

Je tiens aussi à remercier tous les membres du jury:
Mr: M.RAHMANI, Mr: A.HAMLATI et Mr: M.GACEB pour m'avoir fait l'honneur de juger ce travail.

Je remercie également Mr: A.KEBIR responsable du laboratoire des machines CNC de l'institut de mecanique de Blida pour sa collaboration en acceptant de m'assister dans ce travail et pour m'avoir aidé à réaliser une came sur fraiseuse à commande numérique.

Je tiens aussi à exprimer mes vifs remerciements à mon oncle Ali pour les multiples services qu'il m'a rendu durant ce travail de recherche.

Ma profonde reconnaissance à tous mes professeurs qui m'ont inculqué leur savoir et leurs sciences.

Enfin, un grand merci à tous ceux qui m'ont soutenu tout au long de la réalisation de ce travail par leurs conseils, par leurs encouragements et par leur aide précieuse.

NOMENCLATURE ADOPTEE

Désignation	Symbole	Unitée
Angle de rotation de la came	ϑ	deg
Déplacement total de l'élément mené en translation	h	cm
Déplacement total de l'élément mené en rotation	ϕ	rad
Rotation de la came correspondant à h ou ϕ	β	deg
Déplacement de l'élément mené en fonction de ϑ	S	cm
Vitesse de l'élément mené en fonction de ϑ	V	cm/rad
Accélération de l'élément mené en fonction de ϑ	A	$cm/(rad)^2$
Saut de l'élément mené en fonction de ϑ	St	$cm/(rad)^3$
Approximation de différence centrale à l'ordre 2 pour la vitesse analogue	$\dot{y}_i$	cm/rad
Approximation de différence centrale à l'ordre 2 pour l'accélération analogue	$\ddot{y}_i$	$cm/(rad)^2$
Facteur de vitesse analogue	y'_i	cm
Facteur d'accélération analogue	y''_i	cm
Abscisse du profil pratique de la came	x	cm
Ordonnée du profil pratique la came	y	cm
Abscisse du centre de l'outil de coupe (fraise)	x_c	cm
Ordonnée du centre de l'outil de coupe (fraise)	y_c	cm
Rayon du cercle de base de la came	r_b	cm
Rayon du cercle primitif de la came	r_o	cm
Rayon du galet	r_g	cm
Rayon de l'outil de coupe	r_c	cm
Exentricité	e	cm
Entraxe	r_a	cm
Longueur de la tige oscillante	r_r	cm
Position initiale de la tige oscillante	ϕ_o	rad
Angle de pression	α	deg
Angle de pression maximal	α_{max}	deg
Angle de pression admissible	α_{adm}	deg
Courbure d'une courbe	K	cm
Rayon de courbure	ρ	cm
Rayon de courbure minimal	ρ_{min}	cm
Vitesse angulaire	ω	cm/s
Accélération angulaire	$\dot{\omega}$	cm/s^2

TABLE DES MATIERES

Résumé..... I

Dédicaces..... II

Remerciements..... III

Nomenclature adoptée..... IV

pages

Introduction..... 1

CHAPITRE 1

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Historique..... 4

1.2 Généralités sur les cames..... 5

1.3 Comparaison entre mécanismes à cames et mécanismes à leviers..... 6

1.4 Classification des mécanismes à cames..... 7

1.4.1 Modes d'entrée-sortie du mouvement..... 7

1.4.2 Configuration de l'élément mené..... 7

1.4.3 Arrangement de l'élément mené..... 9

1.4.4 forme de la came..... 9

1.4.5 Mécanismes à cames pour indexage..... 11

1.5 Travaux réalisés sur les cames..... 13

1.6 Données initiales pour l'établissement des mécanismes à cames..... 13

CHAPITRE 2

ETUDE DE LOIS DE MOUVEMENTS

2.1 Intoduction..... 16

2.2 Phase du mouvement et diagramme du mouvement..... 16

2.3 Lois de mouvements les plus courantes..... 17

2.3.1 Courbes élémentaires..... 17

2.3.1.1 Loi du mouvement à vitesse constante..... 18

2.3.1.2 Loi du mouvement à accélération constante..... 18

2.3.1.3 Loi du mouvement à accélération constante dissymétrique..... 20

2.3.1.4 Mouvement harmonique simple (*loi sinusoïdale ou demi-sinus*). 22

2.3.1.5 Mouvement cycloïdal..... 22
2.3.1.6 Mouvement elliptique..... 24
2.3.2 Courbes polynômiales..... 25
2.3.2.1 Polynôme à vitesse constante..... 25
2.3.2.2 Polynôme de degré 2-3 (*loi polynômiale rectiligne*)... 25
2.3.2.3 Polynôme de degré 3-4-5 (*loi polynômiale arrondie*)... 26
2.3.2.4 Polynôme de degré 4-5-6-7..... 28
2.3.2.5 Généralisation sur la détermination des lois polynômiales..... 29
2.3.2.6 Traitement des pôlynomes avec grands exposants..... 29
2.3.3 Courbes modifiées..... 31
2.3.3.1 Courbe trapézoïdale modifiée (*loi trapésoïdale arrondie*)..... 31
2.3.3.2 Courbe trapézoïdale modifiée dissymétrique..... 33
2.3.3.3 Courbe sinusoïdale modifiée..... 33
2.3.3.4 Courbe cycloïdale modifiée..... 36
2.3.4 Courbes en série de Fourier..... 38
2.3.4.1 Courbe harmonique 1-3 de Gutman[39]..... 38
2.3.4.2 Courbe harmonique 1-3 de Freudenstein[40]..... 39
2.3.4.3 Courbe harmonique 1-3-5 de Freudenstein[40]..... 39
2.3.5 Combinaison des courbes de cames..... 41
2.3.5.1 Conditions fondamentales sur la combinaison des courbes..... 43
2.3.5.2 Approche de "construction par bloc" (*building-block approch*)..... 43
2.3.5.3 Couplage des courbes..... 47
a) Couplage cycloïdale-courbe avec vitesse constante. 49
b) Couplage courbe avec vitesse constante raccordée aux extrémités avec la cycloïdale..... 49
c) Couplage cycloïdale-harmonique 49
d) Couplage cycloïdale-harmonique pour le diagramme (S.M.D.S)..... 51
e) Couplage harmonique-polynôme de degré 8..... 51
2.3.6 Comparaison des différentes lois étudiées..... 51
2.4 Méthodes numériques pour la synthèse du profil..... 55
2.4.1 Méthode des différences-finies..... 55
2.4.2 Méthode de Johnson pour le lissage des courbes de cames..... 56

2.4.2.1 Modification de la méthode de Johnson (*méthode des moments de l'aire ou coefficients d'influences*).. 57
2.4.3 Algorithmes numériques pour la synthèse du déplacement de l'élément mené à partir d'une courbe d'accélération analogue donnée..... 58
2.4.3.1 Algorithme des différences-finies par induction mathématique..... 58
2.4.3.2 Raffinement de l'algorithme des différences-finies par interpolation de données..... 59
2.4.3.3 Synthèse du profil par la méthode de l'intégration-finie..... 60

CHAPITRE 3

DETERMINATION DES PARAMETRES DU PROFIL

3.1.1 Méthode graphique..... 62
3.1.2 Méthode analytique..... 62
3.1.2.1 Coordonnées du profil de la came..... 63
a) Came radiale avec tige à galet..... 63
b) Came avec tige excentrée à galet..... 64
c) Came avec tige oscillante à galet..... 65
d) Came radiale avec tige à plateau..... 66
e) Came avec tige oscillante centrale à plateau..... 67
f) Came avec tige oscillante excentrée à plateau..... 67
3.1.2.2 Coordonnées du centre de l'outil de coupe..... 68
3.2 Angle de pression..... 69
3.2.1 Définition..... 69
3.2.2 Détermination de l'angle de pression en fonction des paramètres géométriques de la came..... 69
a) Came avec tige excentrée à galet..... 69
b) Came avec tige oscillante à galet..... 70
3.2.3 Détermination de l'angle de pression maximal..... 72
a) Came radiale avec tige à galet..... 72
b) Came avec tige oscillante à galet..... 75
3.2.4 Algorithme numérique de calcul de l'angle de pression quand le profil de la came est tabulé..... 76

3.3 Rayon de courbure..... 76
3.3.1 Rayon de courbure d'une courbe..... 77
3.3.2 Phénomène d'arc-boutement..... 78
a) Arc-boutement pour came avec tige à galet..... 78
b) Arc-boutement pour came avec tige à plateau..... 79
3.3.3 Méthodes analytiques pour la détermination du rayon de courbure..... 80
3.3.3.1 Dérivation de ρ par la méthode du pôle..... 80
a) Came avec tige excentrée à galet..... 80
b) Came avec tige oscillante à galet..... 81
c) Came radiale avec tige à plateau..... 84
d) Came avec tige oscillante excentrée à plateau..... 84
3.3.3.2 Dérivation de ρ par la méthode de la variable complexe..... 86
3.3.3.3 Dérivation de ρ par les méthodes approximatives..... 86
3.3.4 Détermination du rayon de courbure minimal..... 87
a) Came radiale avec tige à plateau..... 87
b) Came avec tige à galet..... 88
4.3.5 Algorithme numérique de calcul du rayon de courbure quand le profil de la came est tabulé..... 92

CHAPITRE 4

RESULTATS ET DISCUSSIONS

4.1 Présentation du code de calcul..... 94
4.2 Description de l'organigramme..... 95
4.3 Etude et usinage d'une came sur machine CNC..... 99
4.3.1 Etude de la came 99
4.3.2 Usinage de la came 103

CHAPITRE 5

CONCLUSION..... 116
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE..... 117
ANNEXE..... 122

INTRODUCTION

Les cames sont d'un intéret primordial dans le domaine de la technologie moderne. Elles constituent un ensemble de mécanismes nécessaires pour beaucoup d'organes de machines. Elles sont utilisées dans les moteurs à combustion interne, les machines-outils, les machines d'industrie alimentaire, les machines d'imprimerie, etc..

Les cames transmettent le mouvement avec leurs contours extérieurs qui sont des profils spécials déterminés à partir de lois de mouvements prédéterminés.

Pour déterminer les profils des cames, on a recours soit à la méthode graphique, soit à la méthode analytique . La méthode graphique est basée sur la conception géométrique qui est marquée par: une précision insuffisante, une perte de temps considérable et un risque d'erreur de construction graphique.

Quant à la méthode analytique, elle est basée sur la présentation des lois du mouvement sous leur forme analytique et l'utilisation des méthodes de calcul informatique pour aboutir aux résultats souhaités.

D'autre part, la technologie moderne nécessite la réalisation de mécanismes conçus avec la plus haute précision de fabrication possible. C'est ainsi qu' actuellement, les profils des cames sont de plus en plus complexes. Cela nécessite une détermination numérique des coordonnées du profil qui seront à leur tour transmis à une machine à commande numérique qui exécutera automatiquement le profil de la came.

Notre sujet de recherche porte sur la détermination des profils des cames plates par la méthode analytique (détermination des coordonnées du profil, des coordonnées de l'outil de coupe, de l'angle de pression et du rayon de courbure) avec l'utilisation des lois du mouvement les plus connues et les plus répandues en industrie. Cette étude sert de prélude pour la réalisation de profils de pièce complexes sur machine à commande numérique.

Afin de bien mener cette étude, nous avons opté pour une démarche comportant les quatre phases suivantes :

- La première phase comprend une recherche bibliographique sur les cames. Aprés un bref historique et généralités sur les cames, une

comparaison est faite entre les mécanismes à cames et les mécanismes à leviers. Par la suite, on abordera une classification des mécanismes à cames, suivie d'une présentation de quelques travaux réalisés sur les cames. Enfin, on passera en revue le principe de base pour l'établissement des mécanismes à cames.

- La deuxième phase est consacrée à l'étude de lois de mouvements. Cette phase comprend deux parties distinctes:

* la première partie sera la présentation des lois de mouvements. Là, une étude théorique est abordée sur les différentes lois de mouvements nécessaires pour l'élaboration des profils de cames. On parlera des courbes élémentaires, des courbes polynômiales, des courbes modifiées, des courbes harmoniques atténuées et enfin de la combinaison des courbes. Pour terminer, une comparaison de ces différentes lois est exposée.

* La deuxième partie sera la synthèse du profil par les méthodes numériques. Là, on parlera du lissage des courbes, des différences-finies et de l'intégration-finie. En résumé, des algorithmes numériques seront developpés et utilisés pour la détermination du profil en connaissant la loi de l'accélération analogue dans sa forme discrète.

- La troisième phase est destinée à la détermination des paramètres du profil:

1-Détermination des coordonnées du profil par la théorie des enveloppes pour les principaux types de cames.
2-Détermination des coordonnées de l'outil de coupe pour la machine CNC.
3-Détermination de l'angle de pression pour les cames avec galets.
4-Détermination du rayon de courbure des cames.

- La quatrième phase entamera une discussion sur le code de calcul developpé et sur son organigramme. A la fin, on terminera par l'étude d'une came et son usinage sur machine CNC.

Puis on achèvera notre étude par une conclusion générale.

CHAPITRE 1

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE 1

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Historique

En mécanique les cames sont des organes importants et très utilisés, cela d'ailleurs depuis quelques siècles. Les commandes cycliques en font grand usage et l'automatisme, jusqu'à une époque récente, a reposé exclusivement sur leur utilisation. Les tours automatiques à cames sont bien connus et ont permis la fabrication de très grandes séries d'appareillages divers qui ont envahi notre monde moderne. Les cames interviennent aussi dans les mécanismes à mouvements intermittents pour constituer un type de mécanisme caractéristique.

Les mécanismes à cames, contrairement à tous les autres mécanismes (leviers, croix de malte, engrenages, etc..), présentent des étendues dans le choix des paramètres caractéristiques tel n (nombre d'arrêts par tours) ainsi que dans celui des lois du mouvement. Le sens du mouvement, les positions respectives des axes peuvent êtres quelquonques. Ces mécanismes sont donc très généraux et finalement, les autres types de mécanismes n'en sont en fait que des cas particuliers, souvent limités, qui présentent certaines propriétés spéciales.

Au début du siècle dernier, les machines tournaient à basse vitesse. La conception des cames était basée surtout sur la construction géométrique. L'attention était liée aux considérations cinématiques avec association des charges d'inerties très basses. Au point de vue dynamique, on considérait seulement l'accélération nominale. Les fonctions analytiques simples utilisées comme lois du mouvement, telles la courbe parabolique ou la courbe sinusoïdale sont devenues populaires. Avec l'accroissement des vitesses de rotations des machines, les propriétés dynamiques de ces courbes se sont avérées inappropriées tel le changement brusque de l'accélération de la courbe parabolique.

Dans les années trente, plusieurs défaillances ont été signalées dans les machines automatiques, dans les engins et les avions et qui n'ont pas reçu d'explications dans l'analyse conventionelle. Il fallait tenir compte des changements brusques dans l'accélération. C'est alors qu'il est devenu

primordial de considérer la dérivée de l'accélération par rapport au temps que nous avons dénommé "*saut*" ou (*jerk*). La discussion était ouverte et plusieurs chercheurs ont collaboré à l'étude théorique pour le choix des courbes qui seraient mieux adaptées aux grandes vitesses.

C'est ainsi que sont nées les lois du mouvements les plus variées telles les lois polynômiales (méthode des polydynes), la loi cycloïdale modifiée, la loi trapézoïdale, la loi trapézoïdale arrondie, la loi sinusoïdale modifiée, les courbes harmoniques atténuées (courbes en série de Fourier), etc...

L'étude dynamique était alors ouverte sur la modélisation des systèmes (cames+éléments menés) par l'analyse et la simulation avec degrés de libertés multiples linéaires ou non linéaires [29,30].

1.2 Généralités sur les cames

Les cames sont des organes de machines utilisées pour transmettre le mouvement à d'autres organes de machines, appelés éléments menés, tiges ou encore poussoirs à l'aide d'une loi du mouvement prescrite et programmée par un contact direct.

Le mécanisme à came est composé de trois élements: la came, l'élément mené ou(système de l'élément mené) et la carcasse du mécanisme. La came peut avoir différentes formes. Le système de l'élément mené comprend tous les éléments dont le mouvement est attribué par la came. L'élément mené est en contact direct avec la came. La carcasse du mécanisme supporte les surfaces roulantes de la came ainsi que de l'élément mené. Le mécanisme à came est très utile. Il peut être conçu pour produire un nombre illimité de mouvements pour l'élément mené. Il est utilisé pour transformer un mouvement de rotation en un mouvement de translation ou d'oscillation. Dans certaines occasions, il est aussi utilisé pour transformer un mouvement de translation ou un mouvement d'oscillation en différents autres mouvements de translations ou d'oscillations. Ces mouvements sont classés par rapport à leurs variabilités dans le temps comme suit:

* Mouvement non-uniforme programmé pour vitesses variables.
* Mouvement intermittent (intervalles cycliques de repos).
* Inversion du mouvement (changement cyclique dans la direction du mouvement).

Les cames sont utilisées dans une grande variété de machines

automatiques telles: machines à outils, machines textiles, machines d'imprimerie, machines de transformation alimentaire, etc.. Elles sont aussi utilisées dans les moteurs à combustion interne, dans les systèmes de contrôles, dans les ordinateurs, etc...Le mécanisme à came est réputé pour être une composante mécanique importante dans l'industrie moderne[29].

1.3 Comparaison entre mécanismes à cames et mécanismes à leviers

Les concepteurs disposent d'une grande variété de systèmes mécaniques pour assurer la transmission des mouvements dans les organes de machines. Pour les mouvements complexes, les mécanismes à engrenages ou encore les courroies et les chaines ne peuvent répondre aux besoins éxigés par la construction. Dans la plupart des situations, le concepteur doit choisir entre un mécanisme à came ou un mécanisme à leviers. Les caractéristiques des deux mécanismes sont revues dans le tableau 1-1.

Tableau 1-1: Comparatif entre mécanismes à cames et mécanismes à leviers [29].

Mécanismes à cames	Mécanismes à leviers
* Conçus pour répondre à un grand nombre d'entrées-sorties du mouvement.	* Satisfassent un nombre limité d'entrées-sorties du mouvement.
* Construits réduits et compacts.	* Occupent plus d'espace.
* Réponse dynamique sensible à la précision de fabrication du contour de la came.	* La négligence dans la précision de fabrication a un éffet moindre dans la réponse de sortie.
* Chers à produire.	* Moins chers.
* Equilibrage dynamique facile à obtenir.	* Analyse de l'équilibrage dynamique difficile et compliqué.
* Sont sujets à l'usure des surfaces frottantes.	* Usure des joints de connection non-critique.

En résumé, les mécanismes à cames occupent peu d'espace (compacts) et ont une plus grande fléxibilité dans le choix des périodes de travails, repos, etc...Leur utilisation procure un bon chronométrage dans les intérfaces du mouvement dans les machines. En revanche, de sévéres vibrations pourront être signalées dans la réponse dynamique de l'élément mené s'il y'a erreur de fabrication dans le profil de la came. Par contre, les mécanismes à leviers sont moins chers et faciles à fabriquer puisque leurs performances dynamiques sont peu sensibles en cas d'erreur de fabrication. De plus, les joints qui connectent les leviers ne sont pas sujets à l'usure comme pour le cas des surfaces frottantes des cames et éléments menés associés.

De nos jours, la conception des mécanismes à leviers est une science hautement maitrisée. Dans la conception des cames, les chercheurs sont orientés à produire des cames lisses et moins bruyantes au fonctionnement et avec des réponses dynamiques meilleures[29].

1.4 Classification des mécanismes à cames

On peut classer les mécanismes à cames suivant les modes d'entrées-sorties du mouvement, suivant la configuration et l'arrangemment de l'élément mené et suivant la forme de la came. On peut aussi les classer suivant les différents types de phases du mouvement de l'élément mené.

1.4.1 Modes d'entrée-sortie du mouvement:

(a):Came rotative-tige menée en translation (figure 1-1:a,b,c,d,e).

(b):Elément mené rotatif: La tige oscille dans un arc circulaire par rapport à son pivot. Elle est appelée bras oscillant (figure 1-1:f).

(c):Came menée en translation-tige menée en translation (figure 1-2).

(d):Came stationnaire-tige menée en translation

(e):Came stationnaire-tige rotative.

1.4.2 Configuration de l'élément mené:

(a):Tige à pointe (figure 1-1:a).

(b):Tige à galet (figure 1-1:b,e,f).

(c):Tige à plateau (figure 1-1:c).

(d):tige à plateau sphérique (figure 1-1:d).

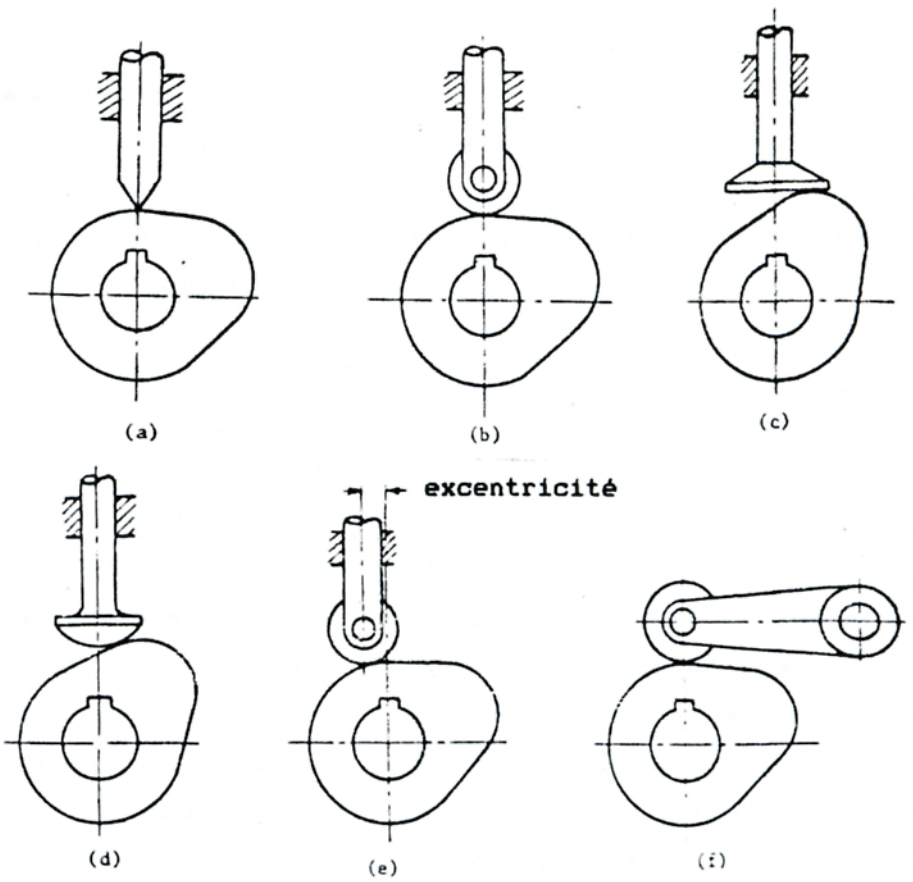


Figure 1-1: Cames plates.

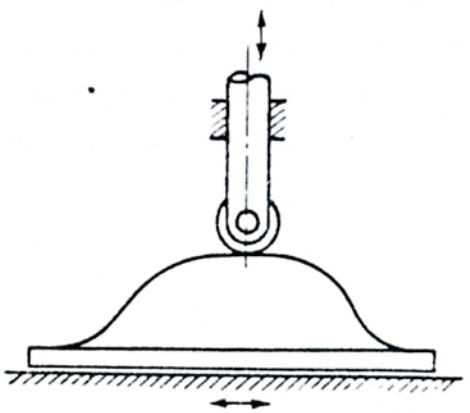


Figure 1-2: Came menée en translation- Tige menée en translation.

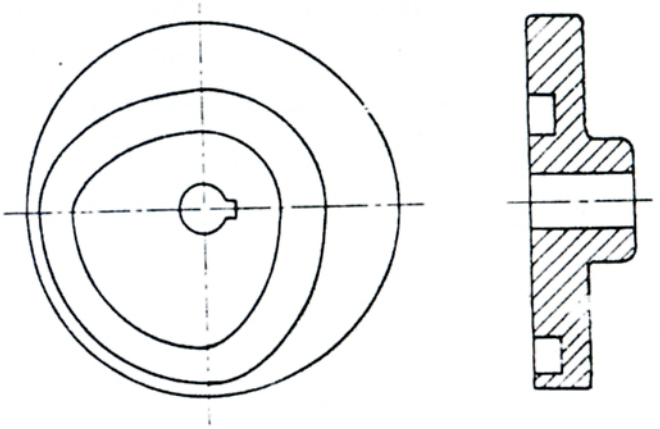


Figure 1-3: Came avec rainure.

1.4.3 Arrangement de l'élément mené:

(a):Tige centrale: L'axe de la tige passe à travers l'axe de l'arbre de la came (figure 1-1:a,b,c,d).

(b):Tige excentrée: L'axe de la tige est excentrée par rapport à l'axe de l'arbre de la came (figure 1-1:e).

1.4.4 forme de la came:

(a):Came plate (disque): L'élément mené se deplace dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la came (figure 1-1:a,b,c,d,e,f).

(b):Came à rainure: C'est une came plate avec l'élément mené qui glisse dans une rainure sur la face de la came (figure 1-3).

(c):Came cylindrique: Le galet de la tige roule dans une rainure située sur la périphérie du cylindre (figure 1-4). Si la surface cylindrique est remplacée par une surface cônique, elle est appelée came cônique.

(d):*camoid cam*: C'est une came à trois dimension avec une face extérieure courbée. Son mouvement est composé d'une rotation autour de son axe longitudinal et d'une translation le long de cet axe. La position de la tige dépend de l'angle de rotation de la came ainsi que de sa position de translation (figure 1-5).

(e):Came globulaire: La came peut être convexe ou concave. Elle a un contour ciconférentiel coupé dans un corps de révolution (figure 1-6:a,b).

(f):Came extrême (*End cam*): Cette came a une portion de cylindre, de cône ou de sphère qui met en mouvement continu une tige en translation ou en oscillation. Cette came est rarement utilisée à cause de la difficulté de l'usinage de son contour (figure 1-7:a,b).

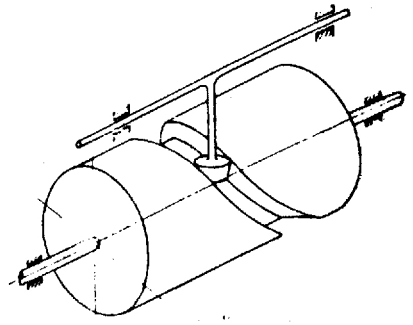


Figure 1-4: Came cylindrique.

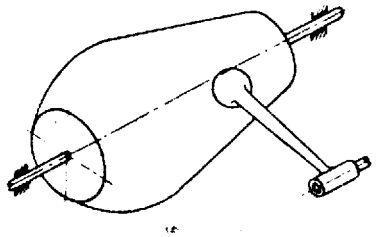
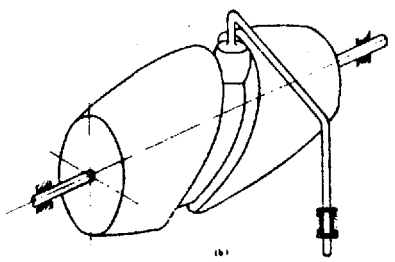
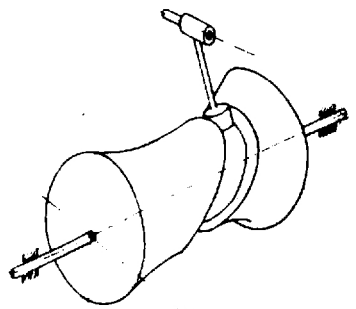


Figure 1-5: Camoid cam.

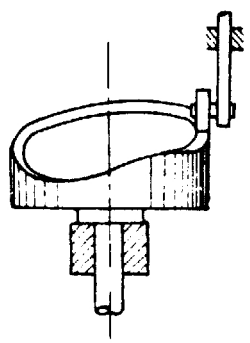


(a): Convexe.

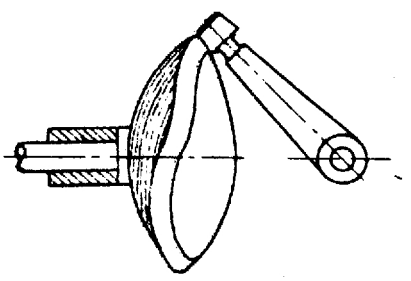


(b): Concave

Figure 1-6: Cames globulaires.



(a)



(b)

Figure 1-7: Cames extrêmes.

1.4.5 Mécanismes à cames pour indexage:

(a):Came tambour à rainure: La figure 1-8 montre un dispositif d'indexage à plateau avec galets sur une face et came tambour. La came est constituée par un cylindre sur lequel est fraisée une rainure, mais qui ne se referme pas sur elle-même de manière à prendre successivement et laisser échapper les galets recepteurs. Les axes moteurs et menants sont perpendiculaires et non concourants. La liaison est bilatérale, mais avec du jeu si les galets sont cylindriques.

(b):Came tambour à nervure: Son mécanisme est souvent désigné par mécanisme Ferguson. La figure 1-9 montre un système avec axes menants et menés perpendiculaires qui s'apparente d'assez prés à la roue tangeante et vis sans fin. La came est constituée alors par un cylindre et une nervure en relief non fermée. Celle-ci entraine des galets disposés régulièrement, tenant compte de la roue tangeante. La liaison est unilatérale, car un seul flanc de la nervure attaque le galet. Toutefois, il est facile de faire en sorte que les galets de part et d'autre du galet en prise soient en contact avec l'autre flanc de la nervure et cela même avec une certaine précontrainte. Tout jeu est alors éliminé dans le mouvement.

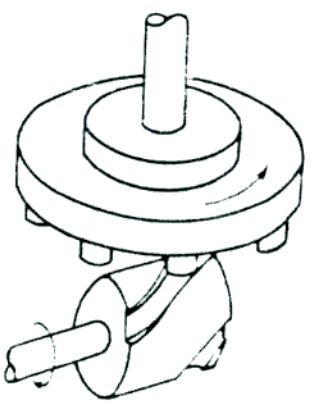


Figure 1-8: Came tambour à rainure.

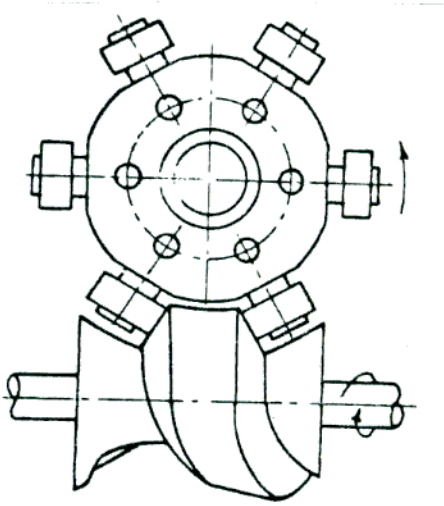


Figure 1-9: Came tambour à nervure.

En plus de ces cames décrites, il y'a d'autres variétés de cames que cette section ne permet pas de citer. Pour plus d'information, consulter la référence [1] qui traite des cames spéciales et leurs applications.

Dans tous les cas cités précédemment, l'élément mené est contraint à être en contact avec la came. Ceci s'opère par divers procédés:

* **Contrainte gravitationnelle:** Le poids de l'élément mené est suffisant pour maintenir ce contact.
* **Contrainte par ressort:** Un ressort est conçu pour maintenir ce contact.
* **Contrainte mécanique imposée:** Une rainure maintient l'élément mené et le fixe. Dans la figure 1-10, la tige a deux galets séparés par une distance fixe qui joue le rôle de la contrainte. Elle est souvent appelée came à diamètre constant. Une contrainte mécanique peut être aussi introduite par l'emploi de cames conjuguées dans un arrangement similaire à celui de la figure 1-11. Chaque came a son propre galet, mais les deux galets sont montés dans le même bras oscillant [29,30].

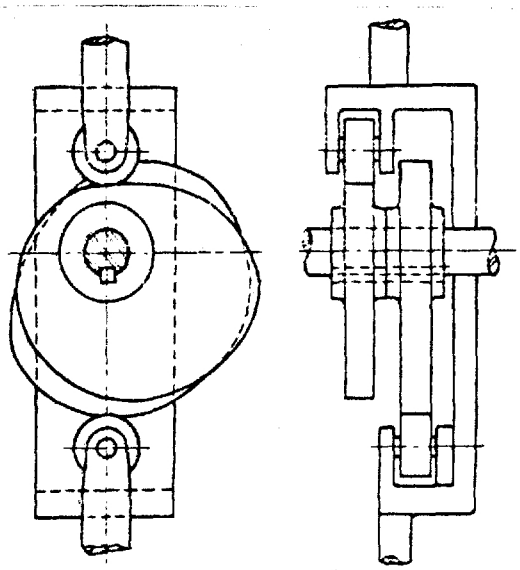


Figure 1-10: Cames conjuguées en translation.

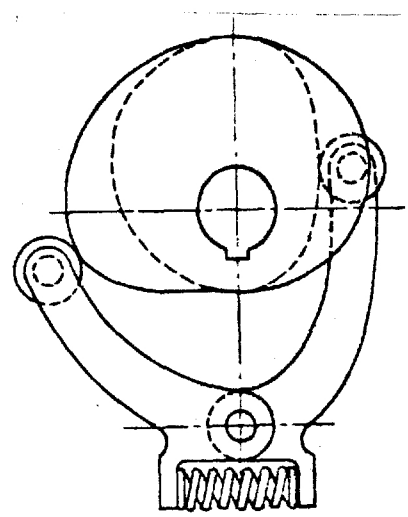


Figure 1-11: Cames conjuguées en oscillation.

1.5 Travaux réalisés sur les cames

Depuis les années cinquante, plusieurs travaux de recherche ont été axés sur la cinématique ou la dynamique des mécanismes à cames. Pour certains, l'étude s'est portée sur la fléxébilité de l'élement mené par la came en mode dynamique [2,3]. D'autres se sont intéressés aux techniques de mesures de la fréquence de vibration et de l'accélération [4,5,6].

Plus tard, avec l'installation de nouveaux laboratoires mieux équipés, les nouvelles recherches ont confirmées l'existence de problèmes vibratoires sous des fonctionnement en grandes vitesses. Depuis, l'attention des chercheurs s'est portée sur l'étude des lois du mouvement qui produisent de bonnes réponses dynamiques pour le système mené par la came [7,8,9,10].

Parmis les dernières recherches réalisées récemment sur les cames, on compte des recherches théoriques [11,12,13,14,15], des recherches expérimentales [16,17,18,19,20,21,22] ou encore des recherches théoriques et expérimentales [23,24,25,26]. L'un des travaux de pointe effectué sur les cames, est sans doute l'utilisation des courbes de Bézier appliquée à la synthèse des mouvements des mécanismes. Dans cette technique, une courbe est définie par un ensemble de points de contrôle qui sont associés à des incréments uniformes en théta (angle de rotation). En plus, le contrôle des limites, comprenant les situations avec dérivées nulles, dérivées non nulles, continuité de la dérivée et sans contrôle de la dérivée, est accompli sans les problèmes de différentiation, d'intégration et de dérivation d'équations. Cette technique est extrêmement simple et puissante. Une méthode appliquée aux courbes pôlynomiales par la technique de Bézier est montrée dans la reference [27].

1.6 Données initiales pour l'établissement des mécanismes à cames:

Pour établir le profil de la came d'un mécanisme à came, on doit choisir:

1-Le schéma cinématique du mécanisme.

2-La loi du mouvement de l'élément mené en fonction de l'angle de rotation de la came.

3-Les éléments de construction.

La première condition obéit à des raisons constructives. La deuxième est liée aux éxigences du procédé technologique que le mécanisme à came est

appelé à servir. Enfin, la troisième condition, c'est le choix des paramètres de la came, tels le diamètre de la came, les dimensions du plateau de la tige ou du levier oscillant, le diamètre du galet , etc... Toutes ces précautions sont prises pour assurer un rendement suffisamment élevé et réduire au minimum l'encombrement du mécanisme.

Les paramètres constructifs essentiels des éléments du mécanisme à came sont dictés aussi par le calcul à la résistance de ces éléments , l'usure des profils des éléments du couple supérieur, la fiabilité du mécanisme, etc...[28].

CHAPITRE 2

ETUDE DE LOIS DE MOUVEMENTS

CHAPITRE 2

ETUDE DE LOIS DE MOUVEMENTS

2.1 Introduction

Dans la conception des cames on procède généralement:
1-au choix de la loi du mouvement requise pour l'élément mené, ensuite la conception de la came avec le contour qui produira ce mouvement.
2-l'établissement de la forme de la came, ensuite la détermination des caractèristiques du contour de cette came.

La premiere méthode est la plus utilisée car conçevoir une came dont le profil engendrera le mouvement voulu pour l'élément mené est une application de synthèse qui pourra être résolue tout le temps. C'est à partir de cette étape que l'étude sur les cames sera menée.

2.2 Phase du mouvement et diagramme du mouvement

Durant un cycle de rotation de la came, l'élément mené (poussoir) éxécute une série de phases du mouvement classées comme suit:
Montée: Dans cette séquence du mouvement, le poussoir monte vers le haut. Son déplacement se fait d'un point bas vers un point plus haut. Le rayon de la came varie en augmentant.
Repos au point haut (stationnement haut): Le poussoir est en phase stationnaire (repos), avec une montée totale ou partielle.
Descente: Là, le poussoir descend vers le bas. Son déplacement se fait d'un point haut vers un point plus bas. Le rayon de la came varie en diminuant.
Repos au point bas (stationnement bas): Le poussoir est en phase de repos dans sa position la plus basse.

A l'aide de ces phases du mouvement, les cycles de rotation de la came sont construits. Ils sont classés comme suit:
S.M.S (Stationnement-Montée-Stationnement): C'est le type de diagramme du mouvement le plus rencontré. Il est caractérisé par un repos, avant et après la montée. Il en est de même pour le **S.D.S** (Stationnement-Descente-Stationnement).
S.M.D.S (Statationnement-Montée-Descente-Stationnement): Dans ce cas, il

n'existe pas de repos entre la montée et la descente. Il en est de même pour le S.D.M.S (Statationnement-Descente-Montée-Stationnement)

M.D.M: (Montée-Descente-Montée): Ici, la phase de repos est totalement abscente.

Les trois diagrammes du mouvement sont représentés à la figure 2-1.

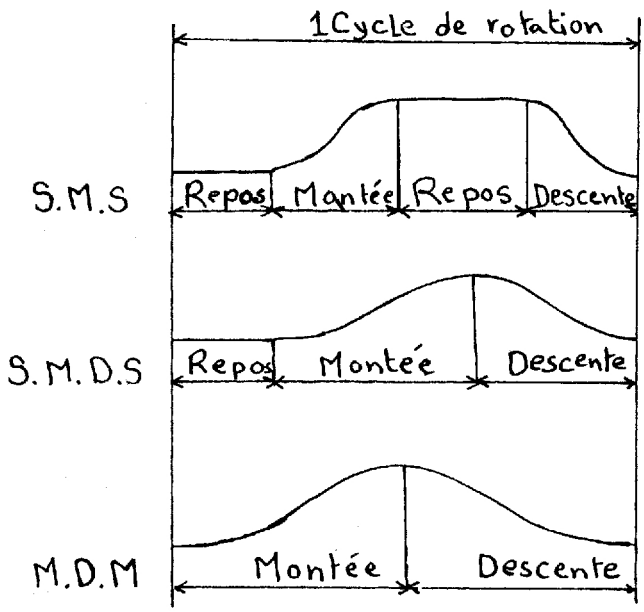


Figure 2-1:Diagrammes du mouvement

2.3 Lois de mouvements les plus courantes

Cette partie est consacrée à l'étude des courbes et lois du mouvement les plus répandues.

Théoriquement, il possible de réaliser à l'aide des mécanismes à cames les lois du mouvement les plus variées. Or, en pratique, on ne se sert que de ceux qui nécessitent une technologie de production du profil de la came assez simple et vérifiant les conditions cinématiques et dynamiques imposées au mécanisme à came.

2.3.1 Courbes élémentaires

Ces courbes sont divisées en deux catégories : forme polynômiale simple et forme trigonométrique.

* forme polynômiale: regroupe les mouvements à vitesse et accélération constantes ainsi que le mouvement à vitesse constante(modifié).

* **forme trigonométrique** : regroupe le mouvement harmonique simple, le mouvement cycloïdal et le mouvement elliptique.

2.3.1.1 Loi du mouvement à vitesse constante

C'est la loi du mouvement la plus simple pour la forme polynômiale. La loi du mouvement ou la loi du déplacement ou encore la loi des espaces parcourus par le poussoir a la forme suivante:

$S(\vartheta) = \frac{h}{\beta}\vartheta$ avec :

h: Déplacement total en phase de montée.

β: Rotation angulaire de la came correspondant à h.

ϑ: Angle de rotation de la came.

Les dérivées première et seconde par rapport à l'angle de rotation sont appelées respectivement **vitesse analogue** et **accélération analogue.**

$V(\vartheta) = \frac{h}{\beta}$ = constante

$A(\vartheta) = 0$ Nulle sauf aux extrémités comme l'illustre la figure 2-2.

La loi du mouvement à vitesse constante n'est pas utilisée entiérement dans les mécanismes à cames. Elle est seulement utilisée dans sa forme modifiée ou en combinaison avec d'autres courbes. L'une de ses modifications est accomplie par l'ajout d'arcs tangentielles à ses extrémités afin d'annuler la vitesse analogue en ces points.

2.3.1.2 loi du mouvement à accélération constante

On l'appele loi uniforme ou loi du mouvement parabolique ou encore courbe gravitationnelle. Les équations cinématiques pour la 1ermoitiée du mouvement sont:

$$0 \leq \vartheta \leq \frac{\beta}{2}$$

$$S(\vartheta) = \frac{2h}{\beta^2}\vartheta^2$$

$$V(\vartheta) = \frac{4h}{\beta^2}\vartheta$$

$$A(\vartheta) = \frac{4h}{\beta^2} = Cte$$

$$Si(\vartheta) = 0$$

L'accélération analogue est positive (période d'accélération).

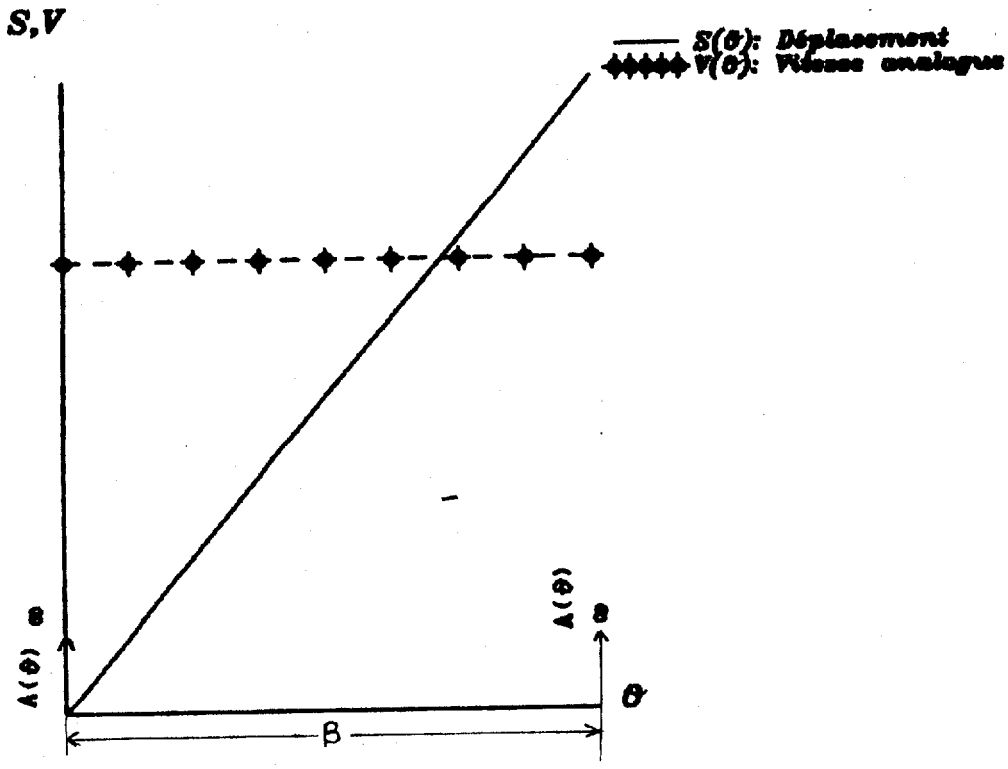


Figure 2-2: Courbes représentatives de la loi polynômiale à vitesse constante

Les équation cinématiques pour la 2eme moitiée du mouvement sont:

$$\frac{\beta}{2} \leq \vartheta \leq \beta$$

$$S(\vartheta) = h - \frac{2h}{\beta^2}(\beta-\vartheta)^2$$

$$V(\vartheta) = \frac{4h}{\beta}\left(1 - \frac{\vartheta}{\beta}\right)$$

$$A(\vartheta) = -\frac{4h}{\beta^2} = Cte$$

$$S_t(\vartheta) = 0$$

L'accélération analogue est négative (période de décélération)
L'avantage de cette loi est qu'elle donne, pour un déplacement h et une rotation angulaire β donnés, la plus petite accélération possible. Le saut analogue ou "*Jerk*", dérivée troisième par rapport à l'angle de rotation, est nul sauf aux changements de l'accélération, comme le montre la figure 2-3, il prend des valeurs infinies. Ces valeurs infinies sont la cause de vibrations et d'usures importantes aux grandes vitesses[29,30].

2.3.1.3 Loi du mouvement à accélération constante dissymétrique

Ici encore, c'est notre courbe à l'origine avec un point d'inflexion dissymétrique (position $\beta 1$ avec une montée h1 à la figure 2-4). En posant le rapport $r=(\beta/\beta 1)$, les équations du mouvement seront:

$$0 \leq \vartheta \leq \beta 1$$

$$S_1(\vartheta) = \frac{r h}{\beta^2}\vartheta^2$$

$$V_1(\vartheta) = \frac{2 r h}{\beta^2}\vartheta$$

$$A_1(\vartheta) = \frac{2 r h}{\beta^2}$$

$$\beta 1 \leq \vartheta \leq \beta$$

$$S_2(\vartheta) = h - \frac{r h}{(r-1)\beta^2}(\beta-\vartheta)^2$$

$$V_2(\vartheta) = \frac{2 r h}{(r-1)\beta^2}(\beta-\vartheta)$$

$$A_2(\vartheta) = -\frac{2 r h}{(r-1)\beta^2}$$

Pour r=2, $(\beta 1=\beta/2)$ on retrouve les équations du mouvement précédant[29].

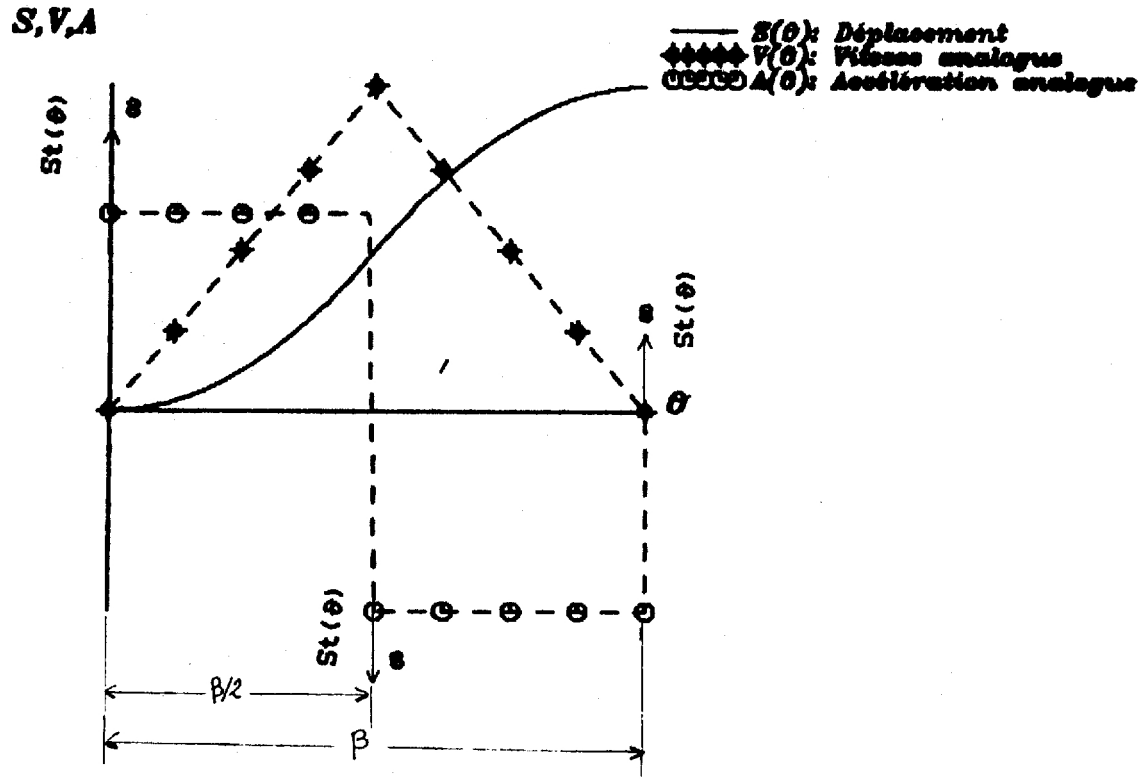


Figure 2-3: Courbes représentatives de la loi uniforme

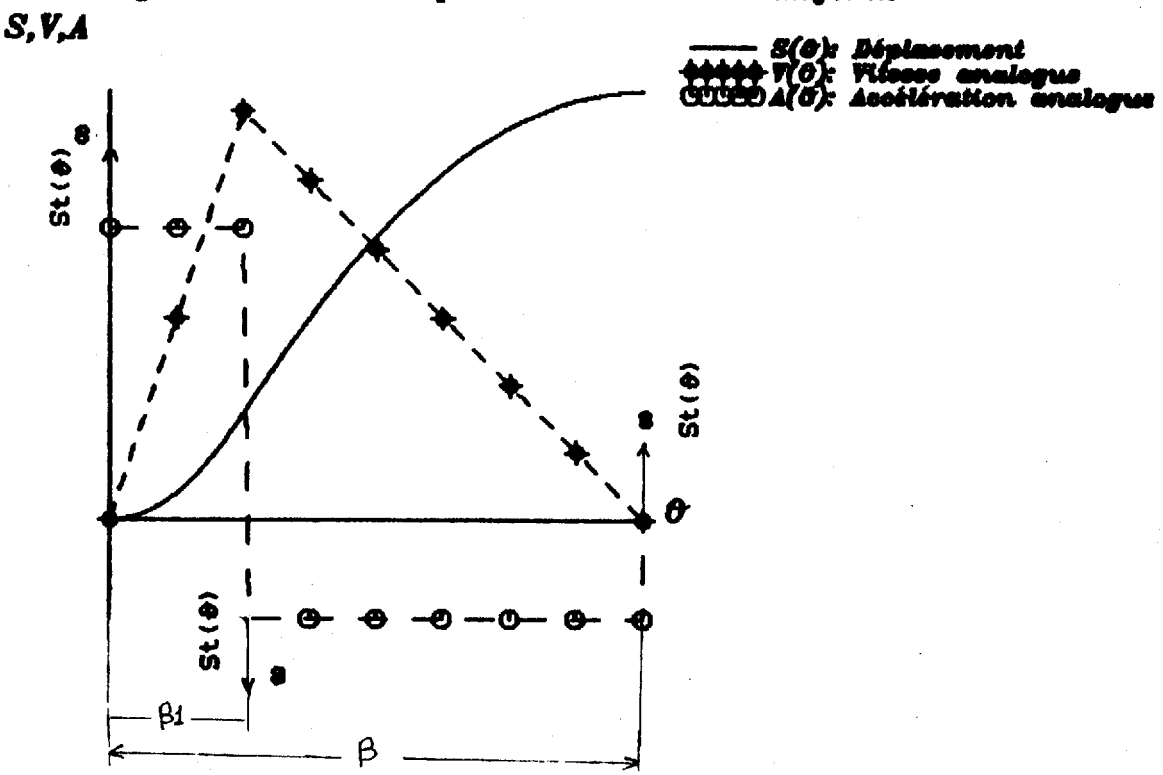


Figure 2-4: Courbes représentatives de la loi uniforme dissymétrique (r=4)

2.3.1.4 Mouvement harmonique simple (*loi sinusoïdale ou demi-sinus*)

Ce type de mouvement est caractérisé par son accélération qui est proportionnelle à son déplacement mais avec un signe opposé. Elle admet un contour lisse et continu mais avec des changements brusques aux points terminaux. De ce fait, Le saut devient infini en ces points.
Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$S(\vartheta) = \frac{h}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi\,\vartheta}{\beta}\right)$$

$$V(\vartheta) = \frac{h\,\pi}{2\,\beta}\sin\frac{\pi\,\vartheta}{\beta}$$

$$A(\vartheta) = \frac{h\,\pi^2}{2\,\beta^2}\cos\frac{\pi\,\vartheta}{\beta}$$

$$S_t(\vartheta) = -\frac{h\,\pi^3}{2\,\beta^3}\sin\frac{\pi\,\vartheta}{\beta}$$

Les courbes représentatives sont montrées à la figure 2-5.
les variations brutales aux extrémités du mouvement entrainent des vibrations et des usures, et les vitesses d'utilisation doivent êtres peu élevées [29].

2.3.1.5 Mouvement cycloïdal

Ce mouvement est issu à partir du roulement d'un cercle sur une ordonnée verticale. La loi de l'accélération analogue est une sinusoïde.
Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$S(\vartheta) = h\left(\frac{\vartheta}{\beta} - \frac{1}{2\,\pi}\sin\frac{2\,\pi\,\vartheta}{\beta}\right)$$

$$V(\vartheta) = \frac{h}{\beta}\left(1 - \cos\frac{2\,\pi\,\vartheta}{\beta}\right)$$

$$A(\vartheta) = \frac{2\,h\,\pi}{\beta^2}\sin\frac{2\,\pi\,\vartheta}{\beta}$$

$$S_t(\vartheta) = \frac{4\,h\,\pi^2}{\beta^3}\cos\frac{2\,\pi\,\vartheta}{\beta}$$

Les courbes représentatives sont montrées à la figure 2-6.
Il n'ya pas de saut analogue de valeur infini. $S_t(\vartheta)_{max} = 4h\pi^2/\beta^3$
Cette courbe est excellente au point de vue cinématique car les variations de l'accélération s'effectuant trés progressivement. Elle peut être utilisée avec succès pour les vitesses importantes [29].

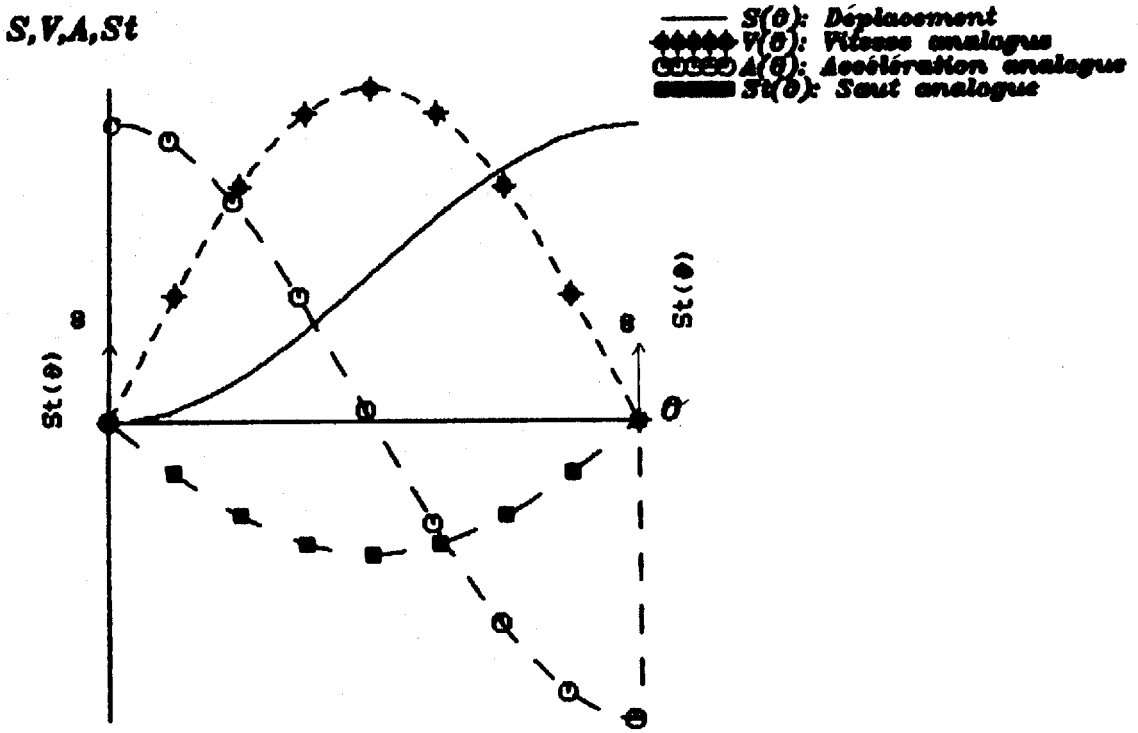


Figure 2-5: Courbes représentatives de la loi harmonique simple

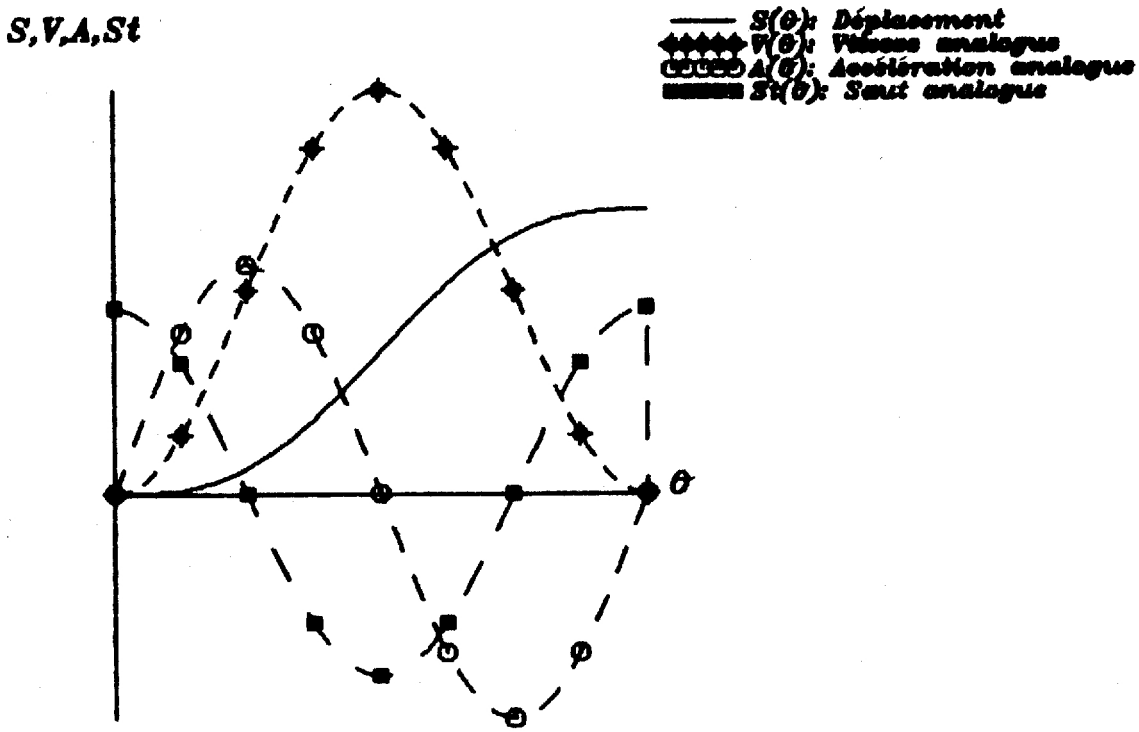


Figure 2-6: Courbes représentatives de la loi cycloïdale

2.3.1.6 Mouvement elliptique

Ce mouvement est tiré de la fameuse équation de l'ellipse:

$$(\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b})^2 = 1$$

En posant : $h = 2b$; $\alpha = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ et $n = \frac{a}{b}$ $\frac{\text{(Grand. axe)}}{\text{(Petit axe)}}$

Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$S(\theta) = \frac{h}{2}\left(1 - \frac{\cos(n\theta/\beta)}{\left[1 - \alpha \sin^2 \frac{n\theta}{\beta}\right]^{1/2}}\right)$$

$$V(\theta) = \frac{n h}{2\beta} \frac{\sin(n\theta/\beta)}{n^2\left[1 - \alpha \sin^2 \frac{n\theta}{\beta}\right]^{3/2}}$$

$$A(\theta) = \frac{n^2 h}{2\beta^2} \cos\frac{n\theta}{\beta} \frac{1 + 2\alpha \sin^2(n\theta/\beta)}{n^2\left[1 - \alpha \sin^2 \frac{n\theta}{\beta}\right]^{5/2}}$$

Les courbes représentatives sont montrées à la figure 2-7.

Pour n=1, on obtient les équations du mouvement harmonique simple.

Le profil de la came pour le mouvement elliptique dépend seulement de n qui est une caractéristique géométrique de l'ellipse. En jouant sur les valeurs du parametre n, nous obtenons des performances acceptables à des vitesses modérées [29].

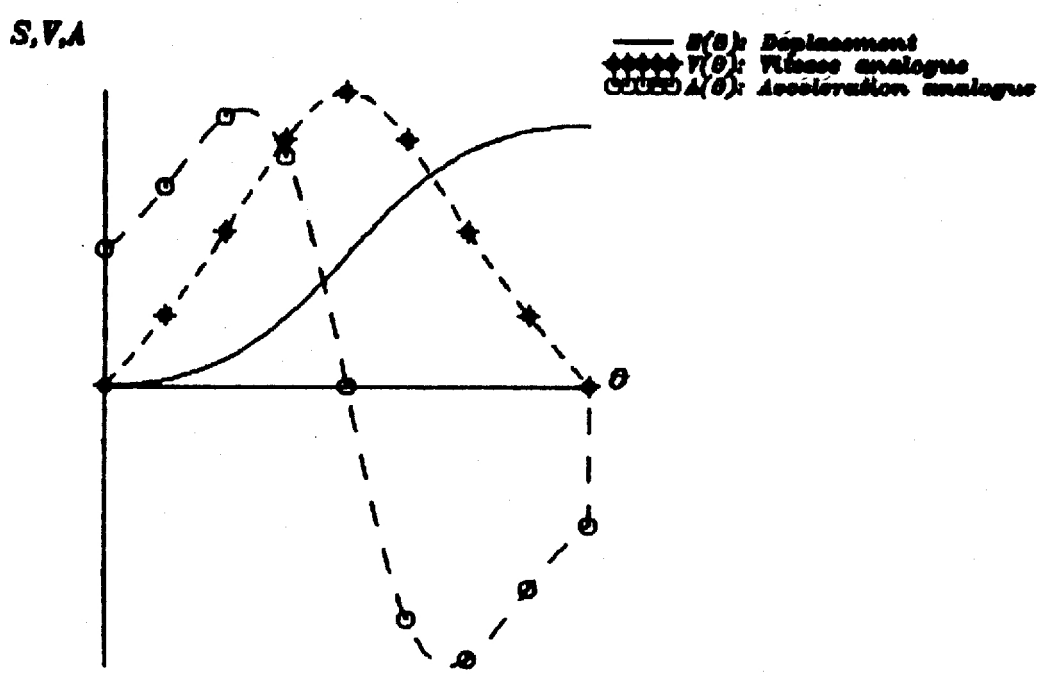


Figure 2-7: Courbes représentatives de la loi elliptique (n=1.3)

2.3.2 Courbes polynômiales

L'utilisation des polynômes algébriques est basée sur la méthode de Dudley polydyne[31]. Le mot polydyne est un néologisme dérivée des mots "polynôme" et "dynamique", parce que les équations du mouvement connectant le mouvement de l'élément mené avec le déplacement de la came sont résolues à l'aide des équations polynômiales.
L'équation polynômiale de degré n prend la forme:

$$S(\theta) = Co + C_1\theta + C_2\theta^2 + C_3\theta^3 + \ldots\ldots + C_n\theta^n.$$

Les constantes sont choisies de telles façons à ce que $S(\theta)$ et certaines de ses dérivées satisfassent les conditions aux limites imposées pour une phase du mouvement donnée. A l'aide de ces courbes, nous pouvons générer des profils de cames lisses et esthétiques et répondant aux besoins de la conception.

2.3.2.1 Polynôme à vitesse constante

Le cas le plus simple du profil de came est la courbe polynômiale avec vitesse constante étudiée auparavant. On a deux conditions aux limites.

$$\theta=0 \longrightarrow S(\theta)=0$$
$$\theta=\beta \longrightarrow S(\theta)=h$$
$$\longrightarrow S(\theta)=\frac{h}{\beta}\theta$$

Ces deux conditions contrôlent seulement les positions aux extrémités de la courbe du déplacement. Il est evident que cette courbe est primitive. Néamoins, elle est l'antécedante de toute courbe polynômiale.

2.3.2.2 Polynôme de degré 2-3 (*loi polynômiale rectiligne*)

Le polynôme de degré 2-3 prend la forme :

$$S(\theta) = Co + C_1\theta + C_2\theta^2 + C_3\theta^3.$$

Il y'a quatre conditions aux limites à satisfaire:

Pour $\theta=0 \longrightarrow S(\theta)=0$ et $V(\theta)=0$
Pour $\theta=\beta \longrightarrow S(\theta)=h$ et $V(\theta)=0$

En posant: $\gamma = \frac{\theta}{\beta}$

Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$S(\theta) = h\,(3\gamma^2 - 2\gamma^3)$$

$$V(\theta) = \frac{h}{\beta}\,(6\gamma - 6\gamma^2)$$

$$A(\theta) = \frac{h}{\beta^2}\,(6 - 12\gamma)$$

$$S_t(\theta) = -12\,\frac{h}{\beta^3}$$

Les courbes représentatives sont montrées à la figure 2-8.
L'accélération analogue présente au départ une valeur maximale positive et décroit linéairement jusqu'à la valeur maximale négative . $A(\theta)_{max} = 6h/\beta^2$
Il existe deux sauts analogues de valeurs infinies, chacun situé en extrémité du mouvement. En ces deux points, il y'a changement brusque de l'ccélération analogue . Pour cela, cette courbe n'est utilisable qu'avec des vitesses assez faibles.

2.3.2.3 Polynôme de degré 3-4-5 (*loi polynômiale arrondie*)

$$S(\theta) = C_0 + C_1\theta + C_2\theta^2 + C_3\theta^3 + C_4\theta^4 + C_5\theta^5.$$

Il y'a six conditions aux limites à satisfaire:

Pour $\theta = 0 \longrightarrow S(\theta) = 0$, $V(\theta) = 0$ et $A(\theta) = 0$

Pour $\theta = \beta \longrightarrow S(\theta) = h$, $V(\theta) = 0$ et $A(\theta) = 0$

Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$S(\theta) = h\,(10\gamma^3 - 15\gamma^4 + 6\gamma^5)$$

$$V(\theta) = \frac{h}{\beta}\,(30\gamma^2 - 60\gamma^3 + 30\gamma^4)$$

$$A(\theta) = \frac{h}{\beta^2}\,(60\gamma - 180\gamma^2 + 120\gamma^3)$$

$$S_t(\theta) = \frac{h}{\beta^3}\,(60 - 360\gamma + 360\gamma^2)$$

Les courbes représentatives sont montrées à la figure 2-9.
La variation de l'accélération analogue est continue et progressive sur toute la course, de valeur nulle à valeur nulle. Il n'ya pas de saut analogue dont la valeur soit infini. $S_t(\theta)_{max} = 60h/\beta^3$
L'allure de la courbe de l'accélération analogue approche fidèlement celle de la courbe cycloïdale. Par suite de son excellente progressivité, cette loi est trés bien adaptée aux vitesses importantes.

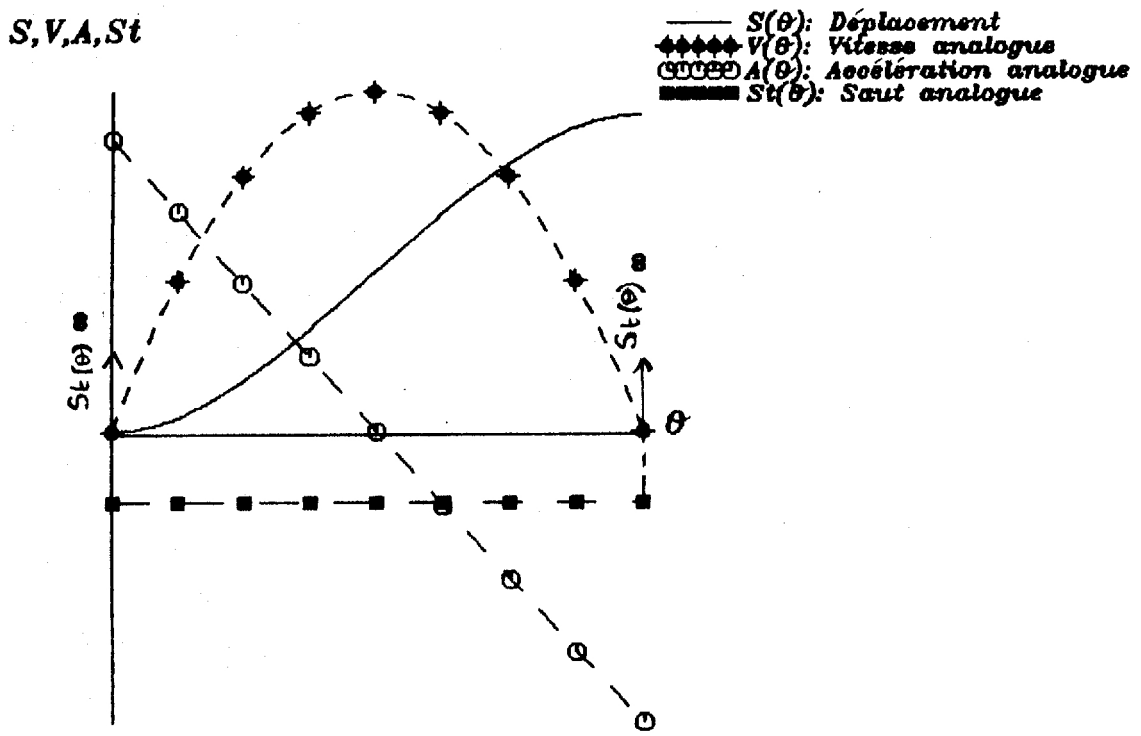


Figure 2-8: Courbes représentatives de la loi polynômiale rectiligne

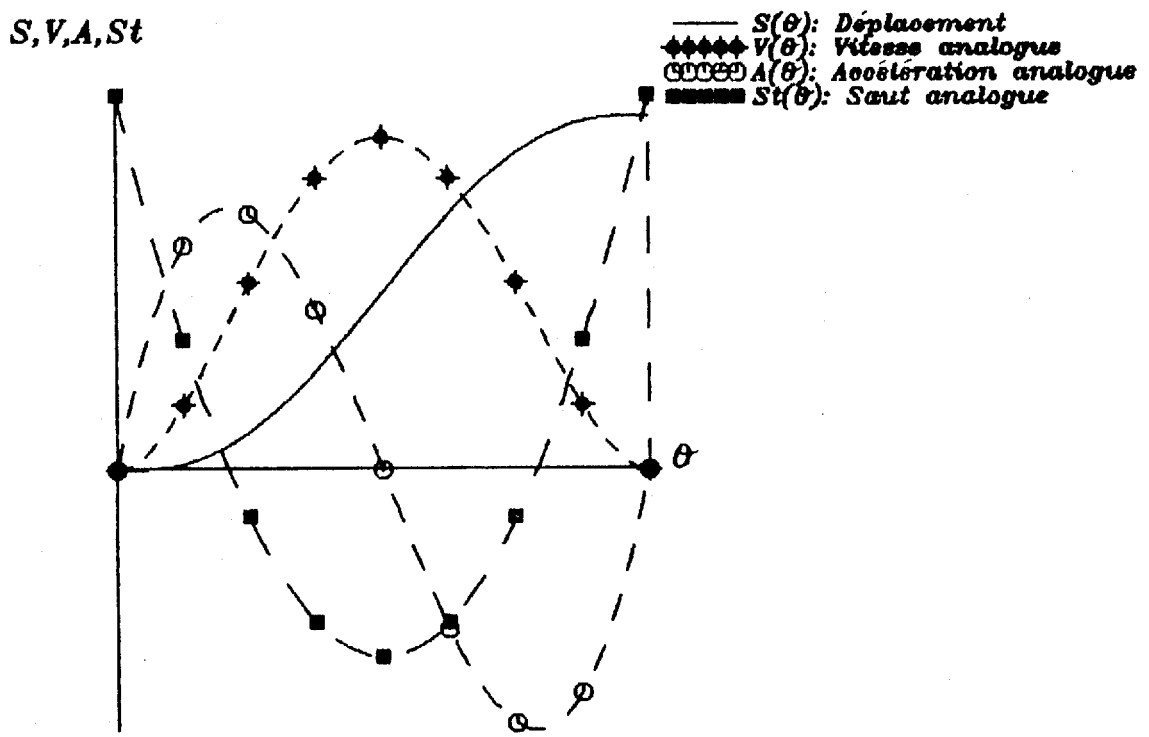


Figure 2-9: Courbes représentatives de la loi polynômiale arrondie

2.3.2.4 Polynôme de degré 4-5-6-7

$$S(\theta) = C_0 + C_1\theta + C_2\theta^2 + C_3\theta^3 + C_4\theta^4 + C_5\theta^5 + C_6\theta^6 + C_7\theta^7.$$

En plus des conditions aux limites rencontrées dans le polynôme de degré 3-4-5, on a deux autres conditions suplémentaires:

Pour $\theta=0$ et $\theta=\beta \longrightarrow S_t(\theta)=0$

Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$S(\theta) = h\,(35\,\gamma^4 - 84\,\gamma^5 + 70\gamma^6 - 20\,\gamma^7)$$

$$V(\theta) = \frac{h}{\beta}\,(140\,\gamma^3 - 420\,\gamma^4 + 420\,\gamma^5 - 140\,\gamma^6)$$

$$A(\theta) = \frac{h}{\beta^2}\,(420\,\gamma^2 - 168\,\gamma^3 + 2100\,\gamma^4 - 840\,\gamma^5)$$

$$S_t(\theta) = \frac{h}{\beta^3}\,(840\,\gamma - 5040\,\gamma^2 + 8400\,\gamma^3 - 4200\,\gamma^4)$$

Les courbes représentatives sont montrées à la figure 2-10.

La variation de l'accélération analogue ainsi que du saut analogue est continue et progréssive sur toute la course de valeur nulle à valeur nulle.

Ce polynôme s'adapte aussi trés bien aux vitesses importantes.

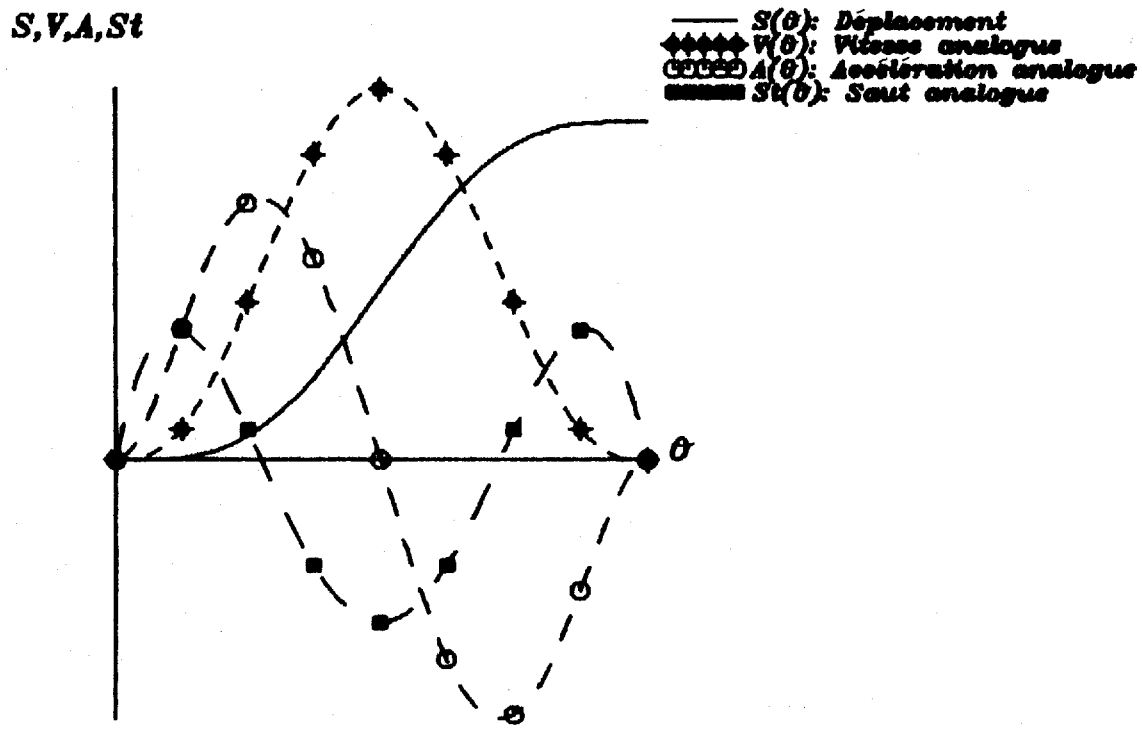


Figure 2-10: Courbes représentatives de la loi polynômiale de degré 7

2.3.2.5 Généralisation sur la détermination des lois polynômiales

En addition aux quatre courbes polynômiales vues précédemment, d'autres courbes polynômiales sont déterminées pour le diagramme S.M.S. C'est à partir d'une méthode générale sur la dérivation des équations, que sont tirés les coefficients de ces polynômes. Deux chercheurs q'on peut citer, ont collaboré dans ce domaine. Stoddart[32] a suggéré une méthode basée sur un système matriciel qui mène à la résolution d'un système d'équations linéaires. Par contre Schimel[33] détermine les coefficients des polynômes par un simple procéssus de triangularisation. Pour plus de détails sur la méthode de détermination des coefficients des polynômes, consulter les références citées.

Plus récemment, les chercheurs se sont intéressés par la détermination de nouveaux polynômes capables de satisfaire n'importe quelles conditions propres du mouvement et d'offrir une bonne fléxibilité sur le choix final du mouvement. Dans ce contexte, Matthew[34] a démontré, par l'utilisation des polynômes modifiés de degré 7 , les possibilités de la minimisation de l'angle de pression, de la force de surface et du couple de rotation. En plus, il a comparé les caractéristiques de ces polynômes modifiés avec ceux de la courbe sinusoïdale modifiée. Parmis les résulats obtenus, il a démontré la possibilité de la réduction de la force statique maximale de la came de 13 % par rapport à celle obtenue en utilisant la courbe sinusoïdale modifiée.

2.3.2.6 Traitement des polynômes avec grands exposants

La manipulation des exposants des polynômes permet à un certain degré l'ajustement de la formes des courbes. Seulement, il n'existe pas de règles exactes disponibles pour cette manipulation. Néamoins, l'éxpérience et l'utilisation des outils informatiques restent très recommandés et fort necessaires. Par exemple, la famille du polynôme de degré 5 doit avoir les puissances 3-4-5 ou 3-5-7 ou 3-6-9. La famille du polynôme de degré 7 aura les puissances 4-5-6-7 ou 4-6-8-10 ou 4-7-10-13. On déduie qu'il y'a un espacement régulier des puissances. Les courbes polynômiales ayant des exposants atteignant le degré 50 [5] sont adaptables avec succès aux cames destinées pour les moteurs à combustion interne.

La figure 2-11 montre une famille de ces courbes pour le diagramme S.M.D.S. les conditions aux limites pour chacune d'elles en phase de montée sont:

$$\theta=0 \longrightarrow S(\theta)= V(\theta)= A(\theta)= S_t(\theta)= \frac{d^4S(\theta)}{d\theta^4}= 0$$

$$\theta=\beta \longrightarrow S(\theta)= 0.35\ h \quad et \quad V(\theta)= A(\theta)= S_t(\theta)= 0$$

L'équation polynômiale du déplacement prend la forme :

$$S(\theta)= h\ (C_o\theta^2 + C_p\theta^p + C_q\theta^q + C_r\theta^r + C_v\theta^v)$$

La figure 2-12 montre un spectre complet de combinaisons possibles des exposants pour satisfaire les critéres de la conception[5]

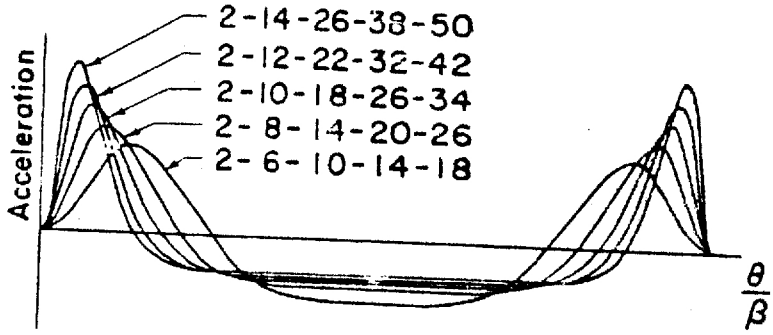


Figure 2-11: Famille de courbes polynômiales avec grand exposant pour le diagramme S.M.D.S.

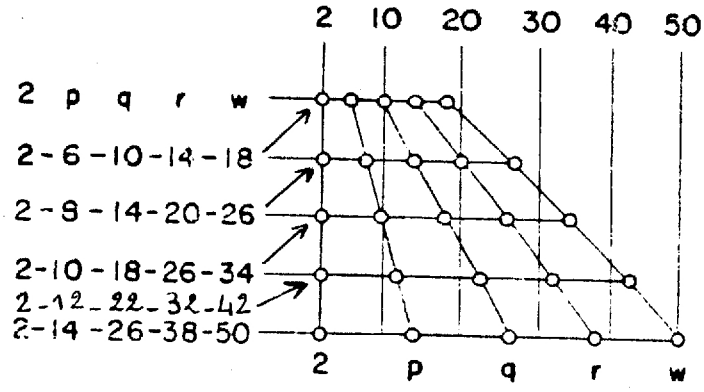


Figure 2-12: Disposition des exposants.

2.3.3 Courbes modifiées

Afin d'obtenir une courbe optimale, les concepteurs ont concus de nouvelles courbes à partir de combinaison des courbes élémentaires. L'objectif est d'avoir une came avec la plus basse accélération possible tout en choisissant une courbe d'accélération analogue lisse et arrondie et avec un saut analogue fini en chaque point. L'une des premières compositions des courbes élémentaires est la courbe trapézoïdale. Elle tient sa nomination du fait que sa courbe d'accélération analogue est composée d'une paire de trapézes isocèles (série de segments cubiques et paraboliques alternés pour la courbe du déplacement). Néklutin[8] est probalement le premier à apprécier que la courbe d'accélération trapézoïdale est meilleure que la courbe d'accélération du mouvement parabolique et offre de bonnes caractéristiques en réponse dynamique pour des fonctionnements en grandes vitesses.

2.3.3.1 Courbe trapézoïdale modifiée (*loi trapézoïdale arrondie*)

Dans la courbe trapézoïdale initiale, les équations cubiques ont été remplacées par les équations cycloïdales au premier, troisième, quatrième et sixième segments de la courbe. Ce changement a pour objectif la réduction de l'accélération analogue maximale de la courbe initiale.

En posant: $\gamma = \theta/\beta$

Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$0 \le \gamma \le \frac{1}{8}$$

$$S(\vartheta) = 0.09724612\, h\left(4\gamma - \frac{1}{\pi}\sin 4\pi\gamma\right)$$

$$V(\vartheta) = 0.3889845\, \frac{h}{\beta}\,(1 - \cos 4\pi\gamma)$$

$$A(\vartheta) = 4.888124\, \frac{h}{\beta^2}\,(\sin 4\pi\gamma)$$

$$St(\vartheta) = 61.425769\, \frac{h}{\beta^3}\cos 4\pi\gamma$$

$$\frac{1}{8} \le \gamma \le \frac{3}{8}$$

$$S(\vartheta) = h(2.44406184\gamma^2 - 0.22203097\gamma + 0.00723407)$$

$$V(\vartheta) = \frac{h}{\beta}\,(4.888124\gamma - 0.222031)$$

$$A(\vartheta) = \frac{h}{\beta^2}\,(4.888124)$$

$$St(\vartheta) = 0$$

$$\frac{3}{8} \le \gamma \le \frac{1}{2}$$

$$S(\vartheta) = h(1.6110154\gamma - 0.0309544 \sin(4\pi\gamma - \pi) - 0.3055077)$$

$$V(\vartheta) = \frac{h}{\beta}\,(1.6110154 - 0.3889845 \cos(4\pi\gamma - \pi))$$

$$A(\vartheta) = \frac{h}{\beta^2}\,(4.888124 \sin(4\pi\gamma - \pi))$$

$$St(\vartheta) = 61.425769\, \frac{h}{\beta^3}\cos(4\pi\gamma - \pi)$$

$$\frac{1}{2} \le \gamma \le \frac{5}{8}$$

$$S(\vartheta) = h(1.6110154\gamma - 0.0309544 \sin(4\pi\gamma - 2\pi) - 0.3055077)$$

$$V(\vartheta) = \frac{h}{\beta}\,(1.6110154 + 0.3889845 \cos(4\pi\gamma - 2\pi))$$

$$A(\vartheta) = \frac{h}{\beta^2}\,(-4.888124 \sin(4\pi\gamma - 2\pi))$$

$$St(\vartheta) = -61.425769\, \frac{h}{\beta^3}\cos(4\pi\gamma - 2\pi)$$

$$\frac{5}{8} \le \gamma \le \frac{7}{8}$$

$$S(\vartheta) = h(4.6660917\gamma - 2.44406184\gamma^2 - 1.229248)$$

$$V(\vartheta) = \frac{h}{\beta}(4.6660917 - 4.888124\gamma)$$

$$A(\vartheta) = \frac{h}{\beta^2}\,(-4.888124)$$

$$St(\vartheta) = 0$$

$$\frac{7}{8} \leq \gamma \leq 1$$

$$S(\theta) = h(1.6110154 + 0.3889845\gamma + 0.0309544 \sin(4\pi\gamma - 3\pi))$$

$$V(\theta) = \frac{h}{\beta}(1.6110154 - 0.3889845 \cos(4\pi\gamma - 3\pi))$$

$$A(\theta) = \frac{h}{\beta^2}(-4.888124 \sin(4\pi\gamma - 3\pi))$$

$$S_t(\theta) = -61.425769 \frac{h}{\beta^3} \cos(4\pi\gamma - 3\pi)$$

Les courbes sont représentés à la figure 2-13.
Les caractéristiques de cette loi du mouvement sont:

$$V(\theta)_{max} = \frac{2h}{\beta} \; ; \qquad A(\theta)_{max} = 4.888 \frac{h}{\beta^2} \; ; \qquad S_t(\theta)_{max} = 61.43 \frac{h}{\beta^3}$$

Cette loi est très bonne pour les grandes vitesses, surtout si la came est usinée avec précision.

2.3.3.2 Courbe trapézoïdale modifiée dissymétrique

A l'origine, c'est notre courbe précédante avec un changement au niveau de la courbe d'accélération analogue afin d'avoir une vitesse et une accélération particulières à quelques points critiques de la courbe. **Néklutin[35]** a traité cette courbe avec des périodes d'accélération et décélération inégaux et a présenté ces résultats sous forme tabulée. Par contre **Ragsdall** et **Gilkey[36]** ont assimilé la courbe d'accélération dissymétrique à une courbe symétrique.

La courbe trapézoïdale modifiée a obtenue une grande popularité en industrie. Son seul inconvénient réside dans le fait qu'en régime dynamique, le **couple de rotation** obtenu passe d'un maximum positif à un maximum négatif dans un quart de temps de période. Si les forces dynamiques représentent la majeure partie de la charge sur la came, cela conduit à un changement brusque d'énergie qui est nuisible et insupportable.

2.3.3.3 Courbe sinusoïdale modifiée

Cette courbe est tirée à partir d'une combinaison entre la loi du mouvement cycloïdal et la loi sinusoïdale.
Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$0 \leq \gamma \leq \frac{1}{8}$$

$$S(\vartheta) = h(0.43989\gamma - 0.035014 \sin 4\pi\gamma)$$

$$V(\vartheta) = 0.43989 \frac{h}{\beta} (1 - \cos 4\pi\gamma)$$

$$A(\vartheta) = 5.52794 \frac{h}{\beta^2} (\sin 4\pi\gamma)$$

$$S_t(\vartheta) = 69.4659 \frac{h}{\beta^3} \cos 4\pi\gamma$$

$$\frac{1}{8} \leq \gamma \leq \frac{7}{8}$$

$$S(\vartheta) = h(0.28005 + 0.43989\gamma - 0.315055 \cos(\frac{4\pi}{3}\gamma - \frac{\pi}{6}))$$

$$V(\vartheta) = \frac{h}{\beta} (0.43989 + 1.31967 \sin(\frac{4\pi}{3}\gamma - \frac{\pi}{6}))$$

$$A(\vartheta) = \frac{h}{\beta^2} (5.52794 \cos(\frac{4\pi}{3}\gamma - \frac{\pi}{6}))$$

$$S_t(\vartheta) = -23.1553 \frac{h}{\beta^3} \sin(\frac{4\pi}{3}\gamma - \frac{\pi}{6})$$

$$\frac{7}{8} \leq \gamma \leq 1$$

$$S(\vartheta) = h(0.56010 + 0.43989\gamma + 0.035014 \sin 2\pi(2\gamma - 1))$$

$$V(\vartheta) = \frac{h}{\beta} (0.43989(1 - \cos 2\pi(2\gamma - 1)))$$

$$A(\vartheta) = \frac{h}{\beta^2} (5.52794 \sin 2\pi(2\gamma - 1))$$

$$S_t(\vartheta) = 69.4659 \frac{h}{\beta^3} \cos 2\pi(2\gamma - 1)$$

Les courbes sont représentés à la figure 2-14.

Les caractéristiques de cette loi du mouvement sont:

$$V(\vartheta)_{max} = 1.76 \frac{h}{\beta} \; ; \quad A(\vartheta)_{max} = 5.528 \frac{h}{\beta^2} \; ; \quad S_t(\vartheta)_{max} = 69.47 \frac{h}{\beta^3}$$

Ceux-cis sont moins bonnes que ceux de la courbe trapézoïdale modifiée. En contre-partie, et en régime dynamique, le changement du couple de rotation du positif au négatif s'éffectue en 0.42 du temps de période, ce qui le rend attractif pour l'indexage des grandes masses [29]. Cette loi du mouvement est aussi, bonne pour des fonctionnements en grandes vitesses.

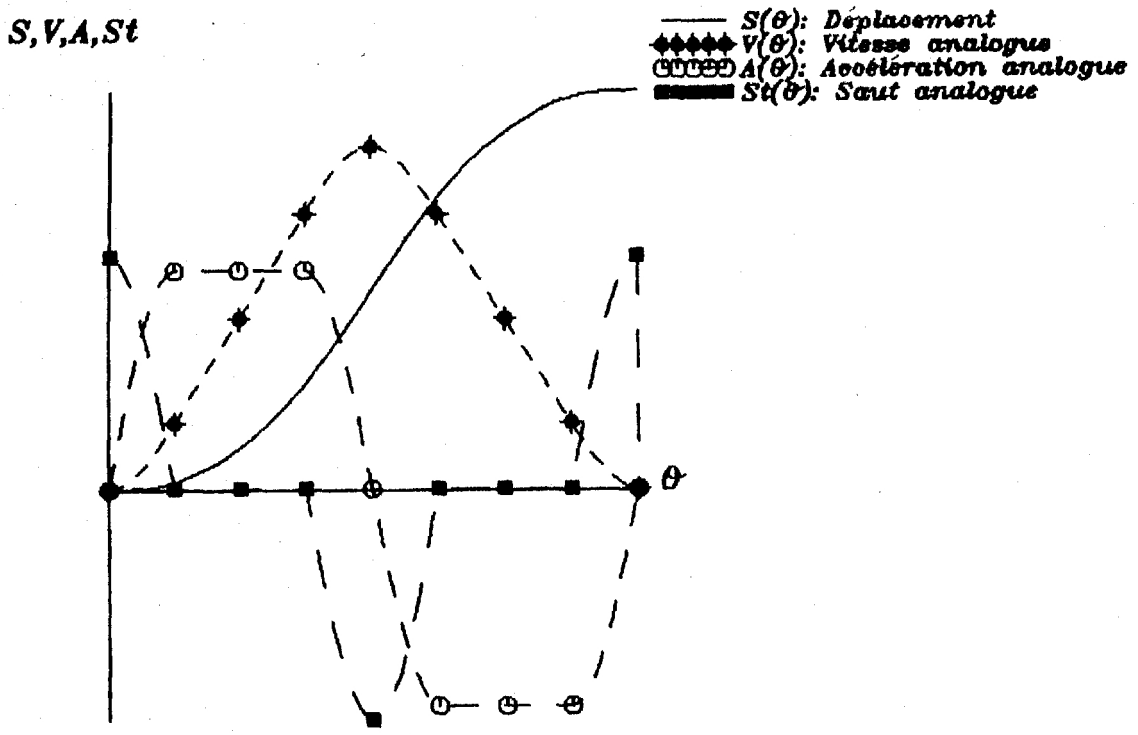


Figure 2-13: Courbes représentatives de la loi trapezoïdale modifiée

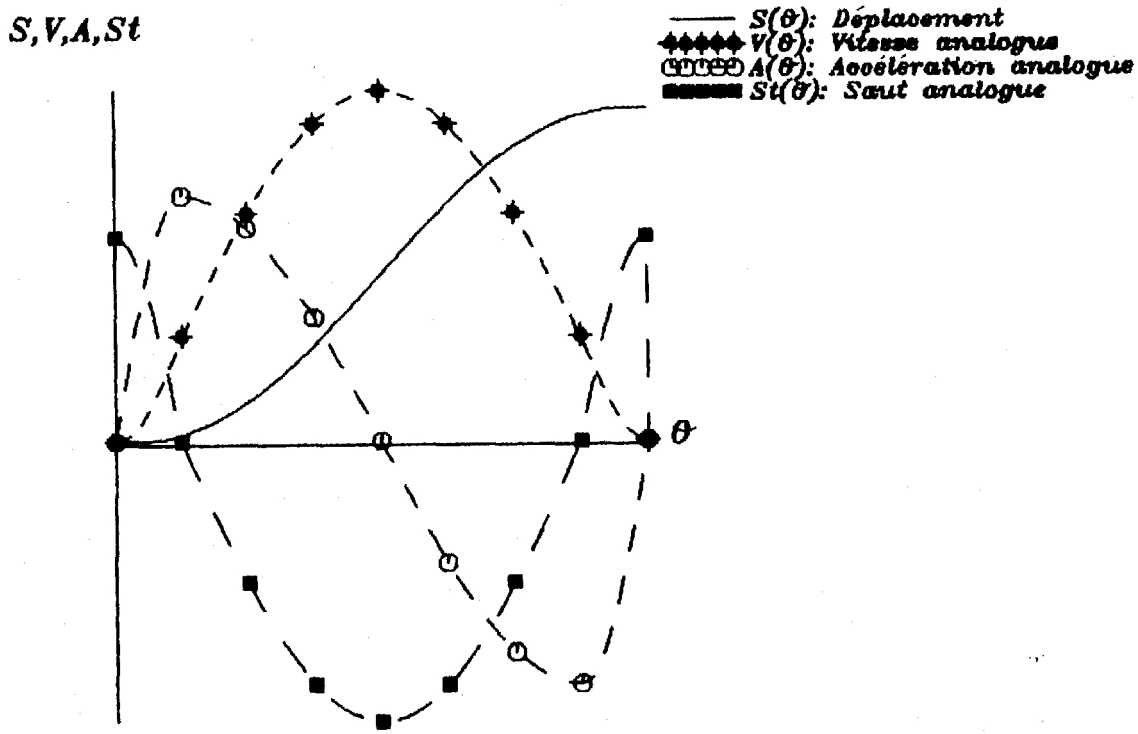


Figure 2-14: Courbes représentatives de la loi sinusoïdale modifiée

2.3.3.4 Courbe cycloïdale modifiée

Afin d'améliorer la courbe cycloïdale originelle, deux modifications ont été introduites par deux chercheurs. La première modification faite par Wildt[7], a permis une réduction de 6.8 % du pic de l'accélération analogue de la courbe originelle. Par contre, La seconde modification faite par Alt[37], a permis une réduction du pic de la vitesse analogue mais en revanche un pic d'accélération analogue plus grand. Une comparaison entre les differentes courbes cycloïdales est illustré à la figure 2-15.

En se basant sur la figure 2-16, l'équation du déplacement de la courbe cycloïdale modifiée est:

$$S(\theta) = h\left(\frac{\theta_m}{\beta} - \frac{1}{2\pi}\sin\left(2\pi\frac{\theta_m}{\beta}\right)\right) \qquad \text{où:}$$

$$\theta_m = \theta + \frac{\beta}{2\pi}\left(\frac{tg\delta}{tg\nu}\right)\sin\left(2\pi\frac{\theta}{\beta}\right) \qquad \text{avec:}$$

$$tg\delta = \frac{h}{\beta} \quad \text{et} \quad k = \left(\frac{tg\delta}{tg\nu}\right)$$

En posant: $\phi = 2\pi\frac{\theta}{\beta}$; $\phi_m = 2\pi\frac{\theta_m}{\beta}$ et $c_m = \cos\phi_m$

Les équations de la vitesse analogue, de l'accélération analogue ainsi que du saut analogue sont:

$$V(\theta) = \frac{h}{\beta}(1 + k\cos\phi)(1 - c_m)$$

$$A(\theta) = \frac{2\pi h}{\beta^2}\left[\sin\phi_m(1 + k\cos\phi)^2 - k\sin\phi(1 - c_m)\right]$$

$$S_t(\theta) = \frac{4\pi^2 h}{\beta^3}\left[c_m(1 + k\cos\phi)^2 - 3k\sin\phi_m\sin\phi - k\cos\phi(1 - c_m)\right]$$

Les courbes représentatives sont montrées à la figure 2-17.
La valeur optimale de k qui donne le plus bas pic d'accélération analogue: $A(\theta)_{max} = 5.89\ (h/\beta^2)$ est: $k = 0.134$.

$V(\theta)_{max} = 1.732\ h/\beta$, $S(\theta)_{tmax} = 50.76\ h/\beta^3$

Cette courbe est une trés bonne amélioration de la courbe cycloïdale, et de ce fait elle convient pour des applications aux grandes vitesses de rotation. Pour plus de détails sur l'élaboration de cette courbe, consulter la référence [38].

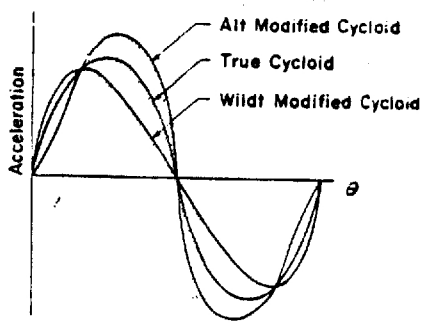


Figure 2-15: Comparaison des lois cycloïdales.

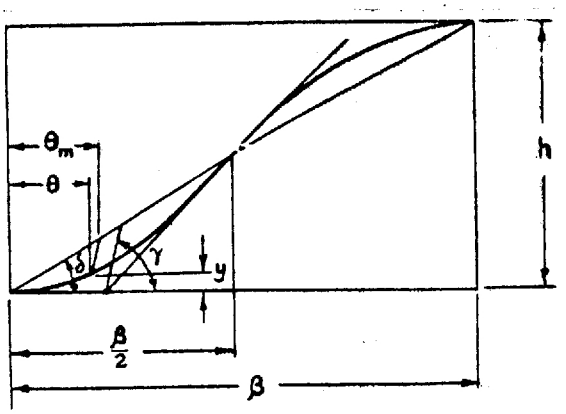


Figure 2-16: Construction de la loi cycloïdale modifiée.

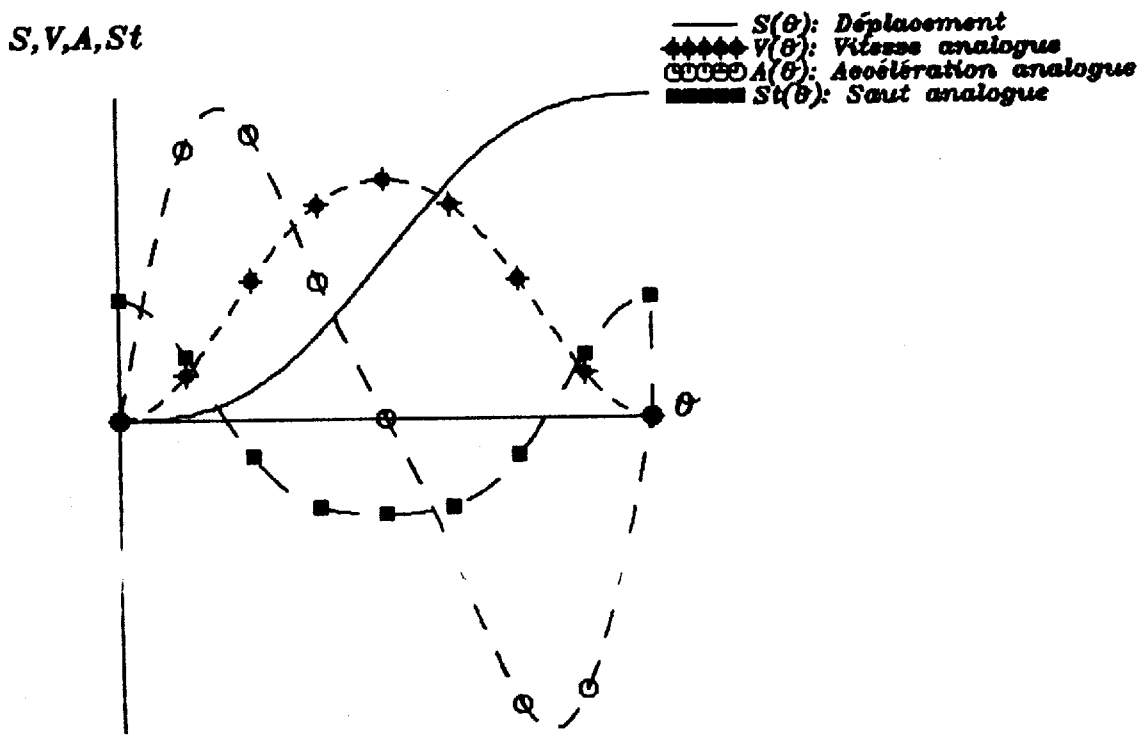


Figure 2-17: Courbes représentatives de la loi cycloïdale modifiée

2.3.4 Courbes en série de Fourier

Dans le choix et la séléction des profils des cames on a deux objectifs à atteindre :

1-produire une accélération minimale sur l'élément mené et ainsi minimiser la charge dynamique.

2-éviter les réponses vibratoires excessives sur l'élément mené causées par des composantes harmoniques trés grandes sur le profil.

Malheureusement, il y'a incompatibilité entre ces deux objectifs. Le profil parabolique par exemple, offre une accélération minimale mais en l'occurence des composantes harmoniques très grandes puisque son développement en série de Fourier produit un nombre de termes infini. Chaque terme est associé avec une force fréquentielle qui mène à l'induction de vibrations de résonnance sur l'élément mené. Le profil cycloïdal, par contre est le moins excittant en vibration sur l'élément mené. En revanche, il produit une très grande accélération (57 % plus d'accélération que le parabolique). Une très bonne solution est accomplie par l'optimisation d'une courbe intermédiaire entre la parabolique et la cycloïdale mais avec les moins et basses harmoniques possibles.

2.3.4.1 Courbe harmonique 1-3 de Gutman[39]

Cette courbe est obtenue à partir du développement en serie de FOURIER de la courbe du déplacement du mouvement parabolique et en gardant les deux premiers termes de la série. Elle est caractérisée par un triple composant harmonique de la fréquence de la cycloïdale et avec un maximum d'accélération analogue de 5.15 (h/β^2) qui correspond à 129 % de celui de la parabolique et de 82 % de celui de la cycloïdale.

Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$S(\theta) = h\left[\frac{\theta}{\beta} - \frac{15}{32\pi} \sin(2\pi\frac{\theta}{\beta}) - \frac{1}{96\pi} \sin(6\pi\frac{\theta}{\beta}) \right]$$

$$V(\theta) = \frac{h}{\beta}\left[1 - \frac{15}{16} \cos(2\pi\frac{\theta}{\beta}) - \frac{1}{16} \cos(6\pi\frac{\theta}{\beta}) \right]$$

$$A(\theta) = \frac{h\,\pi}{8\,\beta^2}\left[15 \sin(2\pi\frac{\theta}{\beta}) + 3 \sin(6\pi\frac{\theta}{\beta}) \right]$$

$$S_t(\theta) = \frac{h\,\pi^2}{4\,\beta^3}\left[15 \cos(2\pi\frac{\theta}{\beta}) + 9 \cos(6\pi\frac{\theta}{\beta}) \right]$$

La figure 2-18 montre les graphes de ces courbes.
La variation de l'accélération analogue est continue et progressive puisqu'il n'ya pas de saut de valeur infini. Cette courbe convient très bien pour les applications en grandes vitesses.

2.3.4.2 Courbe harmonique 1-3 de Freudenstein[40]

le fondement de cette courbe est basée sur la minimisation des facteurs d'accélération dynamiques. Elle est caractérisée par un maximum d'accélération analogue de 5.39 (h/β^2) qui correspond à 135 % de celui de la parabolique et de 86 % de celui de la cycloïdale.

Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$S(\theta) = \frac{h\,\theta}{\beta} - \frac{h}{2\pi}\left[\frac{27}{28}\sin\left(2\pi\frac{\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{84}\sin\left(6\pi\frac{\theta}{\beta}\right)\right]$$

$$V(\theta) = \frac{h}{\beta}\left[1 - \frac{27}{28}\cos\left(2\pi\frac{\theta}{\beta}\right) - \frac{1}{28}\cos\left(6\pi\frac{\theta}{\beta}\right)\right]$$

$$A(\theta) = \frac{2\pi h}{\beta^2}\left[\frac{27}{28}\sin\left(2\pi\frac{\theta}{\beta}\right) + \frac{3}{28}\sin\left(6\pi\frac{\theta}{\beta}\right)\right]$$

$$S_t(\theta) = \frac{4\pi^2 h}{\beta^3}\left[\frac{27}{28}\cos\left(2\pi\frac{\theta}{\beta}\right) + \frac{9}{28}\cos\left(6\pi\frac{\theta}{\beta}\right)\right]$$

La figure 2-19 montre les graphes de ces courbes.
Cette loi du mouvement convient aussi pour les applications en grandes vitesses.

2.3.4.3 Courbe harmonique 1-3-5 de Freudenstein[40]

C'est une amélioration de la courbe précédante, avec l'iclusion du 3^{eme} terme de la serie. Elle est caractérisée par un maximum d'accélération analogue de 5.06 (h/β^2) qui correspond à 126 % de celui de la parabolique et à 81 % de celui de la cycloïdale.
Les équations cinématiques du mouvement sont:

$$S(\theta) = \frac{h\,\theta}{\beta} - \frac{h\,m}{2\pi}\left[\sin\left(2\pi\frac{\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{54}\sin\left(6\pi\frac{\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{1250}\sin\left(10\pi\frac{\theta}{\beta}\right)\right]$$

$$V(\theta) = \frac{h}{\beta}\left[1 - m\left[\left(\cos\left(2\pi\frac{\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{18}\cos\left(6\pi\frac{\theta}{\beta}\right) + \frac{1}{250}\cos\left(10\pi\frac{\theta}{\beta}\right)\right]\right]$$

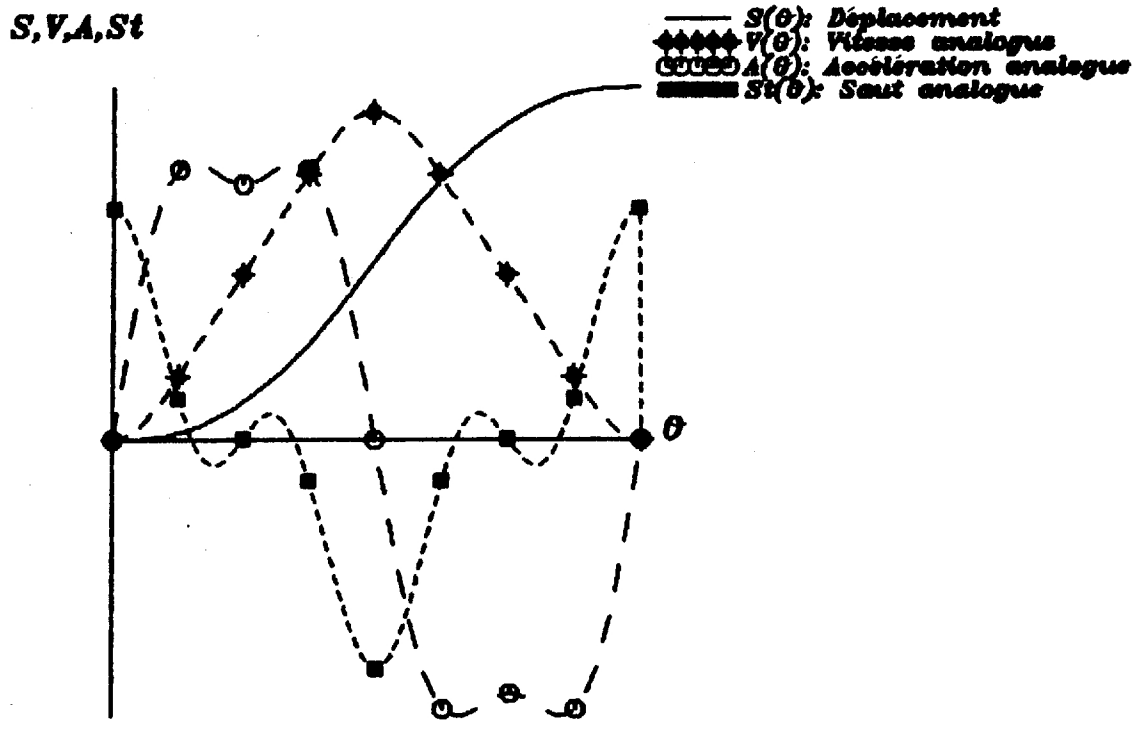


Figure 2-18: Courbes représentatives de la loi de Cutman(1-3)

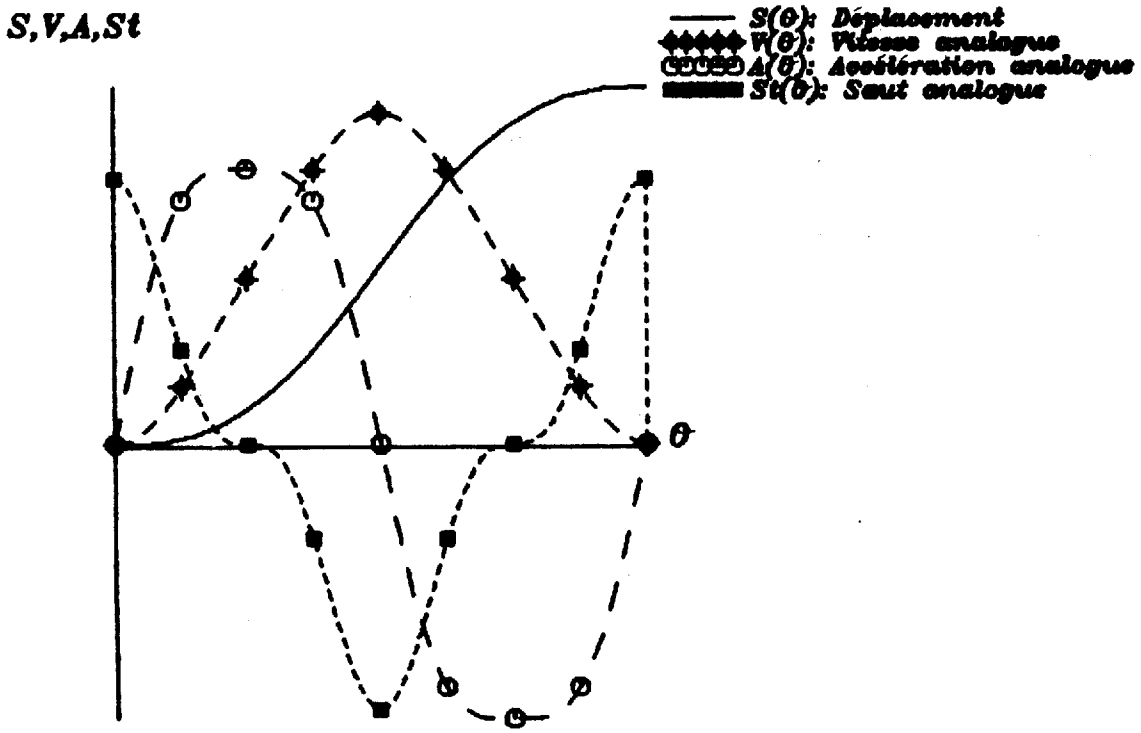


Figure 2-19: Courbes représentatives de la loi de Freudenstein(1-3)

$$A(\theta) = \frac{2\pi h}{\beta^2} m\left[\sin(2\pi\frac{\theta}{\beta}) + \frac{1}{6}\sin(6\pi\frac{\theta}{\beta}) + \frac{1}{50}\sin(10\pi\frac{\theta}{\beta}) \right]$$

$$St(\theta) = \frac{4\pi^2 h}{\beta^3} m\left[\cos(2\pi\frac{\theta}{\beta}) + \frac{1}{2}\cos(6\pi\frac{\theta}{\beta}) + \frac{1}{10}\cos(10\pi\frac{\theta}{\beta}) \right]$$

Avec $m = \frac{1125}{1192}$

La figure 2-20 montre les graphes de ces courbes.
cette loi du mouvement convient trés bien aux applications en grandes vitesses.

De la même manière, d'autre courbes ont été générées par le développement en série de Fourier, comme ceux de Baranyi[10] ou Weber[41]. Mais, il est important à noter que cette manipulation n'est pas toujours couronnée avec succès. Lors d'une récente étude faite par chen[42] sur les courbes de Baranyi en mode dynamique, il s'est avéré que les réponses dynamiques n'ont pas été satisfaisantes.

Le développement en série de Fourier nous offre l'avantage de connaître Les pics harmoniques qui nous permettent à leur tour de connaître les fonctions des forces appliquées aux systèmes (came + éléménts menés). Enfin, une étude rigoureuse permet d'éviter les résonnances en certains de ces pics.

2.3.5 Combinaison des courbes de cames

Pour de longues années la conception des cames concernait seulement le déplacement de l'élément mené à travers une distance et pandant une durée de temps données. Les vitesses de rotation étaient basses et les charges dynamiques n'étaient pas importantes.

Avec l'arrivée des machines tournantes à grandes vitesses, il est devenu primordial de considerer les caractéristiques dynamiques du système et la sélection d'un contour de came qui minimise les charges dynamiques. Donc, il fallait tenir compte du changement de l'accélération qui est déterminé par la troisième derivée du déplacement par rapport au temps "*Saut*". Celui-ci est une indication des caractéristiques d'impact de la charge.

Comme exemple, considérant le mouvement parabolique qui est très recherché à cause de sa basse accélération. Malheureusement on ne peut

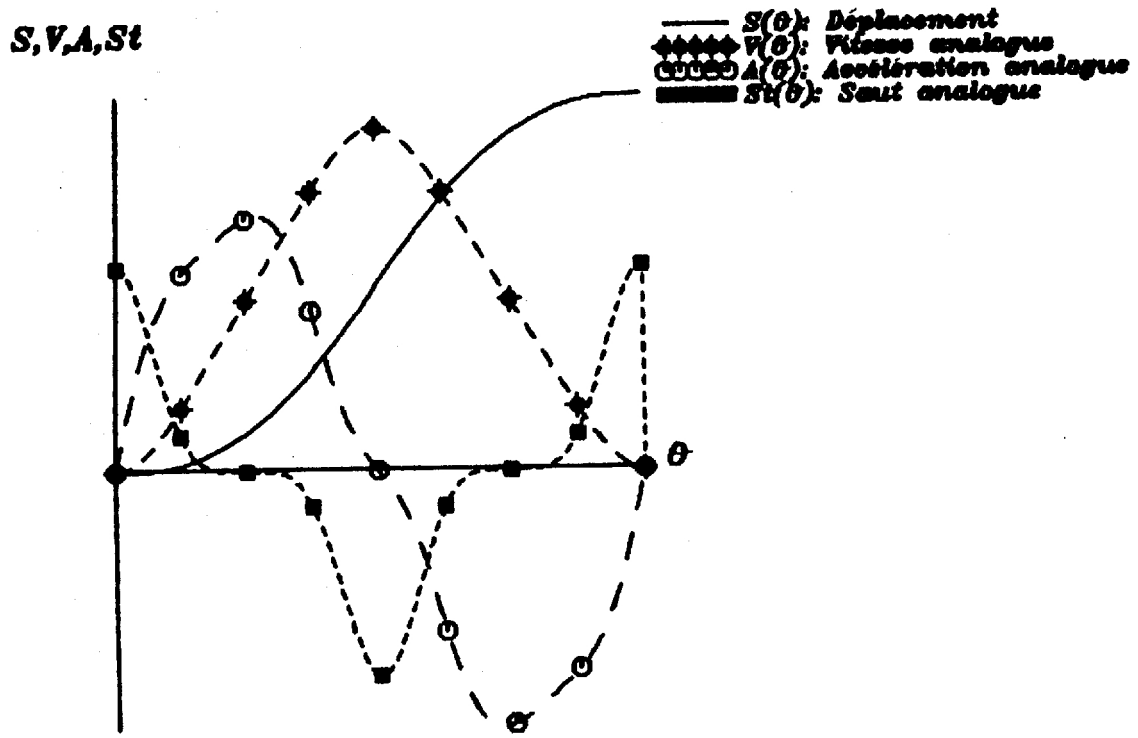


Figure 2-20: Courbes représentatives de la loi de Freudenstein(1-3-5)

admettre que cette accélération augmente de zéro à sa valeur maximale instantanément ou encore passer de sa valeur positive maximale à sa valeur négative maximale. L'impact de la charge se produit trois fois dans ce mouvement durant une montée ou une descente. Ceci produit des vibrations indésirables et cause des dommages structurales.

Les courbes élémentaires vues en (§ 2.3.1) sont utilisées à cause de leurs simplicité de construction et facilité d'analyse. Dans des situations ou ces courbes sont inadéquates, comme par exemple le cas où il n'y a pas de symétrie pour la montée et la descente, les combinaisons des courbes sont fréquemment utilisées. La courbe à vitesse constante modifiée est le plus simple exemple. La courbe trapézoïdale modifiée et la courbe sinusoïdale modifiée sont d'autres exemples.

2.3.5.1 Conditions fondamentales sur la combinaison des courbes

Ces conditions sont énumerées comme suit:

1-La somme des déplacements durant chaque phase du mouvement spécifié est égale au déplacement total. ($S_1 + S_2 + S_3 + \ldots = h$)

2-La somme des angles balayés par la came durant chaque phase du mouvement spécifié est égale à l'angle total balayé par la came. ($\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \ldots = \beta$)

3-Il est necessaire que les vitesses aux points de jonctions des courbes soient égales.

4-De même, les accélérations aux points de jonctions des courbes soient égales.

2.3.5.2 Approche de "construction par bloc" (*building-block approch*)

Basée sur les conditions fondamentales des combinaisons des courbes, une came optimale peut être développée en utilisant un assemblage de segments de courbes pour produire les spécifications des mouvements voulus. Pour éviter un saut infini, trois tableaux de courbes (2-1, 2-2, 2-3) ont été suggérés par **Kloomok** et **Muffley** [43] et décrits par **Mabie** et **Oqvirk** [44], sont construits par les trois courbes analytiques suivantes:

* Cycloïdale
* Harmonique
* Polynôme de degré 8

Tableau 2-1: Courbes cycloïdales.

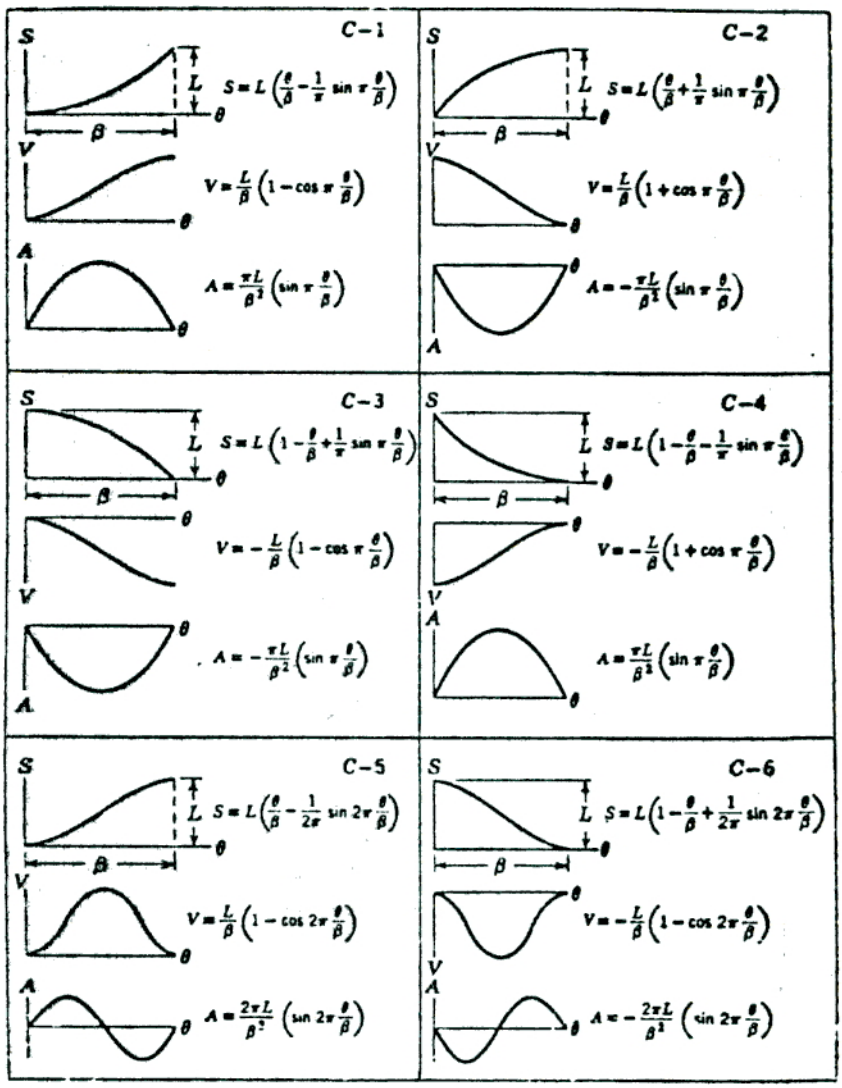


Tableau 2-2: Courbes harmoniques.

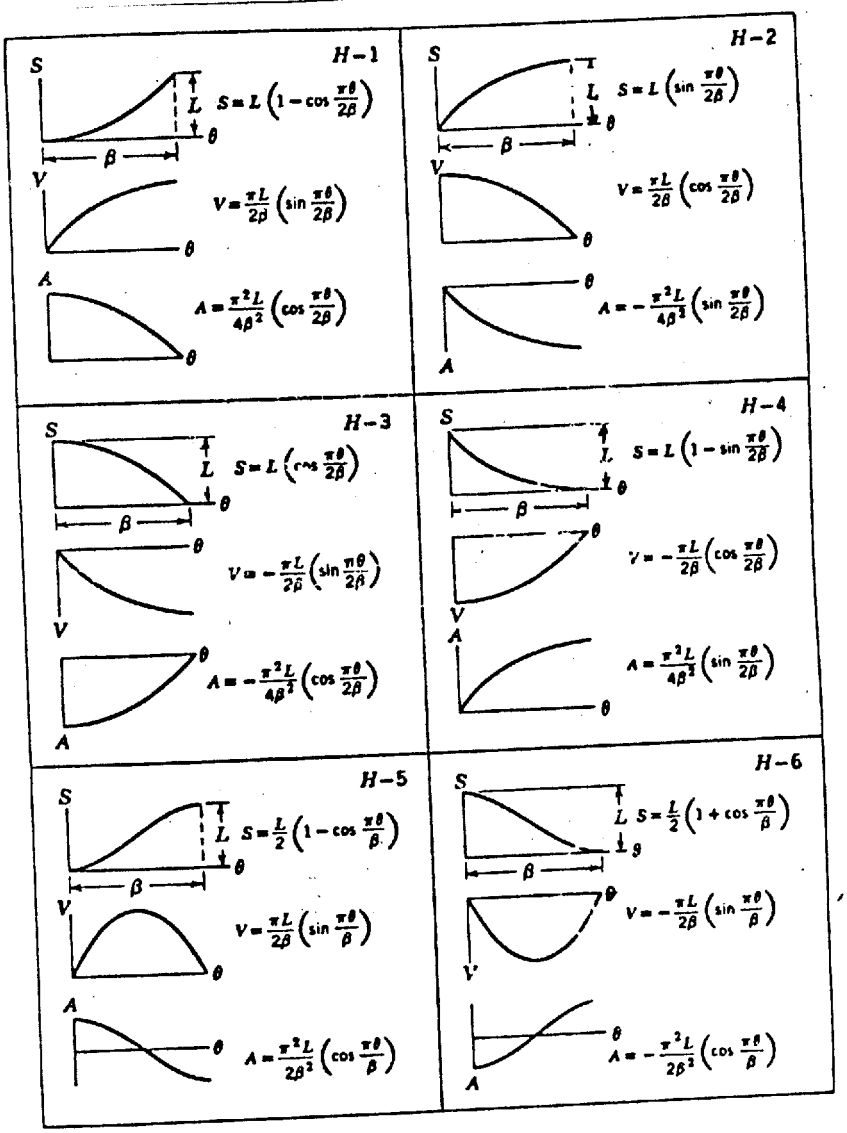
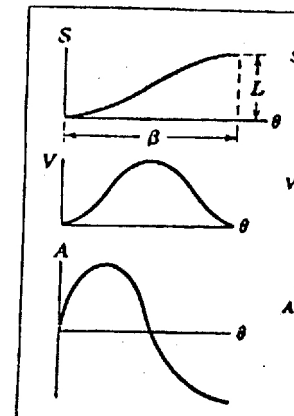


Tableau 2-3: Courbes polynômiales de degré 8.

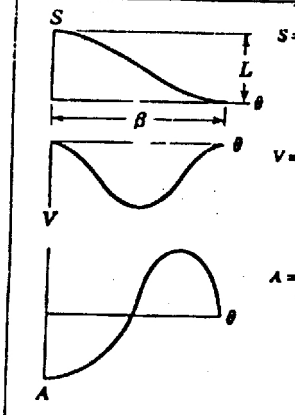


$$S = L\left[6.09755\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 - 20.78040\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 26.73155\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 - 13.60965\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^7 + 2.56095\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^8\right]$$

$$V = \frac{L}{\beta}\left[18.29265\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 - 103.90200\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + 160.38930\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 - 95.26755\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 + 20.48760\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^7\right]$$

$$A = \frac{L}{\beta^2}\left[36.58530\left(\frac{\theta}{\beta}\right) - 415.60800\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 801.94650\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 - 571.60530\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 143.41320\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6\right]$$

P-1



$$S = L\left[1.00000 - 2.63415\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 2.78055\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 3.17060\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 - 6.87795\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^7 + 2.56095\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^8\right]$$

$$V = \frac{L}{\beta}\left[-5.26830\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 13.90275\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + 19.02360\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 - 40.14565\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 + 20.48760\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^7\right]$$

$$A = \frac{L}{\beta^2}\left[-5.26830 + 55.61100\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 95.11800\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 - 288.87390\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 143.41320\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6\right]$$

P-2

Ces courbes offrent l'avantage d'être combinées entres elles avec des demi-segments de courbes pour produire à la fin un contour unique.

Utilisées seules ou en combinaison, ces trois courbes offrent des solutions efficaces pour la majorité des situations fonctionnelles dans la conception des cames. Elles sont caractérisées par des dérivées continues aux points intermédiaires. L'accélération change graduellement et le saut est fini.

1-La courbe cycloïdale caractérisée par une accélération nulle en début et en fin du mouvement, est recommandée pour le diagramme S.M.S. Par contre, puisque l'angle de pression est relativement haut et l'accélération retourne vers zéro, deux cycloïdales ne doivent pas être couplées entres elles mêmes.

2-Des trois courbes citées précédemment, la courbe harmonique offre:

- un bas pic de de l'accélération.
- un angle de pression minimale.

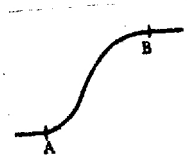
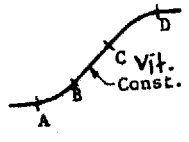
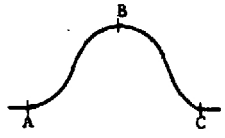
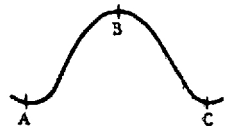
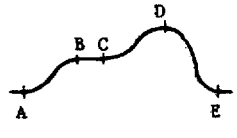
Pour cela, elle est préférée dans le cas où l'accélération doit être ajoutée en fin ou début du mouvement des profils adjaçents. Une demi-harmonique est souvent raccordée avec une courbe de vitesse constante. Enfin, un segment de courbe harmonique peut être couplé avec un segment de courbe cycloïdale ou un segment de polynôme de degré 8.

3-Le polynôme de degré 8 est caractérisé par un pic d'accélération et un angle de pression intermédiaires entre ceux des deux courbes citées précédemment. La non symétrie de son accélération le rend très utile. Par exemple, son accélération nulle à son point de départ pour la montée peut être couplée avec une phase de repos. De même son accélération de valeur finie à son extrémité terminale peut être couplée avec une harmonique.

2.3.5.3 Couplage des courbes

Le tableau 2-4 représente un guide pour la séléction des courbes de cames. Les quelques exemples qui vont être traités seront d'un point de vue démonstratif.

Tableau 2-4: Guide pour la séléction des courbes de cames[29].

	Courbe du déplacement	Conditions aux limites	Type de courbe recommandée
S.M.S		* Acc. en A, B=0 * Vit. en A, B=0	* Cycloïdale * Sinusoïdale modifiée * Trapézoïdale modifiée
S.M-Vit.Cte-M.S		* Acc. en A, B, C, D=0 * Vit. en B =Vit. en C * Vit. en A, D=0	* Demie.Cycloïdale-Vit. Cte-Demie Cycloïdale
S.M.D.S		* Acc. en A, C=0 * Acc. ajoutée en B * Vit. en A, B, C=0	* Cycloïdale-Harmonique
M.D.M		* Acc. ajoutée en A, B * Vit. en A, B=0	* Harmonique
Combinaison		* Acc. en A, B, C, E=0 * Acc. ajoutée en D	* Harmonique * Trapézoïdale modifiée * Sinusoïdale modifiée * polynôme

a) Couplage cycloïdale-courbe avec vitesse constante

Cette combinaison est utilisée lorsque la vitesse est fixée dans certaines sections du profil de la came. Elle est aussi avantageuse, lorsque les dimensions de la came sont fixées et l'angle de pression maximal obtenu est plus grand que celui desiré, quand une cycloïdale est utilisée seule. Cet exemple est illustré par la figure 2-21. Pour assurer la continuité de la courbe au point B avec des vitesses égales il faut que:

$$2\,\frac{h_1}{h_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2}$$

b) Couplage courbe avec vitesse constante raccordée aux extrémités avec la cycloïdale

C'est une modification du premier exemple. La figure 2-22 montre l'utilisation de deux courbes cycloïdales. Les relations entre les rotations angulaires et les déplacements du poussoir sont:

$$\beta = \beta_1+\beta_2+\beta_3$$
$$h = h_1+h_2+h_3$$

$$2\,\frac{h_1}{h_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2}$$
$$h\beta_1 = h_1(\beta+\beta_2)$$

c) Couplage cycloïdale-harmonique

Pour assurer la continuité au point B de la figure 2-23 il faut que:

$$\frac{4\,h_1}{\pi\,h_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2}$$

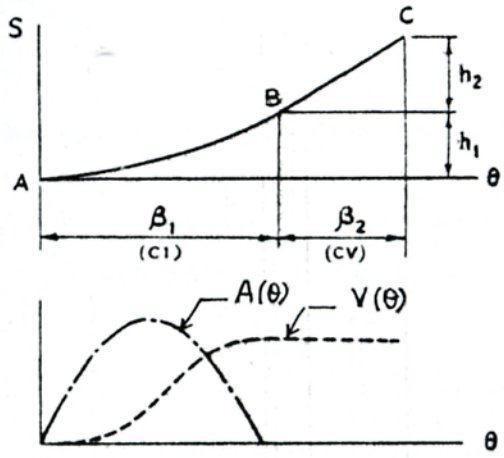


Figure 2-21: Couplage cycloïdale-courbe avec vitesse constante.

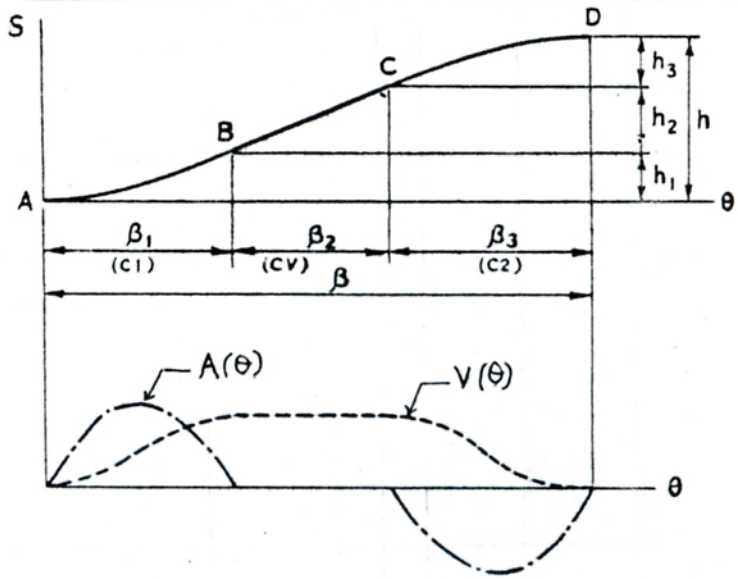


Figure 2-22: Courbe avec vitesse constante raccordée aux extrémités avec la cycloïdale.

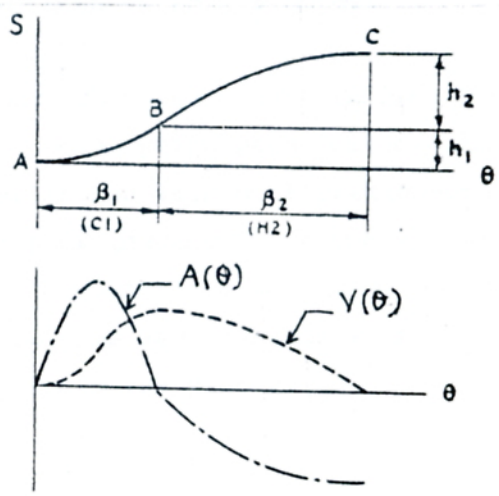


Figure 2-23: Couplage cycloïdale-harmonique.

d) Couplage cycloïdale-harmonique pour le diagramme (S.M.D.S)

Le cas symétrique est représenté à la figure 2-24. En posant p= β_1/β_2 et pour assurer la contiuité aux points de jonctions il faut que:

$$h_1 = \frac{\pi}{4p+\pi} h \qquad \beta_1 = \frac{1}{p+1} \beta$$

$$h_2 = \frac{4p}{4p+\pi} h \qquad \beta_2 = \frac{p}{p+1} \beta$$

e) Couplage harmonique-polynôme de degré 8

Les conditions de continuité au point B des figures 2-25 et 2-26 respectivement sont:

$$\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)^2 = \frac{10.54}{\pi^2}$$

1-Cas:

$$\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)^2 = \frac{21.08}{\pi^2}$$

2-Cas:

2.3.6 Comparaison des différentes lois étudiées

Afin de comparer plus facilement les différentes lois entre elles, le tableau 2-5 récapitule leurs principaux caractéristiques. On peut dire sommairement que les meilleures lois sont pratiquement les lois qui peuvent être utilisées avec les plus grandes vitesses et les plus fortes inerties telles la cycloïdale, la trapézoïdale modifiée, la cycloïdale modifiée, la sinusoïdale modifiée ainsi que les courbes en série de Fourier. En outre, leurs réalisations sont parmis les plus aisées.

المكتبة المركزية

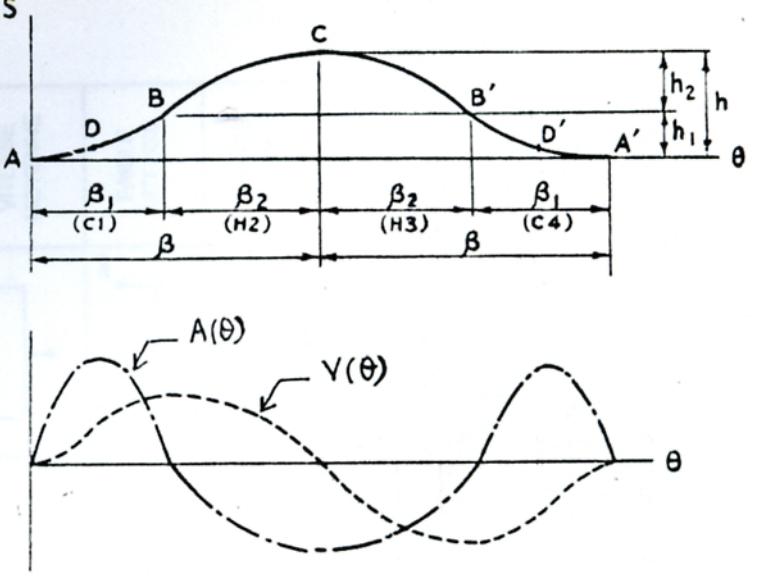


Figure 2-24: Couplage cycloïdale-harmonique pour le diagramme (S.M.D.S). (cas symétrique)

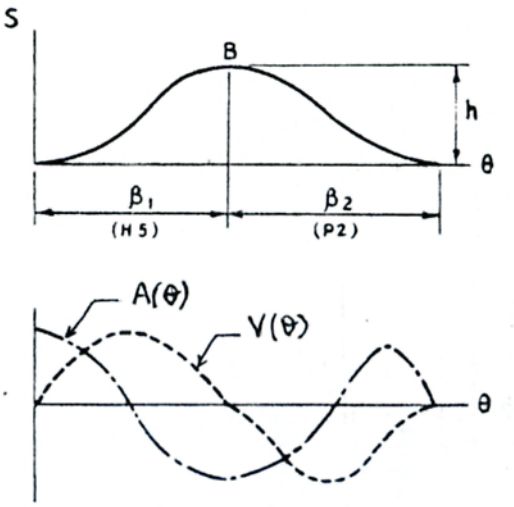


Figure 2-25: Couplage harmonique- polynôme de degré 8 (1-cas).

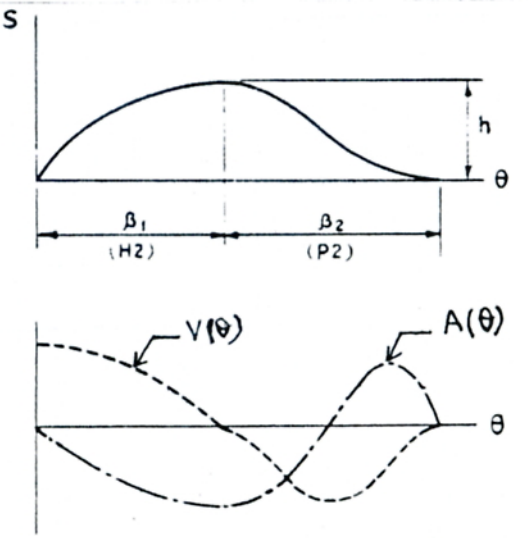


Figure 2-26: Couplage harmonique- polynôme de degré 8 (2-cas).

TABLEAU 2-5 COMPARAISON DES DIFFERENTES LOIS ETUDIEES

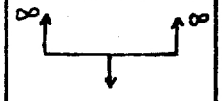
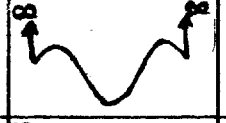
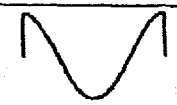
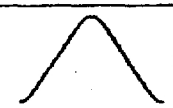
LOI	FORME ACCELERATION ANALOGUE	ACCELERATION ANALOGUE MAX.	FORME VITESSE ANALOGUE	VITESSE ANALOGUE MAX.	FORME SAUT ANALOGUE	UTILISATION
UNIFORME		$4\ h/\beta^2$		$2\ h/\beta$		VITESSE MOYENNE
POLYNOMIALE RECTILIGNE		$6\ h/\beta^2$		$1.5\ h/\beta$		FAIBLE VITESSE
POLYNOMIALE ARRONDIE		$5.77\ h/\beta^2$		$1.88\ h/\beta$		GRANDE VITESSE
POLYNOMIALE DE DEGRE 7		$7.38\ h/\beta^2$		$2.19\ h/\beta$		GRANDE VITESSE
ELLIPTIQUE N=1.3		$5.8\ h/\beta^2$		$2.04\ h/\beta$		VITESSE MOYENNE
SINUSOIDALE SIMPLE		$4.93\ h/\beta^2$		$1.57\ h/\beta$		VITESSE MOYENNE

TABLEAU 2-6 COMPARAISON DES DIFFERENTES LOIS ETUDIEES (suite)

LOI	FORME ACCELERATION ANALOGUE	ACCELERATION ANALOGUE MAX.	FORME VITESSE ANALOGUE	VITESSE ANALOGUE MAX.	FORME SAUT ANALOGUE	UTILISATION
SINUSOIDALE MODIFIEE		$5.53\ h/\beta^2$		$1.76\ h/\beta$		TRES GRANDE VITESSE
CYCLOIDALE		$6.28\ h/\beta^2$		$2\ h/\beta$		TRES GRANDE VITESSE
CYCLOIDALE MODIFIEE		$5.89\ h/\beta^2$		$1.73\ h/\beta$		TRES GRANDE VITESSE
TRAPEZOIDALE MODIFIEE		$4.9\ h/\beta^2$		$2\ h/\beta$		TRES GRANDE VITESSE
GUTMAN 1 - 3		$5.15\ h/\beta^2$		$2.1\ h/\beta$		TRES GRANDE VITESSE
FREUDENSTEIN 1 - 3		$5.39\ h/\beta^2$		$2\ h/\beta$		TRES GRANDE VITESSE
FREUDENSTEIN 1 - 3 - 5		$5.06\ h/\beta^2$		$2\ h/\beta$		TRES GRANDE VITESSE

2.4 Méthodes numériques pour la synthèse du profil

Les courbes élémentaires, polynômiales, modifiées, en serie de Fourier ainsi que les combinaisons des courbes vues précédemment sont utilisées en industrie pour le développement des profils des cames. Durant l'usinage et pour une précision de l'ordre du millième du mm, la courbe du déplacement résultante diverge par rapport à la courbe originelle. Ceci entraine une divergence par rapport à la courbe d'accélération analogue théorique. Pour corriger ce problème, une méthode pratique est adoptée pour faire le lissage des "irrigularités" dans la courbe d'accélération analogue. Elle est appelée "ajustement des courbes" ou "processus du lissage des courbes".

2.4.1 Méthode des différences-finies

Le développement en serie de Taylor d'une fonction y=y(x) qui admet des dérivées continues prend la forme:

$$y(x+\Delta x)= y(x) + \Delta x\, \dot{y}(x) + (\Delta x)^2/2\, \ddot{y}(x) + (\Delta x)^3/3!\, \dddot{y}(x) + \ldots \longrightarrow (2.1)$$

Où: $\dot{y}(x)= \frac{dy}{dx}$; $\ddot{y}(x)= \frac{d^2y}{dx^2}$; $\dddot{y}(x)= \frac{d^3y}{dx^3}$;.....

Si On divise la courbe y=y(x) en un nombre fini de segments de longueur h (figure 2-27) tel que : $h= (\Delta x)= x_i - x_{i-1}$.
On peut écrire d'après (2.1):

$$y_{i+1}= y_i + h\dot{y}_i + (h^2/2)\ddot{y}_i + (h^3/3!)\dddot{y}_i + \ldots \longrightarrow (2.2)$$

$$y_{i-1}= y_i - h\dot{y}_i + (h^2/2)\ddot{y}_i - (h^3/3!)\dddot{y}_i + \ldots \longrightarrow (2.3)$$

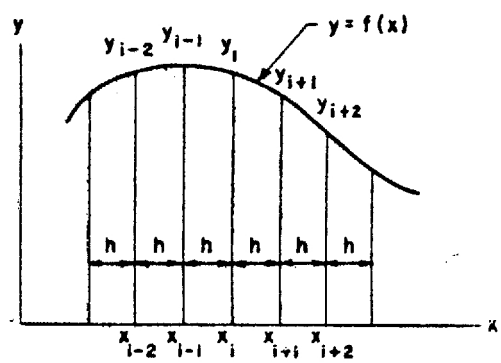


Figure 2-27: Approximation en différence-centrale d'une fonction.

On dit que l'approximation est à l'ordre 2, si le terme $\dddot{y}(x)$ et les termes de plus grand ordre ne sont pas inclus dans le développement.
En combinant les équations (2.2) et (2.3) et en ignorant les termes à très grand ordre on obtient:

$$\dot{y}_i = (1/2h)\, y'_i \longrightarrow (2.4)$$

$$\ddot{y}_i = (1/h^2)\, y''_i \longrightarrow (2.5)$$

Les équations (2.4) et (2.5) sont appelées approximations des différences centrales au 2^{eme} ordre pour la 1^{er} dérivée (vitesse analogue) et la 2^{eme} dérivée (accélération analogue).

$$y'_i = y_{i+1} - y_{i-1} \longrightarrow (2.6)$$ noté facteur de vitesse analogue.

$$y''_i = y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1} \longrightarrow (2.7)$$ noté facteur d'accélération analogue.

L'étape suivante est de construire un tableau de différence tel:

x_0	y_0				
		Δy_0			
x_1	y_1		$\Delta^2 y_0$		
		Δy_1		$\Delta^3 y_0$	
x_2	y_2		$\Delta^2 y_1$		
		Δy_2			
x_3	y_3				

Où: $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$ — 1^{er} différence

$\Delta^n y_k = \Delta^{n-1} y_{k+1} - \Delta^{n-1} y_k$ — N^{eme} différence

2.4.2 Méthode de Johnson pour le lissage des courbes de cames

L'intéret principal de cette méthode est de convertir une courbe des facteurs d'accélération analogue présentant plusieurs crêtes initialement, en une autre courbe lisse et sans arêtes. Cette méthode est basée sur une procédure de tri pour l'ajustement du déplacement. Pour chaque point ajusté, une première correction est faite au niveau du facteur d'accélération analogue. Ensuite, deux autres corrections sont faites au niveau des deux points voisins. Finalement, on construit la nouvelle courbe en raccordant les points correspondants aux facteurs d'accélération analogue corrigés [45].

2.4.2.1 Modification de la méthode de Johnson (*méthode des moments de l'aire ou coefficients d'influences*):

Afin d'améliorer la méthode de **Johnson**, d'autres méthodes ou procédés de lissage des courbes ont été proposés par d'autres chercheurs. **Lenz**[48] a suggéré l'utilisation des abbaques ou tableaux tenant compte du déplacement et de la divergence de la courbe d'accélération analogue. **Crossley**[47] a identifié des méthodes typiques de la divergence de l'accélération analogue et a établi une analogie avec la méthode des "**Moments de l'aire**". **Fox**[48] a formulé ces concepts et les a mis dans une procédure systématique qui est commode pour la machine à calculer.

Dans la méthode modifiée de **Johnson**, on utilise une procédure similaire à la méthode des moments de l'aire ou méthode des coefficients d'influences, souvent utilisée dans la détermination des défléxion des poutres.

Dans la défléxion des poutres on a: $\delta_{ij} = a_{ij} F_j$ où:

δ_{ij}= défléxion au point i causée par une force unitaire F_j.

La défléxion totale est notée par:

$$\delta_i = \sum_{j=1}^{n} \delta_{ij} = \sum_{j=1}^{n} \delta_{ij} F_j \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

Par analogie nous avons:

$$S = \sum_{j=1}^{n} (I_i)(\Delta^2 S_i) \qquad S: \text{déplacement au point i}$$

$\Delta^2 S_i$: $2^{ème}$ différence des valeurs discrétes espacées en points égales.

I_i: Nombre identifiant la location des valeurs discrétes appelées coefficients d'influences.

Ayant défini les coefficients d'influences ,la méthode modifiée de **Johnson** est la suivante:

1-Etablissement du graphe de la courbe des facteurs d'accélération analogue correspondants à la courbe du déplacement initial.

2-Approximation de la courbe par une série de courbes dont pour chacunes d'elles sont associés des coefficients d'influences.

3-Calcul des déplacements associés pour chaque point M par l'utilisation de la méthode des moments de l'aire.

4-Développement point par point des valeurs du déplacement et construction de la courbe associée.

2.4.3 Algorithmes numériques pour la synthèse du déplacement de l'élément mené à partir d'une courbe d'accélération analogue donnée

2.4.3.1 Algorithme de différences-finies par induction mathématique

Pour une courbe d'accélération analogue définie discrétement, le probléme est de trouver directement les valeurs du déplacement de l'élément mené qui satisfassent les conditions aux limites appropriées au mouvement. Dans ce contexte, Chen[49] a développé un algorithme se basant sur la dérivation suivante:

Le principe est de multiplier par (N-i) l'équation (2.7) définie précédemment, avec i=1,2,....(N-1),N sont les points nodaux finis des stations définies. En sommant:

$$\sum_{i=1}^{n-1} (N-i)\ddot{y}_i = \sum_{i=1}^{n-1}(N-i)(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})$$

La partie droite de cette équation est développée comme suit:

$$\sum_{i=1}^{n-1}(N-i)(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) = \sum_{i=1}^{n-1}(N-i)(y_{i-1}) - 2\sum_{i=1}^{n-1}(N-i)y_i + \sum_{i=1}^{n-1}(N-i)y_{i+1}$$

$$= (N-1)y_0 + (N-2)y_1 + (N-)y_2 + \ldots + y_{n-2} - 2\left[(N-1)y_1 + (-2)y_2 + \ldots\right.$$

$$\left. + 2y_{n-2} + y_{n-1}\right] + (N-1)y + (N-2)y_3 + 2y_{n-1} + y_n$$

$$= (N-1)y_0 - Ny_1 + y_n$$

Finalement: $$y_1 = \frac{Ny_0+H}{N} - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n-1}(N-i)\ddot{y}_i \longrightarrow (2.8)$$

Avec: y_0 = Ordonnée initiale.

y_n = Ordonnée finale.

H = Espace balayé total

Par la suite nous obtenons les autres termes.

$$y_2 = -y_0 + 2y_1 + \ddot{y}_1$$

$$y_3 = -2y_0 + 3y_1 + (2\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2)$$

$$y_n = (1-n)y_0 + ny_1 + \sum_{i=1}^{n-1}(n-i)\ddot{y}_i \longrightarrow (2.9) \quad \text{pour } n=2,3,..,(N-1)$$

Pour un segment unitaire h, $\ddot{y}_i = \ddot{y}_i$.

2.4.3.2 Raffinement de l'algorithme de différences-finies par interpolation de données:

C'est une extension de l'algorithme précédant. Il s'agit de faire une correction avec un plus haut degré. En fait, l'équation de la différence centrale du second ordre:

$\ddot{y}_i = a_i = 1/h^2(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})$ n'est que le premier terme de l'approximation pour le développement en serie de Taylor de:

$$(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) = 2\left(\frac{h^2}{2!} a_i + \frac{h^4}{4!} a_i^{(2)} + \frac{h^6}{6!} a_i^{(4)} + \frac{h^8}{8!} a_i^{(6)} + \frac{h^{10}}{10!} a_i^{(8)} + \ldots \right) \longrightarrow (2.10)$$

Maintenant, si l'accélération analogue est donnée sous sa forme discréte, les a_i sont exprimés en différences-finies par:

$$a_i^{(2)} = \frac{1}{h^2}\left(\delta^2 - \frac{1}{12}\delta^4 + \frac{1}{90}\delta^6 - \frac{1}{560}\delta^8 + \frac{1}{3150}\delta^{10} - \ldots\right) a_i$$

$$a_i^{(4)} = \frac{1}{h^4}\left(\delta^4 - \frac{1}{6}\delta^6 + \frac{7}{240}\delta^8 - \frac{41}{7560}\delta^{10} + \ldots\right) a_i$$

$$a_i^{(6)} = \frac{1}{h^6}\left(\delta^6 - \frac{1}{4}\delta^8 + \frac{13}{240}\delta^{10} - \ldots\right) a_i$$

$$a_i^{(8)} = \frac{1}{h^8}\left(\delta^8 - \frac{1}{3}\delta^{10} + \ldots\right) a_i$$

$$a_i^{(10)} = \frac{1}{h^{10}}\left(\delta^{10} - \ldots\right) a_i$$

En remplaçant ces valeurs dans l'équation (2.10) et pour une correction au 10^{eme} ordre on a:

$$(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) = h^2 a_i + 2h^2\left(\frac{1}{4!}\delta^2 - \frac{3}{2.6!}\delta^4 + \frac{31}{3.8!}\delta^6 - \frac{289}{2.10!}\delta^8 + \frac{6657}{2.12!}\delta^{10} \right) a_i \longrightarrow (2.11)$$

Les équations (2.8) et(2.9) seront utilisées une seconde fois pour l'obtention du déplacement associé à la came. Cet algorithme de calcul génére une précision plus meilleure que son précédant. Pour plus de détails consulter la référence [50]

2.4.3.3 Synthèse du profil par la méthode de l'intégration-finie

cette méthode est utilisée pour résoudre des équations différentielles. L'équation différentielle est considérée comme une équation intégrale de la dérivée de plus haute degré de la variable dépendante. Cette équation intégrale est discrétisée par un nombre d'équations algébriques, dont une pour chaque point dans le rang de la variable indépendante x. Avec l'aide de la formulation spéciale des matrices d'intégration, la solution de l'équation différentielle se réduit à la solution d'un système matriciel avec conditions aux limites. Premièrement, l'intégrale de la vitesse est donnée par:

$$V_i(t) = \int_c^{ih} a(t)dt + C_1$$

Avec C_1 constante d'intégration dépendant seulement des conditions aux limites. Pour le diagramme S.M.S, la condition $V(0) = 0$ annule C_1.
Ensuite l'intégrale définie est approximée par l'équation matricielle:

$(V) = h/12\ [B]\ (a)$

(V): Matrice de vitesse.

(a): Matrice d'accélération.

$[B]$: Matrice carrée obtenue par intégration de $y(t)$ en approximation par série de Taylor.

Une seconde intégration nous donne le déplacement.

$$y_i(t) = \int_0^i dt \int_0^{it} a(\xi)d\xi + C_2$$

Avec C_2 constante d'intégration dépendant seulement des conditions aux limites. Pour le diagramme S.M.S, la condition $y(0) = 0$ annule C_2.
Enfin la double intégration peut être repésentéepar:

$$(y) = h^2/144\ [B]^2(a) \longrightarrow (2.12)$$

L'équation (2.12) est la formule de synthèse pour une accélération arbitraire. Pour plus de détails consulter la référence [51].

D'autres algorithmes pour la synthèse des profils des cames pour une accélération analogue ou un saut analogue donnés sous leurs formes discrétes ont été développés par Di Benedetto [52,53,54,55].

CHAPITRE 3

DETERMINATION DES PARAMETRES DU PROFIL

CHAPITRE 3

DETERMINATION DES PARAMETRES DU PROFIL

3.1.1 Méthode graphique

Etant caractérisée par une précision limitée, cette méthode n'est utilisée que pour le cas des cames travaillant à basses vitesses de rotation. Dans le cas des grandes vitesses de rotation, les coordonnées du profil doivent être calculées par ordinateur, avec une précision de fabrication adéquate.

La construction graphique offre une visualisation géométrique claire de la came. Par contre, cette visualisation devient difficile dans la méthode analytique caractérisée par sa compléxité algébrique.

Dans la construction graphique, on se base sur le principe de l'inversion du mouvement dans lequel la came est considérée fixe, tandis que le poussoir tourne autour d'elle et prend un nombre de positions correspondant aux différents angles de rotation de la came. Ainsi, le profil de la came est l'enveloppe des profils du poussoir. Pour préserver le sens correct du mouvement, le sens de rotation du poussoir doit être l'inverse de celui de la came. Pour chaque système (came+poussoir) , il existe une méthode propre pour la détermination du profil de la came. Ces méthodes graphiques sont cité dans l'ouvrage de Keppler[30].

3.1.2 Méthode analytique

Pour développer les équations des coordonnées du profil de la came, les géométries relatives du poussoir et de la came sont décrites pour la plus basse position du poussoir ainsi que pour d'autres positions relatives du poussoir par rapport à la came. Cette méthode fait appel à des techniques graphiques pour la dérivation des profils des cames. Les systèmes de coordonnées suivants sont utilisés:

* Coordonnées polaires.
* Coordonnées rectangulaires.
* Coordonnées rectangulaires avec disposition spéciale des axes.

Le 3eme système adopté par Cram[37] est le moins utilisé. On signale

que pour le choix fixe d'un système de coordonnées, les formes des dérivations des équations sont différentes mais tous aboutissent au mêmes résultats. Churchill et Hanson[58] ont adoptés la méthode basée sur la théorie des enveloppes. Davidson [59] a suggéré la méthode des centres instantanés de rotation. Dans la présente étude, nous nous sommes intéressés à la méthode qui utilise la théorie des enveloppes. Il s'agit de considerer une famille de courbes lisses caractérisées par l'équation: F(x,y,c)=0
"c" est un paramètre.
F est continue et différentiable au voisinage du point (xo,yo,co) et on a:

$$F\ (xo, yo, co)=0$$

$$\frac{\partial F}{\partial c}\ (xo, yo, co)=0$$

Dans ce qui va suivre, ces deux équations sont utilisées pour la détermination des coordonnées du profil des six majeurs types de cames plates. Une étude analogue pourra être menée pour les autres types de cames qui ne font pas l'objet de ce sujet de recherche.

3.1.2.1 Coordonnées du profil de la came[29]

a) Came radiale avec tige à galet

D'après la figure 3-1, la distance radiale au centre du galet est:

$r = r_b + r_g + s$ où:

r_b: rayon du cercle de base de la came.

r_g: rayon du galet.

s: déplacement de la tige en fonction de θ.

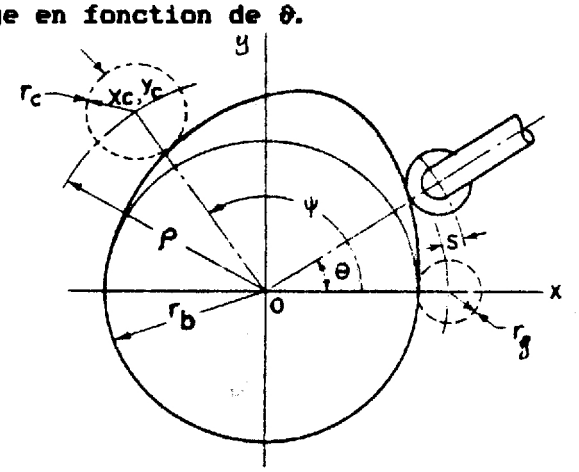


Figure 3-10: Came radiale avec tige à galet.

L'équation générale de l'enveloppe est de la forme:

$$F(x,y,\theta) = (x-r\cos\theta)^2 + (y-r\sin\theta)^2 - r_g^2 = 0 \longrightarrow (3.1)$$

En différentiant F par rapport à θ :

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 2\left[r\sin\theta - (ds/d\theta)\cos\theta\right](x-r\cos\theta)$$

$$- 2\left[r\cos\theta + (ds/d\theta)\sin\theta\right](y-r\sin\theta) = 0 \longrightarrow (3.2)$$

En résolvant les équations (3.1) et (3.2) on obtient les coordonnées rectangulaires d'un point du profil pratique de la came correspondant à un angle de rotation θ.

$$\begin{cases} x = r\cos\theta - r_g\left[\dfrac{r\cos\theta + (ds/d\theta)\sin\theta}{\left[r^2 + (ds/d\theta)^2\right]^{1/2}}\right] \\ y = r\sin\theta - r_g\left[\dfrac{r\sin\theta + (ds/d\theta)\cos\theta}{\left[r^2 + (ds/d\theta)^2\right]^{1/2}}\right] \end{cases}$$

b) Came avec tige excentrée à galet

De la figure 3-2, il apparait que La tige à galet translate radialement le long d'une ligne excentrée d'un entraxe (e) par rapport au centre de la came.

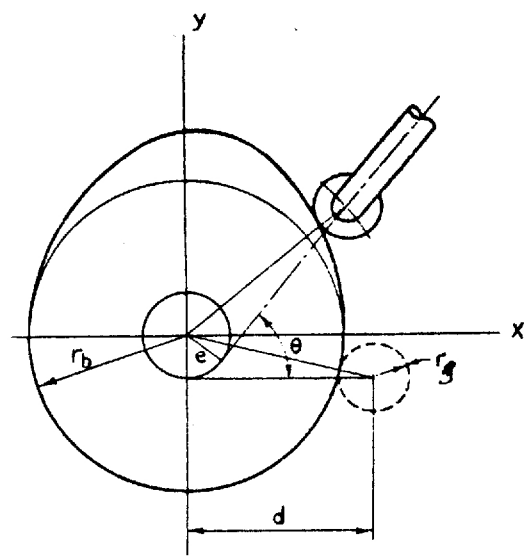


Figure 3-2: Came avec tige excentrée à galet.

L'équation générale de l'enveloppe est de la forme:

$$F(x,y,\theta)= \left[x- e\sin\theta- (d+s)\cos\theta)\right]^2+ \left[y+ e\cos\theta- (d+s)\sin\theta)\right]^2 - r_g^2=0$$

Où : $d=\left[(r_b+r_g)^2-e^2\right]^{1/2}$

En mettant $\frac{\partial F}{\partial \theta}$ =0 et en résolvant les deux équations, on obtient les coordonnées du profil pratique de la came.

$$\begin{cases} x= e\sin\theta + (d+s)\cos\theta - r_g\left[\dfrac{(d+s)\cos\theta + (e+(ds/d\theta))\sin\theta}{\left[(d+s)^2+ (e+(ds/d\theta))^2\right]^{1/2}} \right] \\ y= (d+s)\sin\theta - e\cos\theta - r_g\left[\dfrac{(d+s)\sin\theta - (e+(ds/d\theta))\cos\theta}{\left[(d+s)^2+ (e+(ds/d\theta))^2\right]^{1/2}} \right] \end{cases}$$

c) Came avec tige oscillante à galet

Comme il aparait à la figure 3-3, la position initiale de la tige est donnée par:

$$\phi o= \cos^{-1}\frac{r_r^2+ r_a^2- (r_b+r_g)^2}{2r_a r_r} \qquad \text{Où:}$$

r_r est la longueur du bras oscillant et r_a est la distance entre le point pivot du bras oscillant et le centre de la came.
L'équation générale de l'enveloppe est de la forme:

$$F(x,y,\theta)= (x- r_a\cos\theta+ r_r\cos\alpha)^2+ (y- r_a\sin\theta+ r_r\sin\alpha)^2- r_g^2=0 \longrightarrow (3.3)$$

Où : $\alpha= \theta-\phi-\phi o$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 2(x- r_a\cos\theta+ r_r\cos\alpha).P + 2(y- r_a\sin\theta+ r_r\sin\alpha).Q =0 \longrightarrow (3.4)$$

Où : $P= r_a\sin\theta- r_r\sin\alpha(1- \frac{d\phi}{d\theta})$

$Q= r_a\cos\theta- r_r\cos\alpha(1- \frac{d\phi}{d\theta})$

En résolvant les équations (3.3) et (3.4), on obtient les coordonnées du profil pratique de la came.

$$\begin{cases} x = r_a\cos\theta - r_r\cos\alpha - r_g\left[\dfrac{Q}{[P^2+Q^2]^{1/2}}\right] \\ y = r_a\sin\theta - r_r\sin\alpha - r_g\left[\dfrac{P}{[P^2+Q^2]^{1/2}}\right] \end{cases}$$

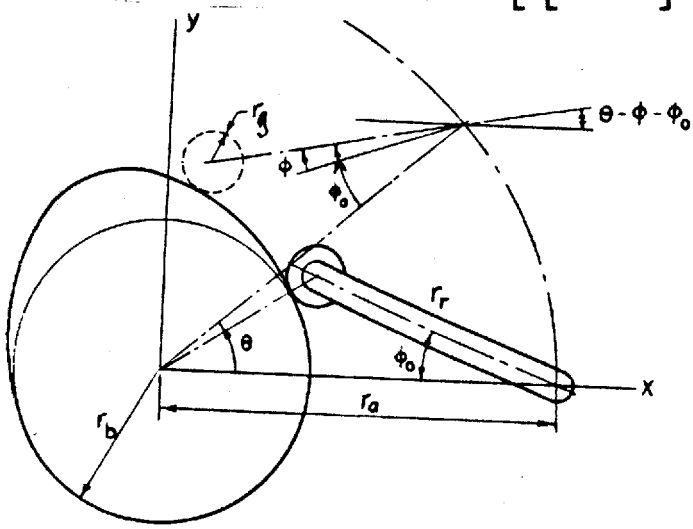


Figure 3-3: Came avec tige oscillante à galet.

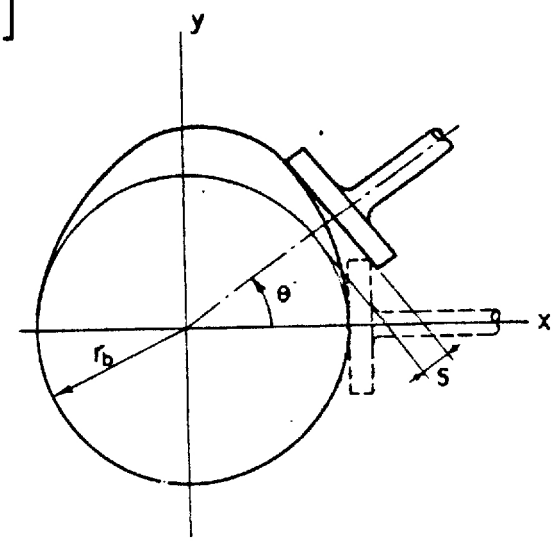


Figure 3-4: Came radiale avec tige à plateau.

d) Came radiale avec tige à plateau

Comme il apparait à la figure 3-4, le poussoir se termine par un plateau qui est tangeant au profil de la came. L'équation générale de la famille des lignes formant l'enveloppe est gouvernée par une ligne droite:

$$y = mx+b \qquad \text{Où :} \quad m = -\cot\theta$$
$$b = (r_b+s)/\sin\theta$$

L'équation de l'enveloppe est de la forme:

$$F(x,y,\theta) = y\sin\theta + x\cos\theta - (r_b+s) = 0$$

En dérivant par rapport à θ on obtient:

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = y\cos\theta - x\sin\theta - (ds/d\theta) = 0$$

En résolvant ces deux équations, on obtient les coordonnées rectangulaires du profil pratique de la came.

$$\begin{cases} x = (r_b+s)\cos\theta - (ds/d\theta)\sin\theta \\ y = (r_b+s)\sin\theta + (ds/d\theta)\cos\theta \end{cases}$$

e) Came avec tige oscillante centrale à plateau

La tige est dite centrale si la face du plateau passe par le pivot de la tige (figure 3-5). La position initiale de la tige avant départ est:

$$\phi o = \sin^{-1}(rb/ra) \qquad \text{Où:}$$

ra est l'entraxe entre le pivot de la tige et le centre de la came.
L'équation générale de la famille des lignes formant l'enveloppe est gouvernée par une ligne droite:

$$y = mx+b \qquad \text{Où :} \quad m = -tg(\phi-\vartheta+\phi o)$$
$$b = ra\left[\sin\vartheta + \cos\vartheta\ tg(\phi-\vartheta+\phi o)\right]$$

L'équation de l'enveloppe est de la forme:

$$F(x,y,\vartheta) = y + tg(\phi-\vartheta+\phi o)(x-ra\cos\vartheta) - ra\sin\vartheta = 0$$

En mettant $\frac{\partial F}{\partial \vartheta} = 0$ et en résolvant les deux équations on obtient les coordonnées du profil pratique de la came.

$$\begin{cases} x = ra(\cos\vartheta + A\cos\alpha) \\ y = ra(\sin\vartheta - A\sin\alpha) \end{cases}$$

Où : $A = \cos(\vartheta+\alpha)/(\frac{d\phi}{d\vartheta} - 1)$

$\alpha = \phi o+\phi-\vartheta$

f) Came avec tige oscillante excentrée à plateau

Comme il apparait à la figure 3-6, l'excentricité (e) peut être positive ou négative.

$$\phi o = \sin^{-1}\frac{(rb+e)}{ra}$$

Les coordonnées du profil pratique de la came seront obtenues de la même façon:

$$\begin{cases} x = ra(\cos\vartheta + A\cos\alpha) + e\sin\alpha \\ y = ra(\sin\vartheta - A\sin\alpha) + e\cos\alpha \end{cases}$$

Où : $A = \cos(\vartheta+\alpha)/(\frac{d\phi}{d\vartheta} - 1)$

$\alpha = \phi o+\phi-\vartheta$

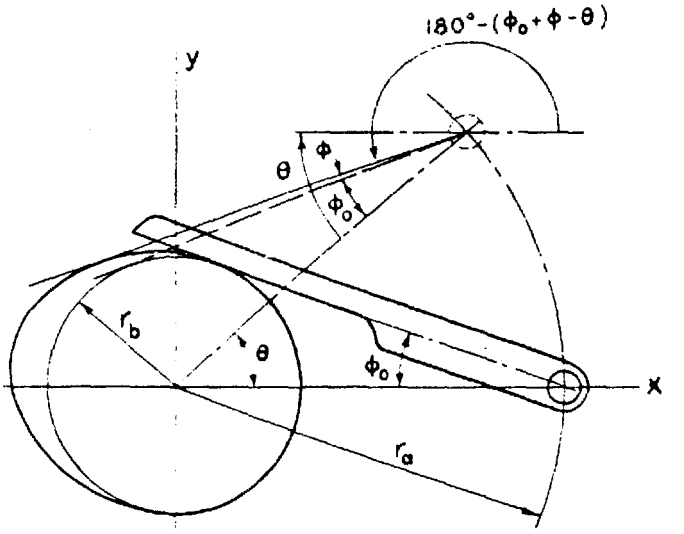


Figure 3-5: Came avec tige oscillante centrale à plateau.

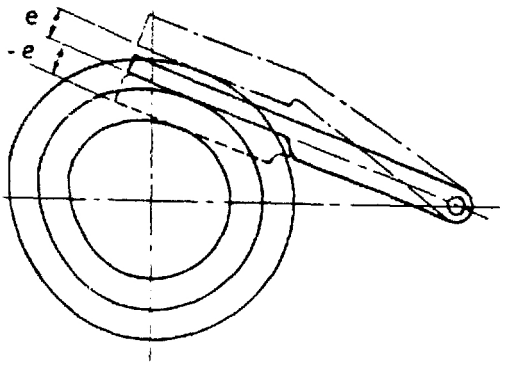


Figure 3-5: Came avec tige oscillante excentrée à plateau.

3.1.2.2 Coordonnées du centre de l'outil de coupe

Pour produire le bon profil de la came durant l'usinage, il faudrait connaître la trace ou le chemin de l'outil de coupe. Ceci s'éffectue par la détermination du centre de l'outil de coupe associé à un cercle de rayon r_c avec ses coordonnées polaires ρ et ψ . Les projections de ρ dans le système x-y seront désignées par x_c et y_c. Leurs expressions mathématiques pour les différents types de cames sont données dans le tableau 3-1[29].

Tableau 3-1:Récapitulatif sur les coordonnées du centre de l'outil de coupe pour les différents types de cames

Tige à galet en translation	En ligne Fig.3-1	$x_c = x + \frac{r_c}{r_g}(r\cos\theta - x)$ $\quad r = r_b + r_g + s$ $y_c = y + \frac{r_c}{r_g}(r\sin\theta - y)$
	Désaxage Fig.3-2	$x_c = x + \frac{r_c}{r_g}(x_g - x)$ $y_c = y + \frac{r_c}{r_g}(y_g - y)$ $x_g = e\sin\theta + (d+s)\cos\theta$ $y_g = -e\cos\theta + (d+s)\sin\theta$ $d = \left[(r_b+r_g)^2 - e^2\right]^{1/2}$
Tige à Galet en oscillation	Fig.3-3	$x_c = x + \frac{r_c}{r_g}(x_g - x)$ $y_c = y + \frac{r_c}{r_g}(y_g - y)$ $x_g = r_a\cos\theta - r_r\cos\alpha$ $\quad \alpha = \theta - \phi - \phi_o$ $y_g = r_a\sin\theta - r_r\sin\alpha$
Tige à plateau en translation	Fig.3-4	$x_c = x + r_c\cos\theta$ $y_c = y + r_c\sin\theta$
Tige à plateau en oscillation	En ligne Fig.3-5	$x_c = x + r_c\sin\alpha$ $\quad \alpha = \phi_o + \phi - \theta$ $y_c = y + r_c\cos\alpha$
	Désaxage Fig.3-6	$x_c = x + r_c\sin\alpha$ $\quad \alpha = \phi_o + \phi - \theta$ $y_c = y + r_c\cos\alpha$

Remarque: Comme il apparait à la figure 3-1, le cercle associé à l'outil de coupe est tangeant au profil de la came en tous points et son rayon est r_c.

3.2 Angle de pression

La séléction des paramètres dimensionnels d'une came, tels le rayon de base ou l'excentricité de la tige (e), est faite à un stage antérieur pour satisfaire les conditions suivantes:

* Limiter l'angle de pression pour éviter une pression intense entre le poussoir et son guide et minimiser l'usure de la surface de ce poussoir en contact.

* Limiter la valeur minimale du rayon de courbure pour éviter de grandes contraintes de contact du poussoir sur la came et ainsi usure de la surface de contact.

En général, l'angle de pression α diminue lorsque le rayon de courbure augmente avec l'augmentation du rayon du cercle de base. Par contre, une diminution du cercle de base est désirable pour:

- Eviter un encombrement d'espace.
- Réduire le poids.
- Réduire l'éffet de l'inertie.
- Minimiser la course du poussoir dans son mouvement.
- Réduire l'éffet de l'usure.

3.2.1 Définition

L'angle de pression d'une came est l'angle situé entre la ligne du mouvement du poussoir et la normale à la surface de la came au point de contact situé entre la came et le poussoir. Il est représenté par l'angle α à la figure 3-7. On doit toujours réduire cet angle au maximum. Un angle de pression trés large, conduit à une pression du poussoir sur son guide qui résultera en un moment de fléxion. En plus, il provoque une usure rapide des surfaces de contact de la came avec le galet ainsi que des supports des roulements.

3.2.2 Détermination de l'angle de pression en fonction des paramètres géométriques de la came

a) Came avec tige excentrée à galet

Soient:

ro:Rayon du cercle primitif.

s: Déplacement du poussoir.

e: Excentricité

θ: Angle de rotation.

ω_c: Vitesse angulaire de la came.

V_g: Vitesse du galet.

En se basant sur la géométrie de la figure 3-8 on a: OI=X.

I(pôle ou centre instantané de rotation)

$$d = \sqrt{r_o^2 - e^2}$$

La vitesse du galet est $V_g = X\omega_c$ ou $X = \frac{(ds/dt)}{(d\theta/dt)} = \frac{ds}{d\theta}$

L'angle de pression de la came est:

$$\boxed{tg\alpha = \frac{\overline{OI} - e}{y} = \frac{(ds/d\theta) - e}{s + d}} \longrightarrow (3.5)$$

Pour une came à tige centrale e=0, on aura:

$$\boxed{tg\alpha = \frac{(ds/d\theta)}{s + r_o}} \longrightarrow (3.6)$$

Pour un rayon primitif fixe et une excentricité donnée, l'angle de pression ne dépend que du type de courbe utilisée.

Effet de l'excentricité: Il est clair des équations (3.5) et (3.6), que lorsque s augmente, $(ds/d\theta)$ sera positif. Pour une excentricité (e) qui n'est pas excéssive, l'éffet du désaxage de la tige est de réduire l'angle de pression. Par contre, si s diminue, $(ds/d\theta)$ sera négatif. L'éffet du désaxage sera une augmentation de l'angle de pression. Mais, comme la pression sur la tige s'opére seulement en phase de montée, le désaxage est toujours avantageux [28,29].

b) Came avec tige oscillante à galet

Soit ϕ_o la position de la tige en stationnement bas. L'angle de pression α est l'angle situé entre la normale NN à la courbe au point de contact du galet et BD la normale au centre du galet (figure 3-9).

Soit ω_t la vitesse angulaire de la tige.

En se basant sur la géométrie de la figure 3-9, la vitesse du galet au point B est: $V_g = X\omega_c = (c+X)\omega_t$.

D'où: $X = \frac{c\ \omega_t}{\omega_c - \omega_t}$ $\longrightarrow$ (3.7)

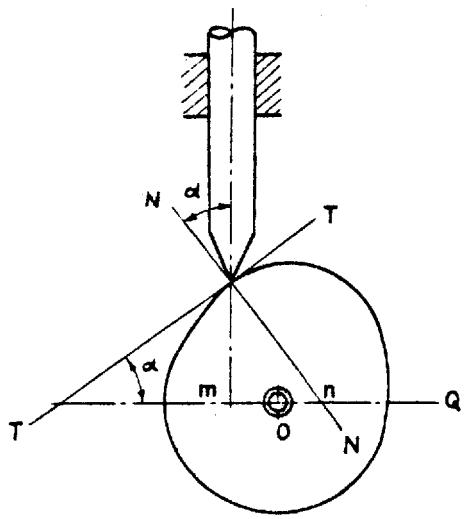


Figure 3-7: Angle de pression

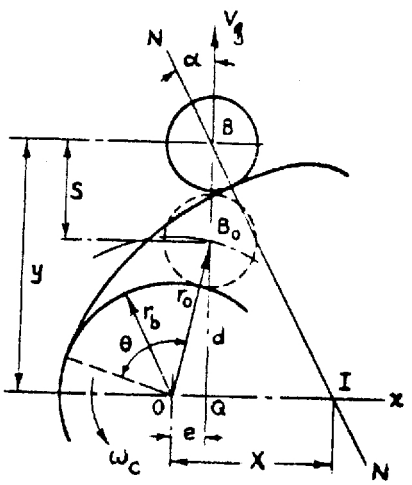


Figure 3-8: Came radiale avec tige excentrée à galet

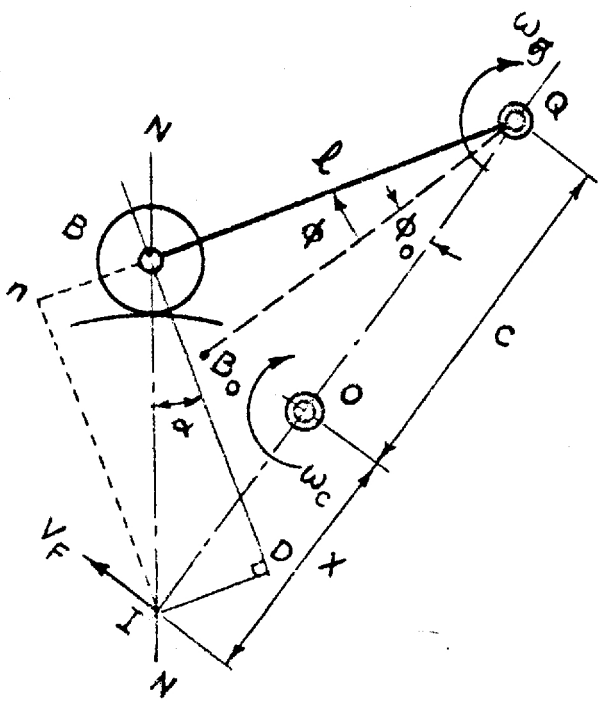


Figure 3-9: Came avec tige oscillante à galet

$$c+X = \frac{c\,\omega c}{\omega c - \omega t} = \frac{c}{1-(\omega t/\omega c)} = \frac{c}{1-(d\phi/d\theta)} \longrightarrow (3.8)$$

L'angle de pression est défini par:

$$tg\alpha = \frac{\overline{ID}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{nB}}{\overline{nI}} = \frac{(c+X)\cos(\phi+\phi o) - l}{(c+X)\sin(\phi+\phi o)}$$

$$tg\alpha = \cot(\phi+\phi o) - \frac{l}{(c+X)\sin(\phi+\phi o)}$$

En utilisant l'équation (3.8) :

$$\boxed{tg\alpha = \cot(\phi+\phi o) - \frac{l\,(1-(d\phi/d\theta))}{c\,\sin(\phi+\phi o)}} \longrightarrow (3.9)$$

Dans l'équation (3.9), $(d\phi/d\theta)$ est négatif si ωc est dans le sens trigonométrique. Si α est négative, cela signifie que la normale NN est de l'autre côté de la perpendiculaire à la tige [29].

3.2.3 Détermination de l'angle de pression maximal

a) Came radiale avec tige à galet

Mathématiquement, déterminer α_{max} revient à dériver l'expression de α par rapport à θ et l'annuler pour en tirer l'angle θ correspondant. Ceci ne résulte pas toujours en une expression explicite en fonction de θ pour un mouvement donné. Pour la majorité des courbes, on aboutit à une équation transcandante. La valeur obtenue de θ, est substituée dans l'équation générale. Si le résultat n'est pas satisfaisant, les paramètres géométriques sont changés et le processus de maximisation répété.

Cette procédure n'est pas économique. Les concepteurs ont besoin d'un angle de pression maximal précalculé et correspondant aux valeurs h, ro et β du problème. Des nomogrammes ont été tracés pour simplifier cette tâche. La figure 3-10 montre un exemple de nomogramme circulaire construit par la compagnie Barber-Colman[60]. La figure 3-11 montre une autre version de nomogramme combiné ou abaque proposé par Koumans[61]. L'utilisation de ces abaques élémine la nécessité d'une procédure graphique ou mathématique. Pour plus de détails sur la construction de ces nomogrammes se reporter à la référence[60].

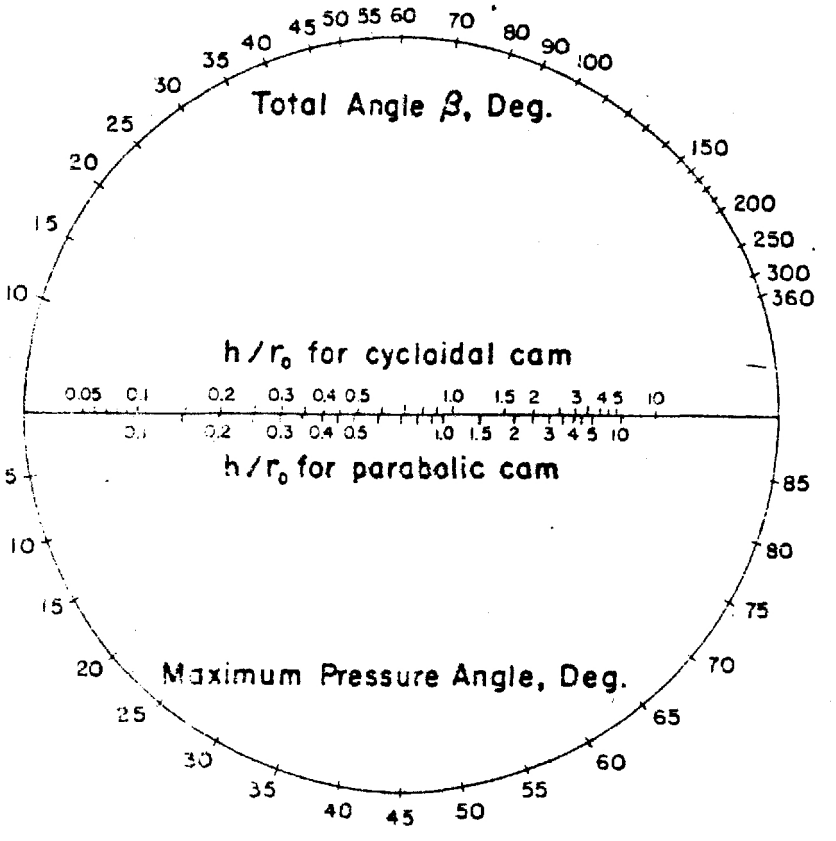


Figure 3-10: Nomogramme circulaire pour la détermination de α_{max}.
(Came radiale avec tige à galet)

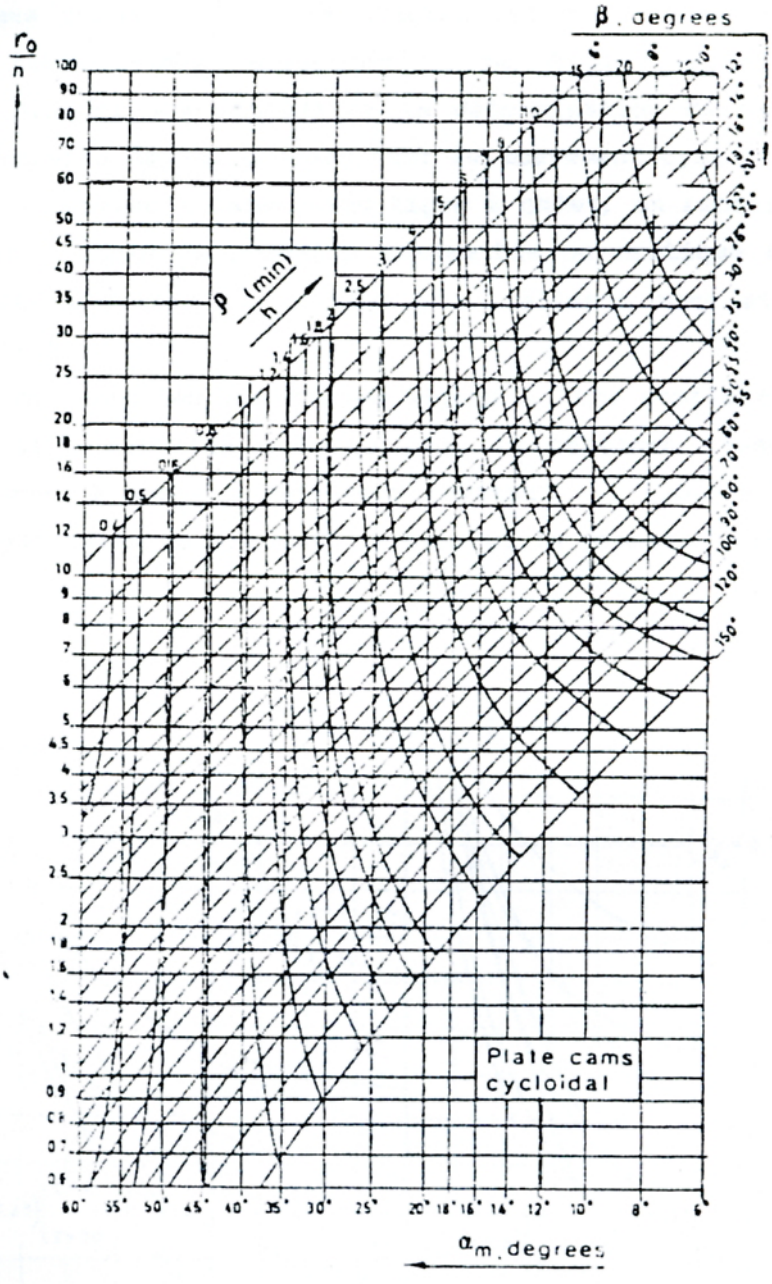


Figure 3-11: Abaque combiné pour la détermination de α_{max} et ρ_{min}.
(Came radiale avec tige à galet)

b) Came avec tige oscillante à galet

De même que précédemment, des abaques ont été tracés par Kloomok et Muffley[43] en fonction des paramètres r_r, r_o, β et τ (rotation angulaire totale pour la montée) pour faciliter la détermination de α_{max}. La figure 3-12 montre un exemple de ces abaques pour le mouvement cycloïdal.

Dans les mécanismes à cames avec tiges à galet, on recherche α_{max} pour le comparer avec l'angle de pression admissible ou critique qu'il ne faut pas dépasser afin d'éviter la flexion sur l'élément mené et l'usure des surfaces de contact.

En pratique, pour les mécanismes légers à tige mobile en translation (α_{adm}=30°-40°). Dans certains cas, on peut le dépasser (jusqu'à 45°-50°) dans les mécanismes à cames à culbuteur pivotant. Si (α_{max} < 30°), on peut assurer une longue durée de vie pour la came et le poussoir [28].

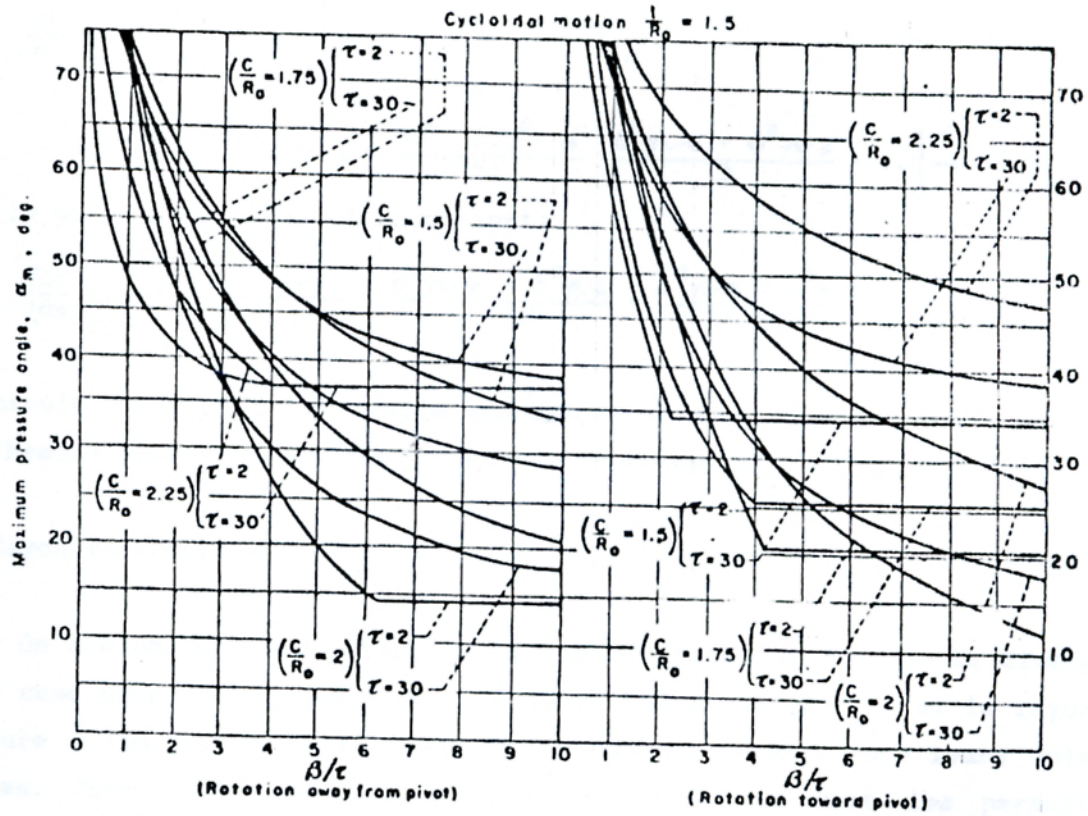


Figure 3-12: Abaque pour la détermination de α_{max}.
(Came avec tige oscillante à galet)

3.2.4 Algorithme numérique de calcul de l'angle de pression quand le profil de la came est tabulé

Dans ce cas précis, on fait appel à la différentiation numérique. C'est le calcul des dérivées d'une fonction à partir d'un nombre de points donnés de cette fonction. Le problème se résout par la présentation de cette fonction avec une formule d'interpolation. Pour se faire, nous allons user de la formule d'interpolation de Stirling[24] qui donne de bons résultats.

Soit M un point donné avec les coordonnées xi et yi et soit l'espacement entre les points défini par h. Si on pose: $U = \frac{x-xi}{h}$ on aura:

$$y = yi + U\,\frac{\delta y_{i-1} + \delta yi}{2} + \frac{U^2}{2}\,\delta^2 y_{i-1} + \frac{U(U^2-1)}{3!}\,\frac{\delta^3 y_{i-2} - \delta^3 y_{i-1}}{2}$$

$$+ \frac{U^2(U^2-1)}{4!}\,\delta^4 y_{i-2} + \frac{U(U^2-1)(U^2-2^2)}{5!}\,\frac{\delta^5 y_{i-3} + \delta^5 y_{i-2}}{2} + \ldots \longrightarrow \quad (3.10)$$

Dérivons (3.10) par rapport à x : $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dU}\,\frac{dU}{dx} = \frac{1}{h}\,\frac{dy}{dU}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{h}\left[\frac{\delta y_{i-1} + \delta yi}{2} + U\,\delta^2 y_{i-1} + \frac{3U^2-1}{3!}\,\frac{\delta^3 y_{i-2} - \delta^3 y_{i-1}}{2}\right.$$

$$\left. + \frac{4U^3-2U}{4!}\,\delta^4 y_{i-2} + \frac{5U^4-15U^2+4}{5!}\,\frac{\delta^5 y_{i-3} + \delta^5 y_{i-2}}{2} + \ldots\right] \longrightarrow \quad (3.11)$$

Pour le point x= xi, U=0 et on obtient:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{xi} = \frac{1}{h}\left[\frac{\delta y_{i-1} + \delta yi}{2} - \frac{\delta^3 y_{i-2} - \delta^3 y_{i-1}}{12} + \frac{\delta^5 y_{i-3} + \delta^5 y_{i-2}}{60} + \ldots\right] \longrightarrow \quad (3.12)$$

La formule (3.12) est la formule approximative pour trouver la dérivée dont on a besoin pour le calcul de l'angle de pression pour un point donné.

3.3 Rayon de courbure

On a signalé précédemment qu'il est désirable de réduire la dimension de la came pour les causes citées (§ 3.2). Par conséquant, α et le rayon de courbure ρ (paramètre géométrique de la came) tendent vers leurs valeurs limites. Pour cela, dans la majorité des cas, ce sont les paramètres critiques à désigner. Le rayon de courbure minimal doit être supérieur à une valeur minimale prescrite pour éviter le coincement et pour éviter une compression excessive dûe à la contrainte sur les parties frottantes.

3.3.1 Rayon de courbure d'une courbe

Le rayon de courbure ρ d'une courbe, est la mesure de la rapidité avec laquelle la courbe change de direction.

Supposons qu'une courbe soit définie par l'équation y=f(x), et admet une dérivée seconde continue (figure 3-13).

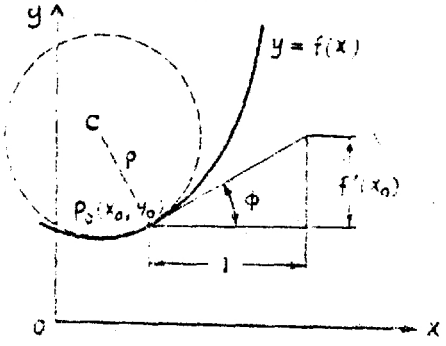


Figure 3-13: Rayon de courbure.

Soit un point po(xo,yo). La tengeante à la courbe en ce point fait un angle ϕ avec la direction positive x. Par la définition de la dérivée, on a: $tg(\phi) = f'(xo)$.

Pour un point quelquonque p(x,y) , $\phi(x) = tg^{-1}(f'(x))$.

La courbure de la courbe k est le changement de l'angle ϕ par rapport à l'arc de longueur s. $(k = \frac{d\phi}{ds})$.

Le rayon de courbure ρ d'un arc en un point est défini comme la réciproque de la valeur absolue de la courbure en ce point. $\rho = \frac{1}{|k|}$

Le cercle de courbure d'un arc au point p est le cercle passant par p et dont le rayon est ρ et le centre c qui relie la partie concave de la courbe au long de la normale à p.

Le rayon de courbure d'une fonction y=f(x) exprimé en coordonnées cartésiennes est de la forme:

$$\rho = \frac{\left[1 + (f'(x))^2\right]^{3/2}}{f''(x)}$$

Pour une courbe r= f(θ) éxprimé en coordonnées polaires, il est donné par la formule:

$$\rho = \frac{\left[f^2(\theta) + (f'(\theta))^2\right]^{3/2}}{\left[f(\theta)\right]^2 + 2\left[(f'(\theta))\right]^2 - f(\theta)f''(\theta)}$$

De ces formules, il est clair que le rayon de courbure est une propriété intrinséque de la courbe et ne dépend que de la concavité de la courbe (figure 3-14). Si l'angle ϕ augmente, la courbe tourne vers la gauche et k est positive. La concavité de la courbe se trouve sur la gauche (ρ est positif) et vice-versa.

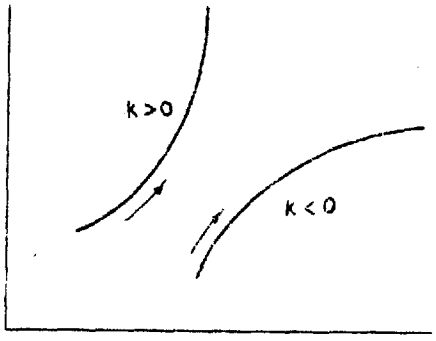


Figure 3-14: Convention du signe de la courbure.

3.3.2 Phénomène d'arc-boutement

Le phénomène d'arc-boutement, de coincement ou encore d'interference, resulte dans le cas où l'outil de coupe est incapable de suivre le profil désiré de la came pendant l'usinage.

a) Arc-boutement pour came avec tige à galet

La figure 3-15 illustre les conditions d'arc-boutement pour une came avec tige à galet.

(a) Le galet roule sans coincement et le rayon de courbure est ρ.

(b) On signale l'existence d'une pointe aiguë. Théoriquement, la contrainte en ce point est infinie et la surface de la came s'use rapidement. Cette situation est à éviter ($\rho=r_g$).

(c) Le mouvement du poussoir est dévié de sa trajectoire initiale. On aura arc-boutement ($\rho<r_g$).

(d) Ici, on signale l'existence d'une partie concave du profil ($\rho<0$) et le rayon de courbure ρ_c par rapport à la surface de la came est inférieur au rayon du galet. On aura coincement.

En résumé, on peut admettre que:

* Le rayon de courbure doit être toujours supérieur au rayon du galet. Généralement, en pratique on prend: $[r_g= (0.2 - 0.25)\ r_o]$

* Pour minimiser l'usure, agrandir le rayon de courbure.

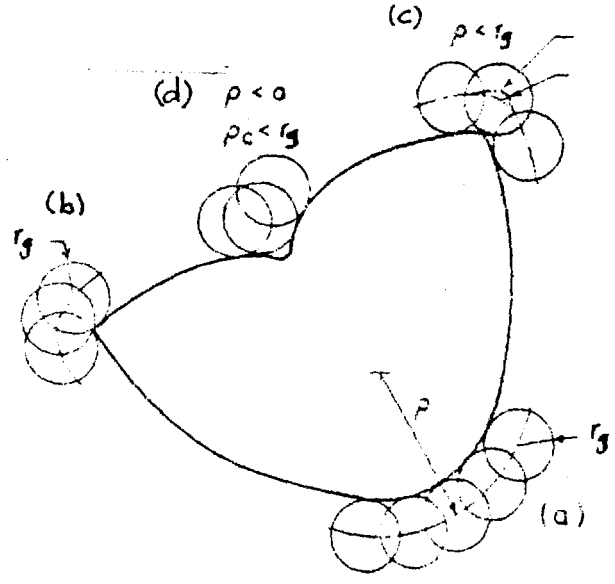


Figure 3-15: Effet de la courbure sur la came et le galet.

b) Arc-boutement pour came avec tige à plateau

La figure 3-16 (a) montre les positions relatives 1", 2" et 3" du plateau tangeant au profil de la came. Il est clair que les positions 1" et 3" éliminent la position 2" ou la coincent. Pour remédier à cela, il faut augmenter la dimension de la came jusqu'à éliminer le coincement (figure 3-16 (b)).

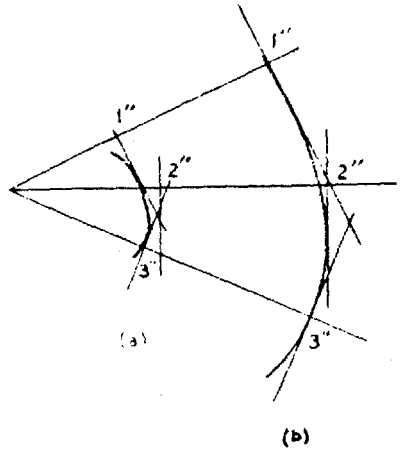


Figure 3-16: Arc-boutement avec tige à plateau.

3.3.3 Méthodes analytiques pour la détermination du rayon de courbure

Dans le passé, la désignation de ρ se basait sur les mesures graphiques ou les approches tirées de l'expérience et l'intuition. Dans les machines automatiques modernes, les mesures graphiques ne sont plus adéquates. Il est souvent désirable de connaître rigoureusement ρ pour déterminer le module exact de la contrainte de contact entre la came et le poussoir. De nos jours, l'utilisation de l'ordinateur facilite la détermination de ρ par le traitement des programmes informatiques les plus complexes.

3.3.3.1 Dérivation de ρ par la méthode du pôle

Dans cette méthode, la came et le poussoir sont considérés comme deux organes rotatifs en contact. Le point de contact est le pôle. En calculant sa vitesse et en établissant le polygone des accélérations, on tire ρ en fonction des paramètres géométriques et des dérivées successives par rapport à l'angle de rotation θ.

a) Came avec tige excentrée à galet

D'après la figure 3-17 (a), Le point I (pôle) se trouve à l'intersection de la normale NN et la ligne centrale OO. Le rayon du cercle primitif est ro et l'éxcentricité de la tige est (e). La came tourne dans le sens horaire avec la vitesse angulaire ω_c. BoBI est l'angle de pression de la came. Le point B est le centre de courbure du galet. On considère que le point D est le centre de courbure de la came. On considère aussi que ρ_g et ρ_c représentent les rayons de courbure du galet et de la came respectivement.

La vitesse du galet est:

$$V_g = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \omega_c \frac{ds}{d\theta}$$

L'accélération du galet est:

$$A_g = \frac{dV_g}{dt} = \frac{d}{d\theta}\left(\omega_c \frac{ds}{d\theta}\right)\frac{d\theta}{dt} = \omega_c^2 \frac{d^2s}{d\theta^2} \longrightarrow (3.13)$$

D'après la référence [63] , la vitesse du pôle pour un contact de roulement pur sans glissement a pour expression:

$$U = \frac{\rho_g \, \omega_c}{1+(\rho_g/\rho_c)}$$

En se basant sur le pôlygone d'accélération de la figure 3-17 (b) on a:

$$A_g = \frac{U\omega_c + X\omega_c^2 \sin\alpha}{\cos\alpha} \quad \text{ou encore:}$$

$$\frac{A_g}{\omega_c^2}\cos\alpha = \frac{\rho_g\rho_c}{\rho_g+\rho_c} + X\sin\alpha \longrightarrow (3.14)$$

De la géométrie de la figure 3-17 (a) on peut aussi écrire:

$$\rho_g\cos\alpha = s + \sqrt{r_o^2 - e^2} \longrightarrow (3.15)$$

En désignant le rayon de courbure théorique de la came par $\rho=\rho_c+\rho_g$ et en utilisant (3.13), (3.14) et (3.15) on aboutit a:

$$\boxed{\rho = 1/\ \tau(1+\tau(s'\sin\alpha - s''\cos\alpha))}$$

où $\tau = \cos\alpha / (s + \sqrt{r_o^2 - e^2})$

$s' = ds/d\vartheta$

$s'' = ds/d\vartheta$

Pour le cas spécial où e=0 et d=ro (came avec tige centrale).

$$\boxed{\rho = \frac{\left[(r_o+s)^2 + (ds/d\vartheta)^2\right]^{3/2}}{(r_o+s)^2 + 2\left[ds/d\vartheta\right]^2 - (r_o+s)\dfrac{d^2s}{d\vartheta^2}}}$$

C'est l'expression standard du rayon de courbure en coordonnées polaires.

b) Came avec tige oscillante à galet

D'après le § 3.2.2 (b) on a trouvé :

$$X = \frac{c\,\omega_t}{\omega_c - \omega_t} \longrightarrow (3.7) \quad \text{et} \quad c+X = \frac{c}{1-(d\phi/d\vartheta)} \longrightarrow (3.8)$$

En se basant sur la figure 3-18 (a) on a : ρ_g= EI et ρ_c= BI

La vitesse du pôle I pour un contact de roulement sans glissement est:

$$U = \frac{\rho_g\,(\omega_c - \omega_t)}{1+(\rho_g/\rho_c)} \longrightarrow (3.16)$$

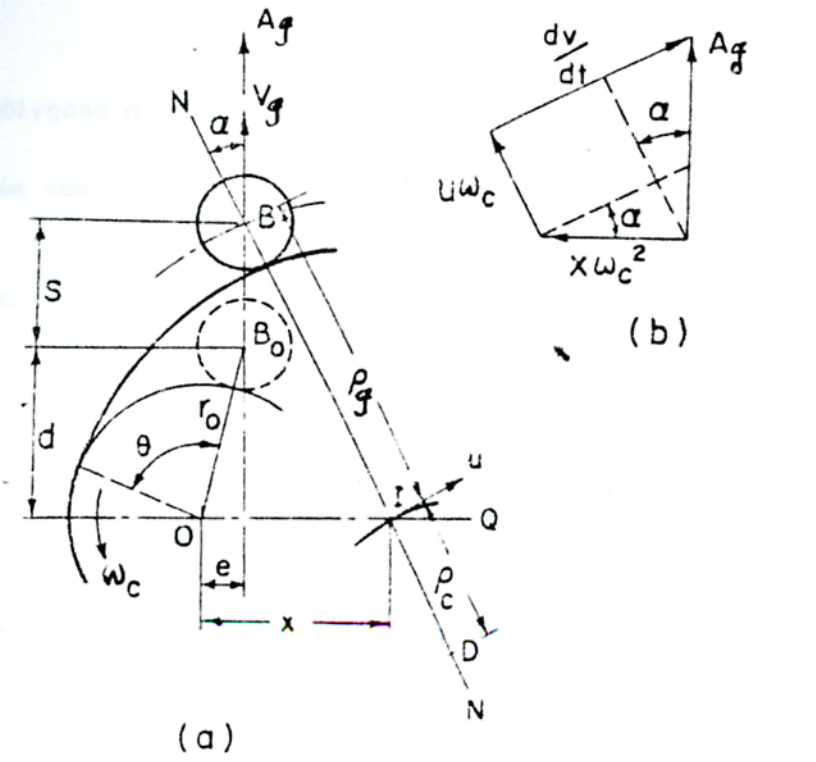


Figure 3-17: Came radiale avec tige excentrée à galet.

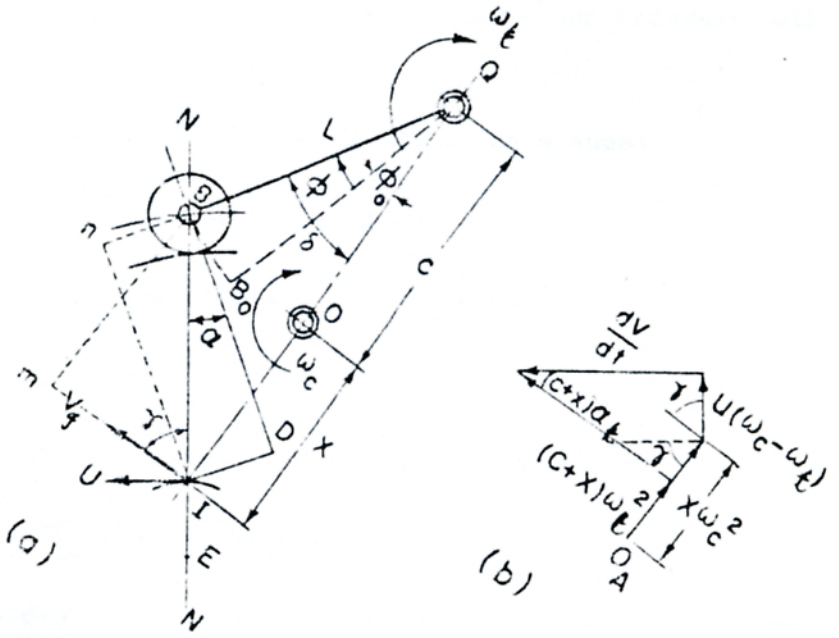


Figure 3-18: Came avec tige oscillante à galet.

D'aprè le pôlygone d'accélération de la figure 3-18 (b) on a:

$$(c+X)\dot{\omega}_t \cos\gamma = \underbrace{U(\omega_c-\omega_t)}_{A} + \underbrace{(X\omega_c^2-(c+X)\omega_t^2)}_{B}\sin\gamma \longrightarrow (3.17)$$

En utililisant (3.7), (3.8) et (3.16) on a:

$$A = \frac{\rho_g(\omega_c-\omega_t)^2}{1+(\rho_g/\rho_c)} = \frac{\rho_g\rho_c}{\rho_g+\rho_c}\left(\frac{c}{c+X}\right)^2\omega_c^2$$

$$A = \left[\rho_g - \frac{\rho_g^2}{\rho_g+\rho_c}\right]\left(\frac{c}{c+X}\right)^2\omega_c^2 \longrightarrow (3.18)$$

$$B = X\omega_c^2 - X\omega_c\left(\frac{X\omega_c}{c+X}\right) = \left(\frac{cX}{c+X}\right)\omega_c^2 \longrightarrow (3.19)$$

En divisant l'équation (3.17) par ω_c^2 et en substituant A et B par leurs expressions on a:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\rho_g\left(\frac{c}{c+X}\right) + \left(\frac{cX}{c+X}\right)\sin\gamma - (c+X)(d^2\phi/d\vartheta^2)\cos\gamma}{\left(\frac{c}{c+X}\right)^2\rho_g^2} \longrightarrow (3.20)$$

Dans lequel on a utilisé $(\dot{\omega}_t/\omega_c^2) = (d^2\phi/d\vartheta^2) \longrightarrow (3.21)$

En désignant par $\delta=(\phi_o+\phi)$ et avec l'aide du triangle QIN de la figure 3-18 (a) on a:

$$BI = \rho_g = \frac{(c+X)\sin\delta}{\cos\alpha} \longrightarrow (3.22)$$ on a aussi :

$$\rho_g = \frac{(c+X)\cos\delta - L}{\sin\alpha} \longrightarrow (3.23)$$

En combinant ces deux équations on obtient:

$$L = (c+X)(\cos\delta - \sin\delta\tan\alpha) \longrightarrow (3.24)$$

En se référant au triangle BIM et en utilisant l'éqt(3.22) on a:

$$\cos\gamma = \frac{L\sin\gamma}{\rho_g} = \frac{L\sin\delta\cos\alpha}{(c+X)\sin\delta} = \frac{L\cos\alpha}{(c+X)} \longrightarrow (13)$$

Puisque $\gamma = \delta+\alpha$ $\quad \sin\gamma = \sin\delta\cos\alpha + \cos\delta\sin\alpha \longrightarrow (3.26)$

En remplaçant les équations (3.22), (3.24), (3.25) et (3.26) dans léquation (3.20) on aura:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\cos\alpha}{c\sin\delta} + \frac{LX}{c(c+X)^2}\,\frac{\sin\alpha\cos^2\alpha}{\sin^2\delta} - \frac{L(d^2\phi/d\vartheta^2)\cos^3\alpha}{c\sin^2\delta} \longrightarrow (3.27)$$

Enfin, en remplaçant (3.7) et (3.8) dans l'équation (3.27) on aura:

$$\boxed{\frac{1}{\rho} = \lambda(1 + \lambda L\left[(1-\phi')\phi'\sin\alpha - \phi''\cos\alpha\right)]} \longrightarrow (3.28)$$

Où: $\lambda = \dfrac{\cos\alpha}{c\ \sin\delta}$, $\phi' = (d\phi/d\vartheta)$ et $\phi'' = (d^2\phi/d\vartheta^2)$

c) Came radiale avec tige à plateau

D'après la figure 3.19, le point c est le centre de courbure de la came au point de contact p. Le rayon de courbure en ce point est:

$\rho = s+rb+(\overline{IC})$

La vitesse de la tige est : $Vt = \omega c X$

L'accélération de la tige est: $At = \dfrac{dVt}{dt} = \dfrac{d}{dt}(\omega c X)$

D'après la figure 3.19 on a: $X = (\overline{OC})\sin\vartheta$. D'où on peut écrire:

$$At = \frac{dVt}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega c(\overline{OC})\sin\vartheta) = (\overline{OC})\omega c^2\cos\vartheta = (\overline{IC})\omega c^2$$

Où $\dfrac{At}{\omega c^2} = (\overline{IC}) = s''$ Enfin on détermine l'expression de ρ par:

$$\boxed{\rho = rb+s+s''} \qquad s'' = (d^2s/d\vartheta^2)$$

d) Came avec tige oscillante excentrée à plateau

Ce cas est presque similaire au cas de la came avec tige à galet oscillante. La différence apparante est un angle de pression nul et un bras oscillant de longueur variable.

D'après le polygone d'accélération de la figure 3-20 (b) on a:

$$\underbrace{(c+X)\dot{\omega}t}_{C} = \underbrace{(X\omega c^2 - (c+X)\omega t^2)\tan\delta}_{D} + \underbrace{\frac{\rho t\ (\omega c-\omega t)^2}{\cos\delta}}_{E} \longrightarrow (3.29)$$

En utilisant les équations (3.8) et (3.7) on a:

$$C = \frac{c\ \dot{\omega}t}{1-(d\phi/d\vartheta)} \longrightarrow (3.30)$$

$$D = c\frac{d\phi}{d\vartheta}\omega c^2 \longrightarrow (3.31)$$

$$E = \rho t(1-(d\phi/d\vartheta))^2\omega c^2 \longrightarrow (3.32)$$

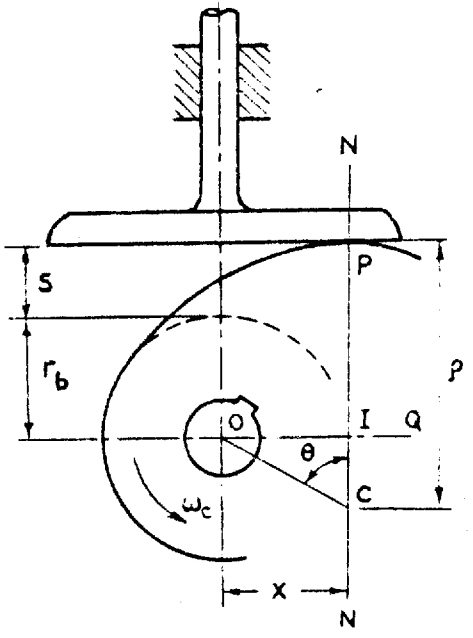


Figure 3-19: Came radiale avec tige à plateau.

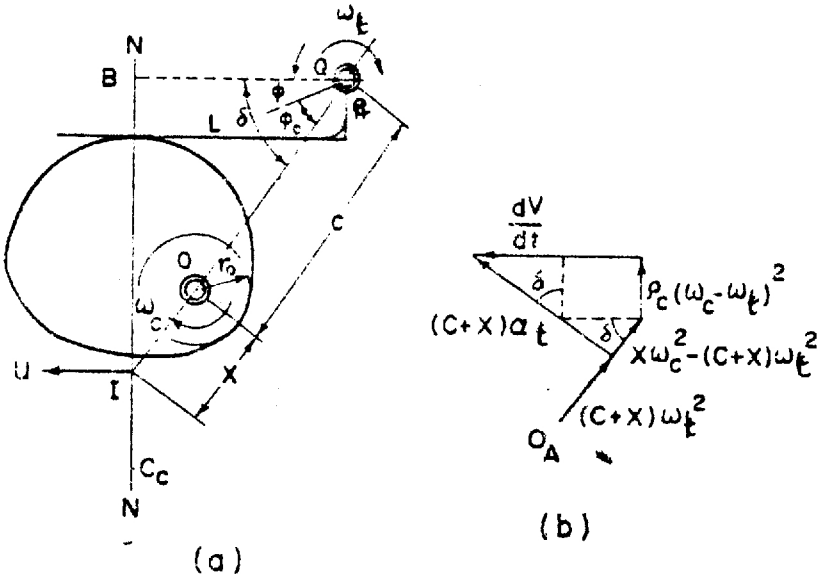


Figure 3-20: Came avec tige oscillante excentrée à plateau.

En remplaçant les équations (3.30), (3.31) et (3.32) dans l'équation (3.29) et on utilisant l'équation (3.21) on aura:

$$\rho c = \frac{c}{(1-(d\phi/d\theta))^3}(d^2\phi/d\theta^2)\cos\delta - \frac{c}{(1-(d\phi/d\theta))^2}(d\phi/d\theta)\sin\delta \longrightarrow (3.33)$$

D'aprés la figure 3-20 (a) on a:

$$\rho = \rho c + (c+X)\sin\delta - e \longrightarrow (3.34)$$

$$L = (c+X)\cos\delta \longrightarrow (3.35)$$

Enfin, en remplaçant (3.8) dans (3.35) et (3.34) on obtient:

$$L = \frac{c}{1-\phi'}\cos\delta \longrightarrow (3.36)$$

$$\boxed{\rho = \frac{c}{(1-\phi')^2}\left[\phi'' \frac{\cos\delta}{(1-\phi')} + (1-2\phi')\sin\delta\right] - e} \longrightarrow (3.37)$$

Dans les équations (3.36) et (3.37) $\phi>0$ si ωc et ωt sont dans le même sens. Sinon $\phi<0$. On peut agrandir le rayon de courbure en chaque point en augmentant les valeurs de ro, ϕo et c. La relation entre ces trois paramètres est donnée par :

$$\sin\phi o = \frac{ro+e}{c}$$

Dans le cas de la tige oscillante centrale (e=0) [29].

3.3.3.2 Dérivation de ρ par la méthode de la variable complexe

Cette méthode développé par **Raven[64]**, fait appel aux notions des "équations des positions indépandantes". La position d'un point du mécanisme est décrite en fonction de la géométrie du système et en fonction du mouvement désiré. Puis, la différentiation des équations des positions indépandantes permet d'obtenir les informations cinématiques à partir desquelles les paramètres voulus sont à dériver. Dans cette méthode, ces paramètres sont α et ρ.

3.3.3.3 Dérivation de ρ par les méthodes approximatives

Ces méthodes font l'objet d'approximations successives entre les

positions consécutives prises par la came dans sa rotation. L'une de ces méthodes est développée par Krasnikov[65] pour les cames plates. Le degré de précision de cette méthode dépend de l'incrément du déplacement angulaire. En général, un incrément de moins de 2° produit une précision suffisante.

3.3.4 Détermination du rayon de courbure minimal

C'est un procéssus de dérivation de l'expression de ρ par rapport à la variable θ. Aprés avoir déterminé la valeur minimale de ρ, on teste si elle est commode par rapport à la plus petite valeur autorisée. Si elle est accéptable, on fixe les dimensions les plus petites possibles pour la came.

a) Came radiale avec tige à plateau

Tenant compte de la figure 3-21 et pour éviter un point aigu sur le contour de la came au point a, il faut que : $dx/d\theta$ et $dy/d\theta$ soient différents de zéro simultanément.
En dérivant les expressions de x et y vues en (§ 3.2.2.1 (d)), on obtient:

$$dx/d\theta = -(r_b + s(\theta) + s''(\theta)) \sin\theta = -\rho \sin\theta$$
$$dy/d\theta = (r_b + s(\theta) + s''(\theta)) \cos\theta = \rho \cos\theta$$

Les deux équations s'annulent en même temps pour ($\rho = 0$).
On conclue que pour éviter les points aigus ou arc-boutement, il faudrait que ($\rho > 0$). Autrement dit, pour le cas des cames avec tiges à plateau, on doit toujours avoir un contour convexe [44].

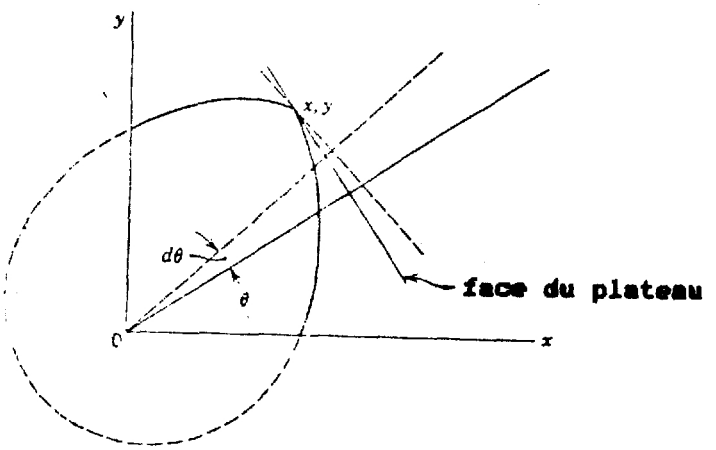


Figure 3-21: Arc-boutement avec tige à plateau.

b) Came avec tige à galet

Pour le cas des cames avec tiges à galets, la dérivation de l'expression de ρ par rapport à θ aboutit à des équations transcandantes. Des nomogrammes et des abaques ont été tracés pour en tirer ρ_{min} à partir des données du problème. Les abaques des figures 3-22 et 3-23 tracés par Ganter et Uiker[66] sont désignés pour les cames radiales avec tiges à galet et associés aux mouvements harmonique simple et cycloïdal. La figure 3-24 montre aussi un abaque tracé par Koumans[61] pour les cames avec tiges oscillantes à galet et associé au mouvement cycloïdal.

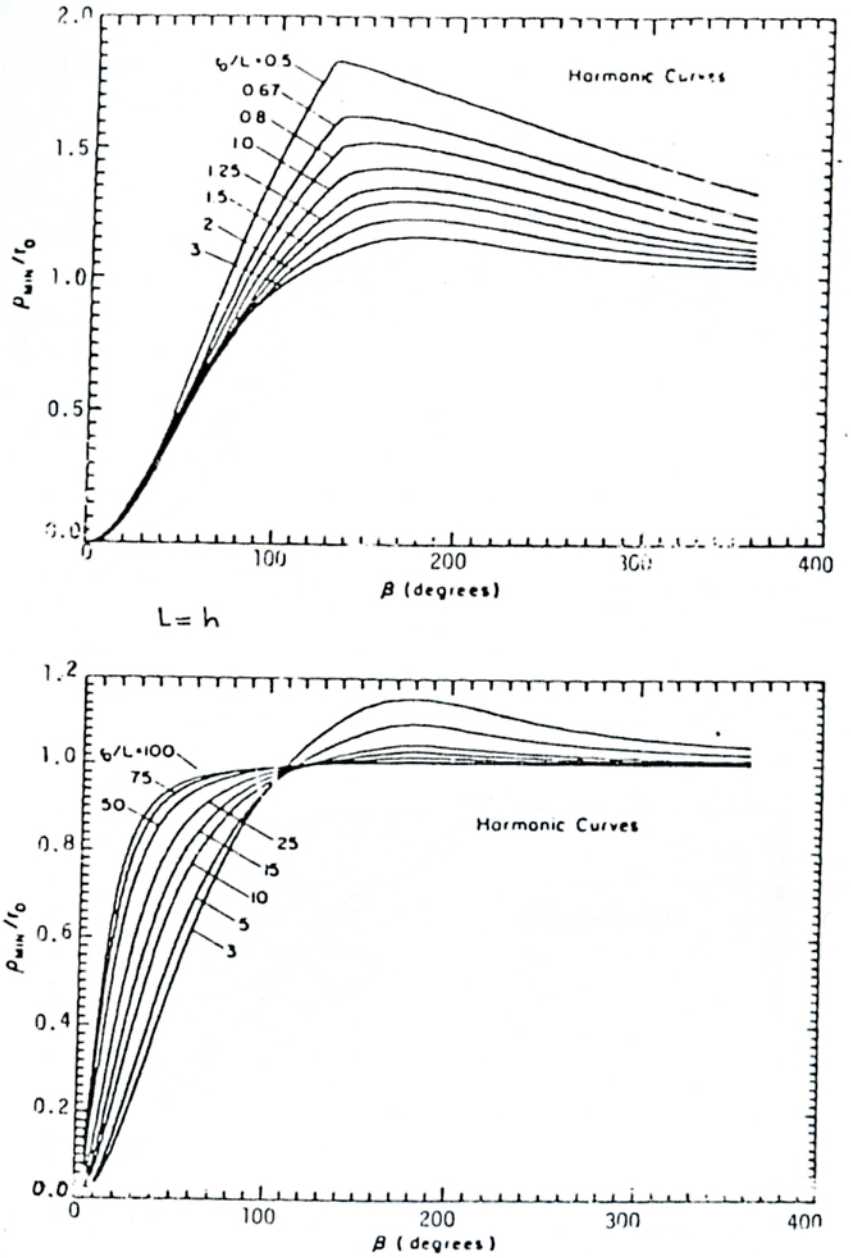


Figure 3-22: Abaque pour la détermination de ρ_{min}.
(Came radiale avec tige à galet)

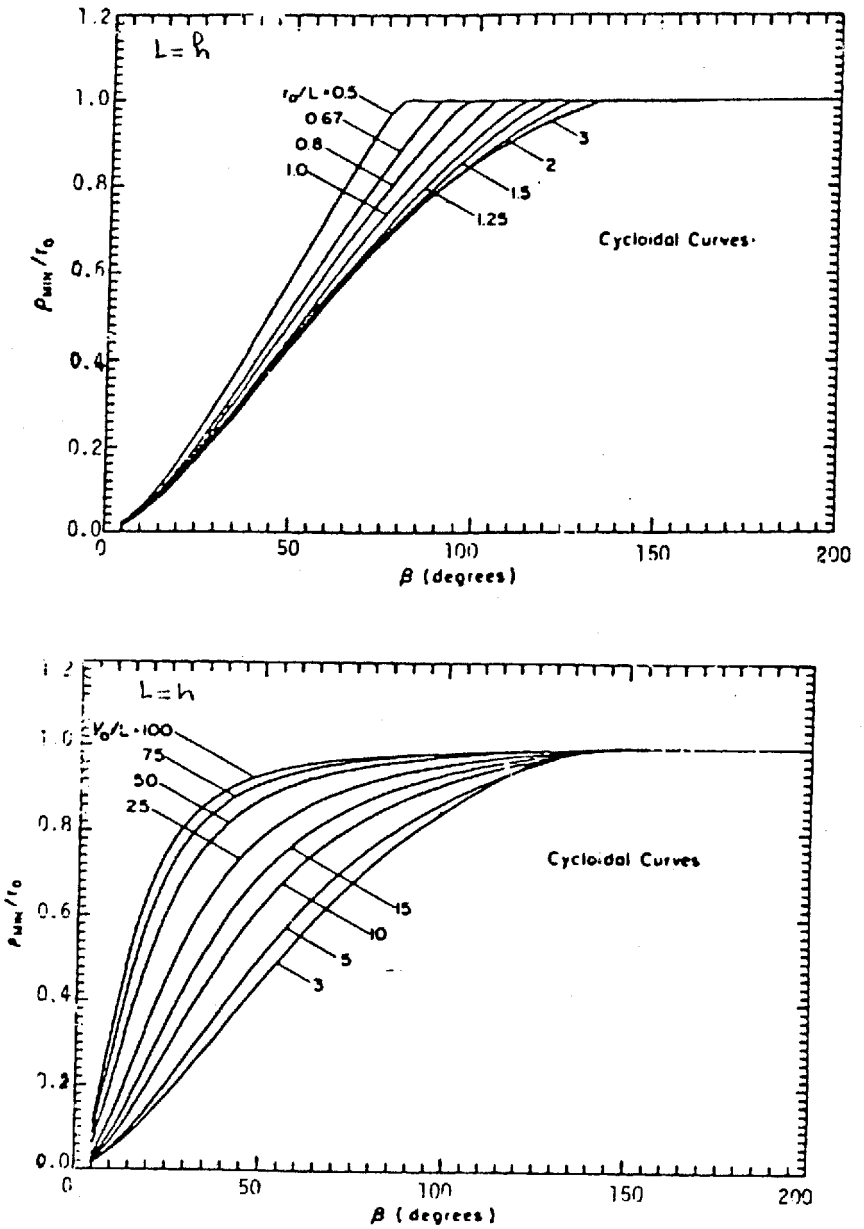


Figure 3-23: Abaque pour la détermination de ρ_{min}.
(Came radiale avec tige à galet)

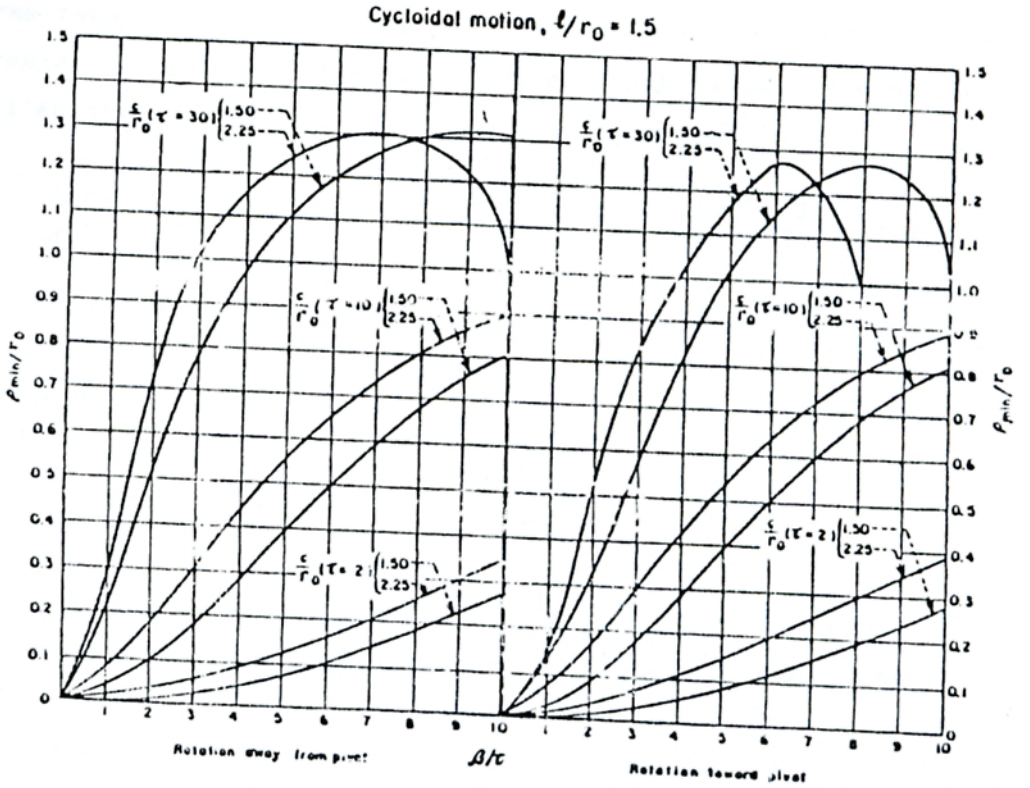


Figure 3-24: Abaque pour la détermination de ρ_{min}.
(Came avec tige osillante à galet)

4.3.5 Algorithme numérique de calcul du rayon de courbure quand le profil de la came est tabulé

Dans le cas où le profil du déplacement de la came est éxprimé sous forme tabulée, la différentiation numérique intervient. Une fois encore, la formule d'interpolation de Stirling est adoptée pour une seconde dérivation de l'équation (3.12).

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{h^2}\left[\delta^2 y_{i-1} + U\,\frac{\delta^3 y_{i-2} - \delta^3 y_{i-1}}{2} + \frac{12U^2 - 2}{4!}\,\delta^4 y_{i-2}\right.$$

$$\left. + \frac{20U^2 - 30U}{5!}\,\frac{\delta^5 y_{i-3} + \delta^5 y_{i-2}}{2} + \frac{30U^4 - 60U^2 + 8}{6!}\,\delta^6 y_{i-3} + \ldots\right] \rightarrow (3.38)$$

Pour le point x= xi, U=0 on obtient:

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{xi} = \frac{1}{h^2}\left[\delta^2 y_{i-1} - \frac{1}{12}\,\delta^4 y_{i-2} + \frac{1}{90}\,\delta^6 y_{i-3} + \ldots\right] \rightarrow (3.39)$$

Les équations (3.12) et (3.39) seront alors utilisées pour l'obtention de ρ par les méthodes numériques qui font appel à l'ordinateur.

CHAPITRE 4

RESULTATS ET DISCUSSIONS

CHAPITRE 4

RESULTATS ET DISCUSSIONS

4.1 Présentation du code de calcul:

La présente étude sur les cames est complétée par l'élaboration d'un code de calcul dénommé **"CAME"**. Ce code de calcul est développé en **FORTRAN 77.** Sous sa forme exécutable, il permet de calculer les profils des cames plates (6 types de cames) à partir des lois du mouvement appropriées à l'élément mené (loi du déplacement, loi de la vitesse analogue et loi de l'accélération analogue). Il est valable pour tous les diagrammes du mouvement (S.M.S, S.M.D.S, M.D.M). Il traite une vingtaine de lois du mouvement les plus répandues et les plus utilisées en industrie. Ces lois du mouvement peuvent être traitées seules ou en combinaison.

Ce code de calcul détermine les coordonnées du profil pratique de la came, les coordonnées du centre de l'outil de coupe, l'angle de pression de la came et son rayon de courbure.

Les résultats sont d'une forme exacte (loi du déplacement connue) ou d'une forme approximative (loi de l'accélération analogue connue discrétement).

1-Loi du déplacement connue: Traitement des lois du mouvement citées en chapitre-2 (§ 2.3).

2-Loi de l'accélération analogue donnée sous forme discrète: Dans ce cas, un programme de différences-finies incorporé dans le programme principal, permet la détermiation du profil par deux méthodes numériques:

a)1erméthode: Cette méthode est basée sur le développement de la loi du déplacement en série de TAYLOR à l'ordre 2. La méthode des différences-finies permet d'exprimer les valeurs de l'accélération analogue en fonction des valeurs du déplacement (utilisation de l'algorithme de calcul vu en chapitre-2 (§ 2.4.3.1).

b)2ememéthode :Dans cette méthode, la loi du déplacement est développée en serie de TAYLOR à l'ordre 10 (utilisation de l'algoritme de calcul vu en chapitre-2 (§ 2.4.3.2).

Dans les deux cas, un sous-programme détermine les déplacements correspondants aux valeurs de l'accélération analogue proposée. Ensuite, le programme principal calcul les paramètres de la came. Ainsi, pour un choix

adéquat d'une accélération analogue optimale, les paramètres de la came sont déterminés approximativement.

Par la comparaison des résultats exacts et approximatifs, les deux méthodes numériques s'avèrent très efficaces (1/100 prés et 1/10000 prés respectivement par rapport à la solution analytique exacte).

Les résultats sont affichés avec un incrément angulaire de un degré. Les fichiers de sortie sont au nombre de 6:

1-SOL1.DAT:(Solution exacte): Ce fichier contient en premier lieu les données du problème (ex: rayon de base, rayon du galet, rayon de la fraise, excentricité, déplacement linéaire ou angulaire du poussoir, rotation angulaire pour chaque phase, etc..). Ensuite, sont affichés les résultats en six colonnes:

* Colonne No.1: Angle de rotation de la came (degré).
* Colonne No.2: Abcisse x du profil pratique (cm).
* Colonne No.3: Ordonnée y du profil pratique (cm).
* Colonne No.4: Déplacement de l'élément mené (cm ou radian).
* Colonne No.5: Angle de pression de la came (degré).
* Colonne No.6: Rayon de courbure de la came (cm).

2-SOL2.DAT:(Solution approximative): Ce fichier contient les mêmes résultats exprimés par la solution approximative.

3-DVA1.DAT:(Déplacement-Vitesse analogue-Accélération analogue): Ce fichier contient les valeurs exactes correspondants à la loi du mouvement proposée. Il se compose de quatre colonne:

* Colonne No.1: Angle de rotation de la came (degré).
* Colonne No.2: Déplacement exact de l'élément mené (cm ou radian).
* Colonne No.3: Vitesse analogue exacte (cm/rad ou rad/rad).
* Colonne No.4: Accélération analogue exacte (cm/rad^2 ou 1/rad).

4-DVA2.DAT: Fichier analogue à son précédant pour la solution numérique approximative.

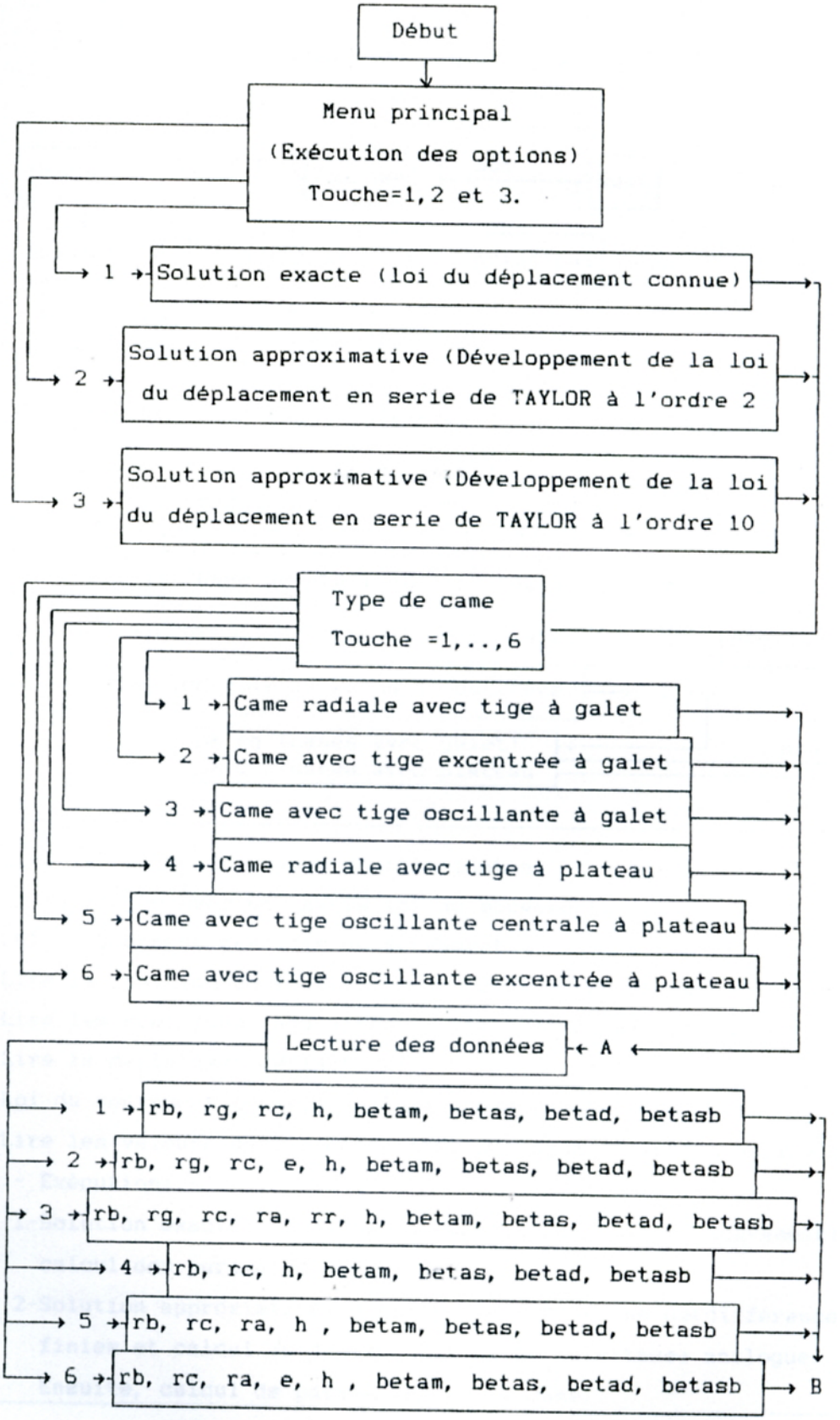
5-CNC1.DAT: Ce fichier est réservé pour les coordonnées du centre de l'outil de coupe (fraise) de la machine C.N.C. Il contient trois colonnes:

* Colonne No.1: Angle de rotation de la came (degré).
* Colonne No.2: Abcisse x_c exacte du centre de l'outil de coupe (cm).
* Colonne No.3: Ordonnée y_c exacte du centre de l'outil de coupe (cm).

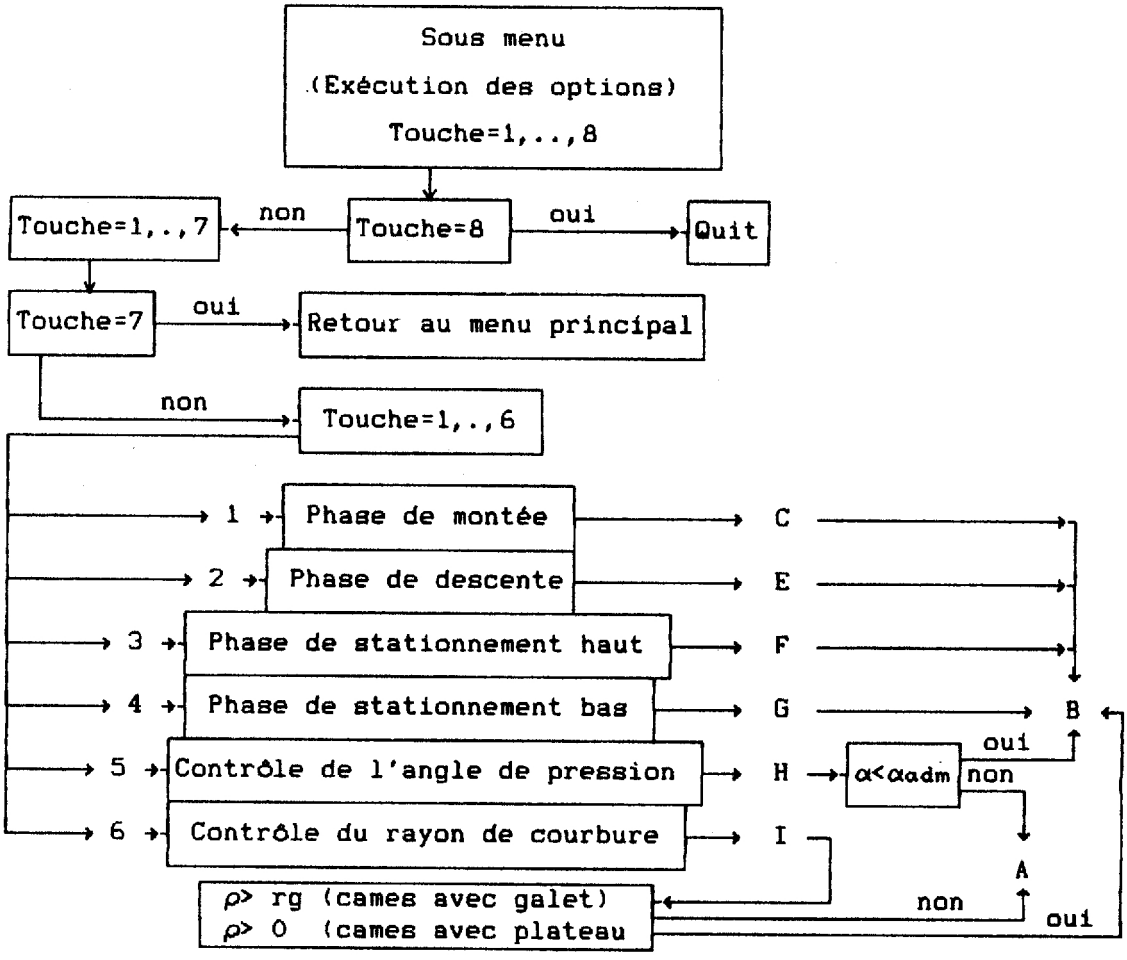
6-CNC2.DAT: Fichier analogue à son précédant pour la solution approximative.

4.2 Description de l'organigramme:

ORGANIGRAMME



B



C

* Lire le nombre de phases pour la montée. 1 - N1
  1 ⟶ Montée avec une seule loi du mouvement.
  N1 ⟶ Couplage des lois du mouvement.
* Lire la position de la tige par rapport au point de référence.
* Lire les positions angulaires initiale et finale de la came.
* Lire le déplacemet de la tige.
* Loi du mouvement adoptée (Solution exacte) ⟶ D
* Lire les valeurs de l'accélération analogue (Solution approximative)
  - Exécution:
  1-Solution exacte: Appel de la subroutine (Lois du mouvement) et calcul des paramètrs de la came.
  2-Solution approximtive: Appel de la subroutine desdifférences-finies et calcul du déplacement et de la vitesse analogue. Ensuite, calcul ds paramètres de la came.

D

* Mouvement harmonique simple: 3 lois du mouvement.
* Mouvement cycloïdal: 3 lois du mouvement.
* Mouvement elliptique: Courbe elliptique.
* Mouvement avec loi polynômiale: (degré 8, 7, 5, 3, 2, 1)
* Mouvement avec courbes en serie de FOURIER: 3 courbes.
* Mouvement avec courbes modifiées: Trapézoïdale modifiée.
  Sinusoïdale modifiée
  Cycloïdale modifiée

E

* Processus de calcul identique à celui de la phase de montée.
  Utilisation des lois du mouvement de la descente

F

* Lire la position de la tige par rapport au point de référence.
* Lire les positions angulaires initiale et finale de la came.

-Exécution: Valable pour les solutions exacte et approximative.

G

* Lire les positions angulaires initiale et finale de la came .

-Exécution: Valable pour les solutions exacte et approximative.

H

* Lire les positions angulaires initiale et finale de la came .
* Lire la valeur admissible de l'angle de pression.

-Exécution: Affichage de l'angle de pression maximal.

I

* Lire les positions angulaires initiale et finale de la came.

- Exécution: Affichage du rayon de courbure minimal.

4.3 Etude et usinage d'une came sur machine C.N.C:

4.3.1 Etude de la came:

Afin de mettre en oeuvre le code de calcul élaboré et afin d'exploiter le matériel dont dispose notre laboratoire de machines C.N.C, nous avons pensé sur la réalisation d'une came sur fraiseuse à commande numérique.

Le laboratoire de machine à commande numérique dispose de trois tours à commande numérique de marque (C5 C.N.C) et d'une fraiseuse à commande numérique de marque (EMCO F1 C.N.C). La fraiseuse à commande numérique est dotée d'un logiciel d'interface denommé (F.M.S). Les fonctions d'usinage principales sont:

1- La fonction d'interpolation linéaire G01.

2- La fonction d'interpolation circulaire dans le sens horaire G02.

3- La fonction d'interpolation circulaire dans le sens antihoraire G03.

Notre choix a porté sur une came radiale avec tige à galet caractérisée par un profil symétrique (montée=descente). La loi du mouvement adoptée pour l'élément mené est la loi cycloïdale.

* Montée: Courbe C5.
* Descente: Courbe C6.

Les données sont:

rb: Rayon de base de la came (3.5 cm)

rg: Rayon du galet (0.9 cm)

rc: Rayon de l'outil de coupe (0.5 cm)

h: Déplacement linéaire total de l'élément mené (2.5 cm)

Betam: Rotation angulaire pour la phase de montée (80°).

Betas: Rotation angulaire pour la phase de stationnement haut (20°)

Betad: Rotation angulaire pour la phase de descente (80°).

Betasb: Rotation angulaire pour la phase de stationnement bas (180°)

Les diagrammes du déplacement, de la vitesse analogue et de l'accélération analogue en fonction de l'angle de rotation de la came ainsi que le profil pratique de la came sont représentés en figures: 4-1, 4-2, 4-3 et 4-4.

On remarque que la partie active de la came est de (80°) pour la montée et de (80°) pour la descente. Les résultats sont affichés pour tout le cycle de rotation en pages ($104,..,114$). Ils comprennent les coordonnées du profil de la came et du centre de l'outil de coupe, le déplacement linéaire S de la tige, les angles de pressions et les rayons de courbures.

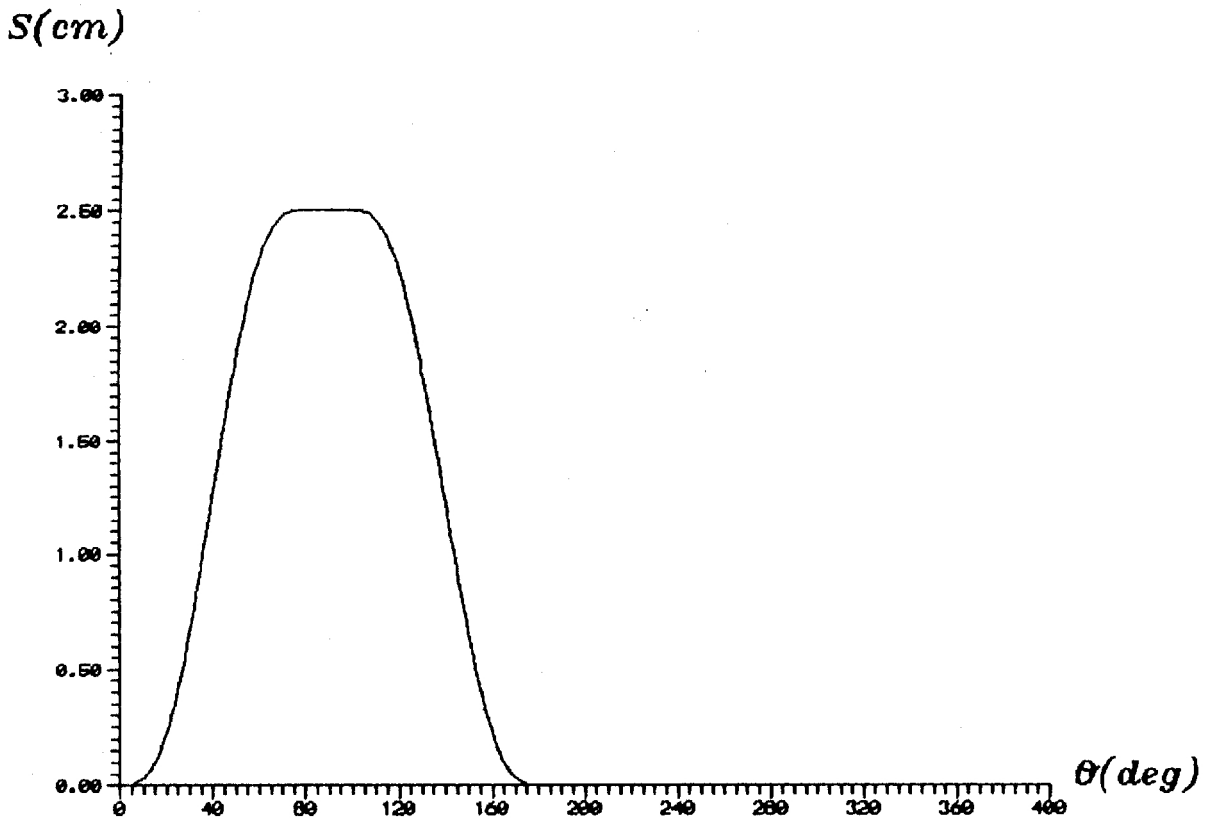


Figure 4-1: Diagramme du déplacement.

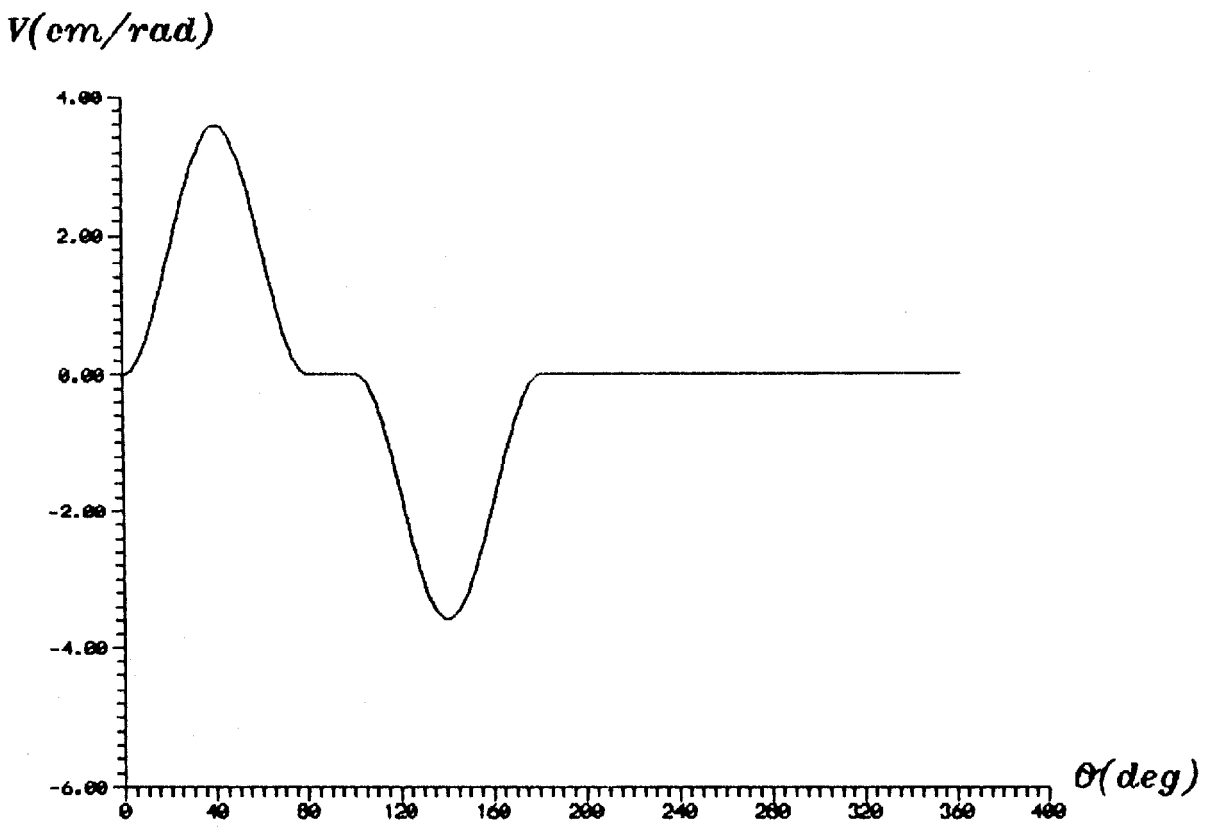


Figure 4-2: Diagramme de la vitesse analogue.

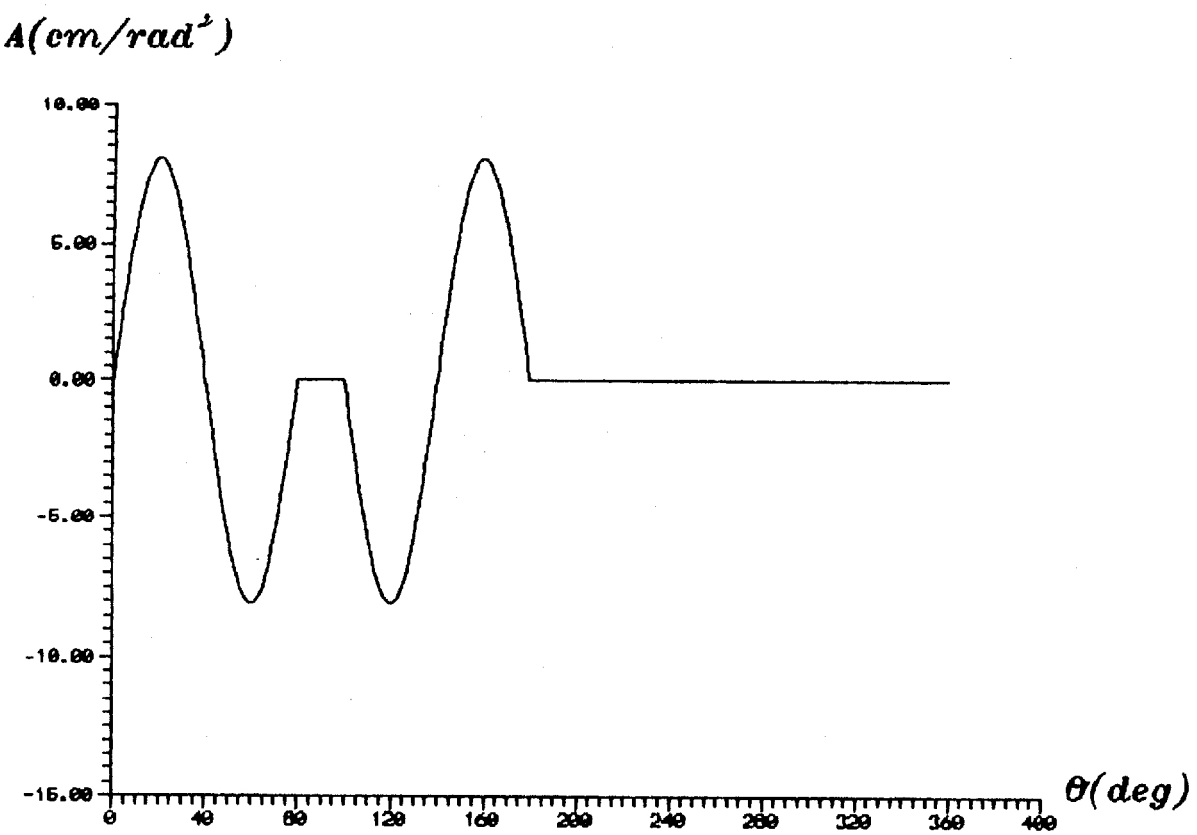


Figure 4–3: Diagramme de l'accélération analogue.

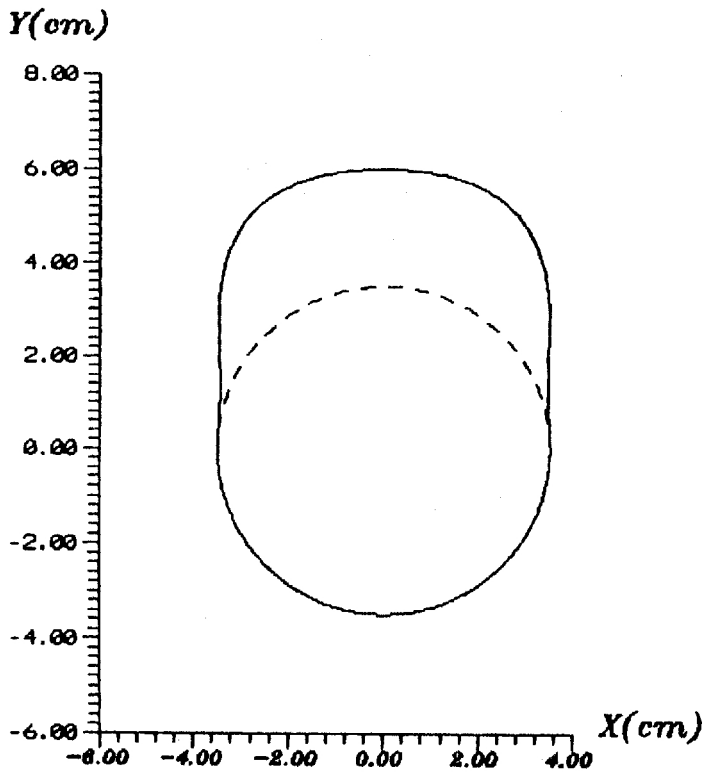


Figure 4–4: Profil pratique de la came.

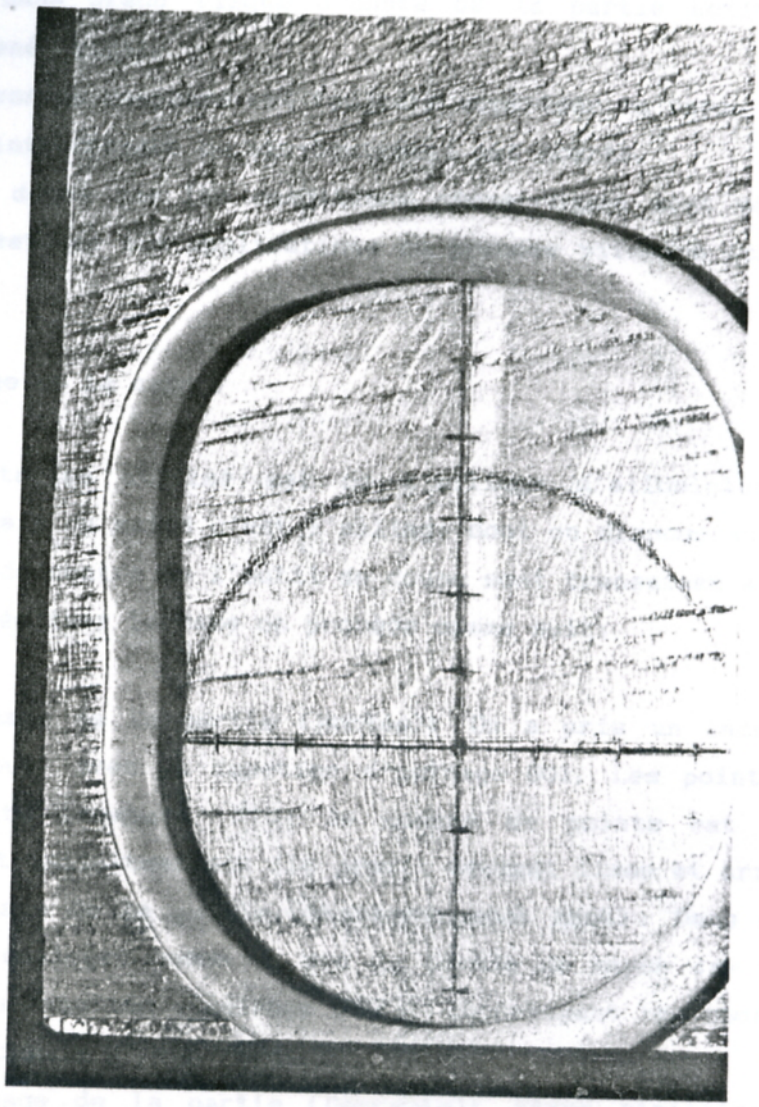


Photo de la came

L'angle de pression maximal est de 32.9° pour (θ=36°). Cette valeur est acceptable, autant dire qu'elle n'a pas dépassée 40°. Donc la came peut travailler sans grand risque d'usure de la partie active ou cassure de l'élément mené (tige).

Le rayon de courbure est toujours supérieur au rayon du galet. Donc le problème d'interférence ou arc-boutement est écarté.

Etant donné que les conditions géométriques sont vérifiées, la came peut être destinée aux applications en grandes vitesses (choix de la courbe cycloïdale).

4.3.2 Usinage de la came :

Le matériau utilisé est de l'alliage d'alluminium. Ce n'est pas convenable mais du moins c'est l'alliage dont on dispose au laboratoire. Les coordonnées du centre de l'outil de coupe sont transmises à la machine C.N.C

Pour réaliser la came on procède comme suit:

* **Usinage de la partie (Montée):** On a pris un incrément de 4° (20 points en tous) avec la fonction d'usinage G01. Les points sont raccordés par de petits segments. Plus le nombre de points est grand, plus les segments sont infinitésimaux (le profil devient lisse et arrondi).

* **Usinage de la partie (Stationnement haut) :** Dans cette partie, le profil est considéré comme un arc de cercle de rayon (r= 6cm). La machine opère avec la fonction d'usinage G03 en connaissant les coordonnées extrêmes de l'arc de cercle et son rayon r.

* **Usinage de la partie (Descente):** Etape similaire à celle de la montée (Came symétrique).

* **Usinage de la partie (Stationnement bas) :** Dans cette partie, le profil est un demi cercle de rayon (r= 3.5cm). La machine opère avec la fonction d'usinage G03 en connaissant les coordonnées extrêmes du demi cercle et son rayon r.

Le processus d'usinage est accompli en plusieurs passes avec des profendeurs de passe de (0.1 cm).

Remarque: Etant donné que la fraiseuse à commande numérique n'est pas équipée d'un dispositif spécial de fixation de la pièce, la came réalisée n'a pas pu être détachée de l'alliage d'allumium . Elle a l'aspect d'une empreinte réalisée sur le matériau d'alluminium.

came radiale avec tige à galet

Les données sont :

Rayon de base rb= 3.500000 cm

Rayon du galet rg= .900000 cm

Rayon de la fraise rc= .500000 cm

Déplacement total de la tige h= 2.500000 cm

Rotation angulaire (Montée) betam= 80. degrés

Rotation angulaire (St.Haut) betas= 20. degrés

Rotation angulaire (Descente) betad= 80. degrés

Rotation angulaire (St.Bas) betasb= 180. degrés

Les résultats sont :

Théta	Abscisse x (Exacte)	Ordonnée y (Exacte)	Déplacement (Exact)	Angle de pression (Exact)	Rayon de courbure (Exact)
deg	cm	cm	cm	deg	cm
0	3.500000	.000000	.000000	.000000	4.400000
1	3.499480	.062213	.000032	.071874	5.138250
2	3.497978	.126664	.000257	.287031	6.166457
3	3.495595	.193327	.000865	.644052	7.683795
4	3.492444	.262172	.002046	1.140455	10.121290
5	3.488654	.333164	.003985	1.772607	14.614090
6	3.484367	.406257	.006863	2.535611	25.419500
7	3.479730	.481400	.010854	3.423218	84.117300
8	3.474899	.558530	.016128	4.427745	-73.746840
9	3.470031	.637569	.022843	5.540046	-27.299740
10	3.465280	.718430	.031151	6.749516	-17.555620
11	3.460794	.801010	.041194	8.044169	-13.472170
12	3.456711	.885195	.053102	9.410787	-11.343550
13	3.453149	.970858	.066995	10.835120	-10.146490
14	3.450211	1.057866	.082980	12.302180	-9.493764
15	3.447976	1.146081	.101150	13.796550	-9.217097
16	3.446495	1.235366	.121587	15.302760	-9.245543
17	3.445795	1.325588	.144356	16.805650	-9.564679
18	3.445875	1.416623	.169511	18.290700	-10.206700
19	3.446709	1.508358	.197089	19.744350	-11.260690
20	3.448246	1.600696	.227113	21.154290	-12.910630
21	3.450414	1.693556	.259589	22.509530	-15.537650
22	3.453120	1.786874	.294511	23.800630	-20.023080
23	3.456256	1.880601	.331856	25.019630	-28.899710

24	3.459701	1.974702	.371587	26.160100	-53.479270
25	3.463322	2.069152	.413650	27.216990	-393.489300
26	3.466979	2.163937	.457980	28.186570	73.454650
27	3.470522	2.259044	.504495	29.066240	33.824960
28	3.473801	2.354465	.553102	29.854410	22.145140
29	3.476659	2.450189	.603694	30.550330	16.587940
30	3.478938	2.546201	.656151	31.153950	13.354640
31	3.480480	2.642479	.710343	31.665760	11.247620
32	3.481126	2.738992	.766128	32.086680	9.769724
33	3.480720	2.835700	.823354	32.417960	8.677670
34	3.479109	2.932551	.881863	32.661100	7.838471
35	3.476141	3.029480	.941485	32.817740	7.173399
36	3.471673	3.126410	1.002046	32.889630	6.632957
37	3.465565	3.223252	1.063365	32.878590	6.184542
38	3.457685	3.319907	1.125257	32.786500	5.805853
39	3.447910	3.416263	1.187532	32.615210	5.481191
40	3.436127	3.512200	1.250000	32.366640	5.199228
41	3.422230	3.607588	1.312468	32.042680	4.951631
42	3.406128	3.702290	1.374743	31.645290	4.732174
43	3.387740	3.796167	1.436635	31.176460	4.536158
44	3.366996	3.889074	1.497954	30.638220	4.359996
45	3.343840	3.980866	1.558515	30.032750	4.200936
46	3.318228	4.071399	1.618137	29.362320	4.056863
47	3.290128	4.160532	1.676646	28.629390	3.926153
48	3.259520	4.248127	1.733872	27.836590	3.807554
49	3.226392	4.334056	1.789657	26.986820	3.700120
50	3.190747	4.418197	1.843849	26.083220	3.603135
51	3.152591	4.500441	1.896306	25.129240	3.516073
52	3.111940	4.580685	1.946898	24.128680	3.438558
53	3.068816	4.658844	1.995505	23.085660	3.370339
54	3.023242	4.734839	2.042020	22.004700	3.311262
55	2.975245	4.808610	2.086350	20.890660	3.261260
56	2.924854	4.880106	2.128413	19.748800	3.220339
57	2.872092	4.949288	2.168144	18.584730	3.188566
58	2.816987	5.016128	2.205489	17.404370	3.166067
59	2.759558	5.080607	2.240411	16.213970	3.153029
60	2.699825	5.142716	2.272887	15.020010	3.149695
61	2.637802	5.202453	2.302911	13.829180	3.156369
62	2.573500	5.259819	2.330489	12.648280	3.173426
63	2.506929	5.314821	2.355644	11.484190	3.201319
64	2.438095	5.367470	2.378413	10.343800	3.240595
65	2.367003	5.417778	2.398850	9.233889	3.291914
66	2.293660	5.465759	2.417020	8.161118	3.356067
67	2.218074	5.511430	2.433005	7.131926	3.434013
68	2.140255	5.554808	2.446898	6.152490	3.526909
69	2.060216	5.595913	2.458806	5.228666	3.636168
70	1.977978	5.634770	2.468849	4.365948	3.763508
71	1.893561	5.671406	2.477157	3.569436	3.911039
72	1.806994	5.705853	2.483872	2.843805	4.081362
73	1.718311	5.738150	2.489146	2.193294	4.277701
74	1.627548	5.768340	2.493137	1.621671	4.504079
75	1.534750	5.796478	2.496015	1.132249	4.765549
76	1.439961	5.822626	2.497954	.727857	5.068509
77	1.343229	5.846852	2.499135	.410843	5.421139
78	1.244605	5.869237	2.499743	.183053	5.833992
79	1.144141	5.889869	2.499968	.045832	6.320863
80	1.041889	5.908847	2.500000	.000000	6.900002

81	.938606	5.926130	2.500000	.000000	6.900000
82	.835039	5.941608	2.500000	.000000	6.900000
83	.731216	5.955277	2.500000	.000000	6.900000
84	.627171	5.967132	2.500000	.000000	6.900000
85	.522934	5.977169	2.500000	.000000	6.900000
86	.418538	5.985384	2.500000	.000000	6.900000
87	.314016	5.991777	2.500000	.000000	6.900000
88	.209397	5.996345	2.500000	.000000	6.900000
89	.104714	5.999086	2.500000	.000000	6.900000
90	.000000	6.000000	2.500000	.000000	6.900000
91	-.104715	5.999086	2.500000	.000000	6.900000
92	-.209397	5.996345	2.500000	.000000	6.900000
93	-.314016	5.991777	2.500000	.000000	6.900000
94	-.418539	5.985384	2.500000	.000000	6.900000
95	-.522935	5.977169	2.500000	.000000	6.900000
96	-.627171	5.967132	2.500000	.000000	6.900000
97	-.731216	5.955277	2.500000	.000000	6.900000
98	-.835039	5.941608	2.500000	.000000	6.900000
99	-.938607	5.926130	2.500000	.000000	6.900000
100	-1.041889	5.908846	2.500000	.000000	6.900000
100	-1.041889	5.908846	2.500000	.000000	6.900000
101	-1.144141	5.889869	2.499968	-.045833	6.320861
102	-1.244605	5.869236	2.499743	-.183053	5.833991
103	-1.343229	5.846852	2.499135	-.410843	5.421138
104	-1.439961	5.822626	2.497954	-.727857	5.068509
105	-1.534751	5.796479	2.496015	-1.132249	4.765549
106	-1.627549	5.768340	2.493137	-1.621671	4.504079
107	-1.718311	5.738150	2.489146	-2.193294	4.277701
108	-1.806994	5.705853	2.483872	-2.843808	4.081362
109	-1.893561	5.671406	2.477157	-3.569439	3.911038
110	-1.977978	5.634770	2.468849	-4.365952	3.763507
111	-2.060217	5.595913	2.458806	-5.228670	3.636167
112	-2.140255	5.554808	2.446898	-6.152494	3.526909
113	-2.218074	5.511430	2.433005	-7.131930	3.434012
114	-2.293661	5.465759	2.417020	-8.161120	3.356067
115	-2.367003	5.417778	2.398850	-9.233891	3.291914
116	-2.438095	5.367470	2.378413	-10.343800	3.240595
117	-2.506930	5.314821	2.355644	-11.484200	3.201319
118	-2.573501	5.259819	2.330489	-12.648280	3.173426
119	-2.637803	5.202452	2.302911	-13.829180	3.156369
120	-2.699826	5.142716	2.272887	-15.020010	3.149695
121	-2.759558	5.080607	2.240411	-16.213970	3.153030
122	-2.816987	5.016127	2.205489	-17.404370	3.166067
123	-2.872092	4.949288	2.168144	-18.584720	3.188565
124	-2.924854	4.880106	2.128413	-19.748800	3.220339
125	-2.975246	4.808610	2.086350	-20.890660	3.261261
126	-3.023242	4.734839	2.042020	-22.004700	3.311262
127	-3.068817	4.658843	1.995505	-23.085670	3.370339
128	-3.111940	4.580685	1.946898	-24.128680	3.438558
129	-3.152592	4.500440	1.896306	-25.129250	3.516073
130	-3.190747	4.418197	1.843849	-26.083220	3.603135
131	-3.226393	4.334055	1.789657	-26.986820	3.700120
132	-3.259520	4.248127	1.733872	-27.836600	3.807555
133	-3.290128	4.160532	1.676646	-28.629390	3.926153
134	-3.318229	4.071399	1.618137	-29.362320	4.056864
135	-3.343840	3.980866	1.558515	-30.032750	4.200936
136	-3.366996	3.889074	1.497954	-30.638220	4.359996
137	-3.387740	3.796167	1.436635	-31.176460	4.536159
138	-3.406129	3.702290	1.374743	-31.645300	4.732175

139	-3.422231	3.607587	1.312468	-32.042680	4.951631
140	-3.436127	3.512200	1.250000	-32.366640	5.199229
141	-3.447911	3.416263	1.187532	-32.615210	5.481192
142	-3.457685	3.319907	1.125257	-32.786500	5.805854
143	-3.465565	3.223251	1.063365	-32.878590	6.184543
144	-3.471673	3.126409	1.002046	-32.889630	6.632959
145	-3.476141	3.029479	.941485	-32.817730	7.173399
146	-3.479109	2.932551	.881863	-32.661100	7.838472
147	-3.480720	2.835700	.823354	-32.417960	8.677671
148	-3.481126	2.738992	.766128	-32.086680	9.769729
149	-3.480480	2.642478	.710343	-31.665760	11.247620
150	-3.478938	2.546201	.656151	-31.153950	13.354640
151	-3.476659	2.450188	.603694	-30.550330	16.587940
152	-3.473801	2.354465	.553102	-29.854410	22.145150
153	-3.470523	2.259043	.504495	-29.066230	33.825050
154	-3.466979	2.163936	.457980	-28.186560	73.455090
155	-3.463323	2.069151	.413650	-27.216990	-393.478300
156	-3.459701	1.974702	.371587	-26.160100	-53.479270
157	-3.456256	1.880602	.331856	-25.019640	-28.899730
158	-3.453120	1.786874	.294511	-23.800630	-20.023080
159	-3.450414	1.693556	.259589	-22.509530	-15.537650
160	-3.448247	1.600696	.227113	-21.154290	-12.910630
161	-3.446709	1.508358	.197089	-19.744350	-11.260690
162	-3.445876	1.416622	.169511	-18.290700	-10.206700
163	-3.445795	1.325588	.144356	-16.805640	-9.564676
164	-3.446495	1.235366	.121587	-15.302760	-9.245543
165	-3.447976	1.146080	.101150	-13.796540	-9.217097
166	-3.450211	1.057865	.082980	-12.302170	-9.493767
167	-3.453149	.970857	.066995	-10.835110	-10.146490
168	-3.456711	.885194	.053102	-9.410780	-11.343560
169	-3.460794	.801010	.041194	-8.044164	-13.472180
170	-3.465280	.718430	.031151	-6.749510	-17.555640
171	-3.470031	.637569	.022843	-5.540040	-27.299810
172	-3.474899	.558529	.016128	-4.427739	-73.747430
173	-3.479730	.481400	.010854	-3.423218	84.117470
174	-3.484367	.406257	.006863	-2.535611	25.419500
175	-3.488654	.333163	.003985	-1.772606	14.614090
176	-3.492444	.262172	.002046	-1.140455	10.121290
177	-3.495595	.193326	.000865	-.644052	7.683793
178	-3.497978	.126663	.000257	-.287031	6.166455
179	-3.499480	.062212	.000032	-.071872	5.138248
180	-3.500000	.000000	.000000	.000000	4.399999
180	-3.500000	.000000	.000000	.000000	4.400000
181	-3.499467	-.061083	.000000	.000000	4.400000
182	-3.497868	-.122149	.000000	.000000	4.400000
183	-3.495203	-.183176	.000000	.000000	4.400000
184	-3.491474	-.244148	.000000	.000000	4.400000
185	-3.486682	-.305045	.000000	.000000	4.400000
186	-3.480827	-.365850	.000000	.000000	4.400000
187	-3.473912	-.426543	.000000	.000000	4.400000
188	-3.465938	-.487106	.000000	.000000	4.400000
189	-3.456909	-.547521	.000000	.000000	4.400000
190	-3.446827	-.607769	.000000	.000000	4.400000
191	-3.435695	-.667832	.000000	.000000	4.400000
192	-3.423517	-.727691	.000000	.000000	4.400000
193	-3.410295	-.787329	.000000	.000000	4.400000
194	-3.396035	-.846727	.000000	.000000	4.400000
195	-3.380740	-.905867	.000000	.000000	4.400000
196	-3.364416	-.964731	.000000	.000000	4.400000
197	-3.347067	-1.023301	.000000	.000000	4.400000
198	-3.328698	-1.081559	.000000	.000000	4.400000

199	-3.309315	-1.139489	.000000	.000000	4.400000
200	-3.288924	-1.197071	.000000	.000000	4.400000
201	-3.267531	-1.254288	.000000	.000000	4.400000
202	-3.245143	-1.311123	.000000	.000000	4.400000
203	-3.221767	-1.367560	.000000	.000000	4.400000
204	-3.197409	-1.423579	.000000	.000000	4.400000
205	-3.172077	-1.479164	.000000	.000000	4.400000
206	-3.145779	-1.534299	.000000	.000000	4.400000
207	-3.118523	-1.588967	.000000	.000000	4.400000
208	-3.090316	-1.643151	.000000	.000000	4.400000
209	-3.061169	-1.696834	.000000	.000000	4.400000
210	-3.031089	-1.750001	.000000	.000000	4.400000
211	-3.000085	-1.802634	.000000	.000000	4.400000
212	-2.968168	-1.854717	.000000	.000000	4.400000
213	-2.935347	-1.906237	.000000	.000000	4.400000
214	-2.901632	-1.957175	.000000	.000000	4.400000
215	-2.867032	-2.007518	.000000	.000000	4.400000
216	-2.831559	-2.057249	.000000	.000000	4.400000
217	-2.795224	-2.106353	.000000	.000000	4.400000
218	-2.758037	-2.154815	.000000	.000000	4.400000
219	-2.720011	-2.202622	.000000	.000000	4.400000
220	-2.681155	-2.249757	.000000	.000000	4.400000
221	-2.641484	-2.296207	.000000	.000000	4.400000
222	-2.601007	-2.341957	.000000	.000000	4.400000
223	-2.559738	-2.386995	.000000	.000000	4.400000
224	-2.517689	-2.431304	.000000	.000000	4.400000
225	-2.474873	-2.474874	.000000	.000000	4.400000
226	-2.431304	-2.517689	.000000	.000000	4.400000
227	-2.386994	-2.559738	.000000	.000000	4.400000
228	-2.341957	-2.601007	.000000	.000000	4.400000
229	-2.296207	-2.641484	.000000	.000000	4.400000
230	-2.249756	-2.681156	.000000	.000000	4.400000
231	-2.202621	-2.720011	.000000	.000000	4.400000
232	-2.154815	-2.758038	.000000	.000000	4.400000
233	-2.106352	-2.795225	.000000	.000000	4.400000
234	-2.057248	-2.831560	.000000	.000000	4.400000
235	-2.007517	-2.867033	.000000	.000000	4.400000
236	-1.957175	-2.901632	.000000	.000000	4.400000
237	-1.906237	-2.935347	.000000	.000000	4.400000
238	-1.854716	-2.968169	.000000	.000000	4.400000
239	-1.802633	-3.000086	.000000	.000000	4.400000
240	-1.750000	-3.031089	.000000	.000000	4.400000
241	-1.696834	-3.061169	.000000	.000000	4.400000
242	-1.643151	-3.090317	.000000	.000000	4.400000
243	-1.588966	-3.118523	.000000	.000000	4.400000
244	-1.534298	-3.145780	.000000	.000000	4.400000
245	-1.479164	-3.172077	.000000	.000000	4.400000
246	-1.423578	-3.197409	.000000	.000000	4.400000
247	-1.367559	-3.221767	.000000	.000000	4.400000
248	-1.311122	-3.245144	.000000	.000000	4.400000
249	-1.254287	-3.267532	.000000	.000000	4.400000
250	-1.197070	-3.288924	.000000	.000000	4.400000
251	-1.139489	-3.309315	.000000	.000000	4.400000
252	-1.081560	-3.328698	.000000	.000000	4.400000
253	-1.023300	-3.347067	.000000	.000000	4.400000
254	-.964730	-3.364416	.000000	.000000	4.400000
255	-.905867	-3.380741	.000000	.000000	4.400000
256	-.846727	-3.396035	.000000	.000000	4.400000
257	-.787328	-3.410295	.000000	.000000	4.400000
258	-.727690	-3.423517	.000000	.000000	4.400000

259	-.667831	-3.435695	.000000	.000000	4.400000
260	-.607768	-3.446827	.000000	.000000	4.400000
261	-.547521	-3.456909	.000000	.000000	4.400000
262	-.487105	-3.465939	.000000	.000000	4.400000
263	-.426542	-3.473912	.000000	.000000	4.400000
264	-.365849	-3.480827	.000000	.000000	4.400000
265	-.305045	-3.486682	.000000	.000000	4.400000
266	-.244148	-3.491474	.000000	.000000	4.400000
267	-.183175	-3.495203	.000000	.000000	4.400000
268	-.122148	-3.497868	.000000	.000000	4.400000
269	-.061083	-3.499467	.000000	.000000	4.400000
270	.000000	-3.500000	.000000	.000000	4.400000
271	.061083	-3.499467	.000000	.000000	4.400000
272	.122149	-3.497868	.000000	.000000	4.400000
273	.183177	-3.495203	.000000	.000000	4.400000
274	.244148	-3.491474	.000000	.000000	4.400000
275	.305045	-3.486682	.000000	.000000	4.400000
276	.365851	-3.480827	.000000	.000000	4.400000
277	.426544	-3.473912	.000000	.000000	4.400000
278	.487106	-3.465938	.000000	.000000	4.400000
279	.547521	-3.456909	.000000	.000000	4.400000
280	.607769	-3.446827	.000000	.000000	4.400000
281	.667833	-3.435695	.000000	.000000	4.400000
282	.727692	-3.423517	.000000	.000000	4.400000
283	.787329	-3.410295	.000000	.000000	4.400000
284	.846727	-3.396035	.000000	.000000	4.400000
285	.905867	-3.380740	.000000	.000000	4.400000
286	.964732	-3.364416	.000000	.000000	4.400000
287	1.023302	-3.347066	.000000	.000000	4.400000
288	1.081560	-3.328698	.000000	.000000	4.400000
289	1.139489	-3.309315	.000000	.000000	4.400000
290	1.197070	-3.288924	.000000	.000000	4.400000
291	1.254289	-3.267531	.000000	.000000	4.400000
292	1.311124	-3.245143	.000000	.000000	4.400000
293	1.367559	-3.221767	.000000	.000000	4.400000
294	1.423578	-3.197409	.000000	.000000	4.400000
295	1.479164	-3.172077	.000000	.000000	4.400000
296	1.534300	-3.145779	.000000	.000000	4.400000
297	1.588967	-3.118523	.000000	.000000	4.400000
298	1.643151	-3.090317	.000000	.000000	4.400000
299	1.696834	-3.061169	.000000	.000000	4.400000
300	1.750000	-3.031089	.000000	.000000	4.400000
301	1.802634	-3.000085	.000000	.000000	4.400000
302	1.854718	-2.968168	.000000	.000000	4.400000
303	1.906237	-2.935347	.000000	.000000	4.400000
304	1.957175	-2.901632	.000000	.000000	4.400000
305	2.007519	-2.867032	.000000	.000000	4.400000
306	2.057249	-2.831559	.000000	.000000	4.400000
307	2.106353	-2.795224	.000000	.000000	4.400000
308	2.154815	-2.758038	.000000	.000000	4.400000
309	2.202621	-2.720011	.000000	.000000	4.400000
310	2.249758	-2.681155	.000000	.000000	4.400000
311	2.296207	-2.641483	.000000	.000000	4.400000
312	2.341958	-2.601007	.000000	.000000	4.400000
313	2.386994	-2.559738	.000000	.000000	4.400000
314	2.431304	-2.517689	.000000	.000000	4.400000
315	2.474874	-2.474873	.000000	.000000	4.400000

316	2.517690	-2.431304	.000000	.000000	4.400000
317	2.559738	-2.386994	.000000	.000000	4.400000
318	2.601007	-2.341957	.000000	.000000	4.400000
319	2.641484	-2.296207	.000000	.000000	4.400000
320	2.681156	-2.249756	.000000	.000000	4.400000
321	2.720011	-2.202621	.000000	.000000	4.400000
322	2.758038	-2.154815	.000000	.000000	4.400000
323	2.795224	-2.106353	.000000	.000000	4.400000
324	2.831560	-2.057247	.000000	.000000	4.400000
325	2.867033	-2.007517	.000000	.000000	4.400000
326	2.901632	-1.957175	.000000	.000000	4.400000
327	2.935347	-1.906236	.000000	.000000	4.400000
328	2.968168	-1.854717	.000000	.000000	4.400000
329	3.000086	-1.802632	.000000	.000000	4.400000
330	3.031090	-1.749999	.000000	.000000	4.400000
331	3.061169	-1.696833	.000000	.000000	4.400000
332	3.090317	-1.643150	.000000	.000000	4.400000
333	3.118523	-1.588967	.000000	.000000	4.400000
334	3.145780	-1.534298	.000000	.000000	4.400000
335	3.172078	-1.479163	.000000	.000000	4.400000
336	3.197410	-1.423578	.000000	.000000	4.400000
337	3.221767	-1.367559	.000000	.000000	4.400000
338	3.245144	-1.311123	.000000	.000000	4.400000
339	3.267532	-1.254287	.000000	.000000	4.400000
340	3.288924	-1.197070	.000000	.000000	4.400000
341	3.309315	-1.139488	.000000	.000000	4.400000
342	3.328698	-1.081559	.000000	.000000	4.400000
343	3.347067	-1.023301	.000000	.000000	4.400000
344	3.364416	-.964730	.000000	.000000	4.400000
345	3.380741	-.905866	.000000	.000000	4.400000
346	3.396035	-.846726	.000000	.000000	4.400000
347	3.410295	-.787329	.000000	.000000	4.400000
348	3.423517	-.727691	.000000	.000000	4.400000
349	3.435695	-.667830	.000000	.000000	4.400000
350	3.446827	-.607768	.000000	.000000	4.400000
351	3.456909	-.547520	.000000	.000000	4.400000
352	3.465938	-.487106	.000000	.000000	4.400000
353	3.473912	-.426541	.000000	.000000	4.400000
354	3.480827	-.365849	.000000	.000000	4.400000
355	3.486682	-.305044	.000000	.000000	4.400000
356	3.491474	-.244147	.000000	.000000	4.400000
357	3.495203	-.183176	.000000	.000000	4.400000
358	3.497868	-.122147	.000000	.000000	4.400000
359	3.499467	-.061082	.000000	.000000	4.400000
360	3.500000	.000001	.000000	.000000	4.400000

Coordonnées du centre de la fraise en usinage

Théta	Abscisse xcf (Exacte)	Ordonnée ycf (Exacte)
deg	cm	cm
0	4.000000	.000000
1	3.999414	.070312
2	3.997755	.141610
3	3.995172	.213881
4	3.991821	.287116
5	3.987861	.361313
6	3.983453	.436471
7	3.978756	.512594
8	3.973927	.589683
9	3.969120	.667745
10	3.964476	.746781
11	3.960129	.826793
12	3.956200	.907782
13	3.952792	.989745
14	3.949992	1.072680
15	3.947865	1.156582
16	3.946458	1.241451
17	3.945792	1.327284
18	3.945869	1.414086
19	3.946667	1.501862
20	3.948145	1.590624
21	3.950240	1.680385
22	3.952873	1.771164
23	3.955945	1.862980
24	3.959346	1.955856
25	3.962948	2.049810
26	3.966614	2.144860
27	3.970197	2.241016
28	3.973539	2.338285
29	3.976476	2.436661
30	3.978837	2.536131
31	3.980446	2.636669
32	3.981125	2.738236
33	3.980694	2.840780
34	3.978972	2.944234
35	3.975779	3.048519
36	3.970937	3.153539
37	3.964272	3.259187
38	3.955616	3.365341
39	3.944809	3.471866
40	3.931696	3.578617
41	3.916133	3.685437
42	3.897985	3.792161
43	3.877131	3.898616
44	3.853461	4.004624
45	3.826877	4.110000

46	3.797295	4.214559
47	3.764647	4.318112
48	3.728876	4.420476
49	3.689941	4.521466
50	3.647815	4.620902
51	3.602482	4.718612
52	3.553940	4.814429
53	3.502202	4.908196
54	3.447288	4.999764
55	3.389230	5.088997
56	3.328070	5.175770
57	3.263856	5.259967
58	3.196647	5.341486
59	3.126506	5.420238
60	3.053502	5.496146
61	2.977710	5.569145
62	2.899207	5.639180
63	2.818079	5.706211
64	2.734409	5.770208
65	2.648289	5.831152
66	2.559811	5.889037
67	2.469070	5.943866
68	2.376165	5.995655
69	2.281194	6.044432
70	2.184259	6.090235
71	2.085462	6.133114
72	1.984905	6.173130
73	1.882689	6.210357
74	1.778913	6.244878
75	1.673678	6.276790
76	1.567075	6.306198
77	1.459195	6.333218
78	1.350123	6.357976
79	1.239938	6.380607
80	1.128713	6.401251
80	1.128713	6.401251
81	1.016823	6.419974
82	.904625	6.436742
83	.792151	6.451550
84	.679435	6.464393
85	.566512	6.475266
86	.453417	6.484167
87	.340184	6.491092
88	.226847	6.496040
89	.113440	6.499010
90	.000000	6.500000
91	-.113441	6.499010
92	-.226847	6.496040
93	-.340184	6.491092
94	-.453417	6.484167
95	-.566513	6.475266
96	-.679435	6.464393
97	-.792151	6.451550
98	-.904626	6.436742
99	-1.016824	6.419974
100	-1.128713	6.401250

101	-1.239938	6.360607
102	-1.350123	6.357975
103	-1.459195	6.333218
104	-1.567075	6.306198
105	-1.673679	6.276790
106	-1.778914	6.244878
107	-1.882689	6.210357
108	-1.984905	6.173130
109	-2.085463	6.133114
110	-2.184260	6.090235
111	-2.281194	6.044432
112	-2.376165	5.995656
113	-2.469071	5.943866
114	-2.559812	5.889036
115	-2.648290	5.831151
116	-2.734409	5.770208
117	-2.818079	5.706211
118	-2.899208	5.639180
119	-2.977710	5.569144
120	-3.053503	5.496146
121	-3.126506	5.420238
122	-3.196648	5.341485
123	-3.263856	5.259966
124	-3.328070	5.175769
125	-3.389230	5.088997
126	-3.447288	4.999764
127	-3.502203	4.908195
128	-3.553940	4.814429
129	-3.602482	4.718611
130	-3.647815	4.620902
131	-3.689942	4.521465
132	-3.728877	4.420476
133	-3.764647	4.318112
134	-3.797296	4.214558
135	-3.826877	4.110000
136	-3.853462	4.004623
137	-3.877132	3.898616
138	-3.897986	3.792160
139	-3.916133	3.685436
140	-3.931696	3.578617
141	-3.944809	3.471865
142	-3.955616	3.365340
143	-3.964272	3.259186
144	-3.970937	3.153539
145	-3.975779	3.048519
146	-3.978972	2.944234
147	-3.980694	2.840780
148	-3.981126	2.738235
149	-3.980446	2.636669
150	-3.978837	2.536132
151	-3.976476	2.436661
152	-3.973539	2.338285
153	-3.970198	2.241015
154	-3.966615	2.144859
155	-3.962948	2.049809
156	-3.959346	1.955856
157	-3.955945	1.862980
158	-3.952873	1.771163

159	-3.950240	1.680385
160	-3.948145	1.590623
161	-3.946667	1.501862
162	-3.945869	1.414085
163	-3.945792	1.327284
164	-3.946458	1.241451
165	-3.947866	1.156582
166	-3.949992	1.072680
167	-3.952792	.989744
168	-3.956200	.907782
169	-3.960129	.826793
170	-3.964476	.746780
171	-3.969120	.667745
172	-3.973927	.589683
173	-3.978756	.512593
174	-3.983453	.436471
175	-3.987861	.361313
176	-3.991821	.287116
177	-3.995172	.213880
178	-3.997755	.141610
179	-3.999414	.070311
180	-4.000000	.000000

Remarque: Dans notre cas spécial, les coordonnées des points du demi cercle inférieur n'ont pas été affichées, étant donné qu'ils n'ont pas été utilisées . Dans le cas, où cette partie de la came est active (montée où descente), le code de calcul est en mesure de les calculer et de les afficher.

جامعة ... المكتبة المركزية

CHAPITRE 5

CONCLUSION

CHAPITRE 5

CONCLUSION

La théorie des machines et des mécanismes constitut l'une des sciences indispensables pour le développement de la technologie moderne. Les mécanismes à cames constituent à leurs tour, un ensemble d'organes mécaniques nécessaires pour beaucoups de machines. Le plus important dans l'étude de ces mécanismes est sans doute le développement des profils des cames qui nécessite une étude approfondie dans le but de produire une bonne transmission des mouvements dans ces mécanismes.

On a voulu contribuer à l'étude des profils des cames et on a choisi la méthode analytique qui est très avancée par rapport à la méthode graphique tant en précision qu'en minimisation du temps de calcul.

Nous sommes arrivés à mettre au point un code de calcul qui permet la détermination des coordonnées du profil des cames disques, les coordonnées de l'outil de coupe pour l'usinage ainsi que les caractéristiques géométriques des cames (angle de pression et rayon de courbure).

Le profil est déterminé à partir d'une connaissance de la loi du mouvement (traitement des lois du mouvement les plus connues et les plus utilisées en industrie) et même sans connaissance de la loi du mouvement (optimisation de la loi de l'accélération analogue et formulation sous forme de données discrétes).

Notre travail a permis aussi d'exploiter le laboratoire des machines CNC dans lequel nous avons réalisé un modèle de came qui met en evidence l'efficacité de notre code de calcul.

On espère que notre travail sera un nouveau support pour les enseignants et les futurs étudiants qui seront concernés par l'étude des projets sur les mécanismes à cames.

Enfin, on espère aussi que ce travail sera poursuivi par une étude dynamique avec modélisation des mécanismes à cames.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] Rothbart, H.A. 1956. "*Cams-design, dynamics, and accuracy*". New York: Wiley.

[2] Hrones, J.A. 1948. "Analysis of dynamic force in a cam-driven system". *Trans.* ASME 70: 473-482.

[3] Mitchell, D.B. 1950. "Tests on dynamic response of cam follower systems". *Mech. Eng.* 72: 467-471.

[4] Turkich, M.C. 1950. "Inspection of cam contour by the electronic method". Eaton forum, Mar.

[5] Thoren, T.R.; Engemann, H.H.; and Stoddart, D.a. 1952. "Cam design as related to valve train dynamics". SAE Q. *Trans.*, Jan.6, 1: 1-14.

[6] Barkan, P. 1953. "Calculation of high-speed valve motion with flexible overhead linkage". SAE *Trans.* 61: 687-700.

[7] Wildt, P. 1953. "Zwanglaufige triebkurvenherstellung". Dusseldorf; Vdi-Trgugsheft 1.pp. 11-20.

[8] Neklutin, C.N. 1959. "Tring type cam profiles". *Mach. Dec.* Oct. 15: 175-187.

[9] Schmidt, E. 1960. "Continuous cam curves". *Mach. Dec.* 32 (1): 127-132.

[10] Baranyi, S.J. 1970. "Multiple-Harmonic cam profiles". ASME Pap. 70-MECH-59.

[11] Eugen, I.O. 1977. "Analysis and design of a varible position minimum pressure blank-holder system for axisymmetric deep drawing". Internation. J. Mash. Tool design res.; U.S.A.; DEP. GEN., UNIV. ILLINOIS, USA. 17 (2): 77-90.

[12] Lewis, B.R. 1982. "Focussing cam design for normal incidence VUV monocromators". APPL. OPT.; ISSN 0003-6935; USA. AUSTRALIAN NATIONAL UNIV., CANBERRA A.C.T 2600/AUS. 21 (14): 2523-2526.

[13] Tsao, K.C. ; Yong XU ; Chou, J.Q.B. (Ed). 1987. "Modeling of intake process in a spark ignition engine". Dep. of Mech.eng., Wisconsin Univ. USA. Np. xliv+1021: 158-62.

[14] Der Min Tsay; Hsien Min Wei. 1993. "Design and machining of cylindrical cams with translating conical followers". Nat.Sun Yat-Sen Univ.Taiwan. Comput. Aided Des. (UK). 25 (10): 655-61.

[15] "Analytical dynamic response of elastic cam-follower systems with distributed parameter retrn spring". *J.* ISSN 1050-0472; USA; DA. 1993; 115 (3): 612-620; Middle east tech.Univ. dep./06531 Ankara/TUR.

[16] **Mckeown, P.A.; Perkins D.R.; Mckeown, P.A.** 1985. "Adaptive control grinding of high precision cam profiles". (Ed). Ifs (conference); Quality Today Magasine; Gauge & Tool Makers Assoc.; et al. NP. Viii+347: 253-61.

[17] **Borisov, V.D.** 1986. "Computer-aided design of disc cams with roller-ended rockers". *J.* Sov. Eng Res.(GB). *July* 6 (7): 52-5.

[18] **Unno, K.** 1988. "CNC-CBN duo ousts conventional routines (camshaft grinding)". *J.*Mash.Prod.Eng.(UK). *Jan* 146 (3730): 29-30.

[19] **Satyanarayana, B.; Rao, P.N.; Tewari, N.K.** 1988. "Machining of plate cam profiles on cnc machine tools using a highly integrated part programming system". *J.* Inst. of Technol. India. *Aug.* 3 (4): 105- 25.

[20] **Odivanov, L.N.; Alekseev, G.I.; Odivanov, V.L.** 1889. "Tests on a liquid flow generator". *J.* Meas.Tech.(USSR). *Oct.* 32 (10): 985-8.

[21] **Zhongming Liang; Quinn, C.J.** 1991. "Accurate design of a cam profile on the CAD system". *J.* Purdue Univ. USA. 10 (6): 501-8.

[22] **Watson, H.C.; Chow, C.H.** 1991. "Inclusion of hydraulic adjuster behaviour and gas dynamic forces in camshaft design". *Proceeding of the institution of mechanical enginners. International conference.* Melbourne Univ . Australia. Np 286; 251-8.

[23] **Petrinko, P.D.; Sandler, A. I.** 1978. "New use for model 5851 gear-grinding machines. Mach.& Tool.(GB). 49 (12): 12-13.

[24] **Loveday M.S.; Postlethwaite M.A.J.** 1982. "Design of cams for creep testing at constant stress". *J.* Nat.Phys.Lab., Teddington, England. *Mar.* NP. 37. 35 REF.

[25] **Khusnutdinov, A. G.** 1984. "Calculating of the cam profile of a special copying device for the aspherization of optical coponents on ZB12 machines". Sov. *J.* Opt. Technol. (USA). 51 (5): 279-82.

[26] **Chiorescu, C.; Oprean, M.; Jebelean P.; Hernandez S.(Ed.); Brebbia, C.A.(Ed.).** 1991. "Computer analysis and optimisation of the automotive valve gear". Politech.Inst. Romania. NP. 680: 415-27; 13 REF.

[27] **Kwun-Lon Ting, N.L. Lee., and Brandan, G.H.** 1994. "Synthesis of polynomial and other curves with the BEZIER technique". Mechanism and machine theory; ISSN 0094-114X ;GBR. Tenessee TU, mechanical eng.dep. USA. 29 (6): 887-903.

[28] **Artobolevsky, I.** *"Théorie des mécanismes et des machines"*.

[29] **Chen, F. Y.** 1982. *"Mechanics and design of cam mechanisms"*. Pergamon press inc. Library of Congress Cataloging in Publiction Data.

[30] **Bordas.** 1974. *"Mecanismes à mouvements intermittents"*. IJ, 181-6, M37. Library of Congress Catalog Card. NO. 73-93458. ISBN 2-04-006065-0.

[31] **Dudley, W,M.** 1948. "New methods in valve cam design". SAE Q. *Trans.* 2 (7): 19-33.

[32] **Stoddart, D.A.** 1953. "Polydyne cam design". *Mach. Dec.* 25 (1): 121-135; 25, 2, 146-154; 25,3, 149-164.

[33] **Schimmel, W.B.** 1962. "Evaluation of symmetric polynomial coefficients". In *Trans. of the 7th Conference on Mechanisms*, pp. 186-189. Purdue University. Lafayette, Indiana.

[34] **Matthew, G.K.** 1979. "The modified polynomial specification for cams". In *Proceeding of the 5th World Congress on Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 1299-1302.

[35] **Neklutin, C.N.** 1969. *"Mechanisms and cams for automatic machines"*. New York: American Elsevier.

[36] **Ragsdell, K.M.,** and **Gilkey, H.E.** 1969. "Optimal cam design using the skewed modified trapezoidal profile". Paper read at Proc. of the applied Mechanism conference, at Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma. Paper 28.

[37] **Alt, H.** 1963. "DER RUCK". *Releaux-mitteilungen* 4: 581-582.

[38] **Jensen, P.W.** 1965a. "Cam design and manufacture". New York: Industrial press

[39] **Gutman, A.S.** 1961. "To avoid vibration-- try this new profile". *Prod. Eng. Dec.* 25: 42-48.

[40] **Freudenstein, F.** 1960. "On the dynamics of high-speed cam profiles". *Int. J. Mech. Sci.* 1: 342-349.

[41] **Weber, T,. Jr.** 1979. "Simplifying complex cam design". *Mach. Dec.* Mar. 22: 115-120.

[42] **Chen, F,Y.** 1980a. "Assessment of the dynamic quality of a class of dwell-rise-dwell cams. ASME Pap. 80-DET-70. 14 pp.

[43] **Kloomok, M.,** and **Muffley, R.V.** 1955a. "Plate cam design-pressure angle analysis. *Prod. Eng. May*, 155-171.

[44] **Mabie, H.H.,** and **Ocvirk, F.W.** 1979. *"Mechanisms and dynamics of machinery"*. New York: Wiley.

[45] **Johnson**, R.C. 1955. "Method of finite differences provides simple but flexible arithmatical techniques for cam design". *Mach. Dec.* Nov., 195-204.

[46] **Lenz**, R. 1957. "A graphical method of modifying cam acceleration". *Mach. Dec.* Sept. 19: 168-170.

[47] **Crossley**, F.R.E. 1960. "How to modify positioninig cams". *Mach. Des.*: Mar. 3 : 121-126.

[48] **Fox**, F.W. 1961. "Cam profile synthesis by finite differences". Technical Report, Continental Can Co.

[49] **Chen**, F.Y. 1969. "An algorithm for computing the contour of a slow-speed cam". *J.* Mech. 4 (2): 171-175.

[50] **Chen**, F.Y. 1972. "A refined algorithm for finite-difference synthesis of cam profiles. *J.* Mech. 7 (4): 453-460.

[51] **Chen**, F.Y. 1973b. "Kinematic synthesis of cam profiles for prescribed acceleration by using integration method". Trans. **ASME**, *J. Eng. Ind.* 95B (2): 519-524.

[52] **Di Benedetto A.**, and **Papa**, L. 1974. "Sintesi cinematica di profile di camme per assegnato andamento del jerk". In *II Congresso Nazionale Aimeta*, pp. 95-106.

[53] **Di Benedetto A.** 1975. "Some methods of kinematic synthesis of cam profiles for prescribed jerk pattern". In *Fourth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 936-968. London: Mechanical Engineering Publ.

[54] **Di Benedetto A.** 1972. "Profile di camme per cedenti translati assegnato andamento del jerk". Disegno Di Machine 1: 25-40.

[55] **Di Benedetto A.**, and **Vinciguerra**, A. 1969. "A new algoritm of kinematic synthesis of plate cam profiles for prescribed follower acceleration". In *Proceeding of the 5th World Congress on Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 549-552.

[56] **Kepler**, H.b. 1960. "*Basic Graphical Kinematics*". New York: McGraw-Hill.

[57] **Cram**, W. D. 1956. "Practical approach to cam design". *Mach. Des.*:Nov. 1: 92-103.

[58] **Churchill**, F.T., and **Hansen**, R.S. 1962. "Theory of envelopes provides new cam design equations. *Prod. Eng.* 35:45-55.

[59] **Davidson**, J.K. 1978. "Calculating cam profiles quickley". *Mach. Des.*: 7:151-156.

[60] Varnum, E.c. 1951. "Circular nomogram theory and consruction technique". *Prod. Eng. Aug.*, 152-156.

[61] Koumans, P.W. 1978. "The calculation of the maximum pressure angle and the minimum radius of curvature of a cam using special graphs". In *Cam and Cam Mechanism*, ed. J.R. Jones, London: Mechanical Engineering Publ.

[62] Hildebrand, F. 1956. "*Introduction to numerical analysis*". New York: McGraw-Hill.

[63] Shigley, I.E. 1961. "*Theory of Machines*". McGraw-Hill. New York Eq. 16-3(c), Chapter 6 p. 117.

[64] Raven, F.H. 1959. "Analytical design of disks cams and their three-dimensional cams by independent positions equations. ASME *Trans.* 26E (1): 18-24.

[65] Krasnikov, V.F. 1978. "An analytical method of determining the radii of curvature of automatic machine cams". *Russ. Eng. J.* 58 (4): 32-33.

[66] Ganter, M.A., and Uicker, J.J., Jr. 1979. "Design charts for disk cams with resiprocating radial roller followers. *Trans.* ASME, *J. Mech. Dec.* 101B (3): 465-470.

ANNEXE

NOMENCLATURE DE LA CAME

Voici quelques définitions sur la nomenclature de la came illustrées dans la figure a-1.

Point théorique: (*Trace point*): Il correspond au point fictif qui se situe sur l'extrémité d'un poussoir se terminant par une pointe. Dans le cas d'un poussoir se terminant par un galet, il correspond au centre du galet.

Courbe théorique: (*Profil théorique- Pitch curve*): C'est la courbe généré par le point théorique d'un poussoir qui tourne autour d'une came stationnaire.

Pitch point: C'est le point de la courbe théorique dont l'angle de pression est le plus grand.

Courbe de travail: (*profil pratique- Working curve*): C'est la surface de travail d'une came en contact avec le poussoir. Pour une came plate avec tige se terminant par une pointe, la courbe de travail et la courbe théorique coinçident. Dans une came à rainure, il existe un profil intérieur et un profil extérieur.

Cercle théorique: (*Pitch circle*): C'est le cercle dont le rayon est mesuré à partir du centre de la came jusqu'au (*Pitch* point). Ce rayon est utilisé pour le calcul de la dimension minimale d'une came pour un angle de pression donné.

Cercle primitif: (*Prime circle*): C'est le plus petit cercle dont le rayon est mesuré à partir du centre de la came jusqu'à la courbe théorique.

Cercle majeur: (*Major circle*): C'est le plus grand cercle dont le rayon est mesuré à partir du centre de la came jusqu'à la courbe théorique.

Cercle de base: (*Base circle*): C'est le plus petit cercle dont le rayon est mesuré à partir du centre de la came jusqu'à un point tangeant au profil de la came.

Déplacement total: (*Stroke or Trow*): C'est la plus grande distance parcourue par le poussoir.

Déplacement du poussoir: (*Follower displacement*): C'est la position du poussoir localisée à partir d'un zéro ou point d'origine spécifié en relation avec le temps. Il est mesuré en seconde, en fraction de cycle d'une machine (déplacement de la came) ou encore en degré ou en centimètre.

Angle de pression: (*Pressure angle*): C'est l'angle situé entre la normale à la courbe théorique et la direction instantanée du mouvement du poussoir. Cet angle est très important dans la conception des cames, car il représente l'escarpement du profil de la came.

Rayon de courbure: (*Radius of curvature*): Pour chaque point de la courbe théorique, il correspond au rayon d'un cercle nommé "*cercle d'osculation*" tangeant à la courbe, dont la courbure est la même que celle de la courbe théorique en ce point.

Point de transition: (*Transition point*): C'est la position où la vitesse est maximale et l'accélération change du positif au négatif (la force sur le poussoir change de signe).

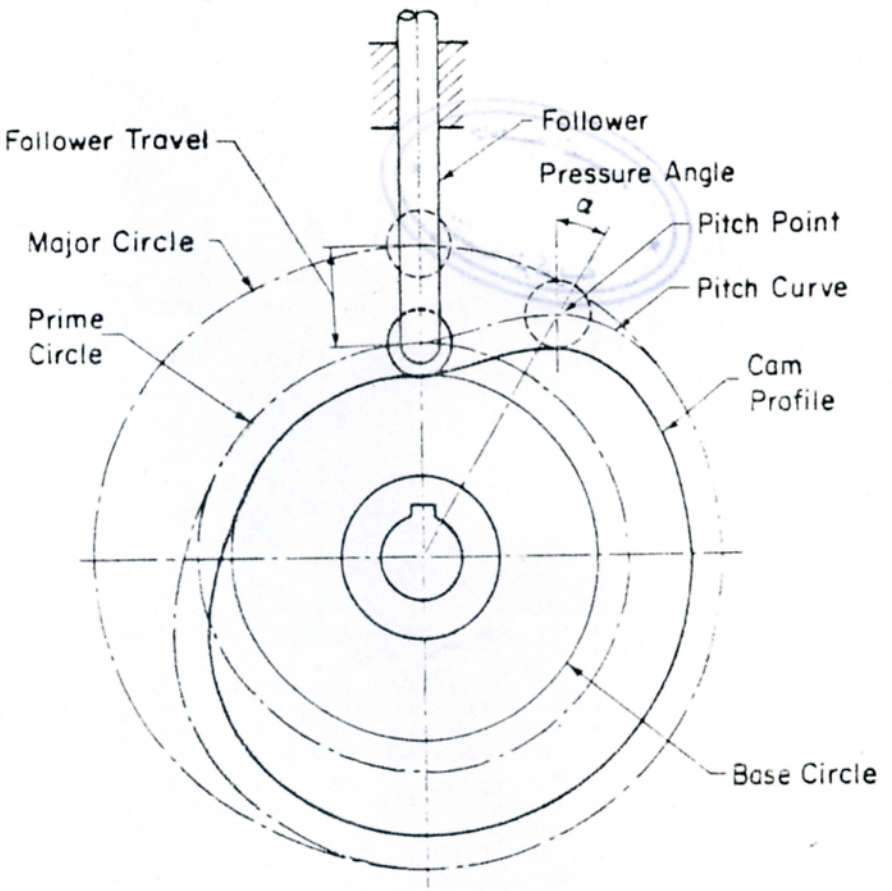


Figure a-1: Nomenclature de la came.

رقم الجرد: 19908/1
رقم الفاتورة:
التاريخ: 08.01.2017
الأصل: Don

جامعة البليدة
المكتبة المركزية