

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

*Ministère de l'Enseignement supérieur  
et de la Recherche Scientifique*



**UNIVERSITE DE BLIDA -1-**

**INSTITUT D'AERONAUTIQUE ET DES ETUDES SPATIALES**

**Département de Construction Aéronautique**



## **Mémoire de fin d'études**

**En vue de l'obtention du Diplôme de Master en Aéronautique**

**Spécialité : Propulsion Avions**

### ***THEME***

***Calcul de l'écoulement supersonique  
à travers une tuyère à corps central  
bidimensionnelle type "Plug Nozzle"***

**Présenté par :**

- ◆ Mr. *BAYOU Fayssal*
- ◆ M<sup>lle</sup>. *BENEDDINE Amina*

**Dirigé par :**

Mr. Ahmed ABDALLAH EL HIRTSI

Promotion 2014/2015

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# Résumé

---

## Résumé :

Cette étude représente une contribution au domaine des écoulements supersoniques. Le but de ce modeste travail est de faire le calcul de l'écoulement supersonique dans une tuyère à corps central bidimensionnelle type à bouchon « Plug Nozzle ». Le profil de la tuyère est déterminé préalablement, donc on peut tracer convenablement les profils des tuyères supersoniques en utilisant la détente de Prandtl Meyer, de manière à obtenir un écoulement uniforme et parallèle à la section de sortie et par conséquent, on a simulé l'écoulement à travers de cette tuyère par l'utilisation d'un code de calcul "Fluent" (déterminer les paramètres thermodynamiques de l'écoulement). Les applications seront faites pour l'hypothèse d'un gaz thermiquement et calorifiquement parfait.

## Abstract:

This research presents a contribution to the field of supersonics flows. The main goal of this topic is to calculate the supersonic flow in a nozzle with a central body of plug type, "Plug Nozzle", to two-dimensional. The profile of the Nozzle is given beforehand, therefore we can suitably draw the supersonic nozzle profiles by using the relationship of Prandtl Meyer, so as in order to allow an uniform and parallel flow at the exit section and consequently, we simulated the flow through this nozzle by the use of a computer code "Fluent" (to determinate the flow thermodynamics parameters).The application will be made for the assumption of a gas thermically and calorifically perfect.



## DÉDICACE

*Je dédie cet humble travail avec grand amour sincérité et fierté :*

*A mon père, mon premier encadrant, depuis ma naissance ;*

*A ma très chère mère : qu'elle trouve ici l'hommage de ma gratitude qui, c'est grande qu'elle puisse être, me sera à la hauteur de ses sacrifices et ses prières pour moi ;*

*A mes sœurs : Farida, Khadija, Naima, Hafida, Hadjer à qui je souhaite beaucoup de réussite et de bonheur ;*

*A la mémoire de mon frère ;*

*A mes nièces Houyam, Desdoussa et mes neveux Imade, Younes, Bassita, Lokman, Alaa, Mayar; les charmes de ma famille.*

*A tous mes amis et mes camarades*

*Sans oublier tous les et à tout qui compulse ce modeste travail.*

*Que dieu le tout puissant vous préserve tous et vous procure sagesse et bonheur.*

*En fin à vous qui prenez la peine de lire ce mémoire.*

*B. Amina*

## **DÉDICACES :**

*Avant tout propos, je tiens à rendre grâce à Allah qui m'a guidé sur la bonne voie.*

*À celui qui a su et avoir pu faire de moi l'homme que je suis, à mon père **BABA** pour son indéfectible assistance et son soutien tout le long de ma formation.*

*À ma très chère mère **Yemma**, à qui je dois tout simplement tout et qui n'a cessé de me conseiller et de me soutenir, Avec tout mon amour,*

*À mes frères : **Riad, Haroun et Oussama** et mes sœurs : **Houria, Ghliia, Rima et Raihab** : les mots ne peuvent exprimer mon entière gratitude et ma reconnaissance Pour leur soutien moral et pour tout et ses encouragements.*

*À mes grands-pères, mes grand-mères et toute ma famille **Bayou**.*

*A mon binôme **Amina** que j'apprécie beaucoup.*

*À tous les instituteurs, professeurs et enseignants qui ont contribué un jour à mon éducation et à ma formation et qui m'ont permis, par leurs efforts, d'atteindre ce niveau. Je dédie cette mémoire. Et spécialement Ms **EL HIRISI** et Mr **Salhi***

*À mes amis Pour leurs soutiens dans les moments difficiles. Et spécialement **Walid**.*

*À mes amies : **Sara, Nasrine** et spécialement **Soufiya** et **Ibtissam***

*Et je dédie ce travail spécialement à une très chère personne dans ma vie, qui nous a quittés l'année passée **Abd Elwahed**.*

***B. Fayssal***



# REMERCIEMENTS

*En terminant notre mémoire de fin d'études, il nous est agréable d'adresser nos vifs remerciements à tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin à élaborer cet ouvrage.*

*Nous tenons tout d'abord à remercier infiniment notre Dieu, le Tout Puissant, qui nous a donné le courage et la volonté pour la réalisation de ce modeste travail.*

*Nous tenons à remercier vivement notre promoteur et encadreur, Mr **A. AEL KRIS**, pour son aide, sa disponibilité et sa patience, ainsi que pour ses conseils.*

*Nous souhaiterons également remercier Mr **M. SALS**, pour le soutien et les conseils qu'il nous a apportés dans la réalisation de ce mémoire.*

*Nos sincères remerciements vont aussi à monsieur le président et messieurs les membres du jury pour avoir expertisé notre travail et nous avoir honorés par leurs présences.*

*Puis que tous nos professeurs qui nous ont enseigné durant nos études à l'**I.F.E.S.***

*A la fin nous tenons à remercier tous nos collègues d'étude, particulièrement notre promotion.*

## Table de matières

---

<b>Résumé</b>	
<b>Dédicaces</b>	
<b>Remerciements</b>	
<b>Table de matière</b> .....	I
<b>Liste des figures</b> .....	V
<b>Liste des tableaux</b> .....	VIII
<b>Liste des symboles et des abréviations</b> .....	IX
<b>Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre I : Recherche bibliographique</b> .....	4
<b>Chapitre II : généralité sur les tuyères supersonique</b> .....	15
Introduction .....	15
II-1 définition de la tuyère supersonique .....	16
II-1-1 Le convergent .....	17
II-1-2 Le col .....	17
II-1-3 Le divergent .....	17
II-2 Rôle et domaine d'utilisation des tuyères supersoniques .....	17
II-2-1 Les souffleries .....	18
II-2-2 Les moteurs d'avion de combat .....	19
II-2-3 Moteurs fusées .....	20
II-2-4 Missile .....	21
II-3 Différentes configurations de tuyères supersoniques .....	21
II-3-1 Les tuyères conventionnelles (basiques) .....	21
II-3-1-1 Tuyère conique .....	21
II-3-1-2 Tuyère contour (profilée) .....	22
II-3-1-3 tuyère annulaire .....	23
II-3-2 Tuyères adaptées en altitude .....	24
II-3-2-1 Les tuyères à décollement [22] contrôlé .....	24
II-3-2-3 Tuyère à section variable .....	27
II-3-2-4 Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie) .....	28
II-3-2-5 tuyère orientable .....	29
II-3-2-6 Tuyères à profil optimisé .....	29

## Table de matières

---

II-3-2-7 Les tuyères avec limite atmosphérique.....	30
<b>Chapitre III : Fonctionnement des tuyères supersoniques.....</b>	<b>32</b>
Introduction.....	32
III-1 Définitions importantes .....	32
III-1-1 Nombre de Mach.....	32
III-1-2 Angle et ligne de Mach.....	33
III-1-3 Onde de choc.....	33
III-1-3-1 Onde de choc normale.....	34
III-1-3-2 Onde de choc oblique .....	34
III-2 Détente de Prandtl Meyer .....	34
III-3 Fonctionnement théorique de la tuyère supersonique.....	37
III-3-1 Écoulement subsonique.....	37
III-3-2 Écoulement sonique adapté .....	38
III-3-3 Écoulement Sonique Non Adapté.....	38
III-3-4 Écoulement Supersonique adapté.....	39
III-3-5 Écoulement Supersonique Non Adapté.....	40
III-4 Fonctionnement réel de la tuyère supersonique.....	41
III-4-1 Le régime d'adaptation.....	41
III-4-2 Le régime de sous-détente.....	41
III-4-3 Le régime de sur-détente.....	42
III-4-3-1 Sur-détente avec décollement naissant.....	42
III-4-3-2 Sur-détente avec décollement étendu.....	43
III-5 Classification des écoulements Compressibles .....	44
III-6 Écoulement monodimensionnel dans une tuyère .....	45
III-6-1 Équations Fondamentales.....	45
III-6-1-1 L'équation de continuité.....	45
III-6-1-2 L'équation de la quantité de mouvement.....	46
III-6-1-3 L'équation de l'énergie .....	46
III-6-1-4 Équation d'état .....	46
III-7 Relations de la dynamique des gaz.....	46
III-7-1 Grandeurs totales .....	47



## Table de matières

---

III-7-2 Grandeurs critiques .....	49
III-8 Les principaux paramètres des performances .....	49
III-8-1 La Force De Poussée .....	49
III-8-2 Le Coefficient De Poussée .....	49
III-8-3 Coefficient de décharge.....	49
III-8-4 Vitesse caractéristique.....	50
III-8-5 La vitesse effective .....	50
III-8-6 Impulsion spécifique .....	50
III-8-7 Impulsion Totale .....	50
<b>Chapitre IV : Conception des tuyères à corps central type à bouchon (Plug Nozzle)</b>	<b>51</b>
Introduction.....	51
IV-1 La tuyère à corps central type à bouchon "Plug Nozzle ".....	53
IV-2 Hypothèses fondamentales .....	54
IV-3 Formulation Mathématique du Problème .....	55
IV-3-1. Discrétisation .....	58
IV-3-2 Procédé de calcul .....	62
IV-4 Paramètres Thermodynamiques.....	66
IV-5 Masse du corps central .....	66
IV-6 La force de pression exercée sur la paroi .....	67
IV-7 Masse du gaz dans le divergent .....	67
<b>Chapitre V : Résultats et discussions (programmation).....</b>	<b>69</b>
V-1 Effet de la discrétisation sur la convergence du problème .....	77
V-2 variation du nombre de Mach $M_s$ de sortie pour $\gamma$ fixé .....	79
V-3 Variation des paramètres le long de la paroi du corps central.....	82
V-3-1 Variation du rapport de pression le long de la paroi de la tuyère.....	82
V-3-2 Variation du rapport de température le long de la paroi de la tuyère.....	83
V-3-3 Variation du rapport de la masse volumique le long de la paroi de la tuyère..	85
V-3-4 Variation de nombre de Mach le long de la paroi de la tuyère.....	85
V-3-5 Variation de l'inclinaison de la paroi du corps central .....	86
V-4 Variation des paramètres du dimensionnement .....	87
V-4-1 Variation de la longueur du corps central en fonction du $M_s$ .....	88

## Table de matières

---

V-4-2 Variation du $\frac{M_{\text{plug}}}{\rho_0 t l \lambda_E}$ en fonction du $M_S$ .....	88
V-4-3 Variation du $\frac{M_{\text{gaz}}}{\rho_0 l \lambda_E^2}$ en fonction du $M_S$ .....	88
V-4-4 Variation de l'angle $\psi$ en fonction du $M_S$ .....	89
V-4-5 Variation de $\frac{F_p}{P_0 \lambda_E l}$ en fonction du $M_S$ .....	89
V-4-6 Variation de $\frac{X_{\text{plug}}}{\lambda_E}$ en fonction du $M_S$ .....	90
<b>Chapitre VI : Simulation Numérique Par Fluent .....</b>	<b>90</b>
Introduction.....	91
VI-1 Le Maillage .....	91
VI-1-1 Le Maillage et le volume de contrôle .....	91
VI-1-2 Histoire de convergence .....	92
VI-1-3 Contour de la pression statique .....	92
VI-1-4 Contour de la masse volumique .....	93
VI-1-5 Contour de la vitesse et nombre de mach .....	93
VI-1-6 Contour de la température statique.....	94
VI-1-7 les vecteurs des lignes de courant .....	95
VI-2 Les paramètres au niveau de la paroi .....	95
VI-2-1 Variation de pressions statique sur la paroi .....	95
VI-2-2 Variation de nombre de mach M et la Vitesse sur la paroi .....	96
VI-2-3 Variation de la température statique sur la paroi .....	97
VI-2-4 Variation de la masse volumique sur la paroi .....	98
<b>Conclusion.....</b>	<b>99</b>
<b>Références.....</b>	<b>101</b>

## Liste des Figures

---

### Chapitre II : généralité sur les tuyères supersoniques

Figure II.1 : Profils des Tuyères .....	16
Figure II.1: Différents formes géométriques des tuyères [11].....	16
Figure II.2: La tuyère De-Laval [12] .....	17
Figure II.3 : schéma d'une soufflerie supersonique à deux cols [13].....	29
Figure II.4:Tuyère d'un avion de Combat .....	20
Figure II.5: tuyère d'une fusée [16].....	20
Figure II.6: tuyère conique.....	21
Figure II.7: tuyère profilée [20] .....	22
Figure II.8:Illustration de différents profils de tuyère suivant l'angle de divergence [21].	22
Figure II.9: tuyère annulaire .....	24
Figure II.11: tuyère double galbe.....	25
Figure II.12: tuyère double galbe.....	25
Figure II.13: Forme de la tuyère à zone d'expansion .....	25
Figure II.14: Forme générale d'une tuyère à détente centrée .....	26
Figure II.15: Tuyère à divergente extensive [24] .....	26
Figure II.16: tuyère double col .....	27
Figure II.17: Tuyère double détente .....	27
Figure II.18: tuyère à section variable .....	28
Figure II.19: tuyère à chevron.....	28
Figure II.20: Tuyère orientable .....	29
Figure II.21: tuyère détente déflexion [18].....	30
Figure II.22 : Tuyère à corps central. [25] .....	31

### Chapitre III : fonctionnement des tuyères supersonique

Figure III.1: La différence entre l'approche Monodimensionnel et l'approche Quasi-monodimensionnel .....	32
Figure III.2: illustration de la relation entre $\mu$ et $M$ .....	33
Figure III.3: illustration d'une onde de choc normale.....	34
Figure III.4: Illustration d'une onde de choc oblique.....	34
Figure III.5: Schématisation de la détente de Prandtl-Meyer .....	35



## Liste des Figures

---

Figure III.6:Schéma de la tuyère supersonique .....	37
Figure III.7: Les régimes d'écoulement dans une tuyère supersonique. Évolution de la pression le long de la tuyère .....	38
Figure III.8: Écoulement sonique adapté.....	38
Figure III.9:Régime de sur-détente en 1D .....	39
Figure III.10:Régime supersonique adaptée .....	40
Figure III.11:Régime Supersonique Non Adapté .....	40
Figure III.12: Organisation de l'écoulement à l'adaptation.....	41
Figure III.13:Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente.....	42
Figure III.14: Profil de pression pariétale le long de la tuyère .....	42
Figure III.15:Tuyère en sur-détente avec décollement naissant de la couche limite .....	43
Figure III.16:Tuyère en sur-détente avec décollement étendu de la couche limite. ....	43
Figure III.17:Représentation des différents régimes d'écoulement .....	44
Figure III.18: Effet de variation de section sur le régime de l'écoulement.....	48
<b>Chapitre IV : Conception des tuyères à corps central type à bouchon (Plug Nozzle)</b>	
Figure IV.1: Écoulement au col et à la sortie d'une tuyère à corps central .....	53
Figure IV.2: Tuyère à corps central type à bouchon.....	54
Figure IV.3: Angle de déviation $\Psi$ de la carène de la tuyère à corps central .....	54
Figure IV.4: Présentation des angles de Mach du col et de la section de sortie.....	56
Figure IV.5:Naissance des ondes de détente divergentes du point A du 'Lip'.....	57
Figure IV.6: Présentation des propriétés d'une ligne de Mach intermédiaire .....	58
Figure IV.7: Discrétisation de la zone de détente .....	59
Figure IV.8: Présentation de deux lignes de Mach adjacentes .....	60
Figure IV.9: Calcul sur un triangle .....	60
Figure IV.10: Relation entre coordonnées cartésiennes et coordonnées polaires.....	62
Figure IV.11: Force de pression exercée sur un segment du corps central .....	67
<b>Chapitre V : Résultat et discussion (programmation)</b>	
Figure V.1: Organigramme simplifié du programme de calcul numérique .....	76
Figure V.2: Forme du corps central d'une tuyère pour différents nombres de Mach de sortie $M_s$ .....	80

## Liste des Figures

---

Figure V.3: Variation du rapport de pression le long de la paroi du corps central d'une tuyère pour différentes valeurs de $M_s$ .....	83
Figure V.4: Variation du rapport de température le long de la paroi du corps central pour différentes valeurs de $M_s$ .....	84
Figure V.5: Variation du rapport de la masse volumique le long de la paroi du corps central pour différentes valeurs du nombre de Mach de sortie .....	85
Figure V.6: Variation de nombre de Mach le long de la paroi du corps central.....	86
Figure V.7: Variation de l'angle d'inclinaison de la paroi du corps central pour différentes valeurs de $M_s$ .....	87
Figure V.8: Courbe de variation de la longueur du corps central en fonction de $M_s$ .....	88
Figure V.9: Courbe de variation de la masse du corps central de la tuyère en fonction $M_s$ .....	88
Figure V.10 : Variation de la masse du gaz du divergent en fonction de $M_s$ .....	89
Figure V.11: Variation de l'inclinaison du 'Lip' par rapport à la vertical en fonction de $M_s$ .....	89
Figure V.12: Variation de la force de poussée de corps central en fonction de $M_s$ .....	90
Figure V.13: Variation de $\frac{x_{plug}}{\lambda_E}$ en fonction de $M_s$ .....	90
<b>Chapitre VI : Simulation Numérique Par Fluent</b>	
Figure VI .1 : Le Maillage et le volume de contrôle.....	91
Figure VI .2 : Histoire de convergence .....	92
Figure VI. 3 : Contour de la pression statique .....	92
Figure VI.4 : Contour de la masse volumique .....	93
Figure VI.5 : Contour de la vitesse .....	93
Figure VI. 6 : Contour de nombre de Mach.....	94
Figure VI.7 : Contour de la température statique .....	95
Figure VI. 8 : Les vecteurs des lignes de courant.....	95
Figure VI. 9 : Pression statique sur la paroi.....	96
Figure VI.10 La variation de nombre de Mach et de la vitesse le long de la paroi d'une tuyère 'PN' .....	97
La figure VI.11: La température statique sur la paroi.....	98
La figure VI.12: Masse volumique sur la paroi .....	98

## Liste des tableaux

---

Tableau V.1 : Paramètres de conception de la tuyère à corps central indépendant de $N_p$ .	77
Tableau V.2 : Paramètres de conception de la tuyère à corps central dépendant de $N_p$ .....	78
Tableau V.3 : Résultats numériques de conception d'une tuyère pour différents nombres de Mach de sortie $M_S$ pour un gaz parfait.....	81
Tableau V.4 : les valeurs du rapport de pression au col et à la sortie de la tuyère pour différentes nombre de Mach de sortie.....	82
Tableau V.5 : Les valeurs du rapport de température au col et à la sortie de la tuyère pour différentes nombre de Mach de sortie .....	84
Tableau V.6 : Résultat du rapport $\rho/\rho_0$ pour différentes valeurs de $M_S$ .....	85
Tableau V.7 : les valeurs numériques de l'inclinaison de la paroi au col de la tuyère.....	86



## Liste des symboles et des abréviations

---

### Notation latines

<b>A</b>	:	Air d'une section de la tuyère
<b>A<sub>s</sub></b>	:	Section de sortie
<b>A<sub>*</sub></b>	:	Section du canal ou M= 1
<b>A<sub>plug</sub></b>	:	Section du corps central
<b>a</b>	:	vitesse de son
<b>C<sub>d</sub></b>	:	Le coefficient de décharge
<b>C<sub>F</sub></b>	:	Le coefficient de poussée
<b>C<sub>p</sub></b>	:	Capacité calorifique a volume constante
<b>C<sub>v</sub></b>	:	Capacité calorifique a volume constante
<b>C<sup>*</sup></b>	:	La vitesse caractéristique
<b>D<sub>plug</sub></b>	:	Diamètre du corps central
<b>D<sub>*</sub></b>	:	Diamètre du cool
<b>F</b>	:	La poussée
<b>H</b>	:	Enthalpie
<b>I</b>	:	L'impulsion totale
<b>I<sub>s</sub></b>	:	L'impulsion spécifique
<b>L</b>	:	Longueur de la tuyère
<b>M</b>	:	Nombre de mach
<b>M<sub>s</sub></b>	:	Nombre de mach du sortie
<b>M<sub>*</sub></b>	:	Nombre de Mach du col
<b>ṁ</b>	:	Débit massique
<b>P</b>	:	Pression
<b>P<sub>0</sub></b>	:	Pression total
<b>R</b>	:	Rayon d'une section de la tuyère

## Liste des symboles et des abréviations

---

$R_s$	:	Rayon de sortie
$R_*$	:	Rayon du cool
$r$	:	Constante du gaz parfait
$T$	:	Température de l'écoulement
$T$	:	temps
$u$	:	Composante axiale du vecteur vitesse
$v$	:	Composante radiale de vecteur vitesse
$V$	:	Vitesse de l'écoulement
$x$	:	Coordonnée axiale
$y$	:	Coordonnée radiale

### Grecques :

$\alpha$	:	L'angle que fait l'axe de la tuyère avec la paroi extérieure du bouchon
$\beta$	:	L'angle que fait l'axe de la tuyère avec la paroi intérieur du bouchon.
$\gamma$	:	Rapport des chaleurs spécifiques
$\mu$	:	Angle de Mach
$\nu$	:	Fonction de Prandtl-Meyer
$\psi$	:	Inclinaison de 'Lip' par rapport à la verticale
$\Phi$	:	Angle polaire d'un point de la paroi par rapport au 'Lip'
$\bar{\Phi}$	:	Solution approximée de l'équation différentielle considérée :
$\theta$	:	Angle de déviation du vecteur vitesse de l'écoulement :
$\lambda$	:	Facteur de perte de la poussée
$\rho$	:	Masse volumique
$\rho_0$	:	Masse volumique de référence

## Liste des symboles et des abréviations

---

### Indice :

<b>0</b>	:	Condition d'arrêt
<b>1</b>	:	Condition amont
<b>2</b>	:	Condition aval
<b>C</b>	:	Condition au col
<b><math>\mu</math></b>	:	Condition critique
<b>arc</b>	:	Arc du corps central
<b>d</b>	:	Décharge
<b>E</b>	:	Entrée du col
<b>eff</b>	:	Effective
<b>(i, j)</b>	:	Nœud ou point
<b>Plug</b>	:	Concernant le corps central
<b>s</b>	:	Section de sortie
<b>t</b>	:	Total

### Abréviations :

<b>CAO</b>	:	Conception Assistée par Ordinateur
<b>CFD</b>	:	Computational Fluid Dynamics
<b>GP</b>	:	Gaz Parfait
<b>IUS</b>	:	Inertial Upper Stage
<b>NASA</b>	:	National Aeronautics and Space Administration
<b>PN</b>	:	Plug Nozzle (tuyère à bouchon)
<b>TOC</b>	:	Thrust-Optimized Contour
<b>TIC</b>	:	Truncated Ideal <i>Contour</i>





# Introduction

### INTRODUCTION

Depuis plusieurs années de nombreux chercheurs usent de leur savoir dans le but d'améliorer les performances propulsives des engins opérant à régime supersonique tels que les moteurs-fusées, afin d'augmenter leur charge utile et puis satisfaire la demande des applications stratégiques et répondre aux sollicitations commerciales.

L'augmentation de la charge utile des moteurs-fusées repose sur l'amélioration de la force propulsive. Cette force propulsive émane de l'accélération des gaz brûlés de la chambre de combustion à des vitesses supersoniques au moyen d'une tuyère convergente-divergente, dénommée tuyère de Laval, permettant ainsi une détente des gaz de combustion, résultant en une forte diminution de la pression statique et de la température de l'écoulement. A des fins de fonctionnement de la tuyère convergente-divergente, on est amené à assurer l'amorçage de celle-ci qui se résume, d'après la relation d'Hugoniot, en l'acquisition des conditions soniques au col, de ce fait, pour une section de col  $A_*$  assurée, le débit massique de l'écoulement des gaz au col est bloqué et il est fonction des conditions de la chambre de combustion seulement, ce qu'on appelle par le blocage sonique. Etant donné qu'on fixe les modalités de la chambre et du col, la force propulsive est alors dépendante de la section de sortie de la tuyère et du milieu ambiant, ainsi, la force propulsive peut être optimale si pour un rapport de sections de la tuyère  $\frac{A}{A_*}$  établi, la pression de sortie des gaz est équivalente à la pression du milieu ambiant, la tuyère est alors dite adaptée et réalise une détente complète des gaz d'échappement à la pression ambiante, dont les lignes de courant de l'écoulement sont uniforme et axiale, c'est alors une tuyère idéale.

Les motoristes écartent l'idée de la tuyère idéale dans la conception des tuyères supersoniques pour des raisons d'encombrement géométriques, car une tuyère idéale engendrerait une longueur et un poids excessifs. De ce fait Le besoin et le souhait d'obtenir une forme de tuyère différent selon son utilisation. Pour les applications des moteurs fusés, la conception est basée sur deux facteurs essentiels ; l'obtention d'une poussée maximale avec un poids le plus petit possible de la tuyère (longueur minimale). Il est connu que la masse de la tuyère contient une grande portion de la masse totale des missiles, plusieurs concepts de tuyères supersoniques ont vu le jour y compris la tuyère à corps central de type à bouchon qui constitue la principale motivation de ce modeste travail et qui présente un excellent compromis entre poids et poussée par rapport aux tuyères conventionnelles.

## Introduction général

---

Les tuyères supersoniques jouent un rôle très important pour la conception des engins aérospatiaux. Ils interviennent dans beaucoup de structures telles que les missiles, les moteurs d'avions et dans la fabrication des souffleries supersoniques pour la modélisation et la réalisation expérimentale des écoulements supersoniques réels. Les concepteurs ont pensé à améliorer les performances des tuyères de propulsion. Ils ont remarqué que les tuyères coniques délivrent certes une poussée, mais une perte considérable, vu l'inclinaison de la portion supersonique. Si l'inclinaison de la tuyère à la section de sortie est nulle, la poussée délivrée par le moteur sera donc complètement utilisée pour la propulsion et sera par conséquent maximale. Ce problème sera donc résolu par la recherche d'une forme de tuyère supersonique donnant à la sortie un écoulement parallèle.

La transformation mathématique des équations de conservation écrites dans le système de coordonnées cartésiennes suivant les lignes caractéristiques permet une simplification remarquable des équations de conservation.

La solution numérique des divers problèmes, qui peuvent se poser et qui ne peuvent pas être traités analytiquement à cause principalement de leur complexité, est réalisée grâce à l'application des lois mathématiques décrivant leur comportement physique qui s'exprime généralement par des équations aux dérivées partielles. Le principe d'une approche numérique est essentiellement basé sur la transformation des équations différentielles régissant le problème en équations algébriques.

Les solutions des équations de base d'un fluide compressible ou non dans un régime subsonique et supersonique diffèrent selon le type des régimes, et on peut les partager en elliptiques, hyperboliques et paraboliques. Elles sont de type elliptiques pour un écoulement subsonique et de type hyperbolique pour un écoulement supersonique.

Pour obtenir les solutions numériques des équations de base non linéaires de type elliptiques et paraboliques, on utilise de préférence une méthode fondée sur les éléments finis. Par contre dans le cas où l'écoulement est supersonique, une méthode issue de la formulation caractéristique des équations hyperboliques est plus appropriée.

Dans les moteurs fusées, l'organe tuyère constitue la partie essentielle, car elle permet d'accélérer les gaz à la sortie de la chambre de combustion jusqu'à une certaine vitesse dont le but d'obtenir une force de poussée comme une résultante de cette accélération.

Dans le cas d'un écoulement parallèle à la section de sortie de la tuyère, les pertes de poussée sont nulles. Par conséquent, la poussée délivrée par le moteur est complètement utilisée pour la propulsion et s'il est uniforme à la section de sortie, les paramètres de

## Introduction général

---

l'écoulement sont constante et la variation de la quantité de mouvement est égale à  $\Pi_s V_s$ . Pour ces deux applications essentielles, la tuyère doit fonctionner en régime adaptée.

Le but de ce modeste travail est de faire le calcul de l'écoulement supersonique dans une tuyère supersonique plane très récente qui est nommée tuyère à corps central 2D type « Plug Nozzle ». On développe un programme permettant de calculer et tracer convenablement le profil de la tuyère préalablement, par la méthode proposée par le promoteur, qui donna un écoulement uniforme et parallèle à la section de sortie, comme la suite du travail présentée dans les références [18], [30].

Donc on peut déterminer l'équation donnant ce profil et par conséquent, on pourra déterminer les paramètres thermodynamiques de l'écoulement à travers de cette tuyère par application de calcul CFD ou utilisation d'un code de calcul, dans le cadre de l'hypothèse d'un gaz parfait au-dessous de la température de dissociation.

Pour arriver à notre but, on a réalisé ce travail composé de six chapitres essentiels, dont la conséquence trace l'objectif assigné.

Le premier chapitre contient une recherche bibliographique sur les tuyères supersoniques.

Le deuxième chapitre est consacré à une généralité sur les tuyères définissant leurs rôles, leurs domaines d'utilisation et leurs principes de fonctionnement ainsi qu'une présentation de quelques concepts de configurations.

Le troisième chapitre présente le fonctionnement des tuyères avec des différents régimes d'écoulement, ainsi que la présentation de quelques notions fondamentales et la détermination des équations fondamentales de la dynamique sur l'hypothèse d'un gaz parfait.

Le quatrième chapitre présente la méthode de dimensionnement de ce type de tuyères pour un gaz parfait où les paramètres thermodynamiques et physiques ont été déterminés.

Le cinquième chapitre est consacré à la description du programme réalisé, suivi par la présentation des résultats numériques obtenus et la comparaison avec la théorie et des illustrations graphiques, l'efficacité et la réponse de ce type de tuyères par rapport aux tuyères conventionnelles de points de vue masse, longueur et force de pression délivrée.

Le sixième chapitre consiste à présenter les paramètres thermodynamiques obtenues par le code de calcul fluent, porte la simulation numérique de l'écoulement supersonique dans une tuyère 'PN'.

En fin, on présente une conclusion générale sur le travail suivi par une proposition de quelques travaux de futur.





# Chapitre I.

## Recherche bibliographique

Depuis plusieurs années, la résolution numérique ou analytique des problèmes aérodynamiques, tel que les écoulements des fluides dans les tuyères convergentes-divergentes, est devenue possible grâce aux travaux de plusieurs chercheurs dans le domaine.

L'accélération des gaz à haute enthalpie, produits dans la chambre de combustion, est le mécanisme physique utilisé dans les moteurs fusée pour générer la force propulsive. Dans la plupart des cas, cette accélération est obtenue à l'aide d'une tuyère dite De Laval, qui permet une détente presque parfaite des gaz de combustion. Ainsi, la vitesse du jet atteint en sortie de tuyère des valeurs de l'ordre de quelques milliers de m/s (valeurs typiques : 2000 à 4000m/s). Cette accélération est accompagnée par une forte diminution de la température et sur tout de la pression statique du jet.

Les tuyères supersoniques, dont le but essentiel est d'assurer l'accélération des gaz de combustion à des vitesses supersoniques, interviennent dans beaucoup de structures telles que les moteurs d'avions et dans la fabrication des souffleries supersoniques pour une étude expérimentale des écoulements réels.

Les tuyères de propulsion ont été considérées à cause de leur simplicité comme un organe annexe.

Le rôle assigné à la tuyère peut être défini par les conditions suivantes :

- 1- Elle doit d'abord assurer le blocage de l'écoulement aux divers régimes du fonctionnement du moteur, avec ou sans post combustion ; ceci implique une possibilité de la variation de la surface du col en fonction de débit et des conditions de température et de pression des gaz à évacuer.
- 2- La tuyère doit aussi assurer la détente optimale des gaz de combustion, c'est-à-dire la poussée maximale au régime de croisière, ce problème n'est pas simple car la section de la sortie de la tuyère doit être raccordée au maître couple du moteur ou à la structure de l'avion par un carénage. Il est évident que la forme de ce carénage, et par conséquent les pressions qu'il subira en vol du fait de l'écoulement extérieure, dépend de la forme et de la dimension de la sortie de la tuyère.
- 3- Il ne servira à rien d'optimiser la tuyère au banc d'essai, si des dépressions importantes devaient se produire en vol sur le carénage de raccordement. Ainsi l'étude d'optimisation, impose l'étude globale de l'arrière corps.
- 4- Aux régimes de vol intermédiaires, il faut encore que la tuyère ne provoque pas de pertes de poussée trop élevées du fait de son inadaptation. Dans ces régimes, ce sont les sur



détentes qui sont à craindre et à éviter. Leur analyse impose une étude approfondie des conditions de décollement de l'écoulement.

5- En dehors de flux principal du moteur, il existe en général un ou plusieurs flux secondaires provenant soit de l'air de refroidissement soit d'un piège de la couche limite de la prise d'air. Ces flux qui représentent jusqu'à 5 ou 6 % du débit total doivent être éjectés soit dans les tuyères séparées soit dans la tuyère principale comme le cas du concorde.

6- L'atterrissage, la tuyère peut contribuer au freinage de l'avion en organisant un reversement de la poussée soit dans le circuit spécial de la sortie du moteur, ou bien par déviation du jet à la sortie de la tuyère principale.

La demande actuelle des grandes puissances et des vitesses toujours de plus en plus rapide, incite à passer au supersonique. Ce domaine du supersonique est devenu après la seconde guerre mondiale un domaine d'actualité, de concurrence et de compétitivité entre les États Unis, l'Union Européenne, le Japon, la Russie et la Chine. Plusieurs organismes de recherches (NASA, DLR, ONERA, Lea-Poitier (PPRIME), LMNF-Coria, Agard, ...), groupe de recherches Européen (Cristal, FSCD, ATAC, ...), agences de programmes (ESA, CNES, SNSB, JAXA, ...), et industriels (Boeing Rocketdyne, Pratt &Whitney, Eads, Lockheed Martin, SNECMA Moteurs, Volvo Ac, Astrium, Air Liquide, Dassault, Mitsubishi Heavy Industries, ...) travaillent sur l'amélioration des performances et la fiabilité des tuyères propulsives supersoniques, des moteurs fusées et des lanceurs spatiaux.

Les écoulements compressibles à grande vitesse dans les tuyères supersoniques des moteurs fusées ont fait l'objet d'une quantité considérable d'études expérimentales et numériques depuis la deuxième moitié du vingtième siècle après la première application opérationnelle du fameux missile Allemand V2 en 1943 suite aux travaux de l'Allemand Werner Von Braun. Ces travaux de recherche se sont poursuivis et intensifiés jusqu'à aujourd'hui dans des laboratoires de recherche spécifiques dans différents pays tel que :

➤ **Aux États-Unis :**

Avec les travaux de: Charles E. Tinney et Al (2012) de l'université du Texas, Josef H. Ruf (2010) et Ten-See Wang (2009) (NASA Marshall Space Flight Center), Dimitri Papamosschouet AL (2009) de l'université de Californie, Craig A. Hunter(1998) (NASA Langley Research Center), Chen, C. L, et Chakravarthy (1994) (Rockwell International Science Center), Horn, M., Fisher, S (1994), Nave L. H, et Coffey G. H (1973), Schmucker R.

H (1973), Roy A. Lawrence (1967), Chapman et Al (1958), Summer field et Al (1954) et Foster et Cawles (1949).

➤ **L'Union Européenne :**

– **En Allemagne :**

Avec les travaux de: Gerald Hagemann, Ralf Stark, Manuel Frey, Michael Terhardt, Andreas Gross, C. Weiland, Nurnberger-Genin, (Laboratoire DLR Lampoldshausen).

– **En Suède (Sweden) :**

Avec les travaux de : Jan Ostland et Al (Volvo Aéro Corporation).

– **Au Pays-Bas (Netherlands) :**

Avec les travaux de : Richards Schwane, Yang Xia, Henry Wong et Al, (EADS/Space Transportation).

– **En Italie :**

Avec les travaux de : Marcello Onofri, Francesco Nasuti, Emanuelle Martilli (Université de Rome : La sapienza).

– **En Espagne :**

Avec les travaux de : Jose A. Morinigo (2004), Jose J. Salva.

– **En France :**

Avec les travaux de :

❖ ONERA-Meudon: Jean Delery (Professeur émérite), Jean Pierre Veillot, Jacquin, Sebastien Deck (2002), A. Bourgoing(2002), Philippe Reijasse (2005), Arnaud Galli (2005), Sebastien Girard (2009), Pierre-Élie Weiss (2010), Bruno Sainte-Rose (2010), (Département DAFE et DAAP).

❖ CNES-Evry: Université d'Evry, Université Paris VI, SNECMA-Veron, Iusti-Marseille.

❖ Université Poitier: T. Alziary De Roquefort (Professeur émérite), Pierre Compte, J.P. Bonnet, Steve Girard (1999), Anh Thi Nguyen (2003), T.H.Hieu (2005), H. Deniau, Guillaume Lehnasch (2005), Afaque Shams (2010), Vincent Jaunet (2010) (Institut Pprime, Ensma, Lea Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques, UMR CNRS/ENSMA 6609,43 Route de l'Aérodrome, 86036 Poitiers Cedex, France).

❖ Coria-Rouen : Dany Vandromme (1983 Lille), Yann Lebret (1993), Guy Douay (1994), Erhan Solakoglu (1994), Abdellah Hadjadj (1997), E. Lefrancois (1998), S. Carpentier (1998), E. Kessy (1998), Abderrahmane Nebbache, Cyril Pilinski (2002), Anne-Sophie Mouronval (2004), Samuel Dubos (2005), Yohann Perrot (2006), Arnab Chaudhuri (2009), A. Chinnayya, D. Taieb (2010), D. Ngomo (2010), Ouissem Ben Nasr (2011), Bensayah Khaled, (Lfmn- Laboratoire de mécanique des fluides numérique, laboratoire rattaché à l'UMR CNRS 6614 Coria Rouen).

Pour un moteur fonctionnant dans le vide (moteurs d'étage supérieur) l'optimum des performances propulsives sont idéalement obtenues lorsque le niveau de pression statique du jet quittant la tuyère est quasiment nul et les lignes de courant sont parallèles à l'axe de la tuyère. Cela impose des contraintes importantes sur le profil de la tuyère, notamment sur sa longueur et sur l'angle de sortie. Néanmoins, pour des raisons d'encombrement géométrique et de masse sèche du moteur, il est fréquent dans la pratique spatiale d'arrêter la détente du jet supersonique lorsque le niveau de pression de la veine fluide atteint des niveaux de l'ordre de quelques milliers de  $P_a$ .

Pour les moteurs d'étage principal, le principe de fonctionnement est sensiblement le même. Toute fois, l'optimisation de leurs performances est conditionnée par la présence de l'air ambiant, qui exerce une pression sur la surface externe de la tuyère, réduisant ainsi la poussée effective du moteur. En particulier, lorsque le taux de détente est trop important et la pression du jet descend au-dessous de la pression ambiante, la portion terminale de la tuyère ne contribue plus à produire de la poussée et elle peut même apporter une contribution négative.

Cependant, dans la pratique spatiale courante, on accepte de faire fonctionner la tuyère des moteurs d'étage principal en régime de légère sur-détente au sol, car, très rapidement pendant le vol, le lanceur atteint les hautes couches de l'atmosphère, où la pression ambiante décroît à des niveaux de quelques centaines de  $P_a$ . Ainsi, l'impulsion totale impartie par le moteur pendant toute la durée de son fonctionnement est fonction du rapport de détente et de la trajectoire du lanceur.

Néanmoins, la présence de l'air ambiant peut avoir un effet majeur sur le comportement du jet supersonique à l'intérieur même de la tuyère. Lorsque la tuyère fonctionne en régime de sur-détente, un choc de re-compression est généré en correspondance de la lèvre du divergent, ramenant ainsi le niveau de pression des gaz à la pression ambiante. Dans le cas où l'intensité

de ce choc est trop importante, le gradient de pression associé peut arrêter et même inverser le sens de l'écoulement des couches plus proches de la paroi. Dans ces conditions l'écoulement principal n'est plus capable de suivre complètement le profil de la tuyère et un décollement apparaît, dit « décollement interne de tuyère » ou « décollement de jet ».

Le décollement de jet est toujours accompagné de charges thermiques et dynamiques élevées, qui se déchargent sur la structure de la tuyère. Cela représente une contrainte très forte, voire inacceptable, pour le dimensionnement mécanique du moteur. C'est pourquoi l'apparition du décollement de jet est l'un des phénomènes physiques les plus redoutables pour le bon fonctionnement des tuyères des moteurs fusée.

La maîtrise de ce phénomène représente donc un enjeu de première importance pour le développement et l'utilisation en vol de futurs moteurs à hautes performances.

L'histoire de la fusée débuta des siècles bien plus tôt. En 1232 à la bataille de Kaifeng, les Chinois se servirent des "èches de feu volant" pour repousser les Mongols. Ces fusées, qui semaient la panique parmi les chevaux des adversaires, ils utilisaient la poudre noire inventée deux siècles avant notre ère. L'emploi de ces engins se limitait au par avant aux feux d'artifices, dès lors ils se répandirent en Europe essentiellement pour des usages militaires. Les avancées technologiques aidant, ces armes s'améliorèrent au fil des siècles.

Pour voir le jour d'un usage pacifiste des fusées et l'espoir de voyages interplanétaires, il fallut attendre la fin du XIXe siècle pour que Konstantin Tsiolkovski apporte la solution en imaginant le moteur-fusée, capable de créer sa propre force motrice aussi bien dans l'atmosphère que dans le vide spatial. En 1898, il recommande l'utilisation d'ergols liquides, l'hydrogène et l'oxygène, pour la propulsion des fusées. Cette combinaison est actuellement celle mise en œuvre pour le fonctionnement du moteur principal de la fusée Ariane 5. Les plans de fusées font apparaître non seulement les réservoirs d'oxygène et d'hydrogène liquides, séparés par la tuyère, mais également des volets de pilotage dans le jet et une cabine symbolisée par la partie avant.

A partir de cette époque, une course à la conquête spatiale est engagée entre les différentes puissances mondiales, dont les motivations sont essentiellement stratégiques et économiques.

En effet, l'utilisation des fusées est aujourd'hui principalement dédiée à la mise en orbite de satellites de communication.

Depuis plusieurs années, la résolution numérique ou analytique des problèmes aérodynamiques, tels que les écoulements des fluides dans les tuyères convergentes-divergentes, est devenue possible grâce aux travaux réalisés par plusieurs chercheurs dans le domaine.

Pierre de Laval [1] présente une méthode de résolution des équations d'Euler sous forme conservative d'un écoulement compressible dans une tuyère (2D et axisymétrique). La méthode proposée, de type prédicateur-correcteur explicite, utilise un terme de pseudo viscosité. Les résultats numériques sont obtenus pour une tuyère convergente-divergente ( $45^\circ - 15^\circ$ ), étudiée expérimentalement par Cuffel et Al et une autre tuyère avec un angle du convergent égal à  $20^\circ$  en faisant varier le rapport des rayons de courbure et du col  $R_c/R_{th}$  de 0 à 0.8. Ce dernier cas a été étudié expérimentalement, en 1970, par Solignac à l'ONERA. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montrent une bonne cohérence.

W. J. Rae a présenté un calcul numérique sur un écoulement à faible masse volumique dans une tuyère de type convergente-divergente, en prenant de compte les effets de viscosité. Il a résolu les équations dans des micro-tuyères (Slender-Channel) avec des conditions de glissement à la paroi. Un schéma aux différences finies implicite de type Crank-Nicholson est utilisé pour déterminer les profils de pression, de vitesse et d'enthalpie le long de la tuyère. Il a également étudié l'effet de la géométrie, du nombre de Reynolds et des conditions de température pariétale.

Dans une série d'articles [2-5], M. C. Cline présente des études numériques d'un écoulement de fluide compressible dans des tuyères rectangulaires et axisymétriques. La méthode utilisée pour la progression dans le temps permet de contourner les difficultés rencontrées par les méthodes d'intégration numérique des systèmes hyperboliques et elliptiques qui sont dues à la mixité des domaines des vitesses subsonique et supersonique.

Dans la référence [2], l'auteur a validé son travail sur des écoulements Eulériens bidimensionnels, isentropiques et rotationnels dans trois types de tuyères : la première a une forme conique de type convergent-divergent, la seconde est aussi de forme conique mais avec un convergent uniquement et la dernière de forme convergente-divergente présente un raccordement à l'entrée. La comparaison des résultats montre une bonne cohérence avec ceux obtenus expérimentalement par Cuffel et Al.

En 1958, Rao a développé une méthode de base pour la conception des tuyères supersoniques. Elle permet la conception de tuyères performantes dont le contour est déterminé grâce à des calculs variationnels. Une autre approche directe pour la conception du contour de la tuyère a été proposée par Guderley et Hantch en 1955. Le problème de calcul de la section de sortie et du contour pouvant fournir une poussée optimale a été proposé en spécifiant uniquement la longueur et la pression ambiante. Un calcul variationnel permettant de résoudre le problème du champ d'écoulement à la sortie, nécessaire à atteindre. La dernière étape consiste à l'application de la méthode des caractéristiques, présentée dans différents ouvrages pour déterminer le contour supersonique de la tuyère [6], [7].

Afin d'atteindre un écoulement uniforme à la sortie par conséquent des poussées maximales, la majorité des travaux utilisent des tuyères convergentes-divergentes en forme de cloche dont la section divergente est simulée par un polynôme de second degré.

Cette simulation conduit à des tuyères dont les performances sont comparables à celles de Rao. Dans un premier temps, ils se sont intéressés aux calculs de l'écoulement transsonique se produisant au voisinage du col, celui-ci a été simulé grâce à plusieurs approches (Méthode de Sauer développée en 1942, Méthode de Hall développée en 1949 ou celle de Kleigel-Levine développée en 1969). Pour le calcul de l'écoulement supersonique se tenant au sein de la tuyère, ils utilisent la méthode des caractéristiques.

La méthode des caractéristiques est la plus ancienne technique utilisée pour résoudre les équations d'Euler dans la configuration d'un jet supersonique. On remarque tout particulièrement la thèse d'I.S. Chang parue en 1945 et dédiée spécifiquement aux jets supersoniques sous-détendus.

Cette méthode profite du caractère hyperbolique des équations d'Euler dans un écoulement supersonique dans un cas stationnaire bidimensionnel. Elle est présentée et discutée dans de nombreux ouvrages [8], [9].

Dans le livre *Compressible Fluid Dynamics* de P.A. Thompson [9], cette méthode est appliquée à un jet sonique sous-détendu par un rapport de pression statique  $NPR = 2$ . Le résultat du calcul utilisant 8 lignes caractéristiques pour décrire l'expansion initiale et 5 lignes caractéristiques pour calculer le reste du champ. Un calcul identique est réalisé avec une routine écrite en Fortran 90 utilisant 20 lignes caractéristiques.

Le pôle de recherche « Aérothermodynamique des Tuyères et Arrière Corps –ATAC» (en France) – Reijasse et Al. (2005) – et le groupement de recherche « Flow Séparation



Control De vice– FSCD» (en Europe) – Frey et Al. (2005) – ont eu et continuent d’avoir un rôle de leader dans les activités de recherche pour les tuyères propulsives. En particulier, compte tenu de la difficulté des problématiques relatives au décollement de jet, le pôle ATAC a concentré ses activités dans ce domaine d’investigation, alors que le groupement Fscd s’est intéressé d’avantage aux concepts de tuyères innovants.

Une quantité considérable de travaux ont été réalisés depuis la deuxième moitié du vingtième siècle –Summer field et Al. (1954), Chapman et Al. (1958), Arenset Spiegler (1963), Herbert &Herd(1966), Schmucker (1974) – afin de mieux comprendre l’influence des caractéristiques constitutives et opérationnelles des tuyères sur le décollement de jet. Des activités intenses se poursuivent en Europe (groupes de recherche FSCD et ATAC) et dans le reste du monde: des travaux de recherche sont en cours aux Etats-Unis, comme indiqué dans Shi (2005), Papamoschou& Johnson (2006), Samlley et Al. (2007) et Rufet Al. (2009), ainsi qu’au Japon – Sato (2005) et Watanabe (2004). De nombreuses études ont été menées en Russie –Kudryavtsev (1975), Brezhnev&Chernov (1981), Malik &Tagirov(1988), Dumnov et Al.(1995), Ivanov et Al.(2009) – et plusieurs travaux réalisés dansdes centres de recherche chinois ont récemment été publiés – Chen (1988), Xiao et Al. (2005), Yang et Al. (2007) etXiao et Al.(2009).

Néanmoins, Östlund (2002) a résumé de manière exhaustive les principaux types de décollement de jet qui peuvent se produire dans une tuyère propulsive. Il s’agit de deux configurations de l’écoulement, à savoir le décollement de jet libre (Free Shock Separation FSS), et le décollement restreint (Restricted Shock Separation- RSS).

Les scientifiques ne cessent de placer la barre haute dans leurs recherches d’où la naissance des tuyères innovantes et cela dans le but d’améliorer le gain de performances par principe d’auto-adaptation.

Les tuyères déployables, pour les quelles plusieurs études numériques existent en littérature. Récemment, Sato et Al. (2007) ont mené une campagne d’essais sur une maquette à échelle réduite, afin d’évaluer les charges latérales agissant sur la partie mobile lors du déploiement en vol. Ces charges représentent une contrainte majeure pour le dimensionnement mécanique du moteur (en particulier pour le système de déploiement et pour le divergent même). L’impossibilité de vérifier au sol le dimensionnement du moteur dans des conditions représentatives du vol reste un point bloquant pour l’utilisation de ce type de concept, sans compromettre la fiabilité du lanceur [10].

Les tuyères de type aérospike, qui ont fait l'objet de nombreuses études dans les années 1980 – 2010. L'exemple le plus connu est probablement le prototype NASA XRS 2200 testé à feu en Aout 2001 au NASA's Stennis Space Center. Néanmoins, après la suppression du projet X-33, au quel ce moteur était destiné, les travaux ont été arrêtés [10].

Plusieurs variantes de ce type de concept ont été proposées en littérature: épine linéaire ou axisymétrique, tronquée avec et sans injection de gaz au culot, alimentée par une chambre de combustion unique ou multi chambre. Beaucoup d'études théoriques, numériques et expérimentales ont été menées afin d'évaluer la géométrie optimale de l'épine – Dunn & Coats (1999) – ainsi que pour évaluer les performances et les limites des différentes architectures possibles – Hallard & Merienne (1998), Calabroet Al. (2005), le Bozecet Al. (1998), Wisse (2005), Onofri (2002). Par sa conception, ce type de tuyère permet de faire fonctionner le moteur avec un écoulement supersonique constamment attaché, car le jet se trouve constamment en équilibre de pression avec l'atmosphère (quel que soit l'altitude de vol). Néanmoins, lorsque la tuyère fonctionne à haute altitude, la pression statique du milieu environnant étant faible, ses performances propulsives diminuent fortement. Il est aussi important de souligner que plusieurs difficultés doivent encore être résolues pour des applications en vol de cette technologie. D'une part, la maîtrise du réseau de chocs (et des chargements thermomécaniques associés) généré par l'interaction du jet propulsif avec l'atmosphère et la surface métallique de l'épine, dans toutes les conditions de fonctionnement du moteur et à toutes les altitudes de vol. D'autre part, le besoin de refroidir correctement l'épine, en particulier son extrémité, impose des contraintes de conception et de fabrication difficiles à respecter [10].

En parallèle avec le développement expérimental et numérique, les concepteurs ont pensés sur l'amélioration des performances des tuyères de propulsion. Ils ont remarqués que les tuyères coniques délivrent une certaine poussée mais avec une perte due à l'inclinaison de la portion supersonique qui est entre  $15^\circ$  et  $30^\circ$ . Donc, si l'inclinaison de la tuyère à la sortie est nulle, la poussée sera maximale.

Ce problème sera réglé, si on cherche une forme de tuyère donnant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle. Les numériciens développent la méthode des caractéristiques afin de résoudre ce problème. Après un certain temps, ils ont trouvés plusieurs formes dont les plus importantes, la tuyère à détente centrée et la tuyère à zone de détente.

Depuis plusieurs années, les applications sont basées sur l'utilisation de ces deux formes surtout celle à détente centrée puis qu'elle pèse moins par rapport à la tuyère à zone d'expansion (détente).

Jusqu'à maintenant, on a trouvé trois formes de tuyères répondant à la conception. Chacune à ces inconvénients et ces avantages. On peut remarquer que les trois n'ont pas forcément la même masse, si sont-elles utilisées pour la même délivrance de poussée. On peut poser maintenant une question basée sur la masse. Est-ce qu'on peut trouver une forme plus performante pesant moins par rapport aux autres formes et qui délivre les mêmes performances thermodynamique. Ici, on peut dire que cette question est intéressée par les concepteurs des missiles et des avions supersoniques.

Les concepteurs des souffleries n'ont pas ce problème, puisque pour eux, l'essentielle est que la tuyère donne un écoulement uniforme et parallèle mais le plus important est que le gaz sortant doit être froid le plus possible. On peut dire ici, que le gaz utilisé influe sur la forme de la tuyère à conceptionnée, et par conséquent sur la masse de la tuyère. Avant de répondre à la question posée, on peut dire que l'écoulement à la rentrée du col et à la sortie de la tuyère est horizontal pour toutes les formes mentionnées connues pour les concepteurs.

La théorie unidimensionnelle reste toujours valable pour vérifier le rapport des sections entre la sortie et le col afin de comparer le calcul numérique par la méthode des caractéristiques. Le problème de calcul de l'écoulement à l'intérieur de la tuyère est assez délicat puisque la forme de la tuyère est à priori inconnue. Autrement dit, il faut trouver en même temps, le calcul de l'écoulement et la forme de la tuyère. Concernant la tuyère convergente, il n'y a pas une forme meilleure par rapport à l'autre, l'essentielle est que cette partie a pour rôle de donner un écoulement de  $M=1$  au col jusqu'à,  $M=M_s$  à la sortie. Il faut qu'il y a une certaine détente dans la tuyère pour accélérer l'écoulement et comme l'écoulement est horizontal au col et à la sortie, il faut une déviation de la paroi jusqu'à un certain angle maximal ce que l'on appelle une zone de détente ou d'expansion en suite un redressement pour donner  $\theta = 0$  à la sortie ce que l'on appelle zone de redressement. La longueur de la tuyère supersonique (partie divergente) dépend essentiellement de la longueur de la tuyère dans la zone d'expansion. Si on fait une inclinaison de l'écoulement au col au lieu d'être horizontal, il sera incliné d'un certain angle et gardant toujours uniformité de l'écoulement pour que la théorie 1D reste valable et on coupe la partie convergente en faisant la liaison directe entre le col de la tuyère et la chambre de combustion, on obtient une nouvelle forme qui répond bien à la question posée auparavant. Ce type de tuyère est appelée

tuyère à corps central et qui est le but de ce modeste travail. Les concepteurs ont trouvés deux formes dans ce conteste.

- La tuyère à corps central de type ‘Expansion Deflexion Nozzle ‘ :

Il s’agit de concepts qui ont pour but principal la réduction de l’encombrement global du moteur, en particulier en direction longitudinale. Plusieurs variantes de ce concept ont été proposées. La plus connue est celle où la chambre de combustion (et d’autres composants du moteur) se trouvent noyés au milieu de la tuyère, Goetz et Al (2005). Dans ce concept, les gaz de combustion atteignent la vitesse sonique en correspondance de la zone où leur direction d’écoulement subit une forte déviation, pour être dirigés dans la tuyère supersonique (à écoulement interne), sans générer d’ondes de choc. En effet, la focalisation d’une onde de compression sur la paroi métallique du col serait rédhibitoire pour la tenue thermomécanique de la structure. La définition du profil de la région sonique de la chambre de combustion, ainsi que son refroidissement, représentent les points les plus critiques pour la réalisation de ce concept. Néanmoins, un prototype a été réalisé en Russie (moteur RD-0126E) et des essais à feu ont été réalisés dans les années 1990, démontrant le bon fonctionnement de cet engin.

Toute fois, ce type de tuyère est destiné à une utilisation principalement dans le vide, car elle n’apporte aucune amélioration par rapport à la problématique du décollement de jet [10].

- La tuyère à corps central type à bouchon ‘Plug Nozzle’ qui est le but de ce modeste travail.

Le col de ce type de tuyère possède la forme d’un anneau localisé au diamètre extérieur. L’écoulement est contrôlé par des ondes de détente provoquées par la déviation du bouchon dont la surface constitue le principal paramètre qui l’influence. Les gaz d’échappement subissent une détente de la pression de la chambre de combustion  $P_t$  jusqu’à la pression ambiante  $P_0$ .



Chapitre II:  
Généralité sur  
les tuyères supersoniques

**Introduction :**

La poussée d'un moteur dépend principalement de la vitesse des produits de combustions à travers la section de sortie de la tuyère qui le propulse. Durant leur passage à travers une tuyère, les gaz d'échappement sont accélérés de vitesses subsoniques à des vitesses supersoniques.

Le passage de l'écoulement par ces différentes vitesses permet de diviser une tuyère convergente divergente en trois sections de convergent subsonique où l'écoulement passe d'une vitesse presque nulle à celle du son qu'il atteint au col pour enfin se détendre au sein du divergent supersonique.

Cette division est appropriée car d'une part elle permet la détermination de la poussée totale développée, et d'autre part parce que différentes méthodes d'analyse sont utilisées pour déterminer le champ d'écoulement dans chaque région.

La vitesse sonique atteinte au col par les gaz d'échappement est fixée par les conditions prévalant au sein de la chambre de combustion. Si cette vitesse est atteinte, la tuyère est dite adaptée et une future détente dans le divergent l'augmente encore pour atteindre des valeurs supersoniques. Cette vitesse additionnelle dépend uniquement de la configuration de la paroi du divergent et de l'aire de la section de sortie.

L'optimisation du choix d'une tuyère de propulsion doit tenir compte en plus des calculs de dynamique des gaz qui nous intéressent tels que le matériau utilisé, le mode de fabrication de la paroi les exigences de refroidissement les limites admissibles de dimensionnement etc.

Les tuyères sont des canaux d'injection ayant pour le rôle principale de transformer l'énergie de pression "l'enthalpie" en énergie cinétique, les profils de ces tuyères sont tels qu'ils se confondent avec une ligne de courant, leur déterminations se fait généralement par la méthode de caractéristique.

En Général une tuyère se décompose en trois zones : le convergent, zone du col et le divergent encore appelé jupe de tuyère, éventuellement équipé de volets dits volets de tuyère. Du fait de ses températures élevées (environ 3500°C) et de l'obligation de conserver une section constante, le col de la tuyère est réalisé en matériau réfractaire (graphite, tungstène ...etc.). Pour les divergents, on trouve des fabrications métalliques ou on utilise des matériaux résistants à la température; l'oxydation et aux hautes contraintes.



**II-1 définition de la tuyère supersonique :**

Une tuyère est un organe mécanique passif qui met en communication deux réservoirs à des pressions différentes, elle constitue un des éléments les plus importants dans les turbomachines et les turboréacteurs, d'ailleurs 40% de la poussée totale de ces derniers est produite par les tuyères.

Selon le taux de détente, les tuyères seront soit simplement convergente (Figure II.1.a) pour les taux de détente élevés, sinon seront convergente divergente (Figure II.1.b), selon la géométrie on trouve les tuyères à géométrie plane (Figure II.2.a) où axisymétrique (Figure II.2.b) [11].

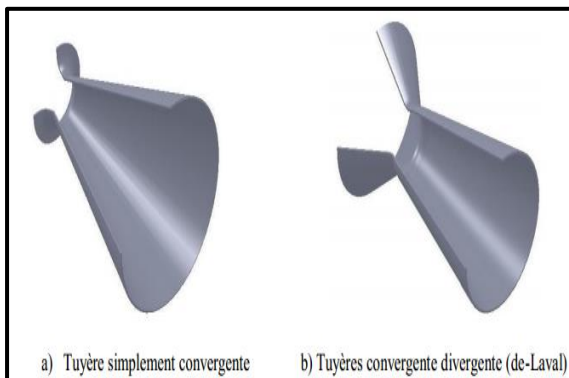


Figure II.1: Profils des Tuyères.

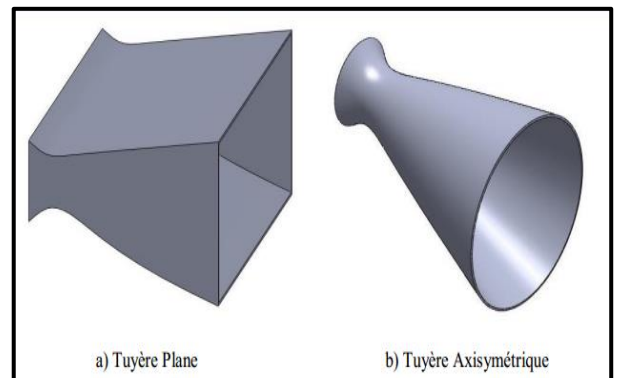


Figure II.2: Différents formes géométriques des tuyères [11].

Une tuyère supersonique est une conduite de forme convergente-divergente qui a un profil spécifiquement étudié. Elle met en communication une chambre contenant un gaz comprimé avec un milieu extérieur d'évacuation. La chambre et le milieu extérieur sont à des pressions différentes pour permettre le mouvement du gaz. La tuyère supersonique a pour rôle d'accélérer les gaz d'une vitesse faible à l'entrée du convergent à une vitesse sonique au col puis à une vitesse supersonique à la sortie du divergent de la tuyère. La forme de la tuyère permet de détendre les gaz. L'opération de détente transforme l'énergie potentielle du gaz en énergie cinétique. Tout le long de la tuyère, la vitesse du gaz augmente, cependant que sa pression et sa température diminuent. La tuyère supersonique est appelée *tuyère De-Laval*, elle est représentée dans la figure II.3.

La forme générale d'un profil de tuyère comprend trois parties essentielles comme il est présenté sur la figure II.3 :

**II-1-1 Le convergent :**

La partie amont de la tuyère. Situé entre la chambre de combustion et le col, son rétrécissement contribue à l'accélération des gaz où l'écoulement est subsonique.

**II-1-2 Le col :**

Est la partie du canal d'écoulement des gaz qui a le plus petit diamètre raccordant le convergent au divergent, et qui par le choix de ses dimensions, fixe le point de fonctionnement du moteur où l'écoulement atteint la vitesse du son ( $M=1$ ) car Il doit être assez large pour que les gaz de combustion s'échappent en créant de la poussée, mais suffisamment étroit pour que tout le matériau combustible (et explosif) ne se consume pas en une seule explosion.

**II-1-3 Le divergent :**

Il augmente la vitesse d'éjection des gaz au cours de leur détente et améliore, de ce fait, leur effet propulsif où l'écoulement atteint des vitesses supersoniques.

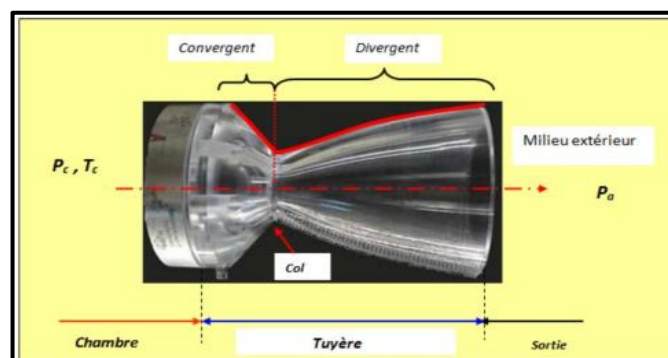


Figure II.3: La tuyère De-Laval [12].

**II-2 Rôle et domaine d'utilisation des tuyères supersoniques :**

Les tuyères sont des canaux d'injection ayant pour rôle principale de transformer l'énergie de pression en énergie cinétique. Les profils de ces tuyères sont tels qu'ils se confondent avec une ligne de courant.

Au début, les tuyères ont été considérées comme étant des organes annexes. Leurs rôles consistaient essentiellement pour le cas d'un turboréacteur, d'assurer le fonctionnement du compresseur à un régime de vol donné et cela pour une adaptation convenable de sa forme géométrique.

On retrouve les tuyères supersoniques dans plusieurs structures du domaine aéronautique militaire et astronautique tels que les moteurs de fusés, de missiles, de lanceurs,

et d'avions de combat, ainsi que dans des fabrications du domaine de la réalisation expérimentale telle que les souffleries supersoniques.

### **II-2-1 Les souffleries :**

On utilise des souffleries pour simuler les conditions de fonctionnement des systèmes aérodynamiques réels (maquette d'avion, profil d'aile...). Une soufflerie supersonique est une installation destinée à produire un écoulement d'air artificiel à une vitesse supérieure à celle du son qui est obtenue par la détente d'air à travers une tuyère. Une telle installation comprend alors un équipement permettant de générer une différence de pression entre les deux extrémités de la tuyère, dont il se compose d'une manière générale de trois parties principale :

- Le collecteur ou le convergent.
- La chambre d'expérience.
- Le diffuseur ou le divergent.

Une soufflerie supersonique est utilisée dans le but de recréer des conditions de vol d'un appareil à des fins expérimentales en simulant des écoulements réels sur des prototypes à échelle réduite, qui sont fondés sur le principe de l'uniformité et l'analogie à l'air libre de l'atmosphère du profil de vitesse ainsi que celui du nombre de Mach en sortie de tuyère.

Il existe différentes configurations de soufflerie supersonique :

- Soufflerie à cycle fermé.
- Soufflerie à rafales.
- Soufflerie à impulsion.

Le choix d'une configuration est selon les besoins ainsi que les moyens dont dispose le concepteur. Chaque type de soufflerie possède des avantages comme des inconvénients.

La tuyère supersonique est l'élément indispensable de la soufflerie permettant de faire passer l'écoulement d'air à une vitesse supersonique. Sa forme est calculée de sorte qu'elle puisse générer un écoulement exempté d'ondes de choc. Les profils de tuyères supersoniques peuvent être divisés en deux catégories :

Profils à deux dimensions (2D) qui varient dans le plan (x, y), mais dont la largeur (la composante z) reste constante, d'où le nom (2D) et les profils axisymétriques qui sont réalisés par la révolution d'une courbe autour de l'axe central.

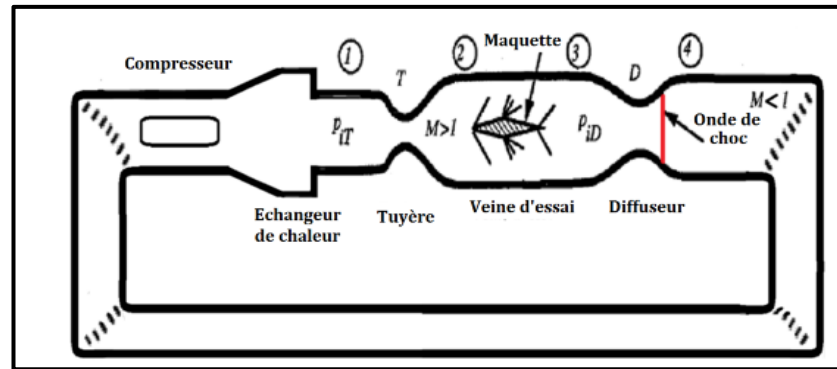


Figure II.4 : schéma d'une soufflerie supersonique à deux cols [13].

### II-2-2 Les moteurs d'avion de combat :

Le progrès majeur qui a été réalisé en aviation au cours de ce siècle, sans doute est l'avènement du vol supersonique, qui a ses débuts n'a d'ailleurs pas provoqué un changement d'attitude immédiat chez les constructeurs, car le souci primordial pour les premiers avions supersoniques militaires c'est d'assurer de bonnes conditions de vol subsonique ou transsonique de sorte que l'emploi d'un divergent était pratiquement proscrit pour éviter les régimes de surdétente à ces vitesses modérées.

La rentabilité de tels projets n'est assurée que si les performances optimales sont obtenues de tous les éléments du moteur, dans tels projets le rôle assigné à la tuyère est définie comme suit [14]:

- Doit assurer la détente optimale des gaz de combustion. C'est-à-dire, la poussée maximale du régime de la croisière, suivant le taux de détente et la taille de la tuyère.
- La tuyère doit assurer le blocage de l'écoulement aux divers régimes de fonctionnement par la variation de la surface au col en fonction du débit et des conditions de température et de pression des gaz à évacuer.
- Eviter au régime intermédiaire les régimes hors adaptation pour ne pas provoquer des pertes de poussée considérables.
- Accomplir la déviation du jet propulsif afin de contribuer à la furtivité de l'avion de combat ainsi qu'au décollage et atterrissage vertical aux moyens des tuyères orientables permettant d'orienter l'axe de poussée et des inverseurs de poussée permettant le freinage de l'avion.
- Assurer l'éjection des flux secondaires dans les conditions idéales en faveur d'activer le mélange à la sortie de la tuyère et de coopérer à l'atténuation du bruit.



Figure II.5:Tuyère d'un avion de Combat [15].

### II-2-3Moteurs fusées :

Dans les moteurs de fusés, la tuyère supersonique représente l'organe essentiel du fait qu'elle permet de porter les gaz à la sortie de la chambre de combustion à une vitesse supérieure à celle du son ; dont le but d'obtenir une force de poussée comme une résultante de cette accélération. Elle effectue également les tâches suivantes [16]:

- Assurer le blocage sonique de l'écoulement afin de maintenir un seul régime moteur pendant le vol, ainsi que la détente optimale des gaz de combustion pour une impulsion total idéale durant l'ascension.
- Eviter les régimes hors adaptation car un régime sur-détendu fort induit au décollement de la couche limite de l'écoulement dans la tuyère ainsi qu'au phénomène de charges latérales.
- Assurer l'éjection des flux secondaires dans les conditions favorables afin de générer un film de refroidissement des divergents.
- Opérer la déviation du jet propulsif conduisant à corriger la trajectoire par mobilité de la tuyère.



Figure II.6: tuyère d'une fusée [17].

**II-2-4 Missile :**

Un missile est constitué par la chambre de combustion et la tuyère. La tuyère représente 70% de la masse totale d'une chambre propulsive [18].

**II-3 Différentes configurations de tuyères supersoniques :**

Par nécessité d'obtenir le maximum de poussée possible, plusieurs concepts de configurations de tuyères ont vu le jour, fondés sur le principe de l'uniformité et l'axialité de l'écoulement possédant à la sortie une pression égale à la pression ambiante. En outre chaque configuration a été conçue dans le but de répondre à des critères ainsi qu'à des besoins précis permettant d'en faire une classification selon différentes catégories de la sorte :

**II-3-1 Les tuyères conventionnelles (basiques) :****II-3-1-1 Tuyère conique :**

Les tuyères coniques qui étaient très largement utilisées dans la conception des premiers moteurs fusés de par leur simplicité et leur facilité de construction sous forme d'un cône, voir figure II.7. Généralement ces tuyères présentent des angles de divergence entre 15 et 30° [19].

Elles sont actuellement encore employées pour équiper les très petits moteurs qui délivrent de faibles poussées (servant, par exemple, au contrôle d'altitude des satellites) car cette configuration engendre une perte considérable de poussée causée principalement par la divergence de l'écoulement à la section de sortie, au lieu d'être axiale pour un maximum de poussée. Cette perte est quantifiée par Malin a en introduisant un facteur qui dépend de l'angle de divergence du cône [20]:

$$\lambda = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (\text{II.1})$$

Ce type de profil simple équipe principalement les missiles et les propulseurs à poudre. Un exemple de tuyère conique est la tuyère de la fusée historique allemande V-2.



Figure II.7: tuyère conique.



**II-3-1-2 Tuyère contour (profilée) :**

Comme on l'avais vu les tuyères coniques engendre une perte de poussée considérable à cause de la divergence de l'écoulement à la sortie, donc pour remédier à ça il faut tourner le contour du divergent vers l'intérieur pour ramener l'écoulement à une direction axiale et aller avec la partie divergente près du col à des valeurs de divergence relativement importantes pour compenser la détente manquée en faisant incliner le profil vers l'intérieur comme indique la figure II.8.

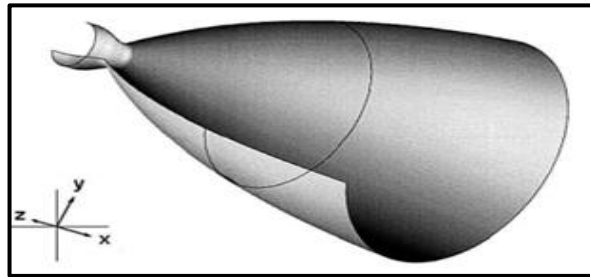


Figure II.8: tuyère profilée [21].

La tuyère profilée ou tuyère contour, appelée aussi en anglais tuyère en forme de cloche (**Bell-Shape**), est la forme la plus courante de la tuyère aujourd'hui. Elle dispose d'un angle de section d'expansion relativement élevé (20 à 50°) juste derrière le col de la tuyère offrant ainsi une importante détente sans influencer l'axialité de l'écoulement à la sortie, ce qui est suivi par une inversion progressive de la pente du contour de la tuyère de telle sorte qu'à la sortie l'angle de divergence  $\theta_e$  est faible, généralement  $\theta_e$  est inférieur à un demi-angle de 10°, afin que la forme courbée du contour de la tuyère continuera à faire suivre l'écoulement dans la direction axiale. Il est possible d'aller à de grands angles de divergence juste après le col (20 à 50°) car la pression relativement élevée, le gradient de pression étendu, et l'expansion rapide du fluide ne permettent pas de séparation dans cette région, sauf s'il existe des discontinuités dans le contour de la tuyère. Dans les cas généraux, la tuyère profilée possède des angles allant de 20 à 30° au col et de 5 à 14° à la sortie de la tuyère [22].

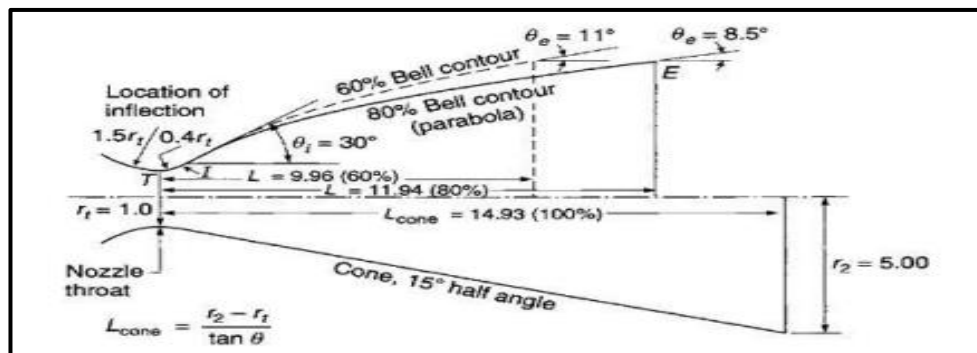


Figure II.9: Illustration de différents profils de tuyère suivant l'angle de divergence [22].

Il existe plusieurs formes permis eux nous citons les deux formes les plus importantes :

- Tuyère à détente centrée.
- Tuyère à zone d'expansion.

### II-3-1-3 tuyère annulaire :

La tuyère annulaire, aussi parfois connu sous le nom de tuyère bouchon ou tuyère de «compensation-altimétrique », est la moins utilisée par rapport aux autres configurations en raison de sa plus grande complexité de conception. Le terme annulaire fait référence au fait que la combustion se produit le long d'un anneau autour de la base de tuyère. Le terme « bouchon » réfère au corps central qui bloque l'écoulement et qui est situé dans ce qui serait la partie centrale d'une tuyère conventionnelle. Quant au terme « compensation-altitude » décrit le principal avantage de cette tuyère, l'efficacité du fonctionnement dans un large éventail d'altitudes. La tuyère annulaire possède des sections au col en forme d'anneaux formés par un corps central et une paroi externe. Si le contour de la tuyère est conique alors la poussée est réduite d'un facteur  $\lambda$  avec :

$$\lambda = \frac{1}{2} \left( \frac{(\sin \alpha + \sin \beta)^2}{(\alpha + \beta) \sin \beta + \cos \beta - \cos \alpha} \right) \quad (\text{II.2})$$

Le rapport d'expansion de sections pour une tuyère conventionnel est :

$$A_S / A_* \quad (\text{II.3})$$

Par contre dans une tuyère annulaire, la surface du bouchon notée ici par  $A_{plug}$  doit être prise en compte, et donc le rapport d'expansion de sections devient :

$$\frac{(A_S - A_{plug})}{A_*} \quad (\text{II.4})$$

Un autre paramètre particulier à ce type de tuyère, est utilisé en tant que mesure de la géométrie de la tuyère, afin de comparer avec d'autres formes de tuyères, c'est le rapport de diamètre annulaire.

$$\left( \frac{D_{plug}}{D_*} \right) \quad (\text{II.5})$$

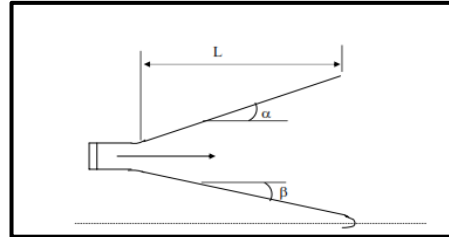


Figure II.10: tuyère annulaire

Les tuyères conventionnelles limitent les performances globales du moteur (pendant la montée du lanceur) à cause de leurs géométries fixes. Des pertes de performances significatives sont introduites pendant le fonctionnement de la tuyère en hors adaptation, quand l'écoulement est sur détendu, pendant le fonctionnement en basses altitudes avec une pression ambiante supérieure à la pression sortie tuyère ou sous détendu (haute altitude) avec une pression ambiante inférieure à la pression sortie tuyère.

Lors du fonctionnement hors adaptation, que ça soit en sur-détente ou en sous-détente, l'écoulement de sortie induit des pertes de performances.

### II-3-2 Tuyères adaptées en altitude :

Des progrès plus significatifs dans les performances d'une tuyère peuvent être réalisés à travers l'adaptation de la pression de sortie tuyère à la pression ambiante, pendant la montée du lanceur dans l'atmosphère. Ceci peut être réalisé avec la conception d'une tuyère qui offre une adaptation en altitude continue.

#### II-3-2-1 Les tuyères à décollement [23] contrôlé :

Elles sont proches de la tuyère profilée (Bell-Shape), elles comprennent :

##### II-3-2-1-1 Tuyère double galbe :

La tuyère à double galbe, appelée aussi tuyère à double cloche ou tuyère à étages, c'est l'une des tuyères innovantes utilisées généralement pour les navettes spatiales, leurs avantages c'est qu'elles s'adaptent facilement aux basses et aux hautes altitudes sans activation mécanique. Le principe est théoriquement assez simple mais les efforts structurels mis en jeu peuvent être importants. Il en découle une étude approfondie de ce concept afin de garantir un fonctionnement optimal de ce système.

Ce concept de tuyère qui a retenu l'attention au cours de ces dernières années aux Etats-Unis et en Europe, présente deux galbes en forme de cloche et donc deux rapports de sections et deux régimes à basse altitude ainsi qu'à haute altitude. Ce concept de tuyère offre

une adaptation d'altitude réalisée que par l'inflexion de la paroi. A basse altitude, la séparation de l'écoulement contrôlé et symétrique se produit à cette inflexion de la paroi qui se traduit par un rapport de sections effectif plus faible et la pression ambiante le maintient à cette place, en évitant les instabilités de l'écoulement et les massives sur-détentes. A haute altitude l'écoulement est attaché à la paroi de la tuyère jusqu'à ce qu'il remplisse la tuyère, et jusqu'à la sortie. La transition entre les deux régimes est une source de charges latérales. Le critère de choix du 2<sup>ème</sup> galbe est le signe de gradient de pression pariétal, ce paramètre influence le positionnement du décollement de la couche limite lors de la transition entre les deux régimes [23], [24], [25], [26].

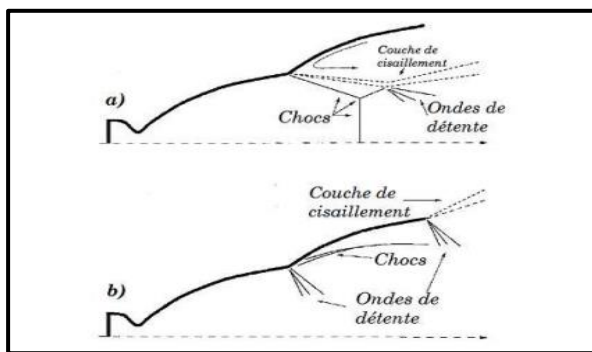


Figure II.11: tuyère double galbe; a) à basse altitude; b) à haute altitude [25].

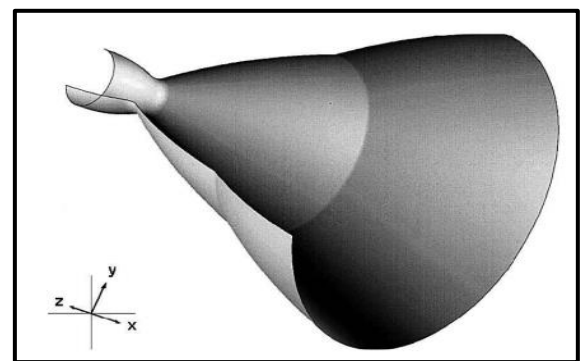


Figure II.12: tuyère double galbe

### II-3-2-1-2 Tuyère à zone d'expansion :

La forme de la zone d'expansion de la partie divergente est un peu arbitraire. Typiquement, une forme d'arc circulaire de grand rayon est utilisée dans les souffleries. A la sortie de la tuyère, l'écoulement devient uniforme et parallèle à l'axe de révolution comme indique la figure II.13. [15], [27, 31]

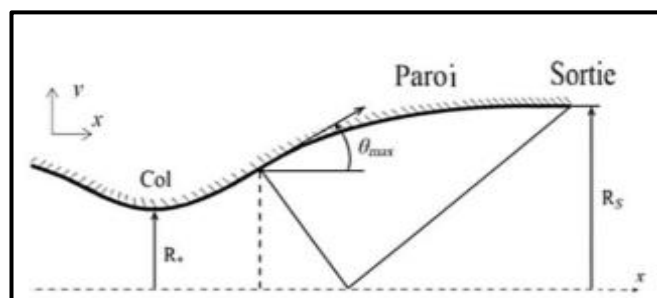


Figure II.13: Forme de la tuyère à zone d'expansion [27,31].

### II-3-2-1-3 Tuyère à détente centrée :

La tuyère est de type à détente centrée, si la zone d'expansion est contractée en un point, où la détente prend place à travers des ondes de Prandtl Meyer centrées et générées à

partir du coin du col de la tuyère avec un angle initial  $\theta^*$  [15], [27,31] comme le montre la figure II.14 :

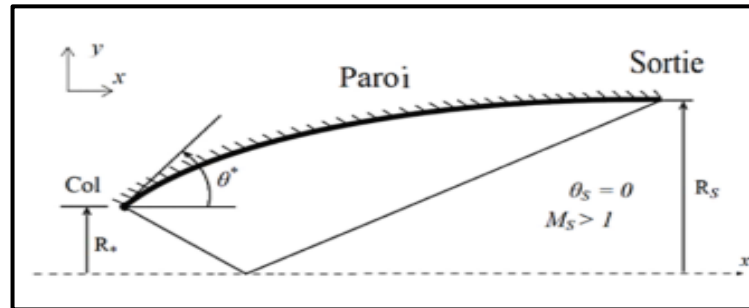


Figure II.14: Forme générale d'une tuyère à détente centrée.

#### II-3-2-1-4 Tuyère à divergent extensible :

Les tuyères de ce type avec une sortie extensibles, sont actuellement utilisées uniquement pour des moteurs de fusées d'étages supérieurs afin de réduire le volume d'emballage de la tuyère. On les retrouve dans les moteurs à propergols solides comme pour **Inertial Upper Stage (IUS)**, ou les moteurs à propergols liquides comme pour **RL10**.

L'idée principale de l'extension extensible est d'utiliser une tuyère tronquée avec une faible expansion à basse altitude, et d'avoir une rallonge de tuyère supérieure à haute altitude. Sa capacité de compensation d'attitude est incontestable et la performance de la tuyère est facilement prévisible. L'ensemble du contour de la tuyère, y compris l'extension extensible, est profilée pour une performance maximale à un rapport de sections élevé [25].

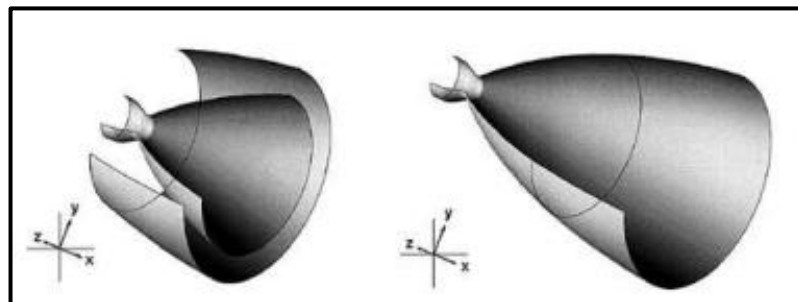


Figure II.15: Tuyère à divergente extensive. [25]

#### II-3-2-2 Les tuyères bi-modes :

##### II-3-2-2-1 Tuyère à double col :

À basse altitude la chambre de poussée (chambre de combustion + tuyère) externe fonctionne avec la chambre de poussée interne en parallèle. Dans ce mode d'opération, le moteur a un col large qui produit un rapport de détente modéré. À une certaine altitude la chambre de poussée externe s'éteint et le moteur continue à fonctionner seulement avec la

chambre de poussée interne. Avec cette configuration, l'écoulement de la chambre interne se détend et s'attache d'une manière supersonique à la chambre externe en résultant un rapport de détente élevé pour le reste de la mission.

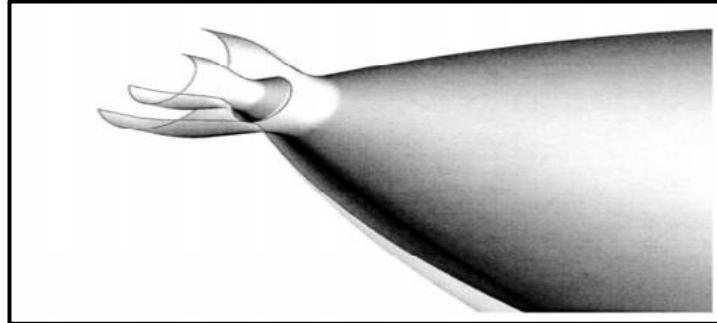


Figure II.16: tuyère double col

### II-3-2-2-2 Tuyère double détente (dual-expander nozzle) :

La tuyère à double détenteur comporte deux chambres de combustion ainsi que deux tuyères concentriques. Ça consiste en une chambre de combustion conventionnelle en forme de cloche entourée d'une chambre de combustion annulaire. Les deux chambres ont des tuyères primaires courtes qui se prolongent par une extension commune du divergent. A basse altitude, les deux chambres fonctionnent en partageant la même section de sortie, ce qui conduit à un rapport de sections modéré. En partie, durant la mission, une chambre est coupée, ce qui permet à l'autre tuyère de s'approprié l'ensemble de la section de sortie engendrant un rapport de sections d'expansion élevé jusqu'à la fin de la combustion. En principe, les deux modes opératoires de cette tuyère sont comparables à ceux de la tuyère à double col [25].

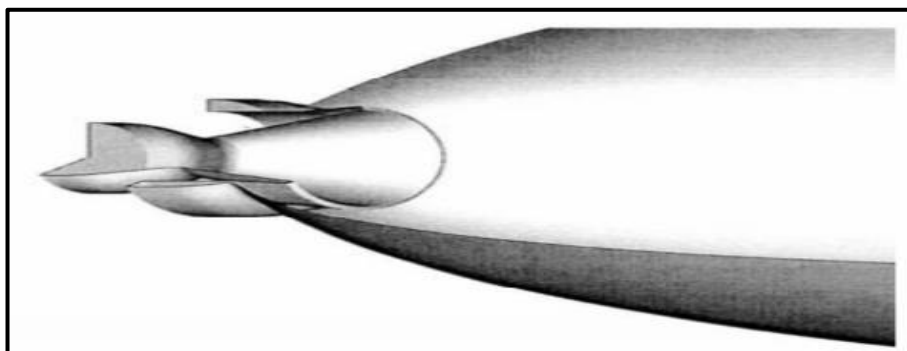


Figure II.17: Tuyère double détente.

### II-3-2-3 Tuyère à section variable :

La sortie de la tuyère est à section variable et constituée d'une multitude de volets qui, en se rapprochant ou en s'écartant, modifient le diamètre de la tuyère afin qu'elle soit



"adaptée". Afin de se rapprocher le plus possible de la forme circulaire, les demi-volets sont réalisés par une multitude de petits volets, s'emboîtant les uns dans les autres. En général la commande de position est assurée par un anneau qui est tiré ou poussé (fermeture – ouverture) par des vérins répartis à la périphérie du canal de postcombustion. La pression et la vitesse du jet maintiennent plaqués les volets sur l'anneau de commande. Un ergot de position interdit aux volets de descendre lorsque le moteur est arrêté.



Figure II.18: tuyère à section variable

#### II-3-2-4 Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie) :

C'est une tuyère pour les turboréacteurs de type double flux d'air séparés, comportant :

- Une paroi interne à l'intérieur de laquelle circule un flux d'air primaire (FP) et qui comporte, à l'extrémité externe, des chevrons.
- Une paroi externe entourant au moins partiellement la paroi interne et le long de laquelle s'écoule un flux d'air secondaire (FS), la paroi externe étant mobile le long de la paroi interne.

L'invention trouve des applications dans le domaine de l'aéronautique et en particulier, dans le domaine de la réduction des nuisances sonores extérieures produites par les turboréacteurs d'un aéronef notamment lors de la phase de décollage.



Figure II.19: tuyère à chevron

**II-3-2-5 tuyère orientable :**

C'est une tuyère articulée autour d'un ou deux axes comportant une partie fixe d'une part et de l'autre une partie pivotante et des vérins de commande permettant de déplacer la partie pivotante avec déformation de la structure annulaire élastique ce qui permet d'orienter l'axe de poussée.



Figure II.20: Tuyère orientable

**II-3-2-6 Tuyères à profil optimisé :**

Les concepteurs des tuyères supersoniques cherchent à obtenir une poussée maximale pour une masse et longueur de tuyère minimales. Cet arrangement peut être réalisable par la recherche d'un profil de tuyère optimisé donnant à la sortie un écoulement parallèle. De ce fait, les tuyères à profil optimisé comprennent deux grandes familles.

– La première famille de tuyères, est connue sous l'abréviation attribuée par les motoristes européens, **TIC** (Truncated Ideal Contour Nozzle). Ce sont des tuyères à contour idéal tronqué. Ils ont équipé les moteurs fusés à ergols liquides. Le profil de ces tuyères est obtenu depuis celui d'une tuyère idéale de référence élaboré afin de délivrer un écoulement axial, et uniforme par son nombre de Mach de sortie  $M_5$  et la pression correspondante  $P_e$ . Les tuyères équipant les moteurs **Viking** du lanceur **Ariane 4** sont des tuyères idéales tronquées [26].

– La deuxième famille de tuyères est Les tuyères à profil parabolique **TOC** à partir de l'abréviation de l'appellation anglaise Thrust-Optimized Contour Nozzle. Une tuyère TOC donne un rapport poussée / poids, plus élevé que ceux d'une tuyère TIC à un débit constant. Cependant ce bénéfice d'impulsion spécifique par rapport au poids est délivré pour un écoulement propulsif plus perturbé qu'uniformisé. Afin que les tuyères TOC plus courtes, assurent l'augmentation de leur vitesse d'éjection, il est nécessaire de posséder un rapport de sections plus élevé ce qui implique un angle maximal de divergent moyen plus ouvert.

L'évolution de l'angle de divergence à la paroi est plus rapide dans une tuyère TOC que dans une tuyère TIC ce qui amène à des variations de courbure plus importantes dans une tuyère TOC au début du divergent à l'endroit où le profil de la paroi comporte un point d'inflexion. Les variations de courbure engendrent une intense focalisation des lignes de Mach [26].

### II-3-2-7 Les tuyères avec limite atmosphérique :

#### II-3-2-7-1 Tuyère à corps central :

Les tuyères à corps central possèdent un corps central au voisinage du col et leurs chambres de combustion sont directement liées à la section de ce dernier dans le but de réduire les pertes de poussée. Le processus de détente des gaz dans ce type de tuyères est directement ou indirectement régulé par la pression ambiante; et non pas contrôlé par la divergence de la tuyère contrairement aux configurations précédentes. Ces tuyères sont particulièrement caractérisées par leur faculté d'adaptation continue suivant l'altitude via leur rapport géométrique de sections, sachant que le principe d'auto-adaptation est efficace à basse altitude, l'écoulement s'ajuste de lui-même en fonction de la pression externe. Les tuyères à corps central se divisent en deux classes :

- Tuyère à bouchon (Plug Nozzle).
- Tuyère à détente-déviaton (Expansion-Deflection Nozzle).

#### II-3-2-7-1-1 Tuyère type détente-déviaton :

Dans ce type de tuyère une chambre de combustion compacte se positionne autour de la ligne centrale et présente un col annulaire au voisinage de cette dernière. Dans ce cas, les gaz se dirigent dans la direction de l'écoulement du bouchon central qui réalise une rotation de l'écoulement en expansion à une direction presque axiale. C'est pourquoi on la qualifie de tuyère à détente - déviaton « E.D ». Cette configuration permet l'obtention de bonnes performances même dans des conditions au-dessous de celles pour lesquelles elle a été initialement conçue.

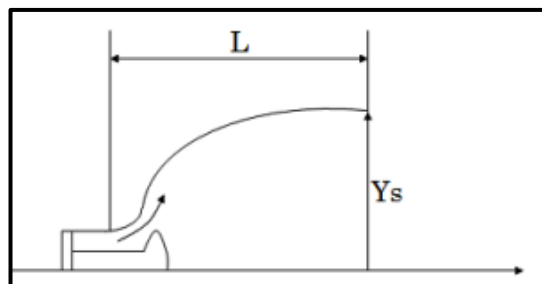


Figure II.21: tuyère détente déflexion [18].

**II-3-2-7-1-2 Tuyère à bouchon :**

Le col de ce type de tuyères possède la forme d'un anneau localisé au diamètre extérieur. Le profil optimal d'une tuyère à bouchon se présente sous forme d'un rétrécissement progressif en un pic d'où le nom en anglais (Spike Nozzle) signifiant tuyère pointue comme le montre la figure II.22 a.

La chambre de combustion se trouvant à la base de la tuyère est en forme d'anneau. Pour minimiser le poids, cette conception est raccourcie sans grande influence sur l'efficacité. L'écoulement des gaz est régulé par des ondes de détentes provenant de la déviation de l'écoulement due au bouchon dont la surface représente le principal paramètre qui influence l'écoulement. Quant aux gaz éjectés, ils sont régulés par la pression atmosphérique de telle sorte qu'à différentes attitudes la variation de pression permettra le changement de la section de sortie. Cela induit à une compensation atmosphérique optimisée. Dans le cas de la configuration où le bouchon est tronqué, figure II.22 b, les gaz piégés à la base du bouchon provoquent une petite poussée qui compense la perte due à la forme non-idéale. Ce type de tuyères fournit une poussée identique à celle des tuyères classiques (convergent-divergent), ainsi qu'une réduction de bruit par rapport aux tuyères classiques (convergent-divergent) [25].

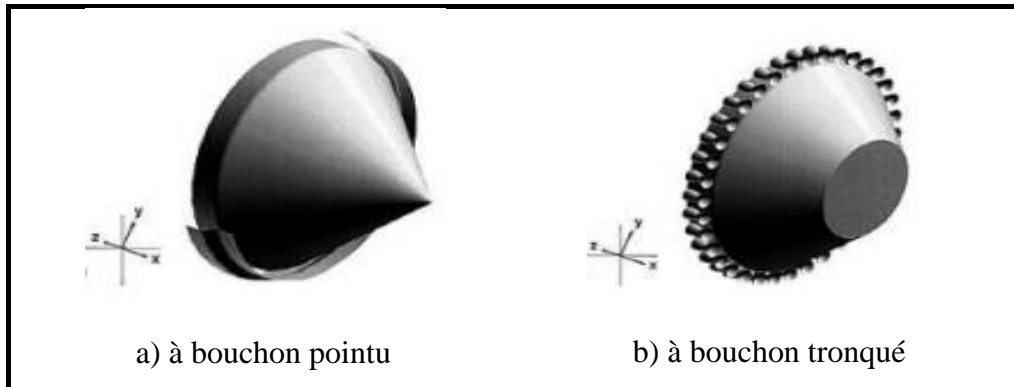


Figure II.22 : Tuyère à corps central [25].



Chapitre III:  
fonctionnement  
des tuyères supersoniques

**Introduction :**

L'approche quasi monodimensionnelle est une approximation de l'écoulement dans une surface variable du tube de courant (Figure III.1.b). En trois dimensions la solution exacte doit être trouvée avec des méthodes numériques comme : les différences finies, les volumes finis et la méthode des caractéristiques, toutefois, pour une large variété des problèmes d'ingénierie, comme l'étude de l'écoulement dans les souffleries ou dans les moteurs fusés, les résultats quasi-monodimensionnel sont fréquemment suffisant.

L'approche quasi-monodimensionnelle permet à la section du tube de courant de varier contrairement à l'approche monodimensionnelle (Figure III.1.a), en même temps, on continue de supposer que toutes les propriétés de l'écoulement sont uniformes à travers une section donnée, d'où ces propriétés sont fonction seulement de "x" et du temps "t" si l'écoulement est non permanent.

Chaque écoulement où  $A = A(x)$ ,  $P = P(x)$ ,  $\rho = \rho(x)$  et  $V = u = u(x)$  en plus d'être permanent (pas de variation par rapport au temps) est définie comme un écoulement quasi monodimensionnel.

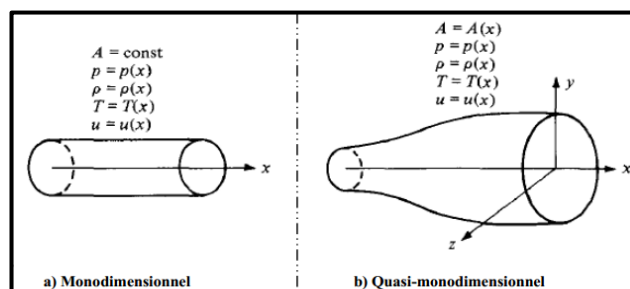


Figure III.1: La différence entre l'approche Monodimensionnel et l'approche Quasi-monodimensionnel.

**III-1 Définitions importantes :****III-1-1 Nombre de Mach :**

Il est défini comme le rapport entre la vitesse de l'écoulement et la vitesse de propagation de l'onde sonore (vitesse de son) par [33] :

$$M = \frac{V}{a} \quad (\text{III. 1})$$

Telle que la vitesse du son (a) peut se calculer par la relation suivante :

$$a = \sqrt{\gamma r T} \quad (\text{III. 2})$$



**III-1-2 Angle et ligne de Mach :**

On observe expérimentalement dans un écoulement supersonique la formation des lignes, plus précisément deux lignes droites faisant un angle  $\mu$  de part et d'autre du vecteur vitesse comme le montre la figure III.5. Ces lignes sont appelées lignes de Mach et l'angle formé entre cette ligne et le vecteur vitesse est appelé angle de Mach désigné par  $\mu$ . On peut démontrer que la valeur de l'angle  $\mu$  est donnée par :

$$\mu = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right) \quad (\text{III. 3})$$

Il est clair, d'après la relation (III.3), que ces lignes de Mach ne se trouvent que si  $M \geq 1$ , c'est-à-dire, dans le régime supersonique, pour que  $0 \leq \mu \leq \pi/2$  afin qu'il existe une valeur réelle de  $\mu$  donnée par :

$$\sin(\mu) = \frac{1}{M} \quad (\text{III. 3'})$$

On peut présenter graphiquement la relation existante entre le nombre de Mach et l'angle de Mach  $\mu$  par la figure III.2

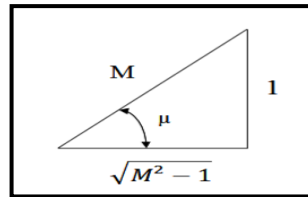


Figure III.2: illustration de la relation entre  $\mu$  et  $M$ .

**III-1-3 Onde de choc :**

Une onde de choc est une zone d'accumulation de perturbation élémentaire où les phénomènes physiques sont extrêmement violents. A travers cette zone d'épaisseur très faible (de l'ordre 1/10000 m), il en résulte une discontinuité de pression, température, masse volumique et vitesse.

Les ondes de choc se développent lorsqu'un écoulement décélère rapidement en réponse à une augmentation successive de la pression ou encore, lorsque l'écoulement change de direction ce qui en résulte une variation très rapide des caractéristiques de l'écoulement qui s'effectue sur une distance extrêmement courte, de telle sorte que l'onde de choc apparait comme une discontinuité séparant des écoulements amont et aval. L'écoulement restera isentropique en amont et en aval de choc, mais l'entropie ne sera nécessairement pas la même. Les chocs peuvent se propager dans la direction normale à l'écoulement ou bien de manière oblique. On parle ainsi d'un choc normal, ou bien d'un choc oblique, respectivement [34].

**III-1-3-1 Onde de choc normale :**

La vitesse de propagation d'une onde de choc dépend des conditions de pression et de densité de part et d'autre du choc. Dans le cas où le vecteur vitesse est perpendiculaire au front du choc on parle d'une onde de choc droite ou normale.

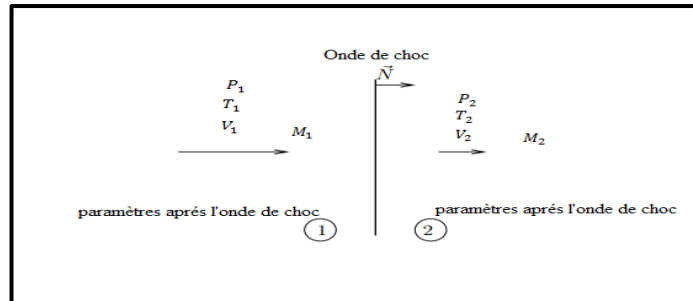


Figure III. 3: illustration d'une onde de choc normale.

**III-1-3-2 Onde de choc oblique :**

Plusieurs expériences ont prouvés l'existence des chocs obliques, soit à l'avant d'un obstacle placé devant un écoulement supersonique, soit lors de la variation brusque de la direction d'une paroi longée par un écoulement supersonique. L'écoulement ici trouve une certaine compression à travers l'obstacle ce qui provoque une décélération d'écoulement et en parallèle une augmentation de pression d'où naissance d'une onde de choc oblique. L'intensité du choc varie suivant inclinaison de la paroi et la vitesse. On peut parler ici d'une onde de choc attachée et d'autre détachée [33].

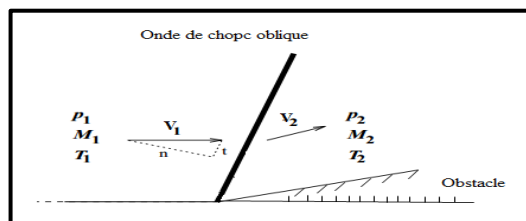


Figure III.4: Illustration d'une onde de choc oblique.

**III-2 Détente de Prandtl Meyer :**

La détente de Prandtl-Meyer désigne un écoulement supersonique d'un fluide parfait sur une plaque plane complétée par une rampe déviée vers le bas. La déviation de cet écoulement produit une détente supersonique qui génère des ondes de détentes (ligne de Mach) qui ont pour effet l'augmentation du nombre de Mach et la diminution des propriétés du fluide (densité, pression et température). Dans le cas où la déviation de la rampe est vers le haut les ondes générées sont des ondes de chocs obliques qui compriment l'écoulement de façon adiabatique. A l'inverse du choc oblique qui est une discontinuité, la détente est exposée sur

une région en forme d'éventail démarqué par les lignes de mach  $\mu_1$  et  $\mu_2$  dont les propriétés résultent respectivement du nombre de mach avant et après la détente. Tout comme l'onde de choc oblique, l'onde de détente est alors définie par trois paramètres  $M_1$  nombre de mach amont,  $\mu$ , et  $v$ . L'importance de ces écoulements apparait dans le traitement aérodynamique autour des profils.

La fonction de Prandtl-Meyer intervient dans la conception des tuyères supersoniques générant un écoulement parallèle et uniforme à la sortie, dont il est le résultat d'une déviation au col. La déviation d'un écoulement supersonique peut engendrer une détente comme une compression. Les propriétés d'une onde de choc oblique lorsque l'intensité de  $\frac{dp}{p}$  tend à la limite vers zéro, fournissant l'outil nécessaire à l'étude théorique de ce phénomène. En effet, pour cette condition limite, l'onde de choc oblique devient une onde de Mach. Il est primordial de connaître l'angle de détente initial au col qu'il faut donner pour ainsi obtenir le nombre de Mach de sortie souhaité.

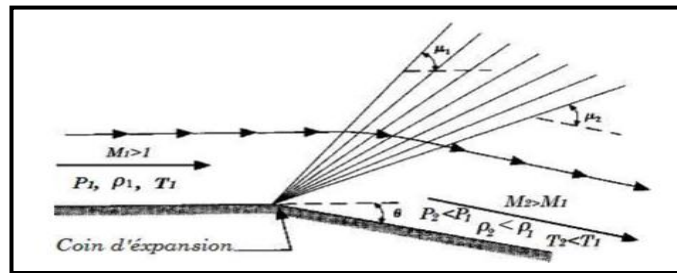


Figure III.5 : Schématisation de la détente de Prandtl-Meyer.

La vitesse normale à l'onde est la vitesse du son. Une petite déviation de l'écoulement  $\Delta\theta$  en aval de l'onde est liée à une différence de vitesse  $\Delta V$ , qui se calcule d'après la figure par :

$$V\Delta\theta = (V_n - V'_n) \cos \mu \quad (\text{III. 4})$$

$$\Delta V = V' \cos(\Delta\theta) - V \approx (V_n - V'_n) \sin(\mu) \quad (\text{III. 5})$$

Le rapport entre ces deux équations donne l'expression différentielle suivante :

$$d\theta = -\frac{dV}{V} \cotg(\mu) \quad (\text{III. 6})$$

D'après l'équation (III.3), on peut écrire :

$$\cotg(\mu) = \sqrt{M^2 - 1} \quad (\text{III. 7})$$

En insérant l'équation (III.7) dans l'équation (III.6), on obtient :

$$d\theta = -\sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (\text{III. 8})$$

Notons que, l'angle  $d\theta$  est positif quand l'écoulement s'éloigne de la direction normale à l'onde de choc (onde de compression), et négatif quand l'écoulement se rapproche de la direction normale à l'onde (onde de détente). La différence de pression  $\Delta P$  de part et d'autre de l'onde est donnée par l'équation de Bernoulli. Par conséquent, on a :

$$\frac{1}{2}V^2 + \int \frac{dP}{\rho} = \text{cte} \quad (\text{III.9})$$

Qui, sous forme différentielle devient :

$$P V dV = -dP \quad (\text{III.10})$$

La combinaison des équations (III.8) et (III.10) donne :

$$dP = \rho V^2 \frac{d\theta}{\sqrt{M^2 - 1}} = \gamma P M^2 \frac{d\theta}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (\text{III.11})$$

Pour intégrer l'équation (III.8), il faut exprimer  $\frac{dV}{V}$  en fonction de  $M$ . Par différentiation logarithmique de la relation  $M = \frac{V}{a}$  et de l'équation d'énergie sous la forme :

$$\left[ \frac{a}{a_0} \right]^2 = \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{-1} \quad (\text{III.12})$$

On obtient respectivement :

$$\frac{dM}{M} = \frac{dV}{V} - \frac{da}{a} \quad (\text{III.13})$$

$$2 \frac{da}{a} = \frac{(\gamma-1)M}{\left[ 1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M^2 \right]} \frac{dM}{M} \quad (\text{III.14})$$

Alors :

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM}{M} + \frac{da}{a} = \left[ 1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M^2 \right]^{-1} \frac{dM}{M} \quad (\text{III.15})$$

Par substitution de l'équation (III.15) dans (III.8), on obtient :

$$-d\theta = \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{\left[ 1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M^2 \right]} \frac{dM}{M} \quad (\text{III.16})$$

Qui, l'intégration entre deux états 1 et 2 donne :

$$-(\theta_2 - \theta_1) = \int_{M_1}^{M_2} \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{\left[ 1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M^2 \right]} \frac{dM}{M} = v(M_2) - v(M_1) \quad (\text{III.17})$$

Où  $v(M)$  présente la fonction suivante :

$$v(M) = \int \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{\left[ 1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M^2 \right]} \frac{dM}{M} \quad (\text{III.18})$$

Qui donne, après intégration :

$$v(M) = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \arctg \left[ \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} (M^2 - 1) \right] - \arctg \left[ \sqrt{M^2 - 1} \right] \quad (\text{III.19})$$

Qui est la fonction de Prandtl Meyer. La constante d'intégration est prise nulle puisque en à considérer l'intégration à partir du nombre de Mach  $M=1$ . Alors, il faut noter ici que, durant le calcul, il faut mesurer l'angle  $v$  par rapport au vecteur de vitesse correspondant au nombre de Mach  $M=1$ .

### III-3 Fonctionnement théorique de la tuyère supersonique :

L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux permet de décrire les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique. Considérons le système représenté par la figure III.6, constitué d'une tuyère De-Laval. La tuyère est en communication avec un réservoir contenant un gaz à une pression génératrice  $P_c$  supposée fixe. Le divergent débouche dans une enceinte quasi infinie dont la pression statique  $P_a$  est variable.

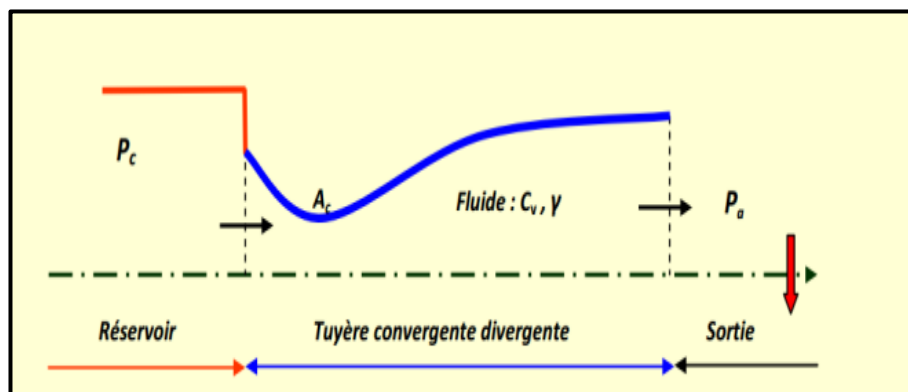


Figure III.6:Schéma de la tuyère supersonique.

Si la pression du milieu extérieur est égale à la pression de la chambre, le fluide est entièrement au repos (Figure III.7. (a)). Si la pression du milieu ambiant  $P_a$  diminue progressivement au-dessous de la pression  $P_c$  supposée constante, un débit d'écoulement rend naissance et cinq régimes particuliers d'écoulements sont distingués [13], [32].

#### III-3-1 Ecoulement subsonique :

Au début l'écoulement est subsonique dans toute la tuyère (Figure III.7 courbes (b) et (c)) et ces caractéristiques sont les suivantes :

– Dans le convergent la vitesse augmente et la pression diminue jusqu'à une valeur minimale atteinte au col.

-Dans le divergent la vitesse diminue et la pression augmente jusqu'à la pression du milieu extérieur.

-La pression est minimale dans la section du col où la vitesse passe par une valeur maximale.

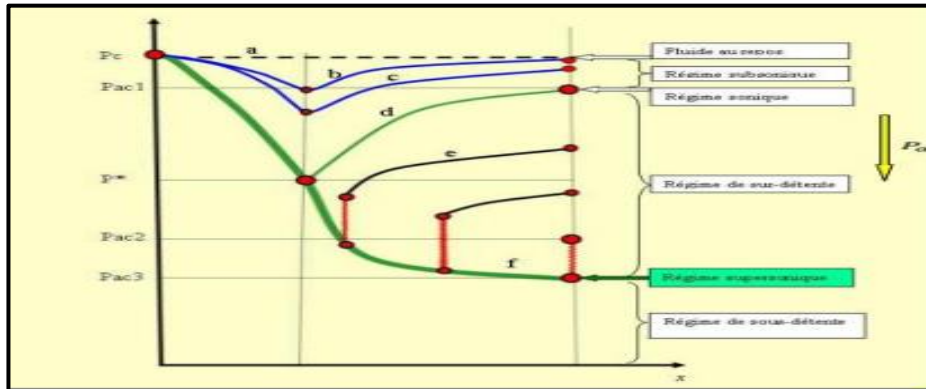


Figure III.7 : Les régimes d'écoulement dans une tuyère supersonique.

Evolution de la pression le long de la tuyère.

### III-3-2 Ecoulement sonique adapté :

Si  $P_a$  continue à diminuer jusqu'à une valeur caractéristique notée  $P_{ac1}$ , l'écoulement au col devient sonique et le débit atteint une valeur limite maximale (figure II.7 courbe (d)). L'écoulement est dit sonique adapté. Partout encore, sauf au col, l'écoulement est subsonique.

Au col de la tuyère, la pression atteint la valeur critique  $P^*$  et la vitesse atteint la vitesse du son. Le col est amorcé.

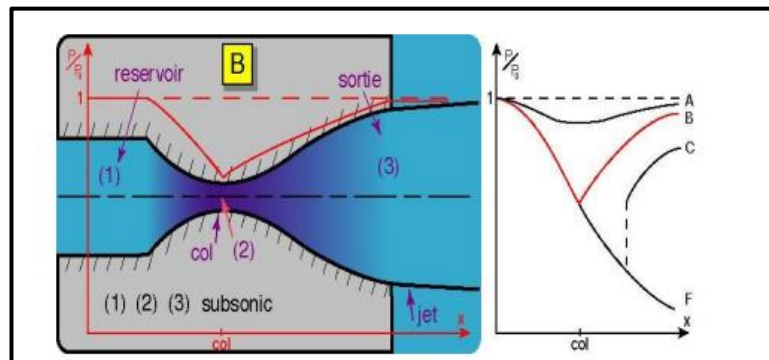


Figure III.8: écoulement sonique adapté.

### III-3-3 Écoulement Sonique Non Adapté :

Si  $P_a$  diminue au-dessous de  $P_{ac1}$  le col reste toujours sonique. Dans le divergent apparaît un phénomène irréversible appelé onde de choc, l'écoulement est dit sonique non



adapté ou régime de sur-détente. L'évolution de l'écoulement du gaz est représentée par la courbe (e) de la figure III.7.

Dans le convergent l'écoulement ne subit aucune modification mais dans le divergent une onde de choc stationnaire et normale à l'axe de la tuyère divise l'écoulement en deux parties (Figure. III.9). Dans la première partie du divergent l'écoulement est supersonique, la vitesse continue à augmenter et la pression diminue. A travers l'onde de choc, la pression augmente brusquement, et la vitesse diminue brusquement. L'onde de choc se place de telle façon à ce que la recompression qui s'effectue ramène la pression de la sortie à la pression ambiante  $P_a$ . Dans la deuxième partie du divergent (après l'onde de choc) la pression remonte et la vitesse diminue progressivement, l'écoulement est à nouveau subsonique.

L'onde de choc se déplace vers la sortie lorsque  $P_a$  diminue. Soit  $P_{ac2}$  la pression ambiante pour laquelle l'onde de choc se place à la sortie de la tuyère. En diminuant encore la pression  $P_a$  au-dessous de  $P_{ac2}$ , l'écoulement dans le divergent est entièrement supersonique, la diminution de  $P_a$  modifie plus l'écoulement à l'intérieur de la tuyère. L'adaptation de la pression entre celle de sortie de la tuyère et la pression du milieu ambiant doit se faire à l'extérieure du divergent par l'intermédiaire d'ondes de choc obliques.

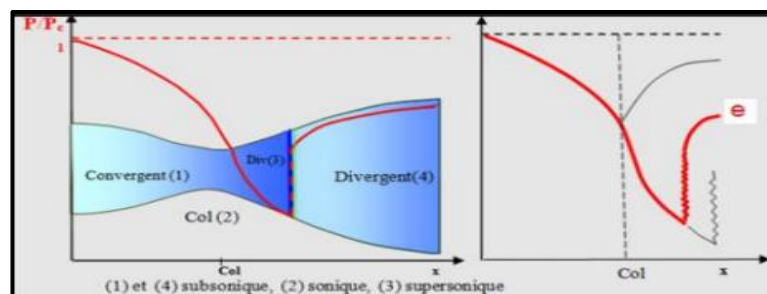


Figure III.9: Régime de sur-détente en 1D.

### III-3-4 Écoulement Supersonique adapté :

Si  $P_a$  continue à diminuer, il arrive un moment où l'écoulement est entièrement supersonique dans toute la tuyère. Le phénomène d'onde de choc disparaît et il n'y a plus de compression externe, alors la tuyère est parfaitement adaptée, l'évolution du rapport de pression représentée par la courbe (F) de la figure suivante. Soit  $P_{ac3}$  la pression aval pour laquelle ce phénomène se produit.

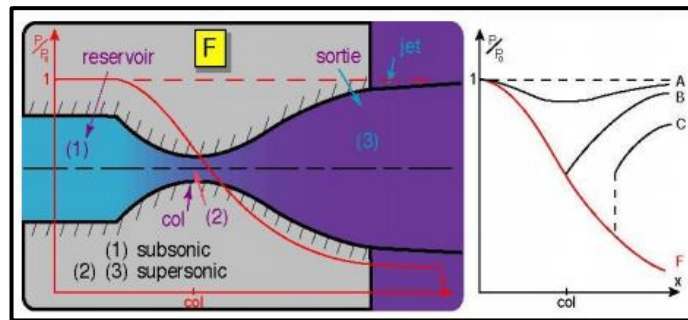


Figure III.10: Régime supersonique adaptée.

### III-3-5 Écoulement Supersonique Non Adapté :

Lorsque la pression  $P_a$  devient inférieure à  $P_{ac3}$ , l'écoulement est dit supersonique non adapté, l'écoulement dans la tuyère de Laval ne subit aucune modification, la variation de la pression entre la tuyère et la pression aval doit se faire à l'extérieur de la tuyère, par l'intermédiaire d'une série d'ondes de détente obliques. Voir la figure III.11.

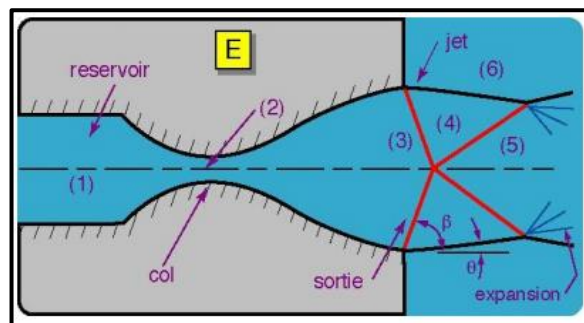


Figure III.11: Régime Supersonique Non Adapté

#### ➤ Remarques et Résultats :

- L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux permet de décrire les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique.
- Une tuyère supersonique ne fonctionne donc correctement que pour la seule valeur du rapport de pression  $P_{ac3}/P_c$ , où  $P_{ac3}$  est appelée **pression d'adaptation**.
- La limitation de l'intervalle de chaque régime d'écoulement nécessite la détermination des valeurs caractéristiques de la pression du milieu ambiant pour une pression chambre  $P_c$  fixe. Ces valeurs sont  $P_{ac1}$ ,  $P_{ac2}$ ,  $P_{ac3}$ .
- L'approche monodimensionnelle permet l'étude de l'effet de variation de section, de l'onde de choc normale, des ondes de choc obliques et des ondes de détentes.

- L'approche monodimensionnelle permet d'obtenir une première estimation des paramètres de fonctionnement des tuyères supersoniques.

#### III-4 Fonctionnement réel de la tuyère supersonique :

L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux suppose l'absence totale des effets visqueux. Dans les écoulements réels, la tuyère comporte une couche limite qui est très sensible aux variations de pression, ce qui rend les phénomènes physiques dans la tuyère plus complexes. Lorsque le col de la tuyère est sonique, l'écoulement dans la tuyère dépend uniquement de la pression à la sortie de la tuyère notée  $P_e$  et de la pression du milieu ambiant  $P_a$ . En fonction de la différence entre ces deux pressions, trois cas sont rencontrés :

- Si  $P_e = P_a$ , la tuyère est dite adaptée.
- Si  $P_e > P_a$ , la tuyère est dite sous-détendue.
- Si  $P_e < P_a$ , la tuyère est dite sur-détendue.

##### III-4-1 Le régime d'adaptation :

Dans le cas du régime adapté, la détente du gaz est complètement accomplie dans la tuyère. Le gaz se détend depuis la chambre jusqu'à la sortie de la tuyère. En sortant de la tuyère aucune adaptation de pression n'est nécessaire vu que la pression du milieu ambiant  $P_a$  est égale à la pression de sortie  $P_e$ . L'écoulement du gaz sort de la tuyère sous forme d'un jet supersonique quasi-uniforme. Une frontière isobare sépare le jet supersonique du fluide ambiant. En sortant de la tuyère, la couche limite du jet entre en contact avec le fluide ambiant et l'entraîne dans son sillage. Cette interaction forme une couche de mélange.

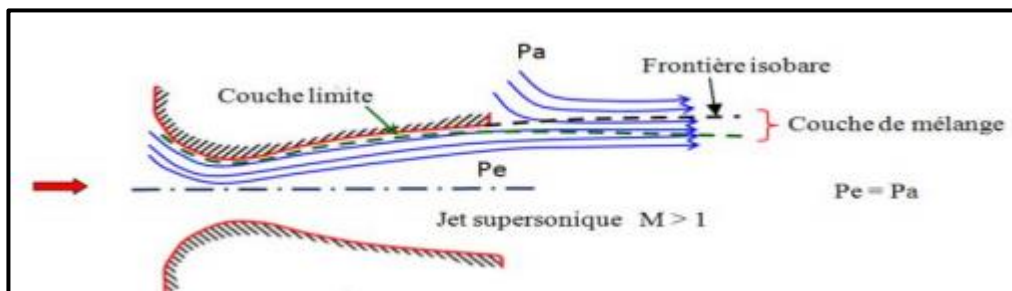


Figure III.12: Organisation de l'écoulement à l'adaptation.

##### III-4-2 Le régime de sous-détente :

Ce régime supersonique hors adaptation est appelé régime de sous-détente. Il se concrétise lorsque la pression du milieu ambiant  $P_a$  est inférieure à la pression d'adaptation. La détente est incomplète dans la tuyère. En sortant de la tuyère, le gaz continue sa détente de

la pression de sortie  $P_e$  à la pression inférieure ambiante  $P_a$ . La suite de la détente du gaz est réalisée à la sortie de la tuyère par un faisceau d'ondes de détente. Vu que la pression de sortie est supérieure à la pression ambiante, un élargissement du jet supersonique est observé à la sortie de la tuyère. La frontière isobare qui sépare le jet supersonique du fluide du milieu ambiant prend une forme divergente.

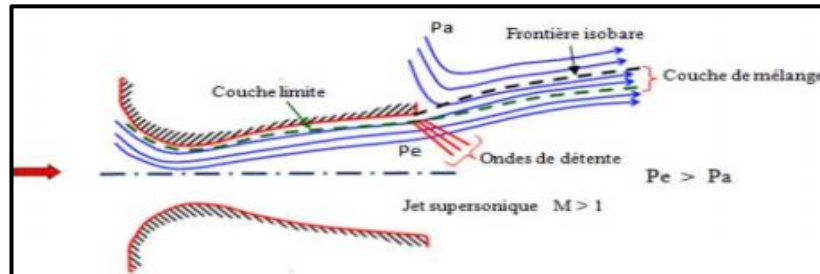


Figure III.13: Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente.

La figure III.14 représente le profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente. L'écoulement suit une distribution de pression strictement décroissante depuis la pression chambre jusqu'à la pression de sortie.

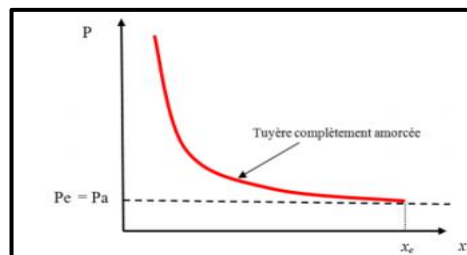


Figure III.14: Profil de pression pariétale le long de la tuyère

### III-4-3 Le régime de sur-détente :

Le deuxième régime supersonique hors adaptation est le régime désigné par le régime de sur détente. Ce régime se produit lorsque la pression du milieu ambiant  $P_a$  est supérieure à la pression d'adaptation de la tuyère. La détente des gaz dans la tuyère s'effectue jusqu'à une pression statique  $P_1$  qui est inférieure à la pression ambiante  $P_a$ . La couche limite du jet dans cette situation subit une contre-pression et un choc d'intensité  $P_2/P_1$  se forme dans l'écoulement. La pression  $P_2$  est la pression après le choc, elle est presque égale à la pression ambiante. Suivant l'intensité du choc, deux cas sont rencontrés : le régime de sur-détente avec décollement naissant et le régime de sur-détente avec décollement étendu.

#### III-4-3-1 Sur-détente avec décollement naissant :

Pour des gradients de pression adverse modérés, la couche limite subsonique détecte ou ressent la contre pression en un point O appelé origine de l'interaction juste un peu en avant

de la sortie de la tuyère. La couche limite décolle de la tuyère à la lèvres et un choc oblique se forme à la sortie de la tuyère. Dans ce régime il n'y a pas de point de décollement. Ce régime de sur-détente est qualifié de sur-détente avec décollement naissant.

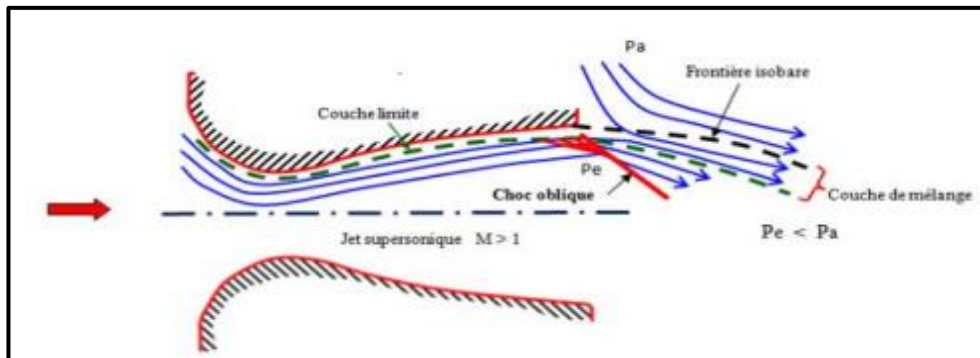


Figure III.15: Tuyère en sur-détente avec décollement naissant de la couche limite.

#### III-4-3-2 Sur-détente avec décollement étendu :

La couche limite n'est pas en mesure de supporter n'importe quelle valeur de contre pression. Au-delà d'une certaine valeur critique, la couche limite décolle à l'intérieur de la tuyère. Ce décollement entraîne une profonde modification de l'écoulement, comme le montre le montage réalisé dans la figure III.16.

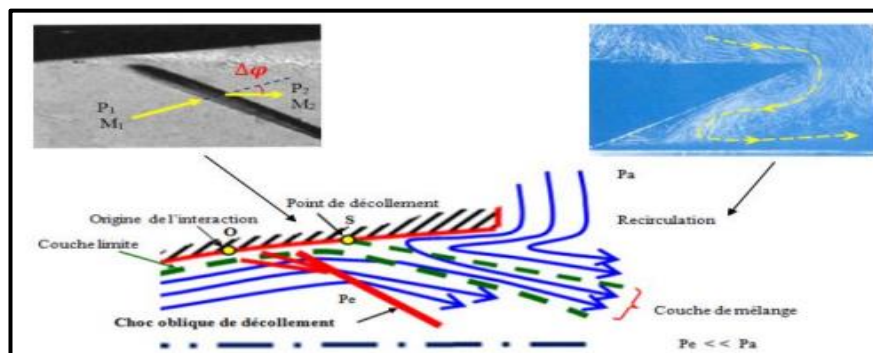


Figure III.16: Tuyère en sur-détente avec décollement étendu de la couche limite.

Le décollement ainsi créé va se produire dans un point S situé à l'intérieur de la tuyère. Au niveau de ce point de décollement, il se produit une compression rapide de l'écoulement interne de la tuyère depuis la pression  $P_1$  (pression non perturbée immédiatement avant le décollement) jusqu'à la pression  $P_2$  (pression en aval du point de décollement). Cette rapide contre pression provoque la formation d'un choc oblique à travers duquel l'écoulement est ralenti et dévié d'un angle  $\Delta\varphi$  et son nombre de Mach passe de  $M_1$  à  $M_2$ . De S part une couche de mélange, zone visqueuse assurant une transition continue des propriétés de l'écoulement décollé entre le jet à grande vitesse situé près de l'axe de symétrie et la région proche de la

paroi, où le fluide est presque stagnant. Le fluide du milieu externe est aspiré à l'intérieur de la tuyère sous l'effet d'entraînement puis évacué dans la couche de mélange.

Ce régime est très dangereux pour la tuyère. La topologie de l'écoulement dans ce régime est fortement influencée par le profil de la tuyère ainsi que le rapport de pression  $P_c/P_a$  [26].

### III-5 Classification des écoulements Compressibles :

Si l'on fait référence à des critères physiques on peut distinguer des écoulements compressibles, et écoulement incompressibles.

- **Écoulement incompressible** :  $M < 0.3$  partout dans l'écoulement. les variations de la densité et de la pression qui peuvent être négligés. Le noyau du gaz est compressible mais la densité peut être regardée comme constant.
- **Écoulement compressible** : Le nombre M dépasse quelque part la valeur de  $M = 0.3$  dans l'écoulement.

Les écoulements compressibles peuvent être classés de plusieurs façons, dont une, est basé sur le nombre de Mach M. Une façon commune est de classer les écoulements comme suit :

- A. Écoulement subsonique** : Le nombre de mach est situé dans la gamme  $M < 0.8$ .
- B. Écoulement Transsonique** : Le nombre Mach est situé dans la gamme  $0.8 < M < 1.2$ . Les ondes de choc apparaissent et mènent à une augmentation rapide de la résistance.
- C. Écoulement supersonique** : Le nombre de mach repose dans la gamme  $1.2 < M < 3$ . Les ondes de choc sont généralement présentes.
- D. Écoulement Hypersonique** :  $M > 5$  Les très hautes vitesses d'écoulement causent une sévère élévation de la température dans couches limites, il en résulter une dissociation des molécules, ainsi que d'autres effets chimiques.

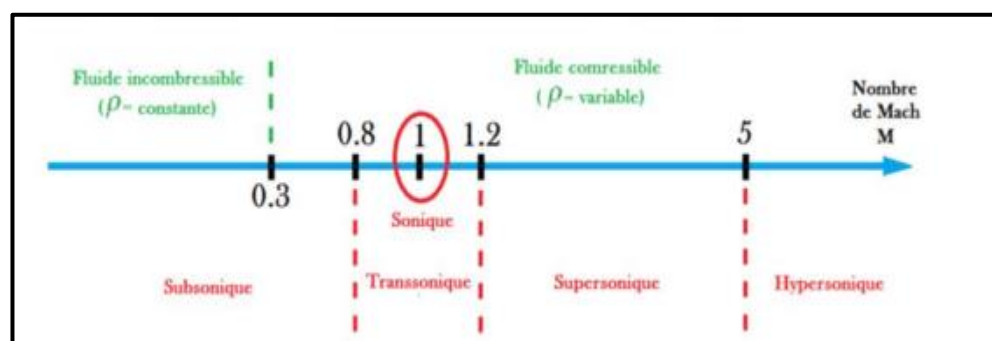


Figure III.17: Représentation des différents régimes d'écoulement.



**III-6 Écoulement monodimensionnel dans une tuyère :**

La résolution du problème de l'écoulement dans les tuyères supersoniques consiste à résoudre les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie. Notons que ces équations sont des équations différentielles aux dérivées partielles dont la résolution n'est pas connue a priori. A ce titre le calcul se fait sur la base des hypothèses suivantes :

- Écoulement adiabatique : On suppose qu'il n'y a pas d'échange de chaleur avec le milieu extérieur.
- Écoulement de fluide parfait : On suppose que les effets de la viscosité sont négligeables. Il en résulte qu'il n'y a pas de dissipation d'énergie mécanique sous forme de chaleur qui est un processus irréversible (selon le second principe de la thermodynamique). Ainsi, l'écoulement peut être considéré comme réversible.
- Écoulement sans combustion : On suppose qu'il n'y a pas de réactions chimiques au sein du fluide.
- L'absence de forces de volume : On suppose que les forces de volume, et notamment la gravité, sont négligeables.
- Écoulement monodimensionnel: On suppose que le vecteur vitesse ne possède qu'une seule composante non nulle.

Dans les tuyères, les écoulements qu'on va traiter sont adiabatiques réversibles : on parle d'écoulements isentropiques. Ces écoulements jouent un rôle important dans nombreux domaines d'application technologique.

**III-6-1 Equations Fondamentales :**

Les équations fondamentales du mouvement d'un fluide sont essentiellement les équations de conservations qui découlent des lois fondamentales de la dynamique. Dans la réalité, on ajoute à ces équations de conservation, l'équation d'état du gaz considéré [19], [20], [33], [34].

**III-6-1-1 L'équation de continuité :**

L'équation de continuité doit traduire le principe de conservation de la masse. Pour un mouvement conservatif et permanent, elle est donnée par :

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (\text{III. 20})$$

**III-6-1-2 L'équation de la quantité de mouvement :**

Cette équation est un principe de la mécanique newtonienne qui se traduit par l'équation de conservation de quantité de mouvement. Pour un fluide parfait en écoulement permanent et en négligeant les forces de volumes, elle est donnée par :

$$dP + \rho V dV = 0 \quad (\text{III. 21})$$

**III-6-1-3 L'équation de l'énergie :**

Pour un gaz parfait en écoulement permanent isentropique et en l'absence du travail des forces extérieures (travail des forces internes est nul), et en négligeant l'énergie potentielle, L'équation d'énergie s'écrit :

$$h + \frac{V^2}{2} = \text{Cste} \quad (\text{III. 22})$$

Avec :

$$h = C_p T \quad (\text{III. 23})$$

**III-6-1-4 Equation d'état :**

L'équation d'état d'un gaz parfait est donnée par [34]:

$$P = \rho r T \quad (\text{III. 24})$$

Pour l'air  $r=287,1029 \text{ J}/(\text{Kg. K})$

**III-7 Relations de la dynamique des gaz :**

La dynamique des gaz est une partie de la mécanique des fluides traitant des écoulements compressibles, étant donné que dans la mécanique des fluides classique les écoulements étudiés sont pour les quels les changements de densité du fluide sont ignorés, car, cela n'affecte en rien l'ensemble de la solution. Néanmoins, les écoulements dont le nombre mach est au-delà de 0.3, les paramètres de compressibilités sont conservés dans les équations de Navier-Stokes, du coup la densité n'est plus considérée comme constante ce qui rend la résolution de ces équations difficile analytiquement, et diverses simplifications sont prises en compte afin de les résoudre, en admettant quelques erreurs acceptables. C'est le cas des hypothèses tels que : gaz parfaits, écoulements unidimensionnel, écoulements isentropiques.

La dynamique des gaz fait appel à des relations expérimentales afin d'éviter certaines complexités de calculs.

Un écoulement isentropique est un écoulement au cours duquel la valeur d'entropie reste constante. En thermodynamique, un processus isentropique signifie une évolution

adiabatique et réversible en même temps. Le terme adiabatique suppose qu'il n'y aura aucun gain ou déficit thermique du volume de contrôle considéré dans le système, quant à la réversibilité suppose qu'il n'y aura aucun effet dissipatif de sorte qu'il y a glissement à la paroi. Etant donné que l'une des règles de base de la mécanique des fluides stipule qu'il y ait frottement (non-glissement) à la paroi. Alors l'utilisation d'équations isentropiques induit à un certain degré d'erreur, mais dans les limites acceptables pour des nécessités d'ingénierie, car tel est l'entrain de la dynamique des gaz. Ces équations isentropiques sont dérivées des équations de quantité de mouvement, d'énergie et des gaz parfaits. Les équations isentropiques présentées ici sont dérivées des équations de conservations. Nous notons que le rapport des chaleurs spécifiques « $\gamma$ » varie en fonction de la température. Cependant, dépendamment des besoins de précision du calcul, entre certaines plages de températures, cette variation est suffisamment faible pour être parfois considérée comme négligeable.

### III-7-1 Grandeurs totales :

Par définition, une grandeur totale est la grandeur qu'aurait une particule fluide si elle était ralentie de manière adiabatique jusqu'à une vitesse nulle. Cet état est désigné par le signe «0».

Les équations isentropiques sont présentées sous forme de rapport entre une valeur totale et sa valeur statique [34].

D'après l'équation de la conservation de l'énergie (III. 20), on obtient [33] :

$$C_p T + \frac{V^2}{2} = C_p T_0 \quad (\text{III. 25})$$

#### III-7-1-1 Le rapport isentropique de la température :

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1} \quad (\text{III. 26})$$

Avec

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (\text{III.27})$$

#### III-7-1-2 Le rapport isentropique de la pression :

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{III. 28})$$

**III-7-1-3 Le rapport de masse volumique:**

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{-1}{\gamma-1}} \quad (\text{III. 29})$$

**III-7-1-4 Le rapport de section:**

$$\frac{A}{A_*} = \frac{1}{M} \left(\frac{2}{\gamma+1} \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right]\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (\text{III. 30})$$

**III-7-1-5 Relation vitesse section (relation d'Hugoniot):**

Une des relations fondamentales que nous enseigne la théorie des écoulements monodimensionnels est la relation d'Hugoniot, qui exprime en absence de frottement, la variation de la vitesse  $V$  du fluide le long d'une tuyère de section  $S$  où le nombre de Mach est  $M$ :

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dV}{V} \quad (\text{III. 31})$$

Deux cas à distinguer :

- Écoulement Subsonique :  $M < 1$  alors soit  $\frac{dA}{A}$  et  $\frac{dV}{V}$  de signes contraires, la vitesse croît quand la section diminue et inversement.
- Écoulement Supersonique :  $M > 1$  alors  $\frac{dA}{A}$  et  $\frac{dV}{V}$  sont de même signe. La vitesse croît quand la section croît. Ainsi dans un divergent ou la vitesse d'entrée est égale à la vitesse du son, la vitesse continue à croître pour décroître dans un convergent (souffleries supersoniques).
- Si  $M = 1$  alors  $dA = 0$ , donc la vitesse du son ne peut être atteinte que dans une section minimale.

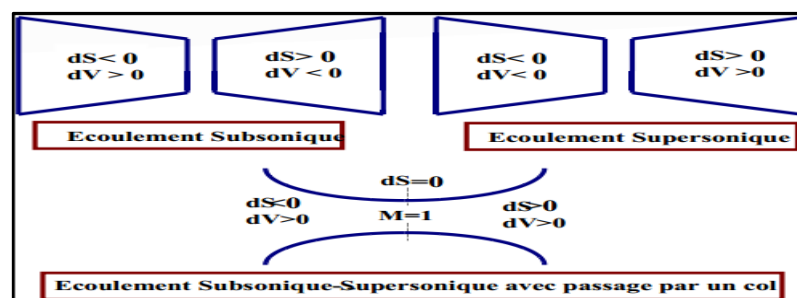


Figure III.18: Effet de variation de section sur le régime de l'écoulement.

**III-7-2 Grandeurs critiques:**

On s'intéresse maintenant au comportement du fluide lorsque le régime de l'écoulement devient sonique  $M=1$ . La section de la tuyère supersonique dans laquelle ce régime est atteint est appelée section critique (col) et on dit que l'écoulement se trouve dans les conditions critiques.

De même que la définition d'une grandeur totale, on définit une grandeur critique comme la grandeur qu'aurait une particule fluide si elle était accélérée de façon adiabatique jusqu'à des conditions soniques  $M=1$ . Cet état est désigné par le signe «\*» [33].

### III-7-2-1 Le rapport isentropique de la température:

$$\frac{T_*}{T_0} = \frac{2}{\gamma + 1} \quad (\text{III. 32})$$

### III-7-2-2 Le rapport isentropique de la pression :

$$\frac{P_*}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (\text{III. 33})$$

### III-7-2-3 Le rapport de masse volumique :

$$\frac{\rho_*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (\text{III. 34})$$

## III-8 Les principaux paramètres des performances :

### III-8-1 La Force De Poussée :

La poussée délivrée par une tuyère est fonction non seulement de la vitesse d'éjection des gaz de combustion mais aussi de la différence entre les pressions de sortie et ambiante. En théorie monodimensionnelle d'un écoulement permanent non visqueux, la poussée s'écrit :

$$F = \dot{m}V_e + (P_e - P_0) * A \quad (\text{III. 35})$$

### III-8-2 Le Coefficient De Poussée :

Le coefficient de poussée est un paramètre sans dimension défini comme le rapport de la poussée  $F$  au produit de la pression dans la chambre de combustion ou pression totale  $P_t$  par l'aire de la section au col  $A_*$

$$C_F = \frac{F}{P_t A_e} \quad (\text{III. 36})$$

C'est un coefficient caractéristique de la détente des gaz dans la section divergente de la tuyère. Il peut être considéré comme particulièrement caractéristique de la performance du contour de la section divergente supersonique.

### III-8-3 Coefficient de décharge :

A cause principalement des effets de frottement, les performances réelles d'une tuyère sont généralement légèrement différentes de celles déterminées sur la base de l'hypothèse

d'un écoulement isentropique. Le coefficient de décharge noté  $C_d$  est défini comme étant le rapport du débit actuel réel à celui déterminé à partir des relations isentropiques :

$$C_d = \frac{\text{débit actuel réel}}{\text{débit isentropique}} \quad (\text{III. 37})$$

#### III-8-4 Vitesse caractéristique :

La vitesse caractéristique, notée  $C^*$ , d'une réaction est définie comme le rapport du produit de la pression totale par la section au col ( $P_t A_*$ ) au débit massique  $\dot{m}$ :

$$C^* = \frac{P_t A_*}{\dot{m}} \quad (\text{III. 38})$$

C'est un paramètre qui n'est fonction que de la nature du mélange gazeux et de la température de combustion.

#### III-8-5 La vitesse effective :

La vitesse effective notée  $V_{\text{eff}}$  est la vitesse de sortie de la tuyère adaptée. Elle est définie par le rapport de la poussée au débit massique.

$$V_{\text{eff}} = \frac{F}{\dot{m}} \quad (\text{III. 39})$$

C'est un paramètre qui tient compte de la correction atmosphérique.

#### III-8-6 Impulsion spécifique :

L'impulsion spécifique, notée  $I_s$  est définie comme le rapport de la poussée au produit du débit massique par l'accélération de la pesanteur :

$$I_s = \frac{F}{\dot{m}g} \quad (\text{III. 40})$$

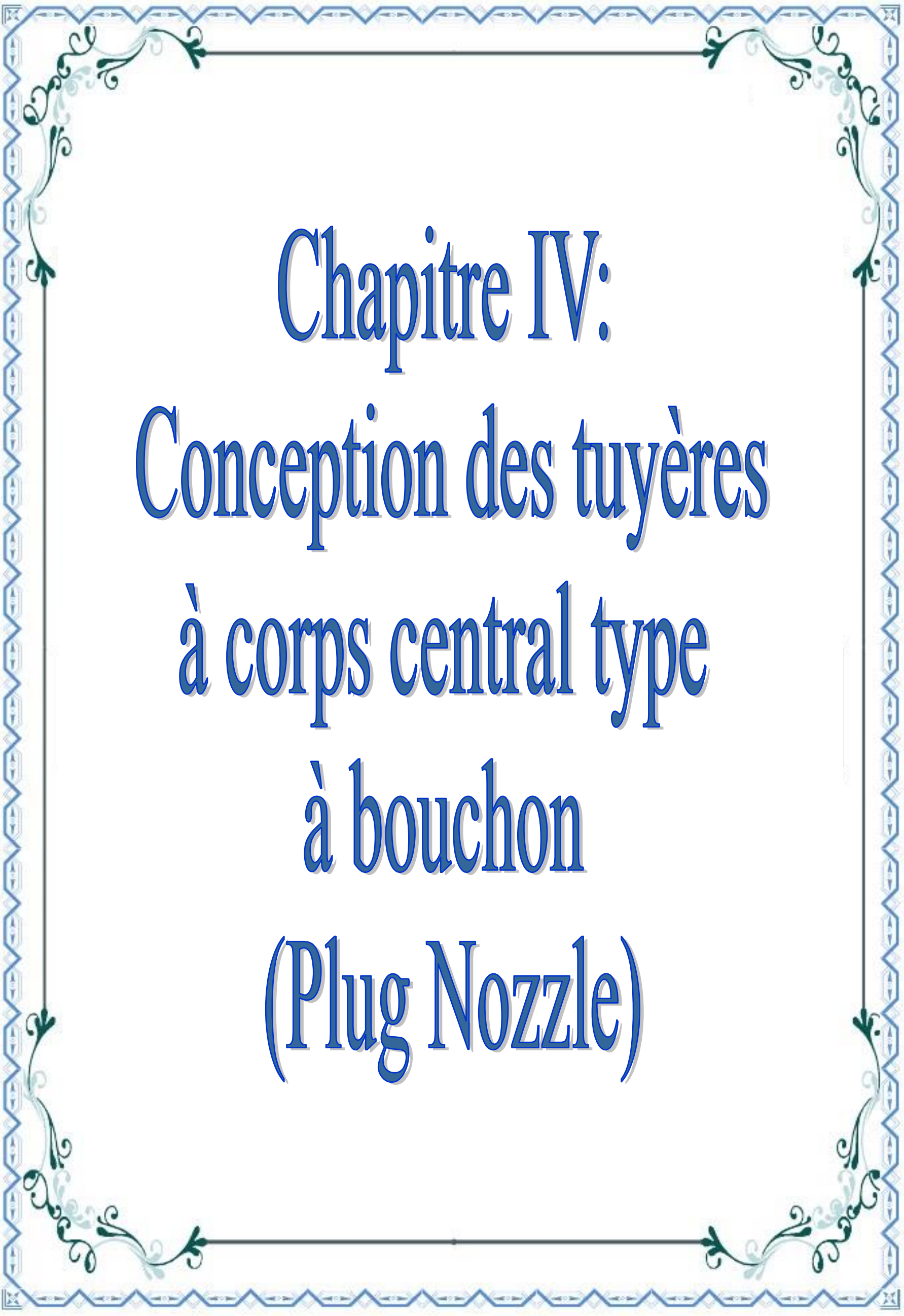
C'est un paramètre généralement utilisé pour comparer les performances des propergols utilisés pour la propulsion.

#### III-8-7 Impulsion Totale :

L'impulsion totale, notée  $I$ , est définie comme l'intégrale de la poussée durant la totalité du temps de fonctionnement :

$$I = \int_0^t F dt \quad (\text{III. 41})$$





Chapitre IV:  
Conception des tuyères  
à corps central type  
à bouchon  
(Plug Nozzle)

**Introduction :**

Les tuyères supersoniques jouent un rôle très important pour la conception des engins aérospatiaux. Les concepteurs aéronautiques ont débuté les applications en 1935 par les tuyères coniques. A cette époque, toutes les études étaient basées sur les expériences. Le développement par ordinateur n'avait pas encore commencé.

Après quelques années, et en parallèle avec les développements expérimentaux et numériques, les concepteurs ont pensé à améliorer les performances des tuyères de propulsion. Ils ont remarqué que les tuyères coniques délivraient certes une certaine poussée mais avec une perte considérable, vu l'inclinaison de la portion supersonique comprise entre des angles allant de  $15^\circ$  à  $30^\circ$ . Si l'inclinaison de la tuyère à la sortie est nulle, la poussée sera donc maximale. Ce problème sera réglé par la recherche d'une forme d'une tuyère donnant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle. Afin de résoudre ce problème. Ils ont pu trouver plusieurs formes, parmi les quelles citons deux formes les plus importantes, celle des tuyères à détente centrée et celle à zone de détente.

Depuis plusieurs années, les applications sont basées sur l'utilisation de ces deux formes de tuyères, surtout celle à détente centrée puisqu'elle pèse moins par rapport à la tuyère à zone d'expansion (détente).

Jusqu'à maintenant, trois formes de tuyères répondant à la conception ont été trouvées, chacune a ses avantages et ses inconvénients. Notons que les trois types de tuyères n'ont pas forcément la même masse si elles sont utilisées pour la même délivrance de poussée. Une question basée sur la masse peut maintenant être posée : peut-on trouver une forme plus performante pesant moins par rapport aux autres formes et qui délivrera les mêmes performances thermodynamiques ? Nous pouvons dire que cette question est très intéressante pour les concepteurs des missiles et des avions supersoniques. A titre d'information, concernant les missiles, une chambre propulsive est constituée par deux parties: la tuyère et la chambre de combustion. L'organe tuyère constitue environ 70% de la masse de la structure. Cet organe est formé par deux tranches, une partie convergente et une autre divergente. La partie convergente est indispensable et sert à faire la liaison entre la chambre de combustion et la partie divergente de la tuyère afin de donner un écoulement sonique au col de la tuyère. Les concepteurs des souffleries n'ont pas ce problème, puisque

---

pour eux, l'essentiel est que la tuyère donne un écoulement uniforme et parallèle. Le plus important est que le gaz sortant soit le plus possible froid. Nous pouvons dire dans ce cas, que le gaz utilisé influe sur la forme de la tuyère à conception née et, par conséquent sur la masse de la tuyère. Avant de répondre à la question posée, nous pouvons dire que l'écoulement à l'entrée du col et à la sortie de la tuyère est horizontal pour toutes les formes mentionnées connues par les concepteurs.

L'expérience dans une soufflerie utilisant une tuyère supersonique adaptée, déterminée sur la base de l'hypothèse d'un gaz parfait.

La réponse préliminaire est que nous allons voir une augmentation du volume de la tuyère pour que le gaz se détende à l'aise pour avoir réellement un écoulement isentropique. La tuyère adaptée pour le cas d'un gaz parfait sera incluse dans le modèle des tuyères adaptées pour le cas à haute température.

La théorie unidimensionnelle vérifier le rapport des sections entre la sortie et le col. Le problème de calcul de l'écoulement à l'intérieur de la tuyère est assez délicat puisque la forme de la tuyère est à priori inconnue. Autrement dit, il faut trouver en même temps, le calcul de l'écoulement et la forme de la tuyère. Concernant la tuyère convergente, il n'y a pas de forme meilleure par rapport à d'autres, l'essentiel est que cette partie aie pour rôle de donner un écoulement critique au col et la forme divergente aie pour rôle d'accélérer l'écoulement de  $M=1$  au col jusqu'à  $M = M_s$  à la sortie. Il faut qu'il y ait une certaine détente dans la tuyère pour accélérer l'écoulement, et comme l'écoulement est horizontal au col et à la sortie, il faut une déviation de la paroi jusqu'à un certain angle maximal, que l'on appelle zone de détente ou d'expansion, il faut ensuite un redressement pour donner un angle  $\theta = 0$  à la sortie, que l'on appelle zone de redressement. La longueur de la tuyère supersonique (partie divergente) dépend essentiellement de la longueur de la tuyère dans la zone d'expansion. Si nous faisons une inclinaison de l'écoulement au col au lieu d'être horizontal, il sera incliné d'un certain angle tout en gardant l'uniformité de l'écoulement pour que la théorie unidimensionnelle reste toujours valable, nous obtiendrons une nouvelle forme qui répond bien à la question posée auparavant. Ce type de tuyères est appelé tuyère à corps central. Il constitue le but de notre travail.

La forme de ce type de tuyère est illustrée dans la figure IV.2. Les concepteurs ont trouvé deux formes dans ce contexte ;

- La tuyère à corps central type à bouchon "Plug Nozzle" qui est le but de ce travail.
- La tuyère à corps central de type "Expansion-de Flexion Nozzle".

La figure IV.1 présente l'historique du développement des tuyères basé sur la considération de l'écoulement au col et à la sortie. La forme (c) est conçue pour une tuyère à corps central. C'est la forme la plus récente.

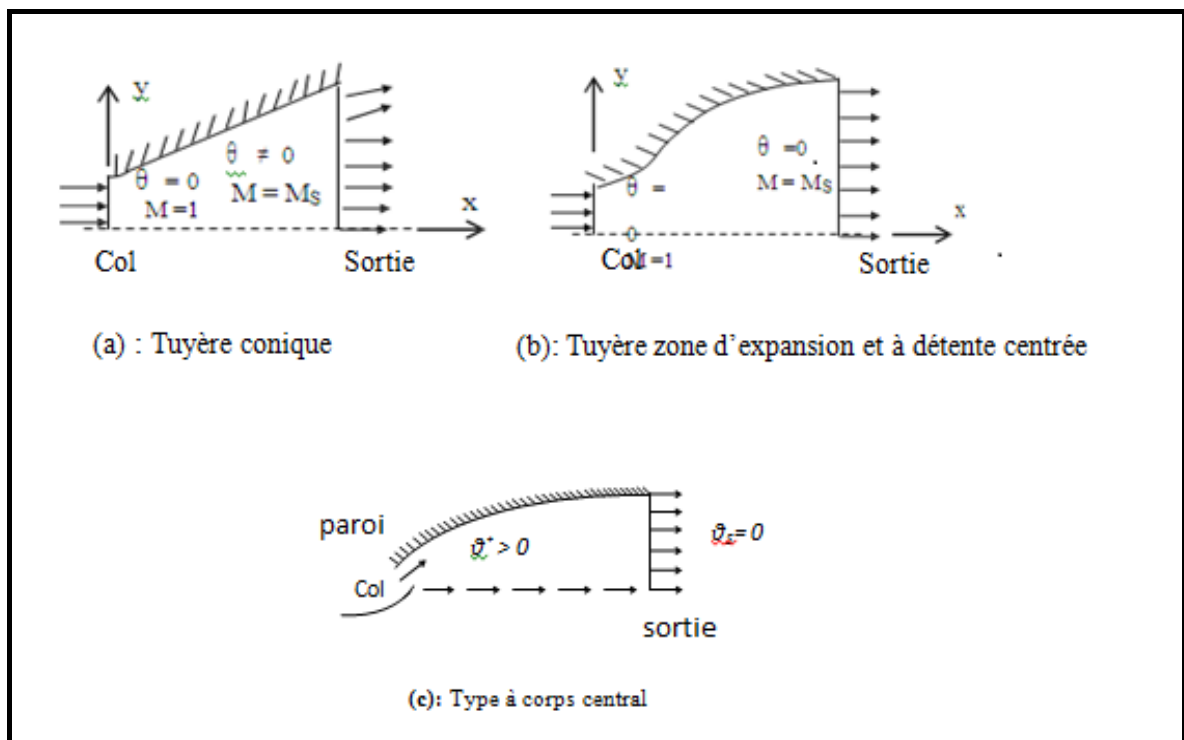


Figure IV.1 : Écoulement au col et à la sortie d'une tuyère à corps central.

#### IV-1 La tuyère à corps central type à bouchon "Plug Nozzle ":

Notons que lorsque la ligne sonique est une ligne droite, la paroi au col génère des ondes de détente centrées et divergentes et lorsque la ligne sonique possède une forme courbée, l'écoulement à l'intérieur de la tuyère possède des lignes de Mach non centrées. Ce type de tuyères est nommé par tuyère à corps central avec ligne sonique courbée.

Plusieurs recherches ont été faites pour le cas d'un gaz parfait à  $C_p$  et  $\gamma$  constants. Ils sont limités pour de faibles températures génératrices, où on peut aller jusqu'à environ 1000 K et pour un nombre de Mach de sortie  $M_s$  ne dépassant pas 2.

Le contour de la tuyère est connu. Il est obtenu de telle sorte que l'écoulement à la section de sortie est uniforme et parallèle.

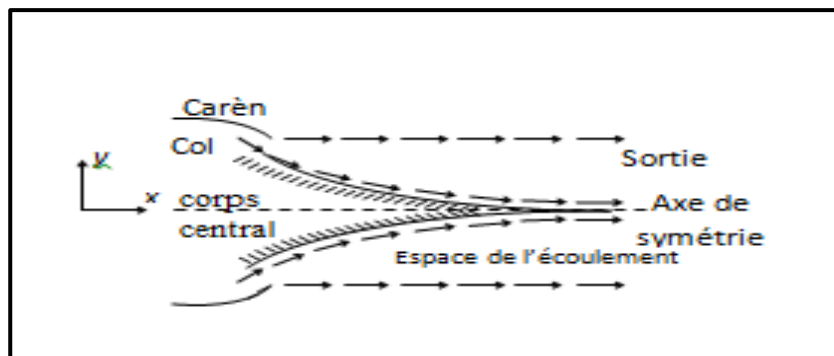
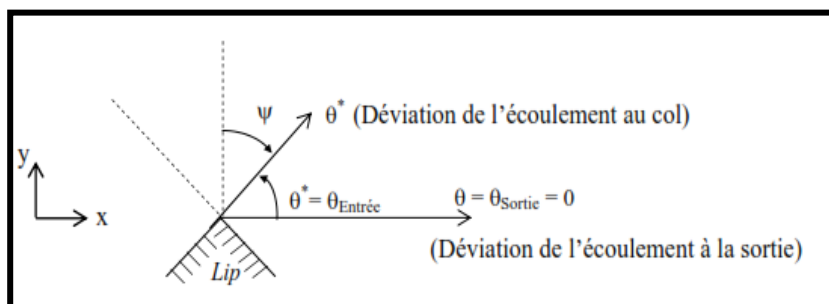


Figure IV.2 : Tuyère à corps central type à bouchon.

L'écoulement à travers la paroi se redresse uniquement de l'angle  $\theta = \theta^*$  au col jusqu'à l'horizontal «  $\theta = 0$  » à la sortie. Ici la zone d'expansion est absente. Autrement dit, elle est contractée en un point. Nous pouvons donc dire maintenant, que nous avons une possibilité de gagner une masse de la tuyère. Pour arriver à dévier l'écoulement au col, on introduit un 'Lip' avec une inclinaison  $\Psi$  considérée par rapport à la verticale et l'écoulement se trouve à l'extérieur comme le montre la figure suivante IV.3. Donc le 'Lip' sera incliné d'un angle  $\Psi$  comme l'indique la figure suivante :

Figure IV.3 : Angle de déviation  $\Psi$  de la carène de la tuyère à corps central.

Pour arriver maintenant à calculer l'écoulement et à déterminer la forme de la tuyère, nous allons présenter et récapituler les diverses hypothèses considérées.

#### IV-2 Hypothèses fondamentales :

Les hypothèses fondamentales introduites pour présenter le modèle mathématique de calcul sont les suivantes :

- Le gaz utilisé est considéré comme parfait. La loi  $P = \rho rT$  reste valable. C'est-à-dire que le volume occupé par les molécules (le co-volume) est nul.
- Le gaz est considéré comme thermiquement parfait. Le seuil de dissociation des molécules n'est pas encore atteint, c'est-à-dire que nous travaillons toujours des molécules et non pas avec des atomes.

- Le gaz est considéré comme calorifiquement parfait. Les valeurs de  $\gamma$  et de  $C_p$  sont Constantes.
- L'écoulement est permanent : la variation des paramètres avec le temps est nulle.
- L'écoulement est irrotationnel, c'est-à-dire qu'il y a absence de dissipations causées par l'onde de choc.
- L'écoulement est bidimensionnel.

### IV-3 Formulation Mathématique du Problème :

L'écoulement au col et à la section de sortie est unidirectionnel. Le rapport des sections critiques reste toujours valable. Il est pris en considération pour comparer les calculs numériques trouvés par notre modèle et la théorie. Notons ici que le rapport des sections d'un gaz parfait, dans le chapitre III donné par l'équation (III.30) suivante :

$$\frac{A}{A_*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma+1} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (\text{III.30})$$

Le calcul de l'écoulement et la détermination du contour de la tuyère à gaz parfait sont basés, sur la détente de Prandtl Meyer (chapitre III), présentée par la relation, récapitulée par:

$$dv = -\sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (\text{IV.1})$$

- La relation (IV.1) est très importante pour faire l'étude de l'écoulement supersonique

#### - **Relation entre la vitesse et la température :**

$$\frac{dV}{V} = -\frac{C_p}{2H(T)} dT \quad (\text{IV.2})$$

#### - **Relation de nombre de Mach M :**

$$M = \frac{\sqrt{2H(T)}}{a} \quad (\text{IV.3})$$

Remplaçons les relations (IV.2) et (IV.3) dans la relation (IV.1), nous obtiendrons la relation suivante :

$$dv = F_v(T) dT \quad (\text{IV.4})$$

Avec :

$$F_v = \frac{C_p}{2H(T)} \sqrt{\frac{2H(T)}{a^2} - 1} \quad (\text{IV.5})$$



La fonction  $v$  est définie purement dans le régime supersonique. Lorsque  $M=1.0$ , nous prenons  $v=0.0$ . Alors, la valeur de  $v$  pour  $M>1.0$  ( $T<T^*$ ) est donnée par:

$$v(T) = \int_T^{T^*} F_v(T) dT \quad (\text{IV. 6})$$

Notons que le calcul de la valeur de  $v$  a besoin d'intégrer la fonction  $F_v(T)$ . La procédure analytique est impossible à faire vu la complexité de cette fonction à intégrer. Notre intérêt s'oriente donc vers le calcul numérique. Les paramètres  $M$  et  $v$  sont reliés avec la température  $T$  de l'écoulement. A une température  $T=T_S$  on prend  $v=v_S$ . La fonction de Prandtl-Meyer donnée dans ( chapitre III) par la théorie d'un gaz parfait [8]:

$$v(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctg \left[ \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} (M^2 - 1) \right] - \arctg [\sqrt{M^2 - 1}] \quad (\text{III. 19})$$

$$\text{Si : } T=298\text{k}$$

$$C_p = 1001.5 \text{ J/kg.K}$$

$$\gamma = 1.402$$

La fonction  $H(T)$  possède la forme suivante :

$$H(T) = C_p(T_0 - T) \quad (\text{IV. 7})$$

Sur la figure IV.4, les lignes AE et AS représentent respectivement les ondes de Mach du col et de la section de sortie. Par conséquent, les angles de Mach  $\mu_E$  et  $\mu_S$  sont calculés par la formule (III.3), mesurée par rapport à la déviation du vecteur vitesse de l'écoulement :

$$\mu_E = \arcsin \left( \frac{1}{M} \right) = \arcsin \left( \frac{1}{1} \right) \quad (\text{IV.8})$$

Et

$$\mu_S = \arcsin \left( \frac{1}{M_S} \right) \quad (\text{IV.9})$$

Comme  $M_S > 1.0$  alors  $\mu_S < \mu_E$

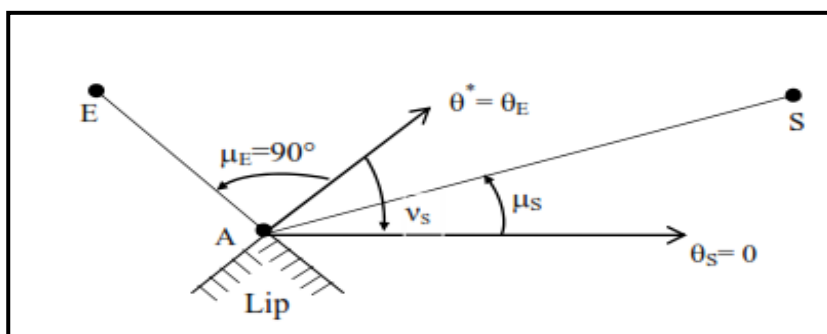


Figure IV.4 : Présentation des angles de Mach du col et de la section de sortie.

Entre les lignes de Mach AE et AS, il y a une infinité d'ondes de Mach centrées, divergentes et qui seront issues du point A de la carène (ou Lip) de la tuyère comme le montre la figure IV.5. Chaque ligne donne un vecteur vitesse (V). A partir de ce vecteur nous pouvons facilement déduire un point du contour du corps central. Comme le gaz est parfait, le vecteur vitesse est toujours tangent à une ligne de courant qui sera considérée comme étant le contour de la paroi de la tuyère à rechercher. Par conséquent, le point A est un point de discontinuité en paramètres et en particulier en M, T et  $\theta$ .

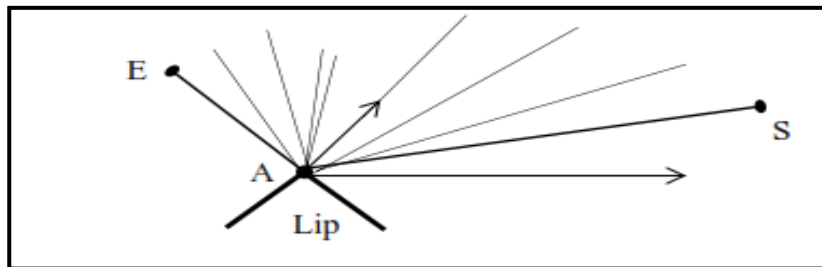


Figure (IV.5) : Naissance des ondes de détente divergentes du point A du 'Lip'

Les propriétés de l'écoulement, telles que le nombre de Mach, la déviation de l'écoulement et les rapports des pressions  $\frac{p}{p_0}$  des températures  $\frac{T}{T_0}$  et des masses volumiques  $\frac{\rho}{\rho_0}$  sont constants le long de chaque ligne de Mach issue du point A. Cette propriété nous donne l'avantage de déterminer rapidement et explicitement la position du point de la paroi.

Chaque ligne de Mach issue du point A sera absorbée par la paroi de la tuyère si la tuyère est plane. Dans la réalité, il y a réflexion de cette onde sur la paroi, mais si la tuyère est plane, nous pouvons démontrer qu'elle sera absorbée par la paroi qui donne, après calcul, la position du point de la paroi de la tuyère à rechercher. Si la tuyère est de type axisymétrique, le calcul sera très délicat, vu la réflexion des ondes de Mach sur la paroi et la naissance des zones de l'écoulement où le calcul sur la base des ondes de Mach est impossible. Dans ce cas, il faut faire appel à la méthode des caractéristiques [8], [33], [34]. Notre travail est consacré pour la forme plane.

La figure (IV.6) suivante présente les paramètres d'une ligne de Mach intermédiaire AP<sub>i</sub> absorbée par la paroi. L'angle  $\theta_E$  n'est pas connu a priori. Si le dimensionnement se fait sur la base du nombre de Mach de sortie  $M_S$ , pour avoir un écoulement uniforme et parallèle à la sortie, nous pouvons calculer l'angle  $\theta_E$  par la relation suivante

$$\theta_E = \nu_S = \int_{T_S}^{T^*} F_v(T) dT \quad (IV.10)$$

Notons que la température  $T_s$ , correspondant au nombre de Mach  $M_s$ , sera déterminé par la résolution de l'équation (IV.3) en substituant  $T=T_s$  et  $M=M_s$ .

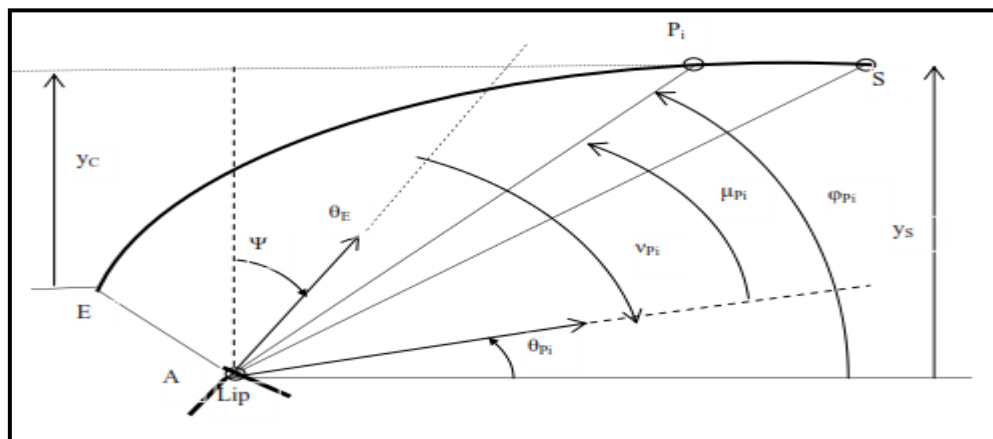


Figure (IV.6) : Présentation des propriétés d'une ligne de Mach intermédiaire.

Une fois l'angle  $\theta_E$  déterminé, nous pouvons facilement déterminer l'inclinaison de la carène (Lip) par rapport à la verticale, grâce à la relation suivante :

$$\psi = 90^\circ - \nu_s \quad (\text{IV.11})$$

Une fois ces paramètres déterminés, nous pouvons passer à la détermination du profil du corps central. Comme il y a une infinité d'ondes de Mach qui seront issues du point A et comme le calcul est purement numérique, il faut discrétiser la paroi en un nombre fini assez grand. Le profil de la tuyère sera déterminé avec une exactitude élevée si le nombre des ondes de Mach choisi est élevé. Nous allons maintenant procéder à la présentation des résultats sur une onde de Mach quelconque entre les ondes de Mach AE et AS.

#### IV-3-1 Discrétisation :

Partageons la zone de détente entre AE et AS en  $N_p$  ondes de Mach y compris les extrémités et numérotons ces ondes de gauche à droite, nous obtenons la figure IV.7 suivante. Le repère de calcul est placé au point A.

Nous voyons clairement que plus le nombre  $N_p$  des ondes de Mach est grand, plus nous allons avoir une très bonne représentation de l'allure du corps central. Nous avons à faire un choix sur le point de commencement de calcul. Soit du point S de sortie vers le col et dans ce cas il faut connaître le rayon de la section de sortie, soit du point E du col vers la sortie S et dans ce cas, il faut connaître le rayon AE du col. Nous avons préféré dans notre travail commencer du col vers la sortie, c'est-à-dire de gauche à droite.

La détermination des points de la paroi se fait d'une façon explicite, c'est-à-dire que si nous connaissons la position et les propriétés d'un point sur la paroi, nous pouvons facilement déterminer celles du point adjacent à droite et vis vers ça jusqu'à ce que nous arrivions à la section de sortie. Notons ici que les lignes de Mach sont des lignes droites qui nous facilitent la tâche par connaissance de l'équation mathématique.

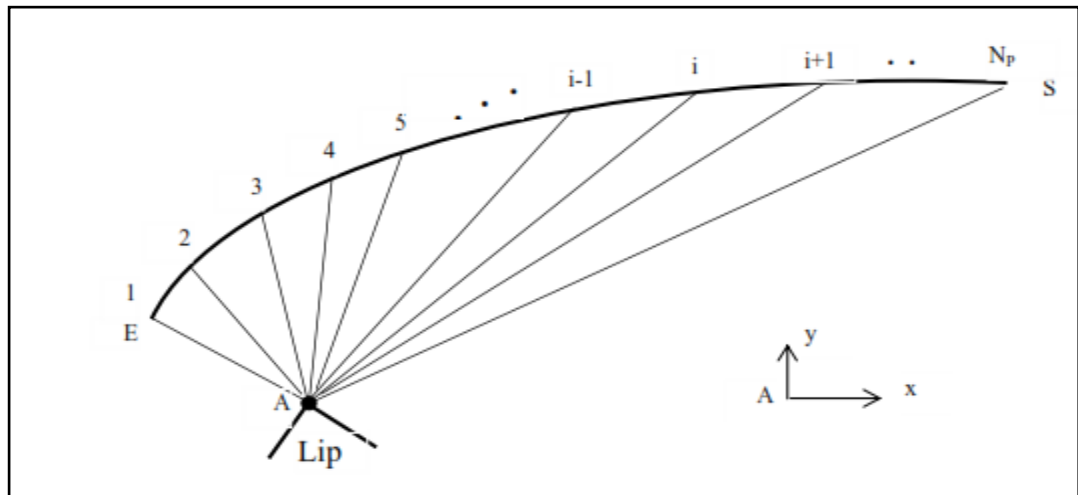


Figure IV.7 : Discretisation de la zone de détente.

Le schéma du modèle sous la présence d'une ligne de Mach est présenté dans la figure IV.6. La température  $T_{P_i}$  au point  $P_i$  est connue. Alors, nous pouvons écrire :

$$\mu_{P_i} = \arcsin\left(\frac{1}{M_{P_i}}\right) \quad (\text{IV.12})$$

$$v_{P_i} = \int_{T_{P_i}}^{T^*} F_v(T) dT \quad (\text{IV.13})$$

$$\varphi_{P_i} = 90 - \psi - v_{P_i} + \mu_{P_i} \quad (\text{IV.14})$$

$$\theta_{P_i} = \varphi_{P_i} - \mu_{P_i} \quad (\text{IV.15})$$

$$a(T_{P_i}) = \sqrt{\gamma r T_{P_i}} \quad (\text{IV.16})$$

$$M_{P_i} = \sqrt{\frac{2H(T_{P_i})}{a(T_{P_i})}} \quad (\text{IV.17})$$

Pour déterminer les propriétés physiques et thermodynamiques au point  $P_{i+1}$  suivant le point  $P_i$  de la paroi, considérons le schéma suivant à deux lignes de Mach adjacentes, présenté sur la figure (IV.8).

Sur la figure IV.8, toutes les propriétés au point  $P_i$  sont connues, c'est-à-dire que  $M_{P_i}$ ,  $\varphi_{P_i}$ ,  $\theta_{P_i}$ ,  $v_{P_i}$ ,  $T_{P_i}$ ,  $x_{P_i}$ ,  $y_{P_i}$  et les autres paramètres sont connus. Le problème consiste en la détermination des propriétés au point  $P_{i+1}$  adjacent à droite.

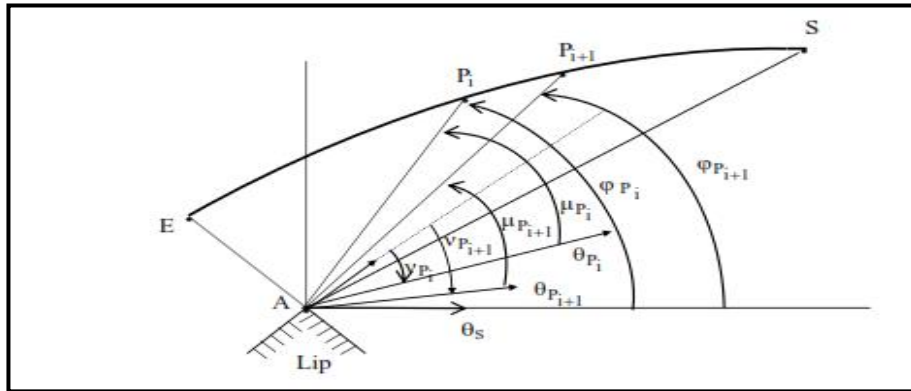


Figure IV.8 : Présentation de deux lignes de Mach adjacentes.

Considérons le triangle (A P<sub>i</sub> P<sub>i+1</sub>) sur la figure IV.9. Ici les points P<sub>i</sub> et P<sub>i+1</sub> sont reliés par une ligne de droite avec le point A

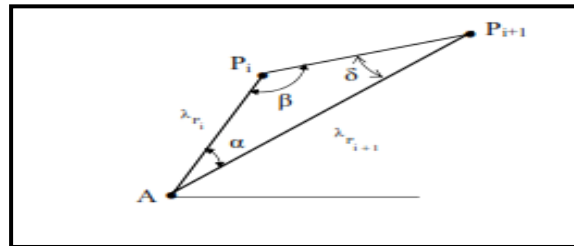


Figure IV.9: Calcul sur un triangle

Soient:

$\alpha$ : angle au sommet A.

$\beta$ : angle au sommet P<sub>i</sub>

$\delta$ : angle au sommet P<sub>i+1</sub>.

$\lambda_{P_i}$ : Rayon polaire A<sub>P<sub>i</sub></sub>

$\lambda_{P_{i+1}}$ : Rayon polaire A<sub>P<sub>i+1</sub></sub>.

X<sub>P<sub>i</sub></sub>, Y<sub>P<sub>i</sub></sub>: Coordonnées cartésiennes du point P<sub>i</sub>.

X<sub>P<sub>i+1</sub></sub>, Y<sub>P<sub>i+1</sub></sub>: Coordonnées cartésiennes du point P<sub>i+1</sub>.

Alors:

$$\alpha = \varphi_{P_i} - \varphi_{P_{i+1}} \tag{IV.18}$$

$$\beta = \pi - \varphi_{P_i} + \nu_S + \nu_{P_i} \tag{IV.19}$$

$$\delta = \varphi_{P_{i+1}} - \nu_S + \nu_{P_i} \quad (\text{IV.20})$$

$$\frac{\sin(\delta)}{\lambda_{P_i}} = \frac{\sin(\beta)}{\lambda_{P_{i+1}}} \quad (\text{IV.21})$$

Ce qui donne

$$\lambda_{P_{i+1}} = \lambda_{P_i} \frac{\sin(\beta)}{\sin(\delta)} \quad (\text{IV.22})$$

Par analogie avec la relation (IV.14), nous pouvons écrire :

$$\varphi_{P_{i+1}} = 90 - \psi - \nu_{P_{i+1}} + \mu_{P_{+1i}} \quad (\text{IV.23})$$

Avec:

$$\mu_{P_{i+1}} = \arcsin\left(\frac{1}{M_{P_{i+1}}}\right) \quad (\text{IV.24})$$

$$\nu_{P_{i+1}} = \int_{T_{P_{i+1}}}^{T^*} F_v(T) dT \quad (\text{IV.25})$$

$$\theta_{P_{i+1}} = \varphi_{P_{i+1}} - \mu_{P_{i+1}} \quad (\text{IV.26})$$

$$a(T_{P_{i+1}}) = \sqrt{\gamma r T_{P_{i+1}}} \quad (\text{IV.27})$$

$$M_{P_{i+1}} = \sqrt{\frac{2H(T_{P_{i+1}})}{a(T_{P_{i+1}})}} \quad (\text{IV.28})$$

Au point  $P_{i+1}$ , la température  $T_{i+1}$  est connue.

Les coordonnées du point  $P_{i+1}$  peuvent être déterminées, comme l'indique la figure (IV.10), par :

$$x_{P_{i+1}} = \lambda_{P_{i+1}} \cos(\varphi_{P_{i+1}}) \quad (\text{IV.29})$$

$$y_{P_{i+1}} = \lambda_{P_{i+1}} \sin(\varphi_{P_{i+1}}) \quad (\text{IV.30})$$

Chaque point  $P_i$  sur la paroi possède sa propre température différente des températures des autres points. Tous sont reliés au point A par une ligne de Mach. Au point A, il y a alors une infinité de valeurs de T et par conséquent, il est un point de discontinuité des propriétés T, M,  $\theta$ , ... ect.



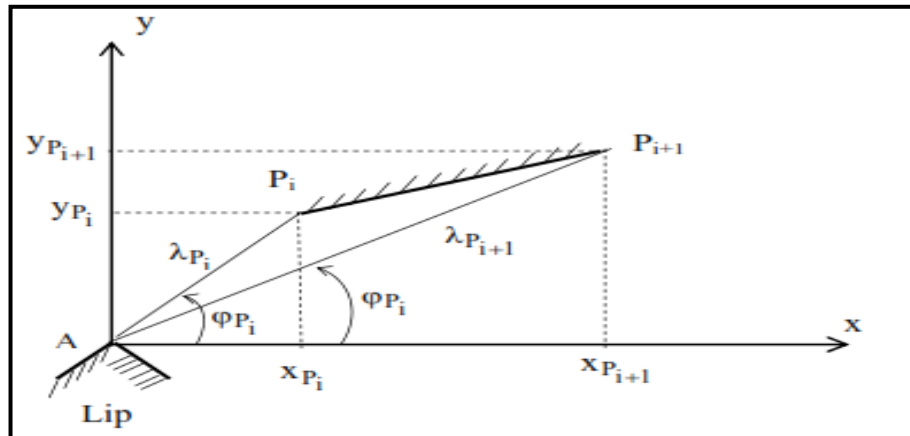


Figure (IV.10) : Relation entre coordonnées cartésiennes et coordonnées polaires.

Pour arriver à concevoir la tuyère, nous avons choisi la discrétisation de la zone de variation de la température  $T \in [T_s, T_*]$  en  $N_p$  valeurs y compris les valeurs des extrémités pour que les calculs soient rapides.

A titre d'information, nous pouvons concevoir la tuyère sur la base de discrétisation de:

1. La zone de variation du nombre de Mach  $M$  sur la paroi qui est  $M \in [1, M_s]$  en  $N_p$  valeurs y compris les valeurs des extrémités.
2. La zone de variation de la déviation de l'angle d'écoulement  $\theta$  et par conséquent de la paroi qui est  $\theta \in [\theta_E, 0]$  en  $N_p$  valeurs y compris les valeurs des extrémités.
3. La zone de variation de l'angle de Prandtl Meyer  $v \in [0, v_s]$  en  $N_p$  valeurs y compris les valeurs des extrémités.

#### IV-3-2 Procédé de calcul :

En premier lieu, les données nécessaires pour concevoir la tuyère se résument comme suit :

1. La valeur de  $M_s$  (le dimensionnement se fait sur cette base).
2. La température génératrice  $T_0$ .
3. Le rayon polaire  $\lambda_{AE}$ . Ici, nous avons pris  $\lambda_{AE} = 1$ . pour addimensionnaliser les résultats par rapport à ce rayon.
4. Les valeurs des paramètres  $C_p$  et  $\gamma$ .
5. La constante du gaz ( $r$ ) ; le gaz considéré est de l'air.
6. La discrétisation du nombre de Mach en  $N_p$  valeurs.

La première étape consiste à déterminer quelques résultats nécessaires pour la

conception, qui sont :

1. La valeur de la **Fonction de Prandtl-Meyer** à la sortie de la tuyère  $v_S = \mathbf{FPM}(M_S)$ .
2. La valeur de l'angle de Mach pour  $M = M_S$ .
3. La déviation  $\Psi$  de la carène (Lip) par rapport à la verticale : Sera calculée en utilisant la relation (IV.11).
4. Le rapport des sections théoriques unidimensionnelles  $\frac{A_S}{A_*} = f(M_S)$  en utilisant la relation (III.30). Ce rapport nous servira plus tard comme une source de comparaison de validation de notre calcul numérique. Autrement dit, durant le procédé, on calcule le rapport  $\frac{A_S}{A_*}$  donné par la méthode développée en fonction de  $N_P$  et de voir la convergence.
5. Les rapports thermodynamiques critiques au col de la tuyère : Les procédés de détermination de la température  $T^*$  et les rapports thermodynamiques critiques  $\frac{T^*}{T_0}, \frac{P^*}{P_0}, \frac{\rho^*}{\rho_0}$  sont donnés, respectivement, par les relations (III.32), (III.33) et (III.34). (Chapitre III)
6. Les rapports thermodynamiques à la section de sortie : Les procédés de détermination de la température  $T_S$  et des rapports Thermodynamiques  $\frac{T_0}{T_S}, \frac{P_0}{P_S}, \frac{\rho_0}{\rho_S}$  d'un gaz parfait à correspondance au nombre de Mach supersonique de sortie sont donnés, respectivement, par les relations (III.26), (III.28) et (III.29).

Comme le procédé de calcul présenté par les relations (IV.22), (IV.23), ..., (IV.30) est en fonction de deux points successifs (c'est une forme de suite), il faut donner les résultats au point de départ. Le point de départ choisi est le point E ou la première ligne de Mach AE. Sur cette ligne, nous avons :

- Le nombre de Mach :  $M_E = 1.0$  (Entrée sonique).
- L'angle de Mach :  $\mu_E = 90^\circ$ .
- La valeur de la fonction de Prandtl-Meyer :  $v_E = 0$ .
- L'angle polaire :  $\varphi_E = 90 - \Psi - v_E + \mu_E$ .
- Le rayon polaire :  $\lambda_{E=1}$  (parmi les données).

La position du premier point de la paroi :

$$x_E = \lambda_E \cos(\varphi_E) \quad (IV.31)$$

$$y_E = \lambda_E \sin(\varphi_E) \quad (IV.32)$$

L'angle de déviation de l'écoulement:

$$\theta_* = \theta_E = \varphi_E - \mu_E \quad (\text{IV.33})$$

La section critique du col:

$$A_* = A_E = 2\lambda_E \quad (\text{IV.34})$$

Nous pouvons calculer maintenant :

- Le rayon (distance verticale) de la section de sortie en tenant compte du fait que la section est plane. Nous avons alors :

$$\frac{y_s}{\lambda_E} = \frac{A_s}{A_*} \quad (\text{IV.35})$$

Cette distance est calculée en utilisant le rapport des sections 1D. La même valeur sera recalculée en utilisant le calcul numérique par la relation (IV.40).

- Le rayon (distance verticale) entre l'axe de symétrie et le point E est donné par :

$$R_c = y_s - y_E \quad (\text{IV.36})$$

La deuxième étape consiste à affecter les résultats obtenus au point E dans le point P<sub>1</sub> pour i=1. Ici, la température au point E est égale à T\*.

Pour chaque ligne de Mach, il faut connaître la température au centre de détente A qui représente aussi la température sur la paroi.

Comme le nombre de points choisi est égal à N<sub>p</sub>, alors, nous obtenons N<sub>p-1</sub> panneaux, la température au point P<sub>i</sub> est donc donnée par :

$$T_i = T_* - (i - 1)\Delta T \quad (\text{IV.37})$$

Et :

$$\Delta T = \frac{T_* - T_s}{N-1} \quad (\text{IV.38})$$

La relation(IV.37) nous conduit à distribuer les températures d'une façon uniforme. Afin de déterminer l'allure du corps central avec un nombre de points N<sub>p</sub> le plus petit possible et dans un temps réduit pour une précision donnée.

En incrémentant le compteur de i=2 jusqu'à N<sub>p</sub>, nous allons déterminer les propriétés

thermodynamiques et physiques le long de toutes les lignes de Mach sélectionnées au départ et par conséquent, la forme du corps central sera obtenue.

Pour accélérer le processus du calcul de l'intégrale (IV.25), nous pouvons considérer cette intégrale sous la forme suivante :

$$v_{i+1} = v_i + \int_{T_{i+1}}^{T_i} F_v(T) dT \quad (\text{IV. 39})$$

Alors, l'obtention de la valeur  $v_{P_{i+1}}$  (du point (i+1)) se fait en ajoutant à la valeur de la fonction de Prandtl-Meyer  $v_{P_i}$  (du point (i)), l'intégrale entre les températures successives  $T_{P_{i+1}}$  et  $T_{P_i}$  qui sont généralement très proches. La différence de calcul entre (IV.25) et (IV.39) est que, plus on se rapproche du le point S de la section de sortie, l'intervalle dans l'intégrale (IV.25) devient très grand par rapport à l'intervalle de l'intégrale de (IV.39). Si le nombre  $N_p$  est grand, l'intervalle de l'intégrale de (IV.39) devient très petit. Alors, dans la relation (IV.39), nous pouvons évaluer le résultat, en utilisant l'algorithme de Simpson, avec un nombre de panneaux très réduit. Pour les applications numériques, si  $N_p$  est grand, nous pouvons choisir environ 5 à 7 points intermédiaires pour l'évaluation de l'intégrale de (IV.39).

A partir des résultats du dernier point lorsque  $i=N_p$  (point de la section de sortie), nous pouvons fixer par la suite quelques résultats :

1- La position du point S de sortie de la tuyère est donnée par:

$$\frac{X_S}{\lambda_E} = \frac{X_{N_P}}{\lambda_E}, \quad \frac{Y_S}{\lambda_E} = \frac{Y_{N_P}}{\lambda_E} \quad (\text{IV.40})$$

2- La distance axiale entre la section de sortie et le coin de la carène 'Lip' est donnée par:

$$\frac{X_{\text{Plug}}}{\lambda_E} = \frac{X_S}{\lambda_E} \quad (\text{IV.41})$$

3- La longueur totale de la tuyère est mesurée comme la distance axiale entre le point E du col et le point S de la section de sortie. Elle est donnée, sous forme non-dimensionnelle, par:

$$\frac{L}{\lambda_E} = \frac{X_S}{\lambda_E} - \frac{X_E}{\lambda_E} \quad (\text{IV.42})$$

4- Le rapport des sections correspondant à la discrétisation de  $N_P$  points peut être calculé par la relation suivante :

$$\frac{A_S}{A_*} (\text{calculé}) = \frac{Y_S}{\lambda_E} = \frac{Y_{NP}}{\lambda_E} \quad (\text{IV.43})$$

#### IV-4 Paramètres Thermodynamiques :

En chaque points i, les paramètres thermodynamiques peuvent être déterminés par:

- Le rapport des températures au point i de la paroi peut être calculé par la relation suivante une fois la température  $T_i$  est obtenue:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)_i = \frac{T_i}{T_0} \quad (\text{IV.44})$$

Ce rapport nous servira pour faire le choix convenable du matériau de construction du corps central résistant à cette température.

- Le rapport des masses volumiques au point i de la paroi est donné par la relation suivante :

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)_i = \left(\frac{T}{T_0}\right)_i^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{IV.45})$$

Ce rapport servira pour évaluer la masse du gaz existant à chaque instant dans l'espace de l'écoulement du corps central.

- Le rapport des pressions au point i de la paroi est donné par:

$$\left(\frac{P}{P_0}\right)_i = \left(\frac{T}{T_0}\right)_i^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{IV.46})$$

Ce rapport nous servira pour la détermination de la force de pression exercée sur la paroi du corps central.

#### IV-5 Masse du corps central :

Le segment numéro (i) du corps central est illustré sur la figure IV.11 Pour calculer la masse de la structure du corps central, considérons les deux suppositions suivantes :

- 1- La forme de la paroi entre deux points successifs est rapprochée par une ligne droite. Cette supposition donne des bons résultats si le nombre de points  $N_P$  est très élevé.
- 2- Le corps central est constitué du même matériau et d'une épaisseur constante.

Le calcul de la masse de la structure est lié avec le calcul de la longueur curviligne de la paroi du corps central. Alors, par unité de profondeur et sous forme non-dimensionnelle, on obtient:

$$\frac{\text{Masse}}{\rho_M t_M l \lambda_E} = 2 \sum_{i=1}^{N_P-1} \sqrt{\left(\frac{X_{i+1}}{\lambda_E} - \frac{X_i}{\lambda_E}\right)^2 + \left(\frac{Y_{i+1}}{\lambda_E} - \frac{Y_i}{\lambda_E}\right)^2} \quad (\text{IV.47})$$

#### IV-6 La force de pression exercée sur la paroi :

La pression exercée sur le tronçon numéro (i) de la figure IV.11 est rapprochée par l'interpolation suivante:

$$P_{(i)} = \frac{P_i + P_{i+1}}{2} \quad (\text{IV.48})$$

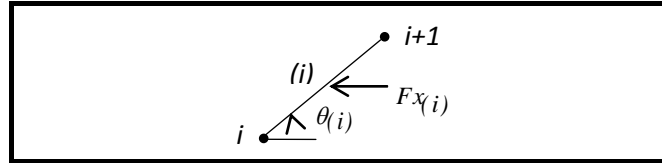


Figure IV.11 : Force de pression exercée sur un segment du corps central.

La force de pression axiale exercée sur ce tronçon peut être calculée par:

$$F_{X(i)} = P_{(i)} \sqrt{\left(\frac{X_{i+1}}{\lambda_E} - \frac{X_i}{\lambda_E}\right)^2 + \left(\frac{Y_{i+1}}{\lambda_E} - \frac{Y_i}{\lambda_E}\right)^2} \sin(\theta_{(i)}) \quad (\text{IV.49})$$

La force de pression axiale totale exercée sur le corps central, par unité de profondeur, est calculée comme la somme de toutes les forces de pression axiales exercées sur tous les tronçons. Le corps central est constitué par deux parties par raison de symétrie. Sous forme non-dimensionnelle, on obtient:

$$\frac{F}{P_0 l \lambda_E} = 2 \sum_{i=1}^{N_P-1} \frac{P_{(i)}}{P_0} \sqrt{\left(\frac{X_{i+1}}{\lambda_E} - \frac{X_i}{\lambda_E}\right)^2 + \left(\frac{Y_{i+1}}{\lambda_E} - \frac{Y_i}{\lambda_E}\right)^2} \sin(\theta_{(i)}) \quad (\text{IV.50})$$

#### IV-7 Masse du gaz dans le divergent :

La masse du gaz existante à chaque instant dans la partie divergente du corps central entre les lignes de Mach  $A_E$  et  $A_S$  (y compris la zone uniforme) peut être évaluée. On peut considérer l'espace de la tuyère comme l'union des triangles placés l'un adjacent de l'autre comme le montre la figure IV.7, y compris la zone uniforme entre la ligne de Mach  $A_S$  et l'horizontal. Le nombre total des triangles est égale à  $N_{P-1}$  en ajoutant le triangle de la zone uniforme. La masse du gaz, par unité de profondeur, qui se trouve dans l'espace compris entre deux lignes de Mach successives reliant les points A et i et les points A et i+1 comme le montre la figure IV.9, est rapprochée par:

$$\text{Masse}_{\text{Gaz}(i)} = \rho_{(i)} A_{(i)} l \quad (\text{IV.51})$$

$$\rho_{(i)} = \frac{\rho_i + \rho_{i+1}}{2} \quad (\text{IV.52})$$



$$A_{(i)} = \frac{X_{i+1}Y_i - X_iY_{i+1}}{2} \quad (\text{IV.53})$$

Au point A du triangle considéré, il y a deux valeurs de la masse volumique, l'une égale à celle du point i et l'autre égale à celle du point i+1. Pour cette raison, on a considéré la valeur moyenne de la masse volumique entre les deux points (IV.52). La position du point A n'est pas figurée dans la relation (IV.53) car  $X_A = Y_A = 0$ .

Dans la zone uniforme, la masse du gaz, par unité de profondeur, est donnée par :

$$\text{Masse}_{\text{Gaz}}(\text{zone uniforme}) = \rho_S \frac{X_S Y_S}{2} \quad (\text{IV.54})$$

La masse totale du gaz dans le divergent (y compris la symétrie du corps central), par unité de profondeur, sous forme non-dimensionnelle, est donnée par la relation suivante :

$$\frac{\text{Masse}_{\text{Gaz}}}{\rho_0 l \lambda_E^2} = \left( \frac{\rho_S}{\rho_0} \right) \left[ \frac{X_S Y_S}{\lambda_E \lambda_E} \right] + \sum_{i=1}^{i=N_P-1} \left( \frac{\rho_{(i)}}{\rho_0} \right) \left[ \frac{X_{i+1} Y_i}{\lambda_E \lambda_E} - \frac{X_i Y_{i+1}}{\lambda_E \lambda_E} \right] \quad (\text{IV.55})$$



# Chapitre V.

## Résultats et discussions

### (Programmation)

Dans le chapitre précédent, on a présenté les diverses étapes nécessaires à l'obtention des paramètres du dimensionnement d'une tuyère à corps central donnant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle. Les paramètres sont :

- La forme de la tuyère supersonique à corps central type à bouchon 'Plug Nozzle'.
  - La longueur de la tuyère
  - Déviation du 'Lip' nommée par l'angle  $\psi$
  - La masse de la structure de la tuyère (de bouchon)
  - La variation de nombre de Mach le long de la paroi du corps central
  - La variation de la pression le long de la paroi du corps central
  - La variation de l'angle de déviation de l'écoulement le long de la paroi de la tuyère
  - La longueur de bouchon
  - La force de pression exercée sur la paroi du corps central
  - La distance entre le 'Lip' et la section de sortie
  - Le rapport des sections  $A_s/A_*$  calculé en fonction de la discrétisation.
  - Le rapport des sections  $A_s/A_*$  exactes données par la formule théorique.
  - La section au col de la tuyère  $A_{col}$
- Les données qu'on a prises ici sont les suivants :
- Rapport de la chaleur spécifique  $\gamma$ .
  - Le nombre de Mach à la section de sortie  $M_s$ .
  - Le rayon polaire du col de la tuyère  $\lambda_E$ .
  - La discrétisation du corps central par le nombre de points  $N_p$ .

Dans ce chapitre, notre objectif est la mise en application de la méthode développée sur l'ordinateur.

Avant d'écrire les résultats obtenus, il faut noter qu'ils seront présentés sous formes de courbes et suit par les résultats numériques.

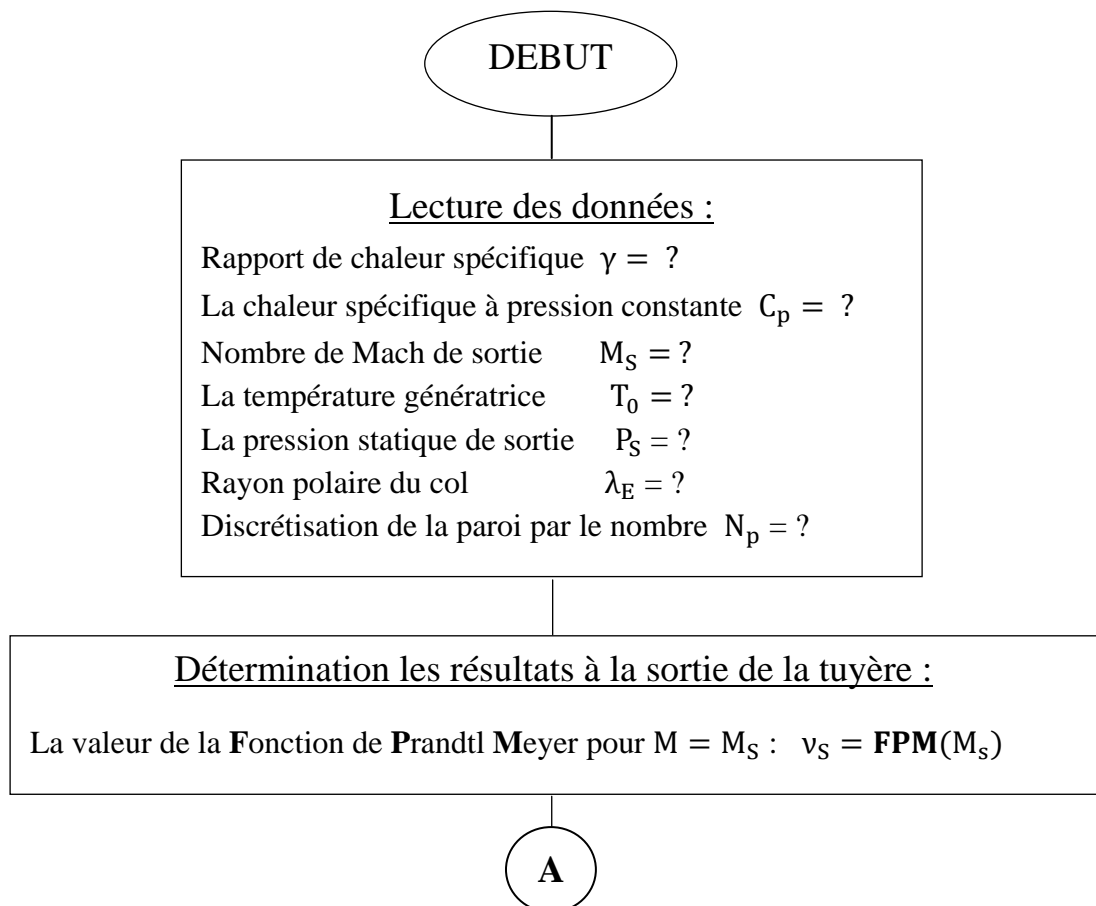
Le procédé de calcul est donné par l'organigramme qui résume les parties de base du programme pour la résolution du problème proposé. Le temps de calcul effectué varie suivant la discrétisation choisie et le type de résultat.

On a choisi de présenter le profil de tuyère pour cinq valeurs de nombre de Mach de sortie  $M_s = 2.00, 2.50, 3.00, 3.50$  et  $4.00$ . Et pour un rapport de chaleur spécifique  $\gamma = 1.402$ .

Les courbes de variations de  $M, \theta, P/P_0, T/T_0, \rho/\rho_0$  et le long de la paroi de la tuyère, telle que chaque figure englobe trois courbes de variation pour  $M_s = 2.00, 2.50$  et  $3.00$ .

Les résultats numériques du dimensionnement  $\frac{L}{\lambda_E}, \frac{M_{plug}}{\rho_0 t \lambda_E}, \frac{M_{gaz}}{\rho_0 \lambda_E^2}, \frac{F_p}{P_0 \lambda_E}, \frac{X_{plug}}{\lambda_E}, \psi$  en fonction de nombre de Mach de sortie  $M_s$  sont présenter graphiquement dans l'intervalle  $[1.00, 5.00]$ .

L'échelle sur les figures est pris orthonormée seulement pour la présentation des profils des tuyères. Concernant la validité des résultats, on a deux sources de comparaisons. La première source de comparaison est celle de rapport de section  $\frac{A_s}{A_*}$  donné par la théorie unidimensionnelle qui reste toujours valable pour notre cas puisque au col et à la sortie, l'écoulement est unidirectionnel. La deuxième source de comparaison est celle des résultats trouvés dans [18]. Les valeurs des résultats de dimensionnement sont obtenues après la convergence du rapport  $\frac{A_s}{A_*}$  calculé numériquement, vers la valeur exacte avec une précision voulue.



A

Angle de Mach de sortie :  $\mu_S = \arcsin\left(\frac{1}{M_S}\right)$

Rapport des sections théoriques  $A_S/A_*$  [voir la relation (III.30)]

Angle polaire :  $\varphi_S = \mu_S$

Calcul de l'inclinaison du 'Lip' par rapport à la verticale :

$$\psi = 90.0 - \nu_S$$

Résultat au col :

Le nombre de Mach au col :  $M_E = 1.0$

Valeur de la **Fonction de Prandtl Meyer** au col :  $\nu_E = 0.0$

Angle de mach au col :  $\mu_E = 90.00$

Angle polaire au col :  $\varphi_E = 90 - \psi - \nu_E + \mu_E$

Rayon polaire au col :  $\lambda_E = 1.0$

Position de 'Lip' :  $X_E = \lambda_E \cos(\varphi_E), Y_E = \lambda_E \sin(\varphi_E)$

Initialisation les paramètres à zéro :

Longueur de la tuyère :  $L = 0.0$

Longueur de l'arc de la tuyère :  $L_{\text{arc}} = 0.0$

La masse du gaz dans le divergent :  $M_{\text{gaz}} = 0.0$

Force de pression :  $F_p = 0.0$

Distance entre le col et la sortie de la tuyère :  $X_{\text{plug}}=0.0$

B

B

Position et paramètres du point gauche 1 :

$$X_{p1} = X_E, Y_{p1} = Y_E$$

$$\lambda_{p1} = \lambda_E, \quad \varphi_{p1} = \varphi_E$$

$$v_{p1} = v_E, \quad \theta_{p1} = \varphi_{p1} - \mu_{p1}$$

$$M_{p1} = M_E$$

I=1

Calcul les paramètres au point de droite 2 de la discrétisation par :

Nombre de Mach  $M_{p2}$  :  $M_{p2} = M_{p1} + \Delta M$

Valeur de la **Fonction de Prandtl-Meyer** :  $v_{p2} = \mathbf{FPM}(M_{p2})$

Angle de Mach :  $\mu_{p2} = \arcsin(1/M_{p2})$

Angle polaire :  $\varphi_{p2} = 90 - \psi - v_{p2} + \mu_{p2}$

Inclinaison de la paroi :  $\theta_{p2} = \varphi_{p2} - \mu_{p2}$

Rayon polaire :  $\lambda_{p2} = \lambda_{p1} \frac{\sin(v_S - \varphi_{p1} - v_{p1})}{\sin(v_S - \varphi_{p2} - v_{p1})}$

Position du point P2 :  $X_{p2} = \lambda_{p2} \cos(\varphi_{p2})$  ,  $Y_{p2} = \lambda_{p2} \sin(\varphi_{p2})$

03 →

Calcul de la distance axiale entre les deux points de gauche et droite 1 et 2 :

$$L_{12} = X_{p2} - X_{p1}$$

C



**C**

Calcul de la longueur du segment de la paroi entre les deux points 1 et 2 :

$$L_{\text{seg}} = \sqrt{(X_{p2} - X_{p1})^2 + (Y_{p2} - Y_{p1})^2}$$

Calcul de la section de passage de gaz dans le divergent :

$$A = \frac{1}{2} (X_{p2} Y_{p1} - X_{p1} Y_{p2} )$$

Calcul les paramètres thermodynamiques au point 2 :

Rapport de température  $\frac{T}{T_0}$  [voir la relation (III.26)]

Rapport de pression  $\frac{P}{P_0}$  [voir la relation (III.28)]

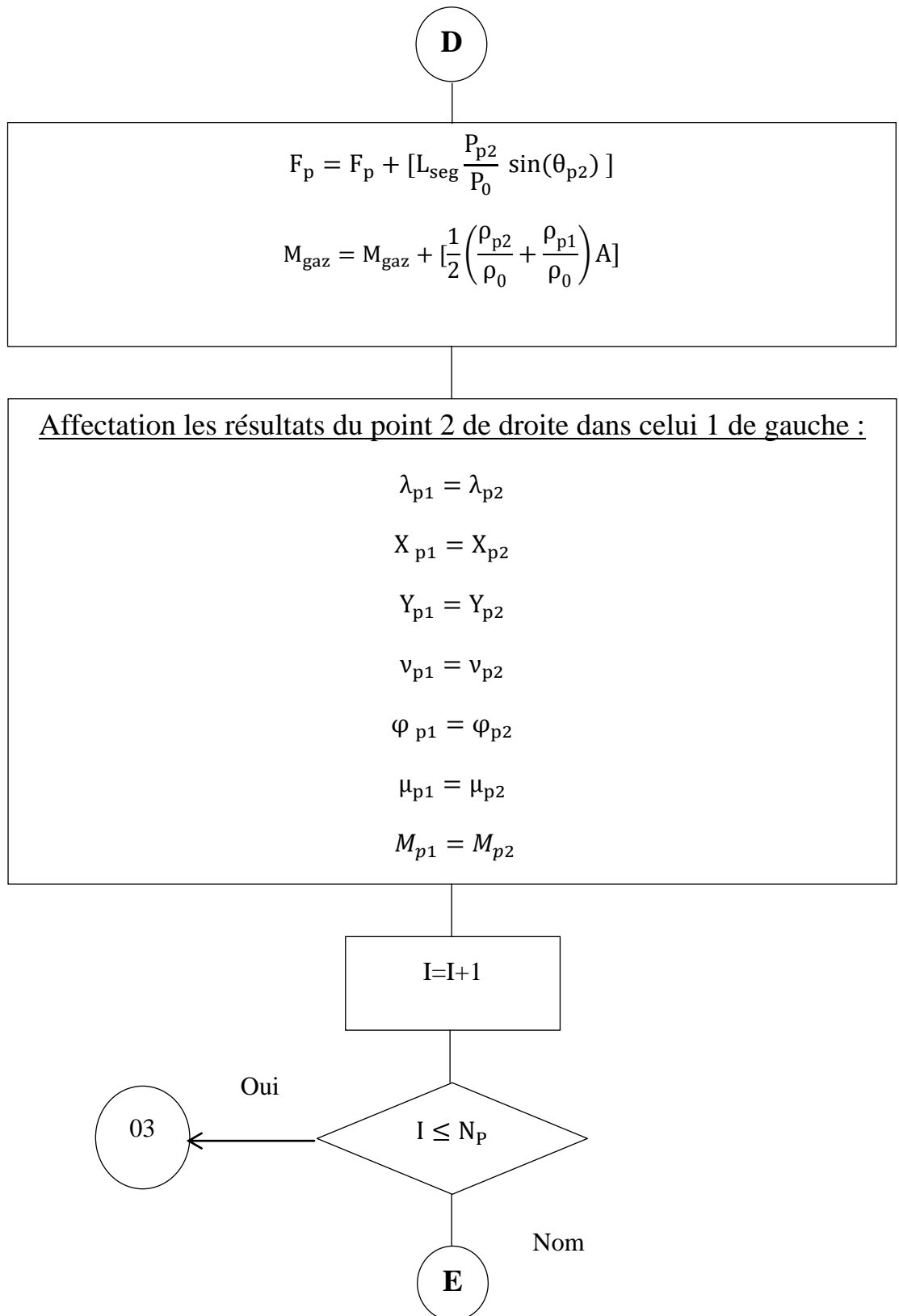
Rapport de la masse volumique  $\frac{\rho}{\rho_0}$  [voir la relation (III.29)]

Incrémentation aux valeurs des paramètres physiques et thermodynamiques:

$$L = L + L_{12}$$

$$L_{\text{arc}} = L_{\text{arc}} + L_{\text{seg}}$$

**D**



**E**Calcul des résultats à la sortie de la tuyère :

La position du point de sortie :  $X_S = X_{p2}, Y_S = Y_{p2}$   
 les coordonnées polaire du point de sortie :  $\lambda_{pS} = \lambda_{p2}, \varphi_S = \varphi_{p2}$   
 Rayon du point de sortie :  $R_S = Y_S$

Longueur externe du bouchon :

$$X_{\text{plug}} = X_S$$

Rayon du corps central au col de la tuyère :

$$R_E = R_S - Y_E$$

Calcul numériques des paramètres de dimensionnement :

Section du col :  $A_* = 2\sqrt{X_E^2 + Y_E^2}$   
 Section de sortie :  $A_S = 2R_S$   
 Rapport des sections calculé :  $A_S/A_*$   
 Force de pression exercée sur la paroi :  $F_p = 2F_p$   
 La masse de gaz dans le divergent :  $M_{\text{gaz}} = M_{\text{gaz}} + \left(\frac{\rho_S}{\rho_0} X_S Y_S\right)$   
 La masse de la structure de bouchon :  $M_{\text{plug}} = 2L_{\text{arc}}$

**F**

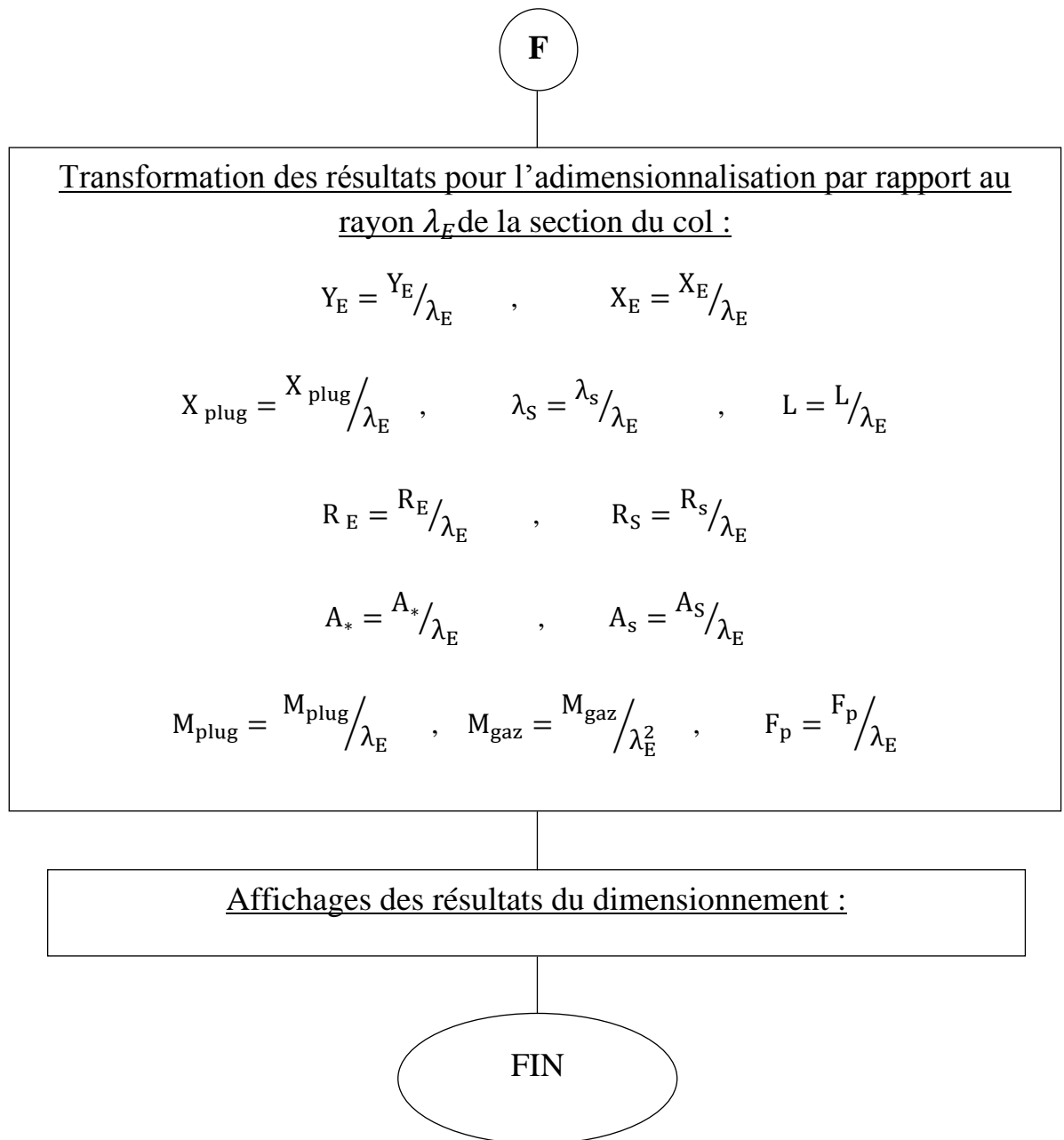


Figure V.1 : Organigramme simplifié du programme de calcul numérique

**V-1 Effet de la discrétisation sur la convergence du problème :**

Le but de ce paragraphe c'est de voir la convergence du problème en essayant d'augmenter le nombre de nœuds sur la paroi du corps central et de calculer pour chaque cas, les différents paramètres caractérisant la conception de la tuyère supersonique ; L'exemple qu'on a pris ici est pour  $\gamma = 1.40$  avec un nombre de Mach de sortie  $M_s = 2.50$ . Le rayon de la section au col  $\lambda_E = 1$ .

On peut diviser les paramètres de dimensionnement en deux parties. La première partie ne dépend pas de la discrétisation  $N_p$  de la paroi, tels que, la déviation de 'Lip', les angles polaires  $\varphi_s, \varphi_E$  du col et de la sortie ainsi que la position du 'Lip'  $X_E, Y_E$ . Cependant, ces paramètres dépendent uniquement des valeurs de  $M_s$  et  $\gamma$ , et pour l'exemple choisi, le tableau V.1 résume les valeurs numériques trouvées.

$\psi$ (°)	$\varphi_s$ (°)	$\varphi_E$ (°)	$\theta_*$ (°)	$x_E/\lambda_E$	$y_E/\lambda_E$	$A_s/A_*$ (exacte)
50.876585	23.580493	129.123415	39.123415	-0.630678	0.776045	2.6367187

Tableau V.1 : Paramètres de conception de la tuyère à corps central indépendant de  $N_p$ .

La deuxième partie présentée par le reste des paramètres, dépendent essentiellement de la discrétisation de la paroi du corps central. Le tableau V.2 résume les divers résultats numériques obtenus par le programme. Le problème converge avec une erreur  $\varepsilon$ , si le rapport des sections calculé numériquement pour la discrétisation choisi et le rapport des sections théorique, vérifiés la relation (V.1) suivante. Les autres paramètres convergent aussi vers la solution exacte.

$$\varepsilon_{(A_s/A_*)} \% = \left| 1 - (A_s/A_*)_{théorique} / (A_s/A_*)_{calculé} \right| \times 100 \quad (V.1)$$

$N_p$	$\lambda_s/\lambda_E$	$L/\lambda_E$	$X_{\text{plug}}/\lambda_E$	$\frac{M_{\text{plug}}}{\rho_0 t l \lambda_E}$	$\frac{M_{\text{gaz}}}{\rho_0 \lambda_E^2 l}$	$\frac{F_p}{P_0 \lambda_E l}$	$A_s/A_*$ (calculé)	Erreur (%)
10	8.084201	8.041193	7.410515	8.580714	3.385358	0.580006	3.230877	18.39
50	6.812373	6.875352	6.244674	7.305677	2.652210	0.531187	2.722587	3.26
100	6.701584	6.773794	6.143116	7.194994	2.592790	0.526001	2.678310	1.58
200	6.648767	6.725379	6.094701	7.142246	2.564576	0.523277	2.657201	0.78
500	6.617835	6.697025	6.066347	7.111359	2.548051	0.521554	2.644839	0.31
1000	6.607645	6.687684	6.057006	7.101184	2.542598	0.520954	2.640767	0.15
5000	6.599533	6.680248	6.049571	7.093084	2.538247	0.520457	2.637525	0.03
10000	6.598522	6.679321	6.048643	7.092075	2.537706	0.520393	2.637121	0.02
20000	6.598017	6.678858	6.048180	7.091570	2.537435	0.520361	2.636919	$7.60 \cdot 10^{-3}$
50000	6.597713	6.678580	6.047902	7.091267	2.537265	0.520341	2.636798	$2.99 \cdot 10^{-3}$
100000	6.597612	6.678487	6.047809	7.091166	2.537204	0.520335	2.636757	$1.46 \cdot 10^{-3}$
200000	6.597562	6.678441	6.047763	7.091116	2.537158	0.520331	2.636737	$6.90 \cdot 10^{-4}$
500000	6.597531	6.678413	6.047735	7.091085	2.537122	0.520329	2.636725	$2.30 \cdot 10^{-4}$
1000000	6.597521	6.678404	6.047726	7.091075	2.536849	0.520329	2.636721	$7.67 \cdot 10^{-5}$
2000000	6.597516	6.678399	6.047713	7.091070	2.539924	0.520328	2.6367187	$1.38 \cdot 10^{-6}$

Tableau V.2 : Paramètres de conception de la tuyère à corps central dépendant de  $N_p$ 

On remarque bien qu'une fois le rapport des sections  $A_s/A_*$  calculé numériquement converge vers la valeur théorique, les paramètres de conception convergents aussi vers les valeurs exactes dont on ne connaît pas a priori. Par exemple on veut faire une conception d'une tuyère avec une erreur de 0.0001 du rapport des sections, on peut prendre une discrétisation environ de  $N_p = 200000$  de points. Si on prend une discrétisation  $N_p = 2000000$  de point on arrive à une erreur des rapports environ de 0.000001.

Le tableau V.2 donne le nombre de points  $N_p$  minimum nécessaire pour avoir la précision pour quelques valeurs du  $M_s$  lorsque  $\gamma=1.40$ . Alors, on peut conclure que le nombre nécessaire  $N_p$  pour avoir une précision donnée dépend essentiellement de  $M_s$  et  $\gamma$ .

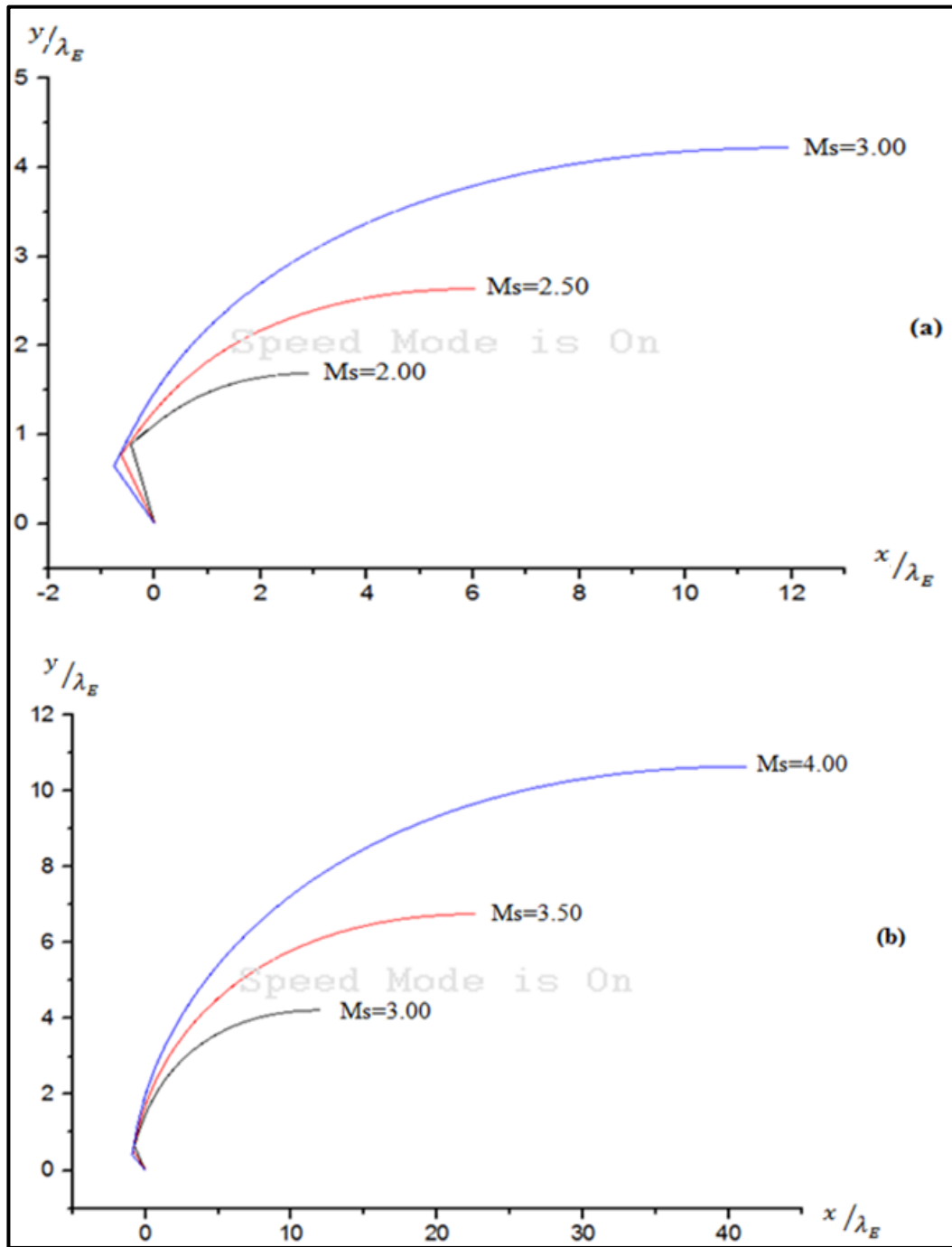
**V-2 Variation du nombre de Mach  $M_s$  de sortie pour  $\gamma$  fixé :**

Le but de ce paragraphe c'est de voir la forme du corps central en changeant le nombre de Mach de sortie en fixant le rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma$  et en essaye de tracer sur le même graphe les formes des tuyères à fin de voir la forme en échelle orthonormé. L'exemple choisi ici et pour  $\gamma = 1.40$  avec cinq valeurs de nombre de Mach  $M_s=2.00, 2.50, 3.00, 3.50$  et  $4.00$ . Les résultats du dimensionnement sont présentés dans le tableau (V.3). La discrétisation est choisie pour  $N_p = 2 * 10^6$  de point sur le corps central.

La figure V.2 suivante présente l'allure du corps central à partir du col jusqu'à la section de sortie pour différentes valeurs du nombre de Mach de sortie. On remarque clairement que plus le nombre de Mach désiré a la section de sortie  $M_s$  est grand demande une forme plus grande par rapport à un nombre de Mach petit.

Concernant les paramètres de conception, on remarque toujours que, la masse du corps central, la poussée, longueur de la tuyère et les autres paramètres augmentent avec l'augmentation du nombre de Mach  $M_s$ . La discrétisation choisi pour l'exécution du programme est  $N_p = 2 * 10^6$  points. Les résultats sont présentés par rapport au rayon polaire  $\lambda_E$  du col afin d'adimensionaliser le calcul.





(a) Forme du corps central pour  $M_s=2.00$  , $2.50$  , $3.00$

(b) Forme du corps central pour  $M_s=3.00$  , $3.50$  , $4.00$

Figure V.2 : Forme du corps central d'une tuyère pour différents nombres de Mach de sortie  $M_s$ .

$M_S$	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00
$\psi$ (°)	63.667388	50.876585	40.353652	31.610627	24.381913
$\varphi_S$ (°)	30.003062	23.580493	19.473095	16.603130	14.478881
$\Phi_S$ (°)	116.332612	129.123415	139.646348	148.389370	155.618087
$\frac{\lambda_S}{\lambda_E}$	3.371134	6.597516	12.655592	23.635094	42.570424
$x_E/\lambda_E$	-0.443581	-0.630678	-0.762062	-0.851630	-0.910814
$y_E/\lambda_E$	0.896234	0.776045	0.647504	0.524144	0.412817
$L/\lambda_E$	3.362979	6.678399	12.693731	23.501305	42.129195
$X_{plug}/\lambda_E$	2.919397	6.047713	11.931669	22.649675	41.218381
$\theta_*$ (°)	26.332610	39.123415	49.646348	58.389370	65.618087
$\frac{M_{plug}}{\rho_0 t l \lambda_E}$	3.493912	7.091070	13.589561	25.124172	44.765940
$\frac{M_{gaz}}{\rho_0 \lambda_E^2 l}$	1.397052	2.539924	4.497669	7.865186	13.463243
$\frac{F_p}{P_0 \lambda_E l}$	0.286684	0.520328	0.745882	0.949934	1.127142
$A_S/A_*$ (calculé)	1.685720	2.63671875	4.218921	6.753509	10.643591
$A_S/A_*$ (exacte)	1.686656	2.6367187	4.229730	6.780140	10.719708

Tableau V.3 : Résultats numériques de conception d'une tuyère pour différents nombres de Mach de sortie  $M_S$  pour un gaz parfait.

**V-3 Variation des paramètres le long de la paroi du corps central :**

Le but de ce paragraphe est de voir la variation des paramètres thermodynamiques et physique sur le long de la paroi du corps central du col jusqu'à la section de sortie de la tuyère. Les exemples choisie ici sont pour  $\gamma = 1.40$  et trois valeurs de  $M_S; M_S = 2.00, 2.50$  et  $3.00$  avec une discrétisation  $N_p = 2 * 10^6$  des points. La détente du gaz est due à l'augmentation du nombre de Mach de  $M = 1$  au col à  $M = M_S$  à la sortie, encore à la diminution de l'angle de déviation de l'écoulement de  $\theta = \theta^*$  au col à  $\theta = 0$  à la sortie pour avoir un écoulement uniforme et parallèle.

**V-3-1 Variation du rapport de pression le long de la paroi de la tuyère :**

La figure V.3 présente la variation du rapport thermodynamique (rapport de pression) sur la paroi du corps central pour  $\gamma = 1.40$ . On remarque une diminution du rapport du col vers la sortie ce qui donne une diminution de la pression et par conséquent une augmentation du nombre de Mach, cela explique une détente rapide à travers le divergent (c'est le corps central).

On remarque une autre chose qu'il y a une variation très rapide et chute de pression juste après le col de la tuyère ensuite une diminution assez faible après cette station jusqu'à la section de sortie.

Les valeurs du rapport au col et à la sortie de la tuyère sont présentées dans le tableau suivant :

$M_S$	2.00	2.50	3.00
$P_E/P_0$	0.528282	0.528282	0.528282
$P_S/P_0$	0.127786	0.058535	0.027279

Tableau V.4 : les valeurs du rapport de pression au col et à la sortie de la tuyère pour différentes nombre de Mach de sortie.

On remarque que la pression à la section de sortie diminue considérablement lorsque le nombre de Mach à la sortie augmente. La valeur du rapport  $P/P_0$  au col est la même puisque  $M_E = 1.00$  et pour les trois courbes on a pris  $\gamma = 1.402$ .

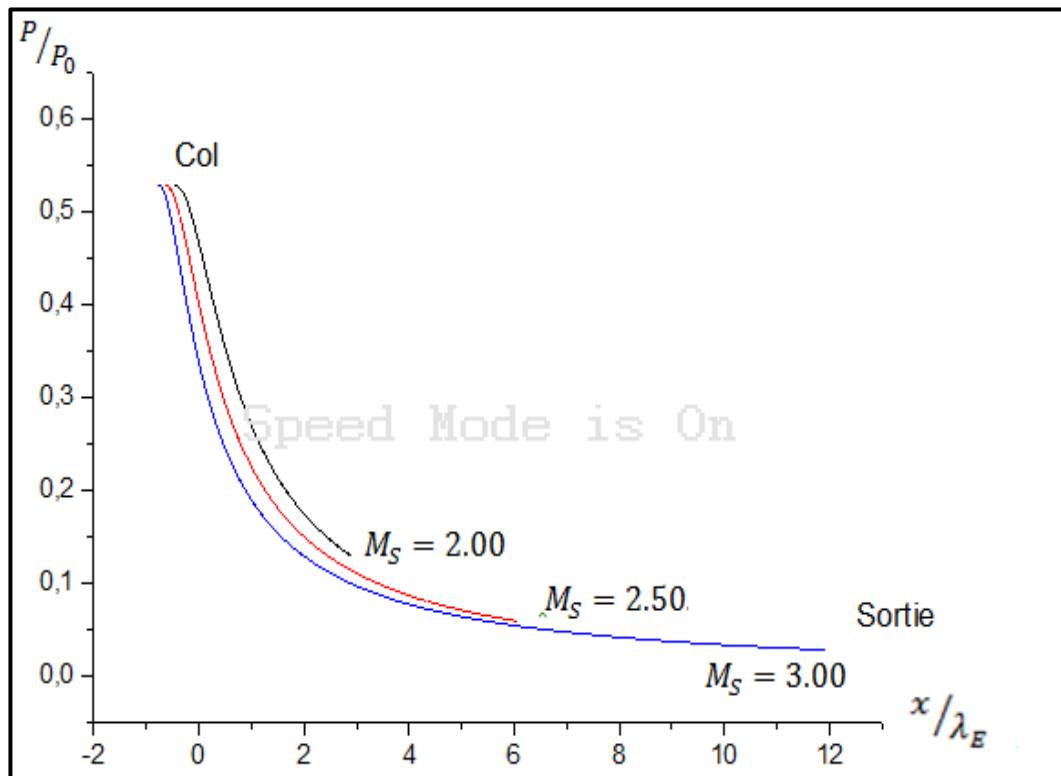


Figure V.3 : Variation du rapport de pression le long de la paroi corps central d'une tuyère pour différentes valeurs de  $M_S$ .

La présentation du rapport  $P/P_0$ , nous servira pour la détermination de la force de pression exercée sur la paroi du corps central, ainsi que pour faire l'étude de la distribution de contrainte et déformation appliquée sur la structure constituant la paroi.

### V-3-2 Variation du rapport de température le long de la paroi de la tuyère :

La figure V.4 présente la variation des rapports thermodynamiques (rapport de température) le long de la paroi du corps central.

On remarque que les sections aux voisinages du col sont chaudes à raison du rapport élevé de  $T/T_0$  au niveau de ces régions ensuite un changement considérable dans une courte région et diminution jusqu'à la section de sortie. Alors le gaz à la sortie est froid par rapport à la région du col. On peut dire ici qu'il faut un matériau réfractaire puissant résistant à la température surtout dans la zone proche du col puisque la température est élevée et rapprocher de celle de la chambre de combustion.

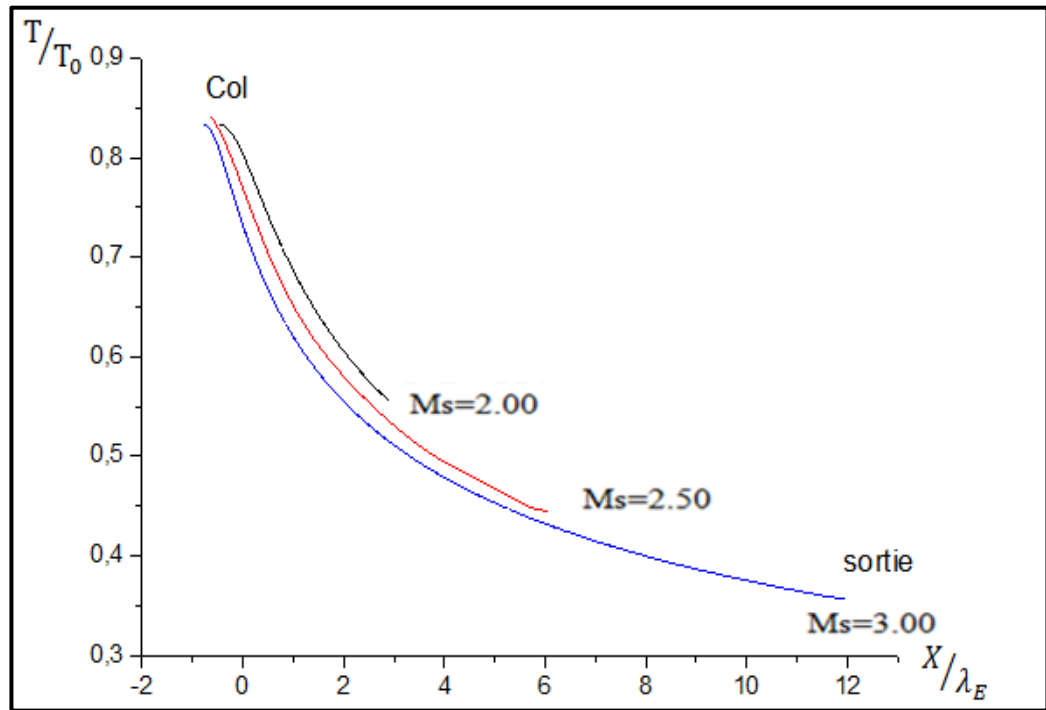


Figure V.4 : variation du rapport de température le long de la paroi du corps central pour différentes valeurs de  $M_s$ .

Les valeurs du rapport  $T/T_0$  au col et à la sortie de la tuyère sont présentées dans le tableau suivant :

$M_s$	2.00	2.50	3.00
$T_E/T_0$	0.832637	0.832637	0.832637
$T_S/T_0$	0.554369	0.450982	0.356041

Tableau V.5 : les valeurs du rapport de température au col et à la sortie de la tuyère pour différents nombre de Mach de sortie

On remarque encore que la température à la section de sortie diminue si le nombre de Mach  $M_s$  augmente, ce qui veut dire qu'il y a une transformation de l'énergie thermique de la chambre de combustion à une énergie cinétique. Le rapport  $T/T_0$  est le même au col ici on a ; Autrement dit le rapport  $T/T_0$  au col dépend de  $\gamma$ .

Le but de la présentation du rapport  $T/T_0$  c'est pour faire un bon choix du matériau, qui va résister à cette distribution de température. On note que cette variation présente encore la

condition aux limites du traitement du problème de transfert de chaleurs avec la paroi du corps central.

### V-3-3 Variation du rapport de la masse volumique le long de la paroi de la tuyère :

La figure V.5 représente la variation du rapport des masses volumiques  $\rho/\rho_0$  à travers la paroi du corps central de la tuyère.

Les valeurs du rapport  $\rho/\rho_0$  au col et à la sortie de la tuyère sont présentées dans le tableau suivant :

$M_S$	2.00	2.50	3.00
$\rho_E/\rho_0$	0.634058	0.634058	0.634058
$\rho_S/\rho_0$	0.230507	0.131790	0.076617

Tableau V.6 : Résultat du rapport  $\rho/\rho_0$  pour différentes valeurs de  $M_S$ .

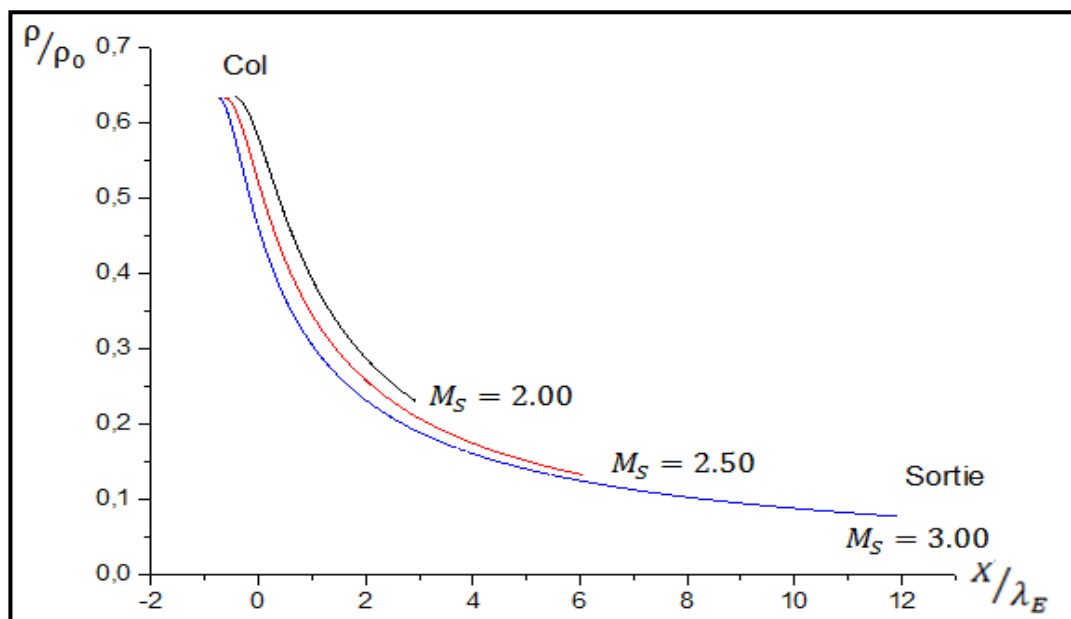


Figure V.5 : Variation du rapport de la masse volumique le long de la paroi du corps central pour différentes valeurs du nombre de Mach de sortie.

### V-3-4 Variation de nombre de Mach le long de la paroi de la tuyère :

La figure V.6 représente la variation de nombre de Mach à travers la paroi interne du corps central, on remarque clairement l'augmentation du nombre de Mach du col jusqu'à la

section de sortie. On voit clairement encore qu'au col, le nombre de Mach est égale à l'unité et à la section de sortie de la tuyère est uniforme.

On remarque encore une variation rapide juste après le col environ de 15% de région totale où la détente de gaz est assez grande dans cette région. Cette variation est d'allure identique indépendamment de la valeur de  $\gamma$ . Par conséquent, on peut dire que cette augmentation de nombre de Mach explique naissance d'une énergie cinétique par transformation d'une énergie thermique emmagasinée dans le gaz sous forme de température élevée  $T_0$  de la chambre de combustion.

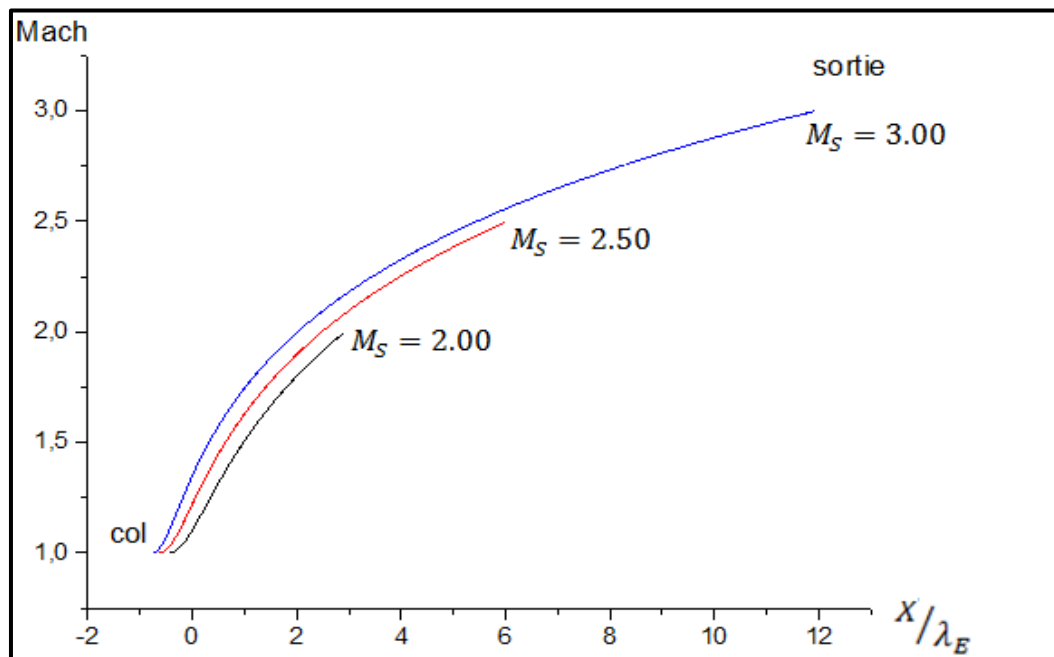


Figure V.6 : Variation de nombre de Mach le long de la paroi du corps central.

### V-3-5 Variation de l'inclinaison de la paroi du corps central :

La figure V.7 représente la variation de l'inclinaison de la paroi du corps central, on remarque que l'inclinaison de la paroi à la section de sortie est nulle, ce qui donne que l'écoulement est horizontal. Autrement dit, il est unidimensionnel. Au niveau du col de chaque allure, l'inclinaison de la paroi n'est pas nulle par rapport à l'horizontal afin d'aborder au maximum la taille de la tuyère à l'intérieur et pour donner une détente très grande et rapide.

M <sub>S</sub>	2.00	2.50	3.00
θ (degré) col	26.332616	39.044311	49,64635
θ(degré) sortie	0.00	0.00	0.00

Tableau V.7 : Les valeurs numériques de l'inclinaison de la paroi au col de la tuyère.



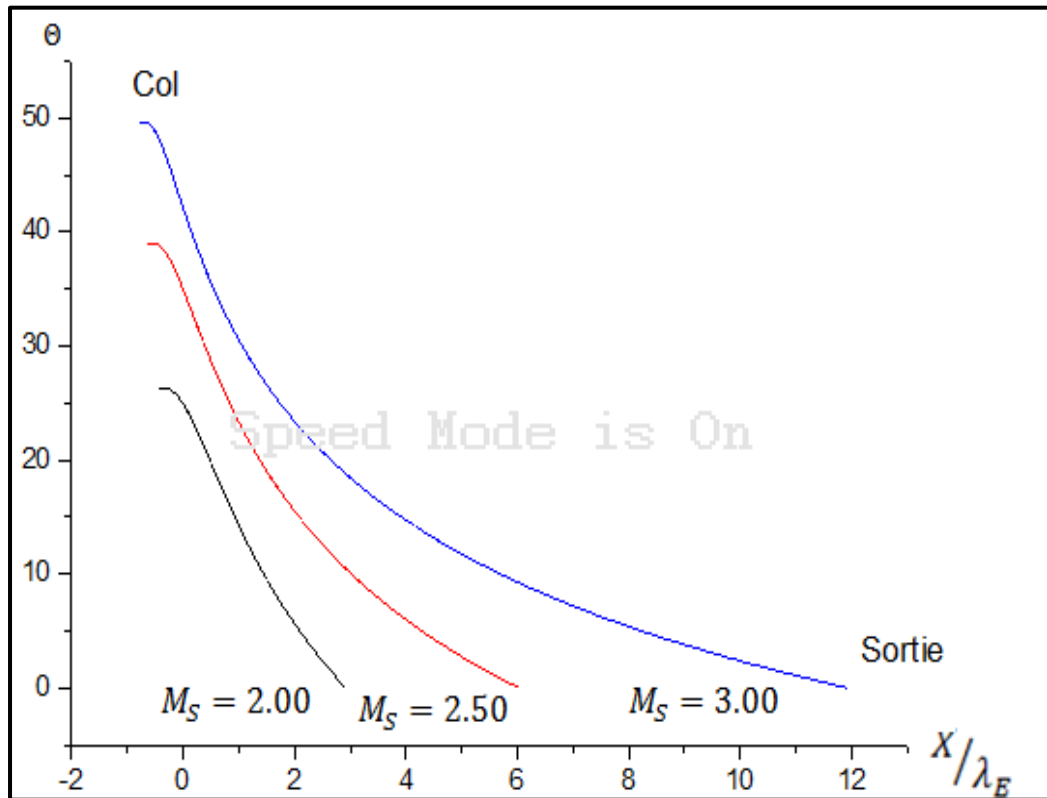


Figure V.7 : Variation de l'angle d'inclinaison de la paroi du corps central pour différentes valeurs de  $M_S$ .

#### V-4 Variation des paramètres du dimensionnement :

Le but de ce paragraphe c'est de présenter la variation des paramètres de dimensionnement en fonction du nombre de Mach  $M_S$  dans l'intervalle [1.00, 5.00]. On a choisi cet intervalle par ce que les hypothèses présent ici pour la formulation du problème sont valable généralement dans le domaine supersonique fixé par les auteurs dans l'intervalle considéré. Au-delà de ce nombre de Mach, le gaz ne devient plus calorifiquement et thermiquement parfait puisque la température augmente considérablement et le gaz se dissocié pour former des atomes. Ce régime est appelé régime hypersonique où d'autres paramètres physiques doivent être présent en compte. La discrétisation choisie pour l'obtention des résultats est  $N_p = 2 * 10^6$  de points.

**V-4-1 Variation de la longueur du corps central en fonction du  $M_S$ :**

La courbe suivante présente la variation de la longueur de la tuyère  $L/\lambda_E$  en fonction du nombre de Mach de sortie.

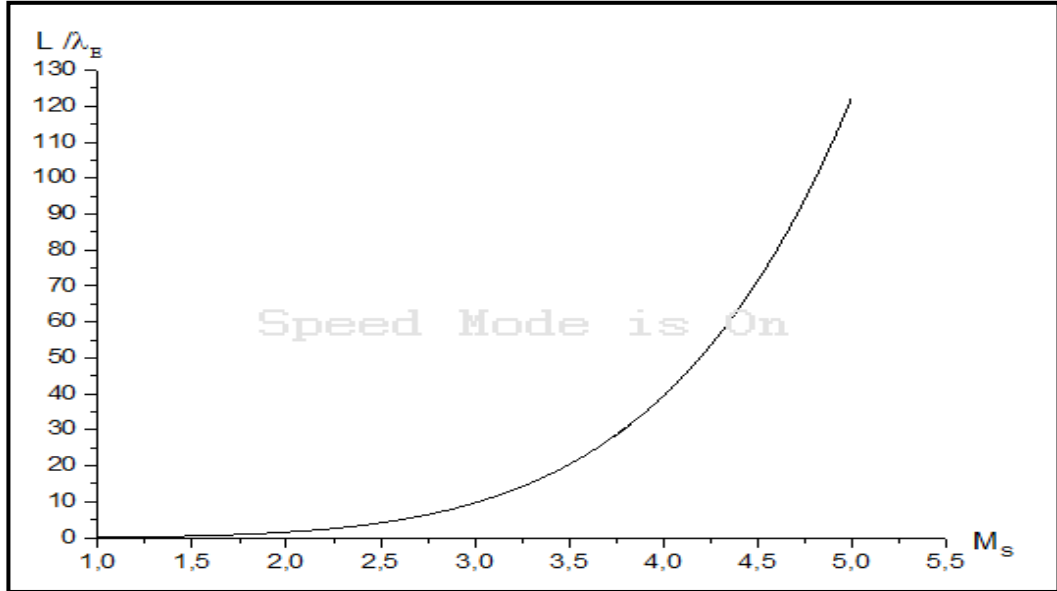


Figure V.8 : Courbe de variation de la longueur du corps central en fonction de  $M_S$ .

**V-4-2 Variation du  $\frac{M_{plug}}{\rho_0 t \lambda_E}$  en fonction du  $M_S$ :**

La courbe suivante présente la variation de la masse de la tuyère en fonction du nombre de Mach.

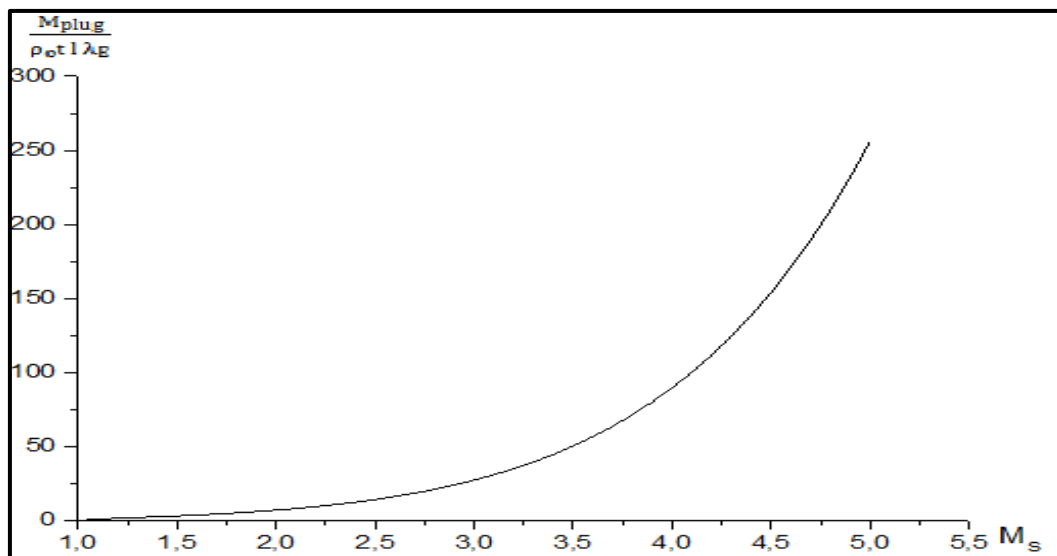


Figure V.9 : Courbe de variation de la masse du corps central de la tuyère en fonction  $M_S$ .

**V-4-3 Variation du  $\frac{M_{\text{gaz}}}{\rho_0 l \lambda_E^2}$  en fonction du  $M_S$ :**

La courbe suivante présente la variation de la masse du gaz du divergent en fonction de nombre de Mach de sortie  $M_S$ .

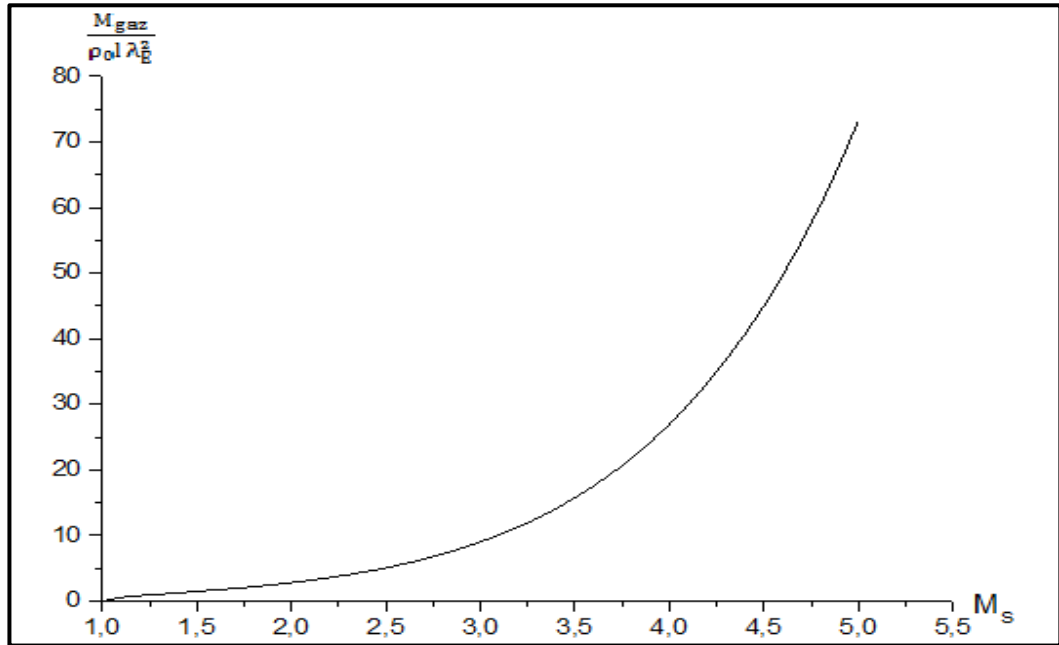


Figure V.10 : Variation de la masse du gaz du divergent en fonction de  $M_S$

**V-4-4 Variation de l'angle  $\psi$  en fonction du  $M_S$ :**

La courbe suivante présente la variation de l'angle de déviation du 'Lip' par rapport à la vertical en fonction du nombre de Mach de sortie.

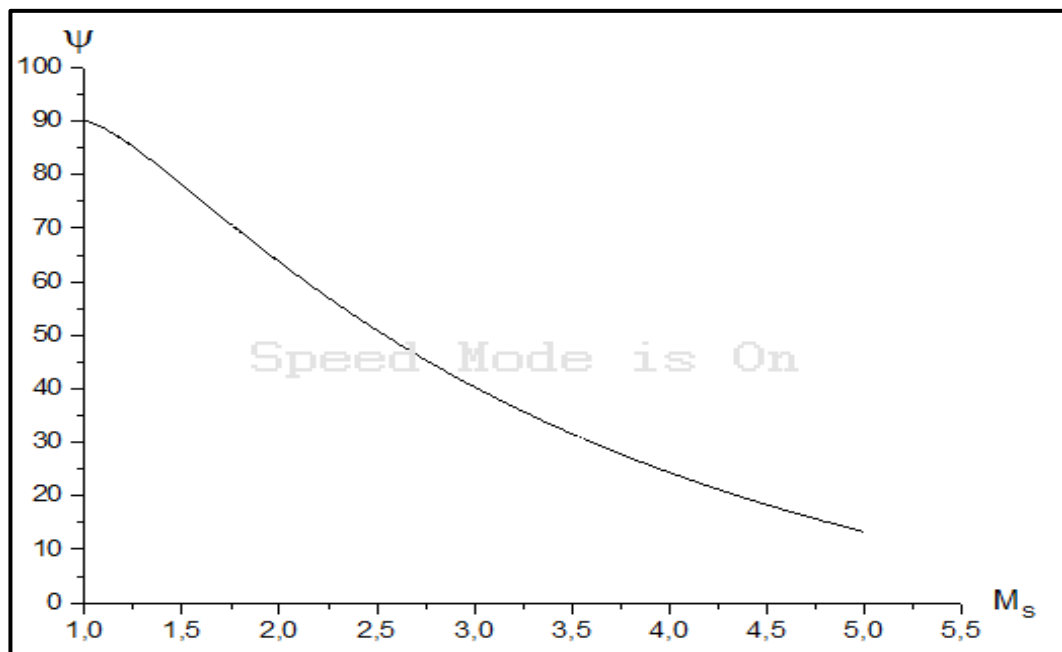


Figure V.11 : Variation de l'inclinaison du 'Lip' par rapport à la vertical en fonction de  $M_S$ .

**V-4-5 Variation de  $\frac{F_p}{P_0 \lambda_E l}$  en fonction du  $M_s$ :**

La figure suivante présente la variation du rapport de la force de pression en fonction du nombre de Mach de sortie.

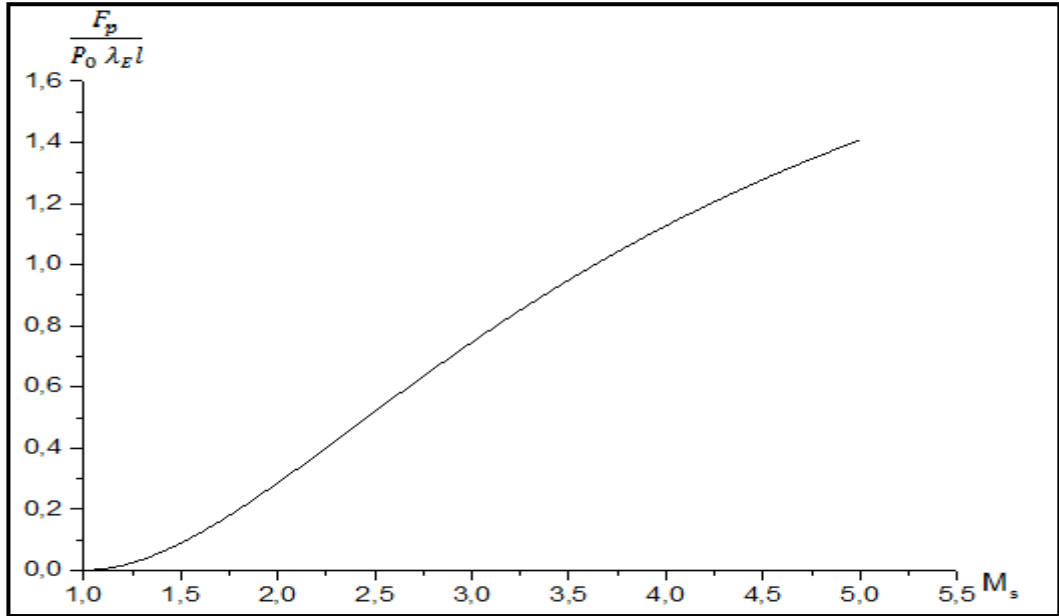


Figure V.12 : Variation de la force de poussée de corps central en fonction de  $M_s$ .

**V-4-6 Variation de  $\frac{X_{plug}}{\lambda_E}$  en fonction du  $M_s$ :**

La courbe suivante présente la variation de en fonction du nombre de Mach de sortie.

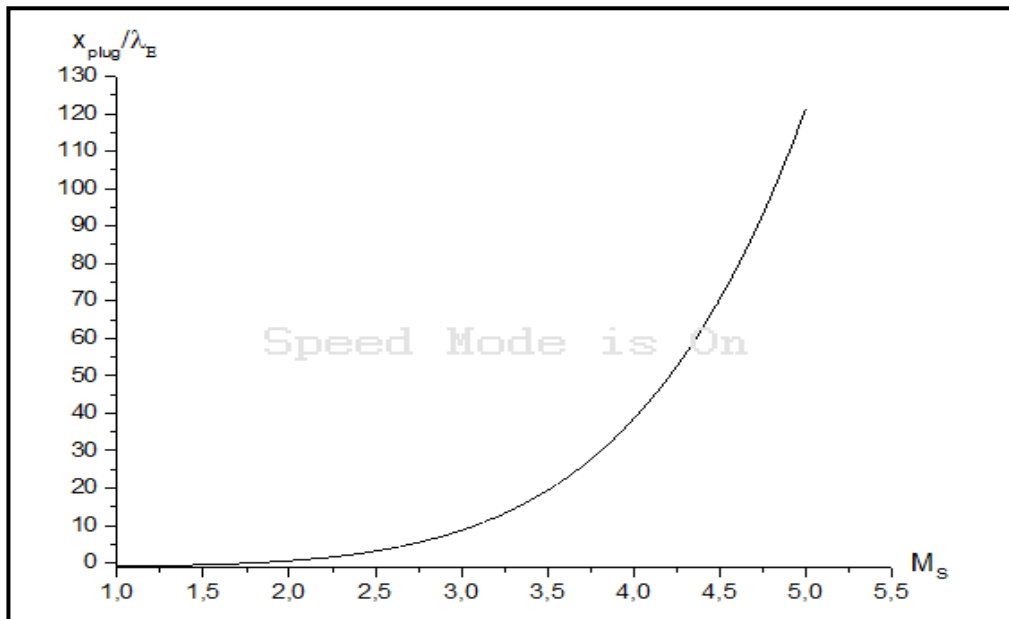


Figure V. 13 : Variation de  $\frac{X_{plug}}{\lambda_E}$  en fonction de  $M_s$ .



Chapitre VI:

Simulation Numérique

Par Fluent

**Introduction :**

L'outil CFD (Computational Fluid Dynamics) devient de plus en plus intéressant surtout après le saut énorme dans le domaine informatique en termes de vitesse des processeurs et d'espace mémoire disponible. Ce qui rend la CAO (conception assistée par ordinateur) et la simulation numérique des phénomènes physiques plus économiques et plus rapides que les méthodes classiques.

La CFD (Computation Fluid Dynamics) est simplement le calcul numérique appliqué à la mécanique de fluides. Cela consiste à résoudre sur une géométrie donnée les équations fondamentales de la mécanique des fluides, que l'on peut éventuellement coupler aux équations de transfert thermique ou de réaction chimique.

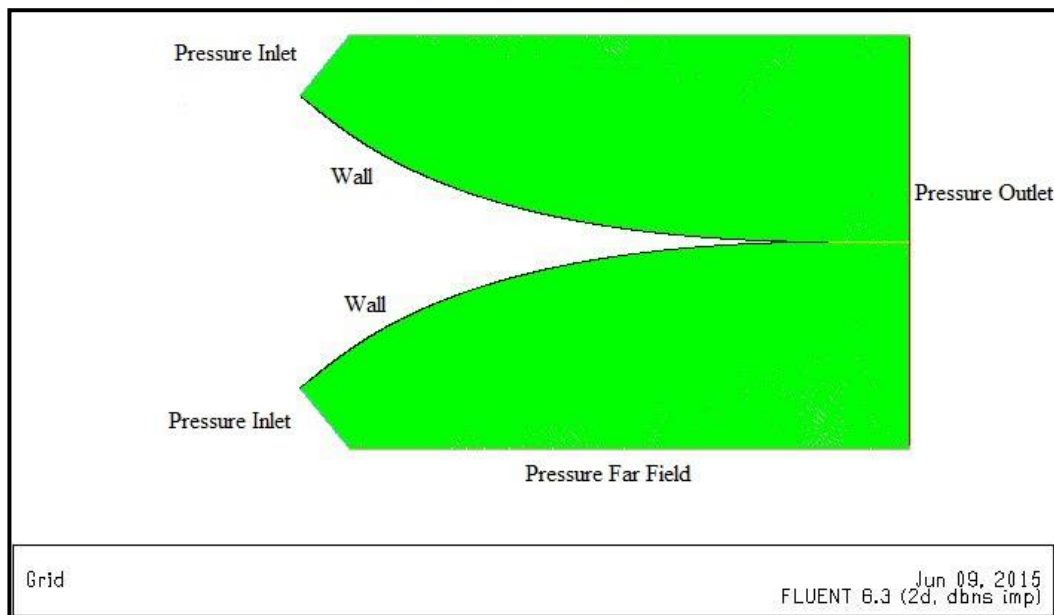
**VI-1 Le Maillage :****VI-1-1 Le Maillage et le volume de contrôle :**

Figure VI .1 : Le Maillage et le volume de contrôle.

La figure VI. 1 représente le maillage, le volume de contrôle et les conditions aux limites utilisées pour faire le calcul, dans ce cas, on a un calcul des écoulements internes et 2D avec la présence des ondes des détentes de types Prandtl Meyer, alors une condensation et raffinement du maillage est nécessaire surtout dans les zones de haute pression (le col) et proche à la paroi, le maillage utilisé est triangulaire structuré contient 147312 nœuds et 293183 maille.

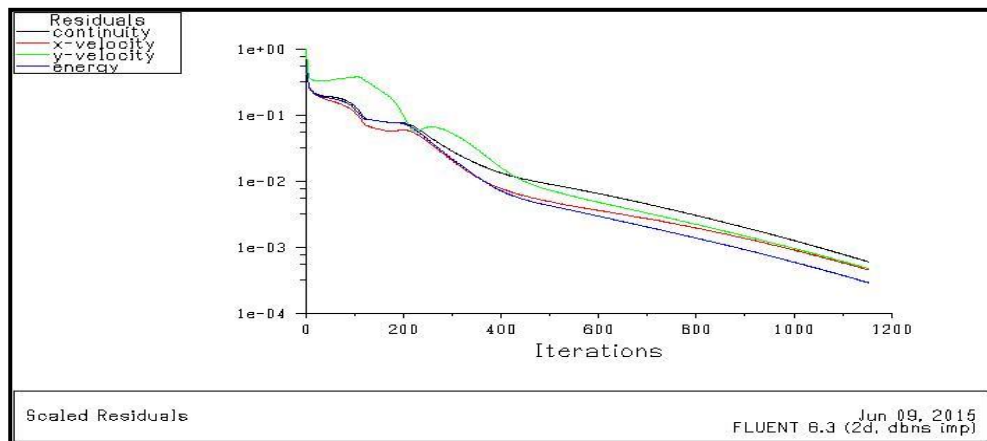
**VI-1-2 Histoire de convergence :**

Figure VI .2 : Histoire de convergence.

La figure VI. 2 représente l’histoire de convergence de cas traité. Cette figure montre que tous les résidus sont baissés d’au moins trois ordres de grandeurs et indiquent donc que tous les résidus sont convergés.

**VI-1-3 Contour de la pression statique :**

La figure VI. 3 représente le contour de la pression statique dans la tuyère étudiée, On remarque généralement une diminution de la pression statique du col jusqu’à la sortie de la tuyère, par exemple la pression statique au niveau du col égale  $9.46 \cdot 10^6 \text{Pa}$ , et elle diminue jusqu’à  $2.18 \cdot 10^4 \text{Pa}$ , mais cette diminution se fait graduellement et progressivement, ce qui veut dire l’existence des ondes de détente de type Prandtl-Meyer surtout au niveau du col, et remarquable dans la figure par les lignes de Mach.

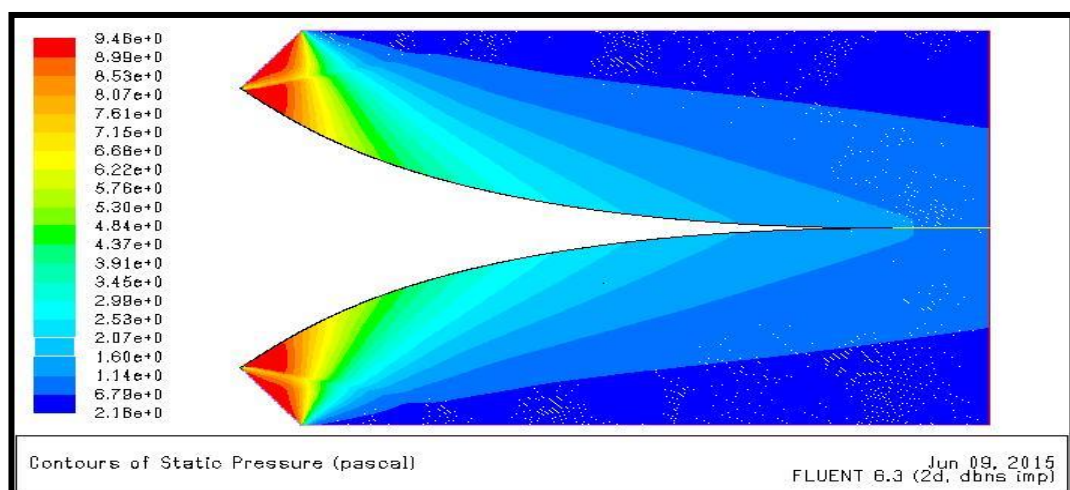


Figure VI. 3 : Contour de la pression statique



**VI-1-4 Contour de la masse volumique :**

La figure VI. 4 représente le contour de la masse volumique dans la tuyère étudiée, On remarque généralement une diminution de la masse volumique du col jusqu'à la sortie de la tuyère, par exemple la masse volumique au niveau du col égale  $2.44 \text{ Kg/m}^3$  et elle diminue jusqu'à  $0.192 \text{ Kg/m}^3$ , cette diminution se fait graduellement et progressivement, ce qui s'indique de l'apparaître de la compressibilité dans le calcul des écoulements supersoniques.

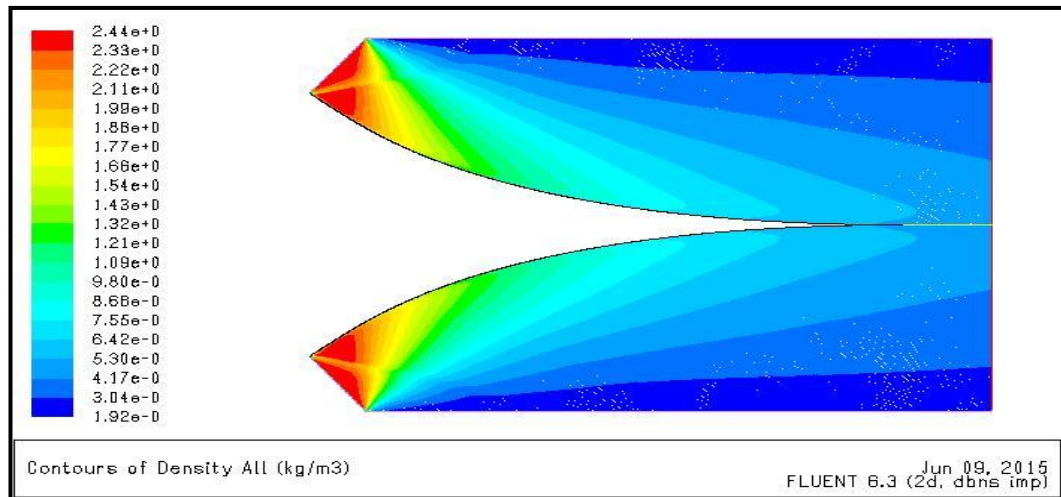


Figure VI.4 : Contour de la masse volumique.

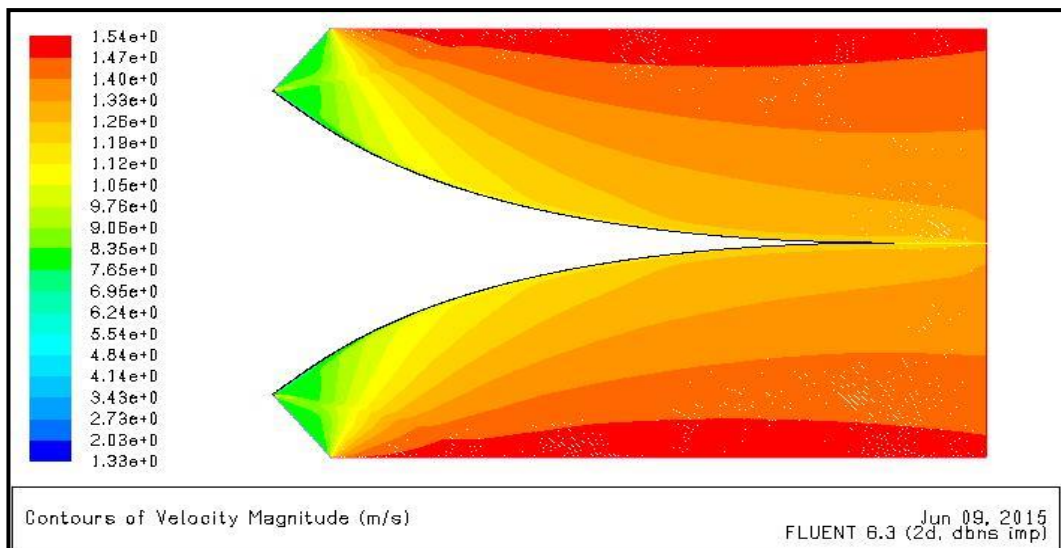
**VI-1-5 Contour de la vitesse et nombre de mach :**

Figure VI.5 : Contour de la vitesse

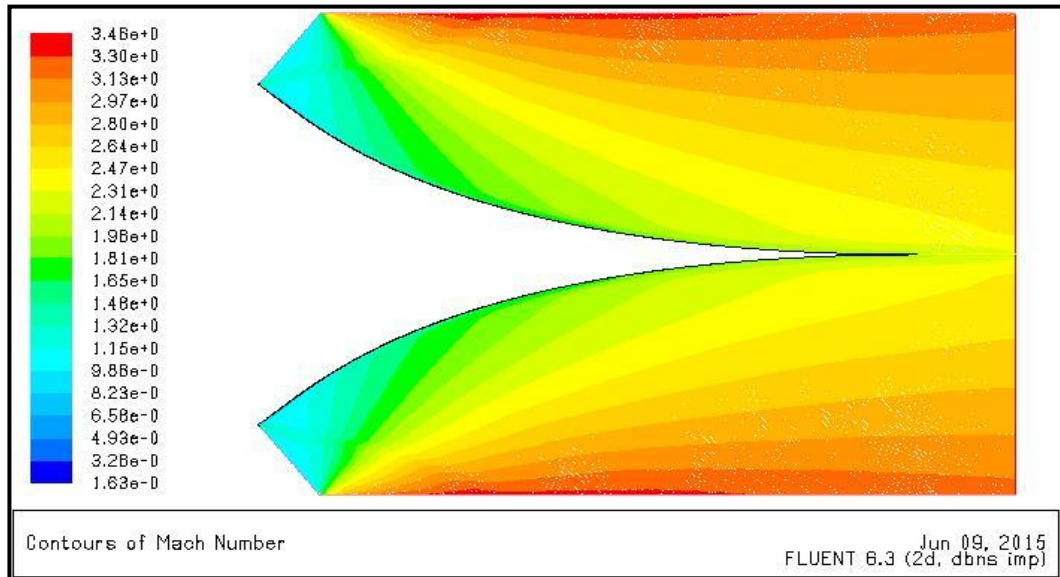


Figure VI. 6 : Contour de nombre de Mach

Les figures VI. 5 et VI. 6 représentent le contour de la vitesse et le nombre de Mach relatif dans la tuyère étudiée, On remarque généralement une augmentation de la vitesse du col jusqu'à la sortie de la tuyère, par exemple la vitesse au niveau du col égale 835m/s avec un nombre de Mach égal à 1.0 et elle augmente jusqu'à 1540m/s avec un nombre de Mach  $M_s=2.5$  au niveau de l'axe de symétrie, mais cette augmentation se fait graduellement et progressivement, ce qui veut dire l'existence des ondes de détente de type Prandtl-Meyer surtout au niveau du col, et on peut remarquer clairement dans la figure les lignes de Mach.

Pour les mêmes données enregistrées sur les figures VI. 4 et VI. 6 le nombre de Mach local dans la tuyère varie contrairement à la pression statique local ceci est confirmé par l'équation de Bernoulli.

#### VI-1-6 Contour de la température statique :

La figure VI. 7 représente le contour de la température statique dans la tuyère étudiée, on remarque généralement une diminution de la température statique du col jusqu'à la sortie de la tuyère, par exemple la température statique au niveau du col égale 1650 K et elle diminue jusqu'à 550 K, cette diminution se fait graduellement et progressivement, ce qui montre les étapes de refroidissement des écoulements.

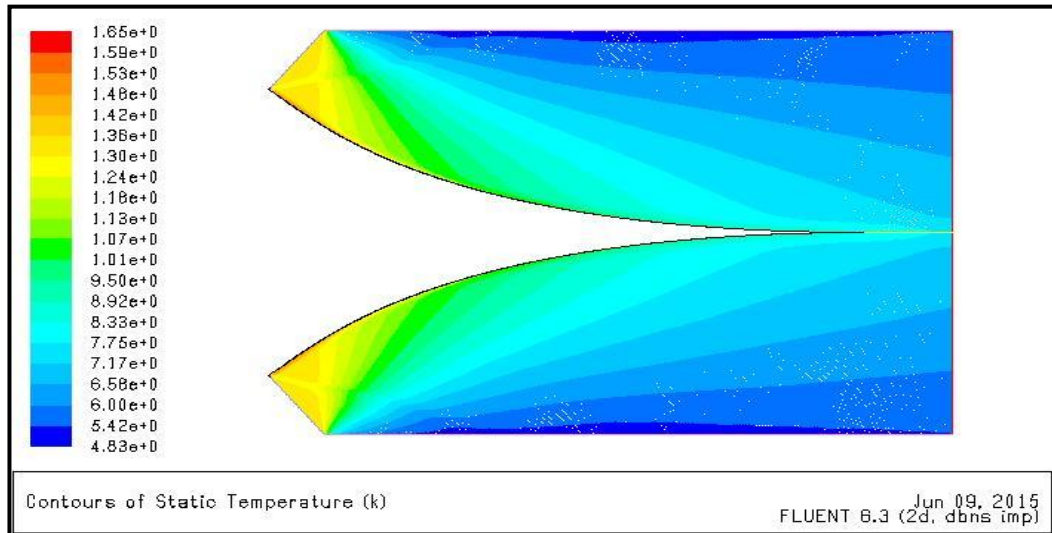


Figure VI.7 : Contour de la température statique

### VI-1-7 les vecteurs des lignes de courant :

La figure VI.8 représente les vecteurs des lignes de courant dans la tuyère étudiée, On remarque généralement que les lignes de courant prennent la forme du corps centrale et condensée, et devient uniforme dans sortie.

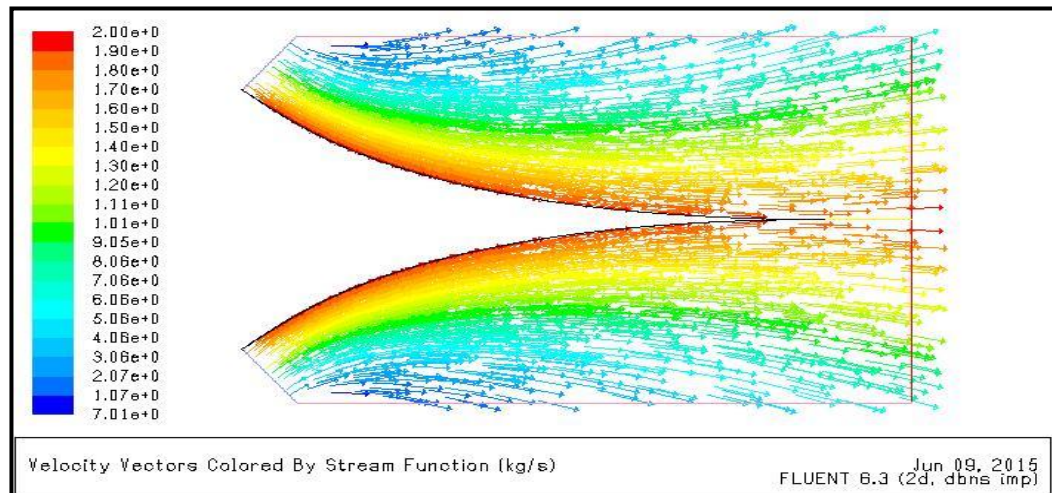


Figure VI. 8 : les vecteurs des lignes de courant.

### VI-2 Les paramètres au niveau de la paroi :

#### VI-2-1 Variation de pression statique sur la paroi :

Nous servira pour déterminer la force de pression statique exercée sur la paroi du divergent. Cette figure indique une chute de pression statique à travers le divergent qui va délivrer une force de pression. La pression statique servie encore pour faire l'étude sur la distribution de la contrainte radiale et tangentielle, pour but d'étudier la résistance du matériau.

La figure VI.9. Présente Variation de Pression statique le long de la paroi à travers la tuyère à corps central bidimensionnelle type à bouchon dimensionnée sur la base du modèle gaz parfait. On voit une augmentation de pression statique juste après la détente au col lorsque la température génératrice  $T_0$  augmente, et une diminution de pressions dans la région de Kernel à travers la paroi. Plus que la température de chambre de combustion augmente plus que la distribution de pression du gaz parfait sur la paroi augmente on remarque l'effet de température. La pression rentre dans le cadre de calcul de coefficient de poussé.

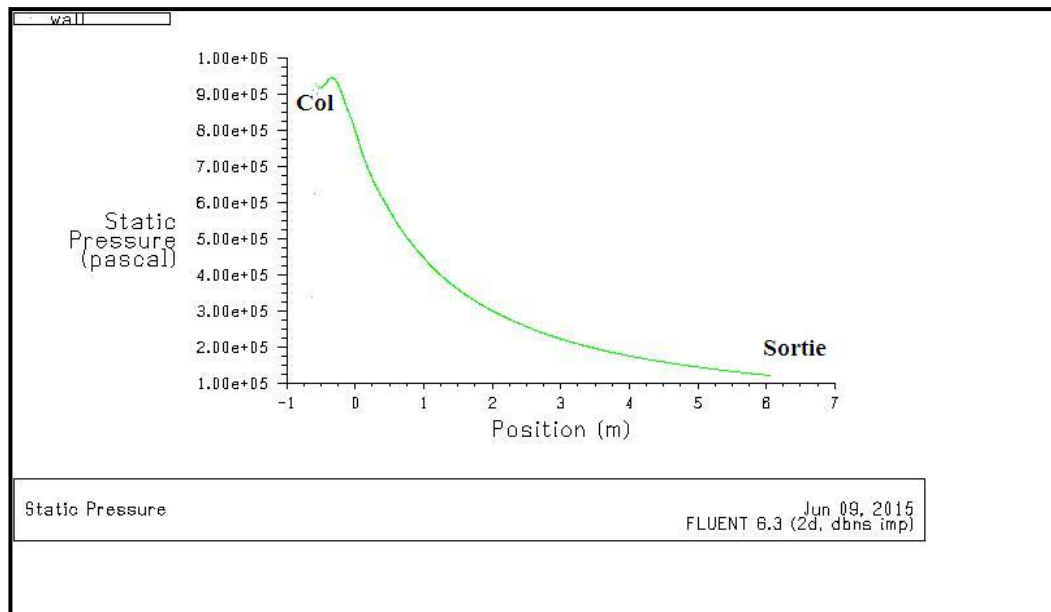


Figure VI. 9 : pression statique sur la paroi

### VI-2-2Variation de nombre de mach M et la Vitesse sur la paroi :

Nous donne une indication sur l'écoulement.

La figure VI.10 Présente la variation de nombre de Mach M et la vitesse le long de la paroi à travers la tuyère à corps central bidimensionnelle type à bouchon dimensionnée sur la base du modèle gaz parfait. On voit clairement une diminution du nombre du Mach juste après la détente au col lorsque la température génératrice  $T_0$  augmente, et une augmentation de nombre de Mach au niveau de la région du Kernel à travers la paroi.

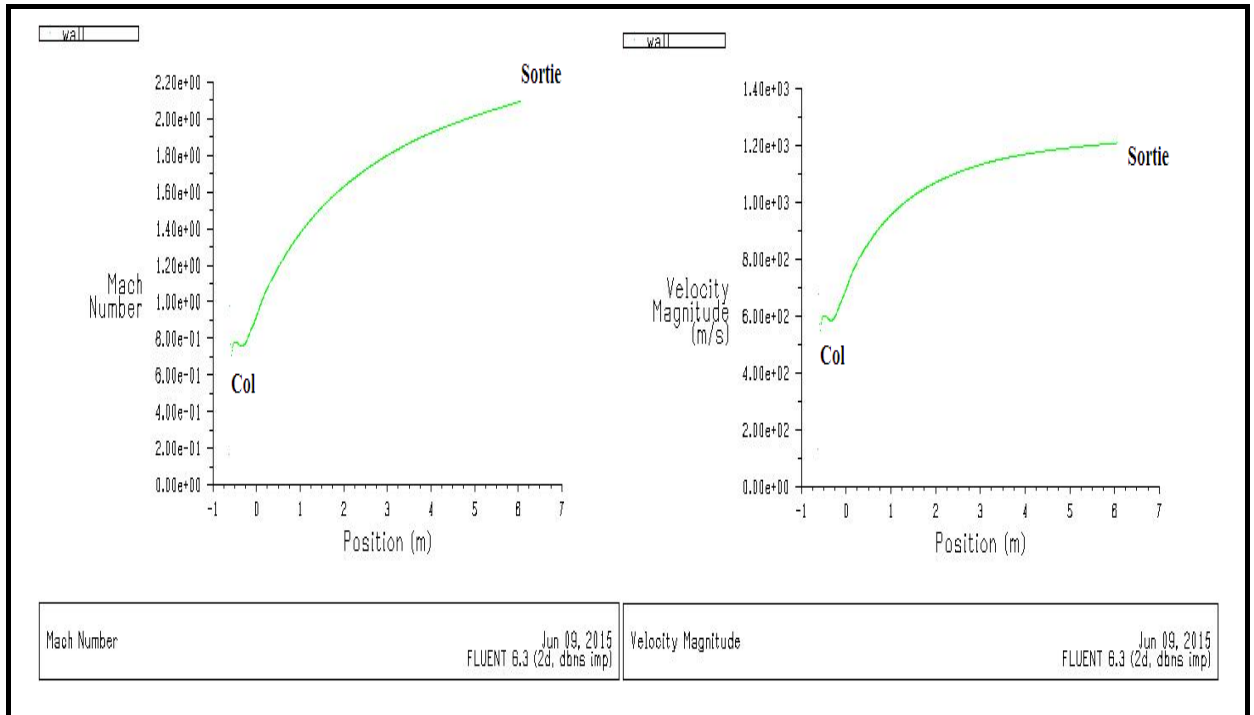
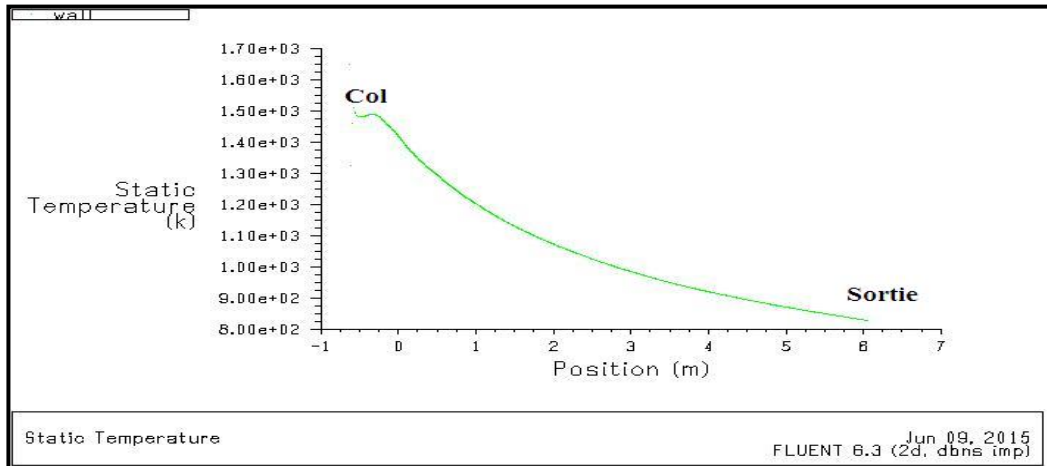


Figure VI.10 : La variation de nombre de Mach et de la vitesse le long de la paroi d'une tuyère 'PN'.

### VI-2-3 Variation de la température statique sur la paroi :

Nous donne une indication sur le choix convenable du matériau de la construction qui va résister à cette température. La température statique nous servie encore pour déterminer la condition au limite interne du modèle mathématique du transfert de chaleur à travers le matériau utilise pour la construction de la tuyère.

La figure VI.11 Présente la variation de la température statique le long de la paroi à travers la tuyère à corps central bidimensionnelle type à bouchon dimensionnée sur la base du modèle gaz parfait. On voit une augmentation la température statique juste après la détente au col lorsque la température génératrice  $T_0$  augmente, et une diminution de la température statique au niveau du région de Kernel à travers la paroi.

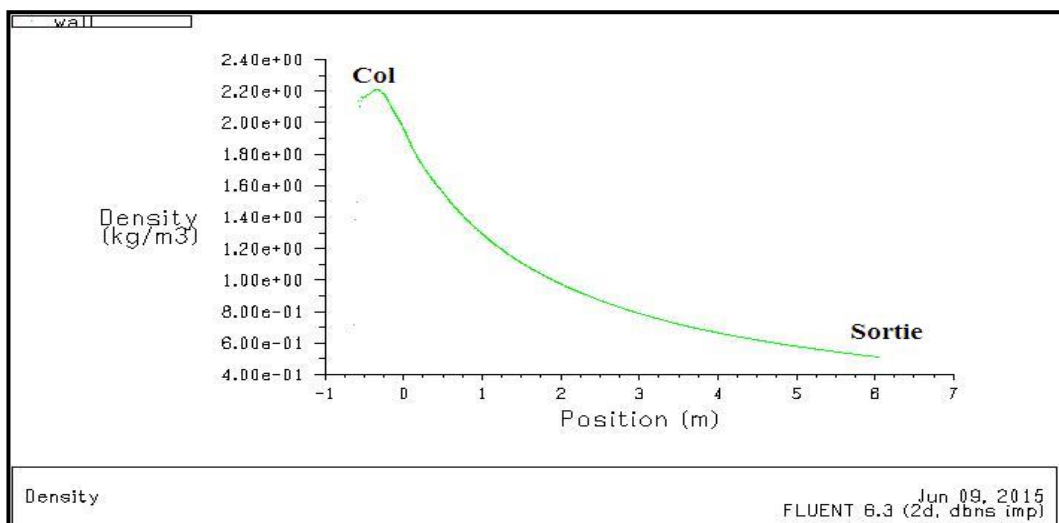


La figure VI.11 : La température statique sur la paroi

#### VI-2-4 Variation de la masse volumique sur la paroi :

Nous donne une indication sur la quantité du gaz qui va traverser le divergent afin de déterminer la durée de la vie du carburant. Encore il servira pour l'obtention du rapport des pressions.

La figure VI.12 Présente la variation de Masses Volumiques le long de la paroi à travers la tuyère à corps central bidimensionnelle type à bouchon dimensionnée sur la base du modèle gaz parfait. On voit une augmentation de la masse volumique juste après la détente au col lorsque la température génératrice  $T_0$  augmente, et une diminution de la masse volumique dans la région de Kernel à travers la paroi. La masse volumique n'est pas importante pour nous, parce que nous permet de calculer le débit et on a un débit entre la section d'entrée et la section de sortie à travers la tuyère constant au niveau de la paroi ce qui démontre son non influence.



La figure VI.12 : Masse volumique sur la paroi.





# Conclusion



### CONCLUSION

La conception des tuyères supersoniques reste un domaine assez vaste avec des sujets de recherches riches en progression, tels que l'amélioration de la manœuvrabilité et la furtivité des avions de combat via l'obtention d'une poussée maximale par l'intermédiaire de la conception de la tuyère.

A partir de cette étude de calcul de l'écoulement supersonique dans la tuyère à corps central type à bouchon « Plug Nozzle » bidimensionnelle avec l'hypothèse d'un gaz parfait et dans le cadre d'un gaz thermiquement et calorifiquement parfait. On a pu avoir nos résultats d'après :

-Le programme de calcul numérique, qui permet de déterminer par une méthode développée en collaboration, les formes de profils des tuyères supersoniques planes à corps central « Plug Nozzle » donnant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle, et le calcul des paramètres thermodynamiques à travers la tuyère.

-La simulation numérique qu'on a réalisée par le code fluent pour le cas bidimensionnelle dans le cadre d'un gaz parfait.

A la fin on peut citer les points suivants :

- Le choix du nombre de Mach de sortie influe sur la conception de celle-ci de sorte qu'un nombre de Mach de sortie plus élevé demande une taille de tuyère plus ample.
- La plus petite longueur de tuyères est obtenue dans le cas d'une tuyère à corps central.
- Tous les paramètres et autres peuvent être déterminés en fonction du nombre de Mach à la sortie  $M_S$  et le rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma$  du gaz utilisé pour le modèle GP.
- La variation des paramètres thermodynamiques contribue au choix du matériau de construction de la tuyère.

Travaux de future :

Après une recherche bibliographique assez poussée dans le domaine de la conception des tuyères supersoniques tout au long de notre étude, nous remarquons que différents documents et travaux publiés du domaine traitent le modèle du gaz parfait à chaleurs spécifiques  $C_p$  et  $C_v$  constantes [6], [7], [25] pour différentes configurations de tuyères, tel

## Conclusion général

---

que nous l'avons effectué dans ce mémoire pour la tuyère à corps central de type à bouchon. Cependant, l'hypothèse du gaz parfait devient irrecevable en ce qui concerne le comportement réel du gaz lorsque la température génératrice est élevée, dépassant les 1000 K. De ce fait, le modèle mathématique de calcul nécessite une reconsidération tout en tenant compte de la variation de température, d'où la nouvelle dénomination « modèle du gaz parfait à haute température ». Il faut noter qu'au niveau de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement, il n'y a pas de changement quelconque sauf pour la conservation de l'énergie.

L'application des tuyères dimensionnées sur la base des hypothèses d'un gaz parfait au cours des expériences aéronautiques, quand la chambre de combustion génère des températures élevées, donne des résultats concernant les performances convoités par la tuyère, avec des valeurs différentes de celles définies par le calcul. Nous proposons alors en tant que sujet de mémoire future de faire la conception du même type de tuyères 'Plug Nozzle', en développant un modèle mathématique qui va tenir compte de la température et la pression, et ainsi en apportant des modifications à l'étude que nous avons établie.

Pour une étude encore plus poussée pour la tuyère à corps central de type à bouchon, nous proposons des sujets de thèse suivants :

- Faire la conception et le dimensionnement à géométrie axisymétrique en tenant compte de la variation de température par la méthode des caractéristiques vu la réflexion des ondes de Mach sur la paroi de la tuyère, avec les hypothèses d'un gaz parfait, calorifiquement parfait et thermiquement parfait.
- Développer le modèle tridimensionnel de sections carrées ou elliptiques.
- Essayer de considérer le 'Lip' comme une région de courbure et voir son influence sur la forme obtenue de la tuyère.
- Le décollement de la couche limite à travers la tuyère supersonique à de forts régimes de sur-détente désigne également un thème intéressant à traiter.

En fin de compte, nous espérons que ce modeste travail puisse représenter une référence de base pour des études à venir approfondies dans la conception des tuyères supersoniques à corps central de type à bouchon, ainsi nous y contribuerons de cette manière.

## Références

---

- [1] PIERRE LAVAL. "Time dependant calculation method for transonic nozzle flows "Lecture Notes in physics, Flow field calculations, Session IV, pp. 187-192, 1971
- [2] M.C.CLINÉ. "Computation of steady nozzle flow by a time dependent method", AIAA Journal, Vol. 12, No.4,pp. 419-429, 1974.
- [3] M. C. CLINÉ. "Computation of two-dimensional viscous nozzle flow", AIAA Journal, Vol. 14, No.3,pp. 295-296. 1974.
- [4] M. C. CLINÉ, RICHARD G. WILMOTHF. "Computation of High Reynolds Number Internal/External Flows", AIAA Journal, Vol. 21, No.2, pp. 172-173, 1982.
- [5] M. C. Cline. VNAP2: "A computer program for computation of two-dimensional, time-dependent compressible turbulent flow", Rapport LOS ALAMOS National Laboratory, 1981.
- [6] RAO, G. V. R, "Exhaust nozzle contour for optimum thrust", Jet Propulsion, Vol. 28, No. 6, June 1958.
- [7] RAO, G.V.R., "Approximation of optimum thrust nozzle contours", ARS Journal J30 (6), June 1960.
- [8] SHAPIRO, A. "The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow", New York: Ronald Press, 1953.
- [9] THOMPSON, P. "Compressible Fluid Dynamics", MCGRAW-HILL, 1972.
- [10] L. BOCCALETTO."Maîtrise du décollement de tuyère. Analyse du comportement d'une tuyère de type TOC et définition d'un nouveau concept: le BOCCAJET", thèse de doctorat à Aix-Marseille Université, soutenue le 19 janvier 2011.
- [11] EL-KACHBOUR.K ET KOUDRI-B,"Simulation Numérique sur les tuyères supersoniques tronquées 2009".
- [12] YOHANN PERROT, "étude, mise au point et validation de modèles de turbulence compressible", Thèse de doctorat, INSA de Rouen 2006.
- [13] SEBASTIN.CANDEL., "Mécanique des fluides : Cours", Editions Dunod, Paris France.1995.
- [14] P. CARRIERE., "Aérodynamique interne Tuyère et Jets," deuxième partie. Toulouse Ecole nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace, 1971.
- [15]P. REIJASSE., "Aérodynamique des tuyères supersoniques",ENSAM.2007  
[http://sin-web.paris.ensam.fr/IMG/pdf/Cours\\_ENSAM\\_Reijasse.pdf](http://sin-web.paris.ensam.fr/IMG/pdf/Cours_ENSAM_Reijasse.pdf)
- [16] Martin J. L. Turner. "Rocket and spacecraft propulsion", 3ème Edition. Praxis Ltd,Chichester, UK, 2009.

## Références

---

- [17] MARTIN J. L. TURNER., "Rocket and spacecraft propulsion", 3<sup>ème</sup> Edition. Praxis Ltd, Chichester, UK, 2009.
- [18] ZEBBICHE. T., "Conception et dimensionnement des tuyères supersoniques de propulsion", Thèse de doctorat d'état, Département Aéronautique, Université SAAD DAHLEB de Blida, 25 juin 2007.
- [19] PETERSON C.R. and Hill. P. G., "Mechanics and Thermodynamics of Propulsion", 2nd edition. Addition-Wesley Publishing Company Inc., New York, 1992.
- [20] MALINA F. J., "Characteristics of the rocket motor based on the theory of perfect gases," J. Franklin Inst., Vol. 230, PP. 433-450, 1940.
- [21] HAMITOUCHE.T., DJEBBAR.O., "Développement d'une méthode de conception de profils de tuyères double galbes (dual bell-nozzle) ", mémoire pour l'obtention de diplôme de Master , Département D'Aéronautique, Université SAAD DAHLEB de Blida, juin 2014.
- [22] Sutton G. P., "Rocket Propulsion Elements", sixth edition, California, 1992.
- [23] REIJASSE, P., James. Ph. and VUILLERMOZ. P., "Dimensionnement des tuyères moteurs-fusées objectives et contraintes", Symposium International AAAF-Véhicules et systèmes de rentrée atmosphérique Arcachon, France, 26-29 mars 2001.
- [24] BOURGOING. A., "Stationnarité et dissymétrie d'un écoulement supersonique décolle dans une tuyère plane", Thèse de doctorat en mécanique des fluides de l'université Paris 6, 20 juin 2002.
- [25] HAGEMANN, G., IMMICH, H., VAN NGUYEN, T. and DUMNOV G. E., "Advanced Rocket Nozzles", Journal of Propulsion and Power, Vol.14,n° 5,(September-October 1998).
- [26] REIJASSE, P., "Aérodynamique des tuyères propulsives en sur-détente : décollement libre et charges latérales en régime stabilisé", Thèse de doctorat en mécanique des fluides de l'université Paris, 6 septembre 2005.
- [27] Ralston A. and RABINOWITZ P., "A First Course in Numerical Analysis", McGraw-Hill Book Company, 1985.
- [28] SHAPIRO .A. H., "The Dynamics and thermodynamics of compressible Fluid Flow" ,Vol. 1. The Ronald Press Company, New York, 1953.
- [29] ZEBBICHET. and YOUBI Z. "Effect of Stagnation Temperature on Supersonic Flow Parameters. Application for Air in Nozzles" ,The Aeronautical Journal, Vol. 111, N.,1115, Jan. 2007, PP. 31- 40.
- [30] ABDALLAH EL HIRTSI A., "Etude d'un Ecoulement Supersonique à Haute Température dans une Tuyère : Application pour le Dimensionnement d'une Tuyère à

## Références

---

Corps Central Type à Bouchon “Plug Nozzle”, Institut d’Aéronautique de l’Université de Blida, Algérie, Juin 2004.

[31] ZEBBICHE T. and YOUBI Z., “Supersonic Two-Dimensional Minimum Length Nozzle Design at High Temperature. Application for Air”, AIAA-2006-4699, 42<sup>nd</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Sacramento, California, July 09-12- 2006.

[32] INGEL. RYHMING. Jr., “Dynamique des fluides”, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suisse, 1984

[33] ANDERSON .Jr, JOHN. D, “Fundamentals of Aerodynamics”, McGraw-Hill Book Company, New York, 1988.

[34] ANDERSON. Jr, JOHN. D, “Modern Compressible Flow with Historical Perspective”, McGraw-Hill Book Company, New York, 1982.