

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
جامعة سعد دحلب البلدة 1
Université SAAD DAHLAB de BLIDA 1
كلية التكنولوجيا
Faculté de Technologie
قسم الإلكترونيك
Département d'Électronique



Mémoire de Master

Filière : Automatique

Spécialité : Automatique

présenté par

BENKHEDA SELMANE

&

FERROUKHI ABDERRAHMENE

**Application de commandes non linéaires à un bras
manipulateur classe 1 à 2 degrés de liberté**

Proposé par : Dr. CHENTIR AMINA

Année Universitaire : 2016 – 2017

Remerciements

Tout d'abord, nous remercions ALLAH d'avoir nous donner le courage, la volonté, la patience et la bonne santé durant toutes ces années.

Nous adressons nos vifs remerciements à Madame CHENTIR Amina notre encadreur, pour son encadrement, sa disponibilité, ses conseils précieux et soutien.

Nous remercions chaleureusement les membres du jury, Monsieur SALHI et Monsieur FAS, pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant d'évaluer notre travail.

ملخص:

يتمحور هذا العمل في دراسة متانة متحكمات موضع لذراع الآلي فئة 1 والذي يتمتع بدرجة حرية بالنسبة لاضطرابات خارجية وتغيرات في المعاملات الداخلية من خلال تطبيق طرق تحكم كلاسيكية ثم طرق تحكم غير خطية تكيفية على الذراع من أجل استنتاج متانة المتحكمات عن طريق النتائج المتحصل عليها من خلال لغة المحاكاة PYSIM .

كلمات المفاتيح: متانة، متحكمات موضع، ذراع الآلي فئة 1، طرق تحكم كلاسيكية، طرق تحكم غير الخطية التكيفية، Pysim.

Résumé : Le travail réalisé consiste à étudier la robustesse de commandes de position d'un bras manipulateur classe 1 à 2 degré de liberté, vis-à-vis des perturbations extérieures ou de variation de ses paramètres internes. Une fois le bras modélisé, des commandes classiques puis des commandes non linéaires adaptatives sont appliquées au bras afin d'en déduire la robustesse vis à vis des différentes perturbations appliquées. Les résultats sont obtenus par simulation de notre système non-linéaire, grâce au langage de simulation Pysim.

Mots clés : Robustesse, commande de position, bras manipulateur classe 1, commandes classiques, commandes non linéaire adaptative, Pysim.

Abstract : This work consists of studying the robustness of position controls of a manipulator arm class 1 with 2 degrees of freedom, with regard to external disturbances or variation of its internal parameters. Once the arm is modeled, classical control and adaptive non-linear control are applied to the arm, in order to deduce the robustness with regard to the various disturbances applied. The results are obtained by simulating our non-linear system, using the Pysim simulation language.

Keywords : Robustness, position control, class 1 manipulator arm, classical commands, adaptive nonlinear controls, Pysim.

Listes des acronymes et abréviations

LMFC: Linear Model Following Controller

MCS: Minimal Controller Synthesis Algorithm

MCSI: Minimal Controller Synthesis Algorithm with Integral action

MRAC: Model Reference Adaptatif Control

SFBIA: State Feedback with Integral Action

Table des matières

Remerciements

Résumé

Listes des acronymes et abréviations

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale.....1

Chapitre 1 Modélisation du bras manipulateur classe 1

1.1 Introduction4

1.2 Le manipulateur classe 14

1.3 Application de l'équation de LAGRANGE au manipulateur classe 16

1.4 Outil et moyens utilisés tout au long de ce mémoire10

1.4.1 Langage de simulation choisi10

1.4.2 Signal de référence utilisé10

1.4.3 Signaux utilisés pour simuler les différentes perturbations11

1.5 Conclusion11

Chapitre 2 Application des commandes classiques au bras manipulateur classe 1

2.1 Introductions12

2.2 La commande par retour d'état12

2.2.1 Détermination de la commande12

2.2.2 Simulation et interprétation15

2.3 Commande par retour d'état avec action intégrale : SFBIA21

2.3.1 Détermination de la commande21

2.3.2 Simulation et Interprétation23

2.4 Commande avec modèle de référence linéaire : LMFC29

2.4.1 Détermination de la commande29

2.4.2 Simulation et interprétation32

2.5 Conclusion38

Chapitre 3 APPLICATIONS DES COMMANDES NON LINEAIRES AU BRAS MANIPULATEUR

CLASSE 1

3.1	<i>La commande adaptative avec modèle de référence MRAC</i>	39
3.1.1	Introduction	39
3.1.2	Détermination de la commande.....	39
3.1.3	Simulation et interprétation	42
3.2	<i>L'algorithme MCS : Minimal controller synthesis</i>	49
3.2.1	introduction	49
3.2.2	Détermination de la commande.....	49
3.2.3	Simulation et interprétation	51
3.3	<i>La modification σ</i>	58
3.3.1	Introduction	58
3.3.2	Détermination de la commande.....	58
3.3.3	Simulation et interprétation	59
	Cas du MRAC	59
	Cas du MCS.....	65
3.4	<i>La modification e</i>	70
3.4.1	Introduction	70
3.4.2	Détermination de la commande.....	70
3.4.3	Simulation et interprétation	71
	Cas du MRAC	71
	Cas du MCS.....	71
3.5	<i>MCS avec une action intégrale</i>	80
3.5.1	Introduction	80
3.5.2	Détermination de la commande.....	80
3.5.3	Simulation et Interprétation	81
3.6	<i>Conclusion</i>	86
 Chapitre 4 Interprétation générale des résultats obtenus		
Conclusion générale		97
Bibliographie		99
 ANNEXE A		
 ANNEXE B-1		
 ANNEXE B-2		

Liste des figures

Chapitre 1 : modélisation du bras manipulateur classe 1.

Figure 1-1 : La configuration générale de manipulateur classe 1 à 2 degré de liberté. 5

Chapitre 2 : Application des commandes classiques au bras manipulateur classe 1.

Figure 2-1 : Commande par retour d'état. 13

Figure 2-2 : Commande par retour d'état sans aucune perturbation extérieure ou variation des paramètres internes. 17

Figure 2-3 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure constante. 17

Figure 2-4 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f = 0.1 \text{ Hz}$. 18

Figure 2-5 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f = 0.25 \text{ Hz}$. 18

Figure 2-6 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f = 1.0 \text{ Hz}$. 19

Figure 2-7 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure lente d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f = 0.1 \text{ Hz}$. 19

Figure 2-8 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure lente d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f = 0.25 \text{ Hz}$. 20

Figure 2-9 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure lente d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f = 1.0 \text{ Hz}$. 20

Figure 2-10 : Commande par retour d'état avec action intégrale.	21
Figure 2-11 : Commande SFBIA sans aucune perturbation extérieure ou variation des paramètres internes.	25
Figure 2-12 : Commande SFBIA avec perturbation extérieur constante d'amplitude $\text{ext} = 50 \text{ rad/s}^2$.	25
Figure 2-13 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 0.1 \text{ Hz}$.	26
Figure 2-14 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 0.25 \text{ Hz}$.	26
Figure 2-15 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 1.0 \text{ Hz}$.	27
Figure 2-16 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 0.1 \text{ Hz}$.	27
Figure 2-17 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 0.25 \text{ Hz}$.	28
Figure 2-18 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 1.0 \text{ Hz}$.	28
Figure 2-19 : Commande avec modèle de référence LMFC.	30
Figure 2-20 : Commande LMFC sans perturbations extérieures ou variation des paramètres internes.	34
Figure 2-21 : Commande LMFC avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s^2 .	34

Figure 2-22 : Commande LMFC avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² avec f=0.1Hz. 35

Figure 2-23 : Commande LMFC avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² avec f=0.25Hz. 35

Figure 2-24 : Commande LMFC avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² avec f=1.0 Hz. 36

Figure 2-25 : Commande LMFC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² avec f=0.1 Hz. 36

Figure 2-26 : Commande LMFC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² avec f=0.25 Hz. 37

Figure 2-27 : Commande LMFC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² avec f = 1.0 Hz. 37

Chapitre 3 : Application des commandes non linéaires au bras manipulateur classe 1.

Figure 3-1 : Schéma d'un système adaptative avec modèle de référence. 39

Figure 3-2 : Commande MRAC sans aucune perturbation extérieure ou variation interne avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$. 45

Figure 3-3 : Commande MRAC avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s² avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$. 45

Figure 3-4 : Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\alpha=5$ et $\beta = 0.1$. 46

Figure 3-5 : Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\alpha=5$ et $\beta = 0.1$. 46

Figure 3-6 : Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\alpha=5$ et $\beta = 0.1$. 47

Figure 3-7 : Commande MRAC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\alpha=5$ et $\beta=0.1$. 47

Figure 3-8 : Commande MRAC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\alpha=5$ et $\beta=0.1$. 48

Figure 3-9 : Commande MRAC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\alpha=5$ et $\beta=0.1$. 48

Figure 3-10 : Le système équivalent en boucle fermée. 50

Figure 3-11: Commande MCS sans aucune perturbation extérieure ou variation interne avec $\alpha = 40$ et $\beta = 0.1$. 54

Figure 3-12 : Commande MCS avec perturbation extérieure constante d'amplitude 50 rad/s² avec $\alpha = 40$ et $\beta = 0.1$. 54

Figure 3-13 : Commande MCS avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$. 55

Figure 3-14: Commande MCS avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$. 55

Figure 3-15: Commande MCS avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=1Hz pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$. 56

Figure 3-16 : Commande MCS avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$. 56

Figure 3-17 : Commande MCS avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$. 57

Figure 3-18 : Commande MCS avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$. 57

Figure 3-19 : Commande MRAC avec modification σ sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$. 61

Figure 3-20 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s² pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$. 61

Figure 3-21 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$. 62

Figure 3-22 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$. 62

Figure 3-23 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$. 63

Figure 3-24 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f = 0.1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha=10$ et $\beta=0$. 63

Figure 3-25 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f = 0.25 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha=10$ et $\beta=0$. 64

Figure 3-26 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f = 1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha=10$ et $\beta=0$. 64

Figure 3-27 : Commande MCS avec modification σ sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 66

Figure 3-28 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure constante d'amplitude 50 rad/s^2 pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 66

Figure 3-29 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 67

Figure 3-30 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.25\text{Hz}$ pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 67

Figure 3-31 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=1 \text{ Hz}$ pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 68

Figure 3-32 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.25 \text{ Hz}$ pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 68

Figure 3-33 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.25 \text{ Hz}$ pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 69

Figure 3-34 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=1 \text{ Hz}$ pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 69

Figure 3-35 : Commande MRAC avec modification e sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$. 72

Figure 3-36 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure constante d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$. 72

Figure 3-37 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.1 \text{ Hz}$ pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$. 73

Figure 3-38 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.25 \text{ Hz}$ pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$. 73

Figure 3-39 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$. 74

Figure 3-40 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$. 74

Figure 3-41 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$. 75

Figure 3-42 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$. 75

Figure 3-43 : Commande MCS avec modification e sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 76

Figure 3-44 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s² pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 76

Figure 3-45 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 77

Figure 3-46 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 77

Figure 3-47 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 78

Figure 3-48 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 78

Figure 3-49 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 79

Figure 3-50 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$. 79

Figure 3-51: Commande MCSI sans aucune perturbation extérieure ou variation interne avec $\alpha = 10$ et $\beta = 1$. 82

Figure 3-52: Commande MCSI avec perturbation extérieure constante d'amplitude 50 rad/s² avec $\alpha = 10$ et $\beta = 1$. 82

Figure 3-53 : Commande MCSI avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.1$ Hz pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$. 83

Figure 3-54 : Commande MCSI avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$. 83

Figure 3-55 : Commande MCSI avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$. 84

Figure 3-56 : Commande MCSI avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.1$ Hz pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$. 84

Figure 3-57 : Commande MCSI avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$. 85

Figure 3-58 : Commande MCSI avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$. 85

Liste des tableaux

Chapitre 1 : Modélisation du bras manipulateur classe 1.

Tableau 1.1 : Paramètres internes du bras manipulateur classe 1 à 2 degrés de liberté.	9
--	---

Chapitre 4 : Interprétation générale des résultats obtenus.

Tableau 4.1 : Résultats obtenus dans le cas sans aucune perturbation extérieure ou variation des paramètres internes.	89
Tableau 4.2 : Résultats obtenus dans le cas d'une perturbation extérieure constante.	90
Tableau 4.3 : Résultats obtenus dans le cas d'une perturbation extérieure rapide.	93
Tableau 4.4 : Résultats obtenus dans le cas d'une perturbation extérieure lente.	94
Tableau 4.5 : Résultats obtenus dans le cas d'une variation sur les frictions.	95
Tableau 4.6 : Résultats obtenus dans le cas d'une variation sur les masses des bras.	97

Introduction générale

Les bras manipulateurs sont largement utilisés et employés dans les applications industrielles et non industrielles. Ils sont utilisés dans le but de gagner du temps, de l'effort, et pour faciliter les tâches difficiles et répétitives...etc. Ils sont d'une importance majeure, surtout dans les travaux dangereux, et dans les œuvres fastidieux et monotones.

A ces faits-là, les bras manipulateurs jouent des rôles clés dans plusieurs domaines comme la fabrication automobile, l'exploration spatiale, le traitement des déchets dans les centrales nucléaires. Pour ces raisons et à cause des vastes applications des manipulateurs robotiques, la modélisation et le contrôle des robots bras manipulateurs deviennent très importants.

L'élaboration d'une loi de commande pour un procédé physique nécessite la prise en compte de certains paramètres tels que le suivi de la consigne, le rejet du bruit et la robustesse du système dans la présence de différentes perturbations internes ou externes. La littérature propose une multitude de structure de commande. Chacune d'elles possède son application et également ses propriétés (cas linéaire, cas non linéaire, procédé stable, consigne d'un type donné, ...etc.).

Commander un processus, c'est donc déterminer les commandes à lui appliquer de manière à assurer aux variables d'états ou aux sorties qui nous intéressent un comportement précisé par un cahier des charges.

Dans ce même contexte, nous nous intéressons dans ce projet à **l'étude de la robustesse des commandes de position d'un bras manipulateur de classe 1 à 2 degrés de liberté**. Pour cela nous allons appliquer à notre bras des commandes classiques ainsi que des commandes non linéaires adaptatives, afin de tester l'influence des perturbations extérieures et la variation des paramètres internes de notre système par de telles commandes.

Ce travail est organisé en quatre chapitres, dans le premier chapitre nous allons déterminer un modèle pour notre système, puisque dans la plupart du temps la mise en œuvre

des lois de commandes est basée sur le modèle non linéaire du système, et il nécessite la connaissance du vecteur d'état du système à chaque instant, à cause de ça la modélisation sera dans le domaine des espaces d'état, où les forces dynamiques sont prises en considération c'est-à-dire nous développons les équations dynamiques en utilisant l'équation de Lagrange, qui va être utiliser afin d'arriver à une représentation par une équation d'état classique de la forme : $\mathbf{X}' = \mathbf{AX} + \mathbf{BU} + \mathbf{D}$.

Dans le deuxième chapitre nous nous intéressons à l'étude des commandes classiques les plus utilisées :

- La commande par retour d'état.
- La commande par retour d'état avec action intégrale **SFBIA** (State Feedback with Integral Action).
- La commande avec modèle de référence linéaire **LMFC** (Linear Model Following Controller).

Où pour chacune des différentes commandes citées ci-dessus et après avoir défini l'équation de la commande correspondante, nous exposerons notre bras manipulateur aux différentes perturbations extérieures additives et à la modification des paramètres internes, et nous déduirons la robustesse à partir des résultats obtenus par simulation de notre système non-linéaire, grâce au langage de simulation **PYSIM**.

Le troisième chapitre est consacré à l'application des commandes non linéaire adaptative suivantes à notre systèmes bras manipulateur :

- La commande adaptative avec modèle de référence **MRAC** (Model Reference Adaptatif Control).
- La commande **MCS** : Minimal Controller Synthesis.

Là aussi, la robustesse de ces deux commandes (MRAC et MCS) sera testée en exposant toujours notre bras manipulateur aux différentes perturbations extérieures additives et à la modification des paramètres internes, et les résultats de simulation obtenus seront comparés afin de tirer les performances de chaque commande.

Puis, après avoir interpréter et comparer les résultats de ces deux commandes (MRAC et MCS), et afin d'améliorer leur robustesse, nous introduirons **la modification σ** puis **la modification e** et enfin **la commande MCS avec action intégrale**, et nous recommencerons les tests précédents afin de déduire l'apport, que peut ramener de telles modifications sur la robustesse de la commande adaptative avec modèle de référence.

Le quatrième chapitre est réservé pour une interprétation générale des résultats obtenus sous forme des tableaux récapitulatifs basés sur les résultats des simulations, montrant les avantages et les inconvénients ainsi que les limites de chaque type de commande.

À la fin, nous terminerons ce mémoire, par une conclusion générale faisant la synthèse des principaux résultats obtenus et donnant quelques perspectives.

Chapitre 1

Modélisation du bras manipulateur classe 1

1.1 Introduction

Pour développer une stratégie de commande performante pour un système physique, en général, il est impératif de connaître sa dynamique. Pour cela, nous sommes amenés à décrire les différentes relations mathématiques qui permettent de définir les mouvements de ce dernier.

Dans ce présent chapitre nous allons déterminer la dynamique de notre bras manipulateur en se basant sur le formalisme du Lagrange.

1.2 Le manipulateur classe 1

La classification des types de manipulateur présentés par **Stoten** [1], sont très utilisés en industrie. Dans les années quatre-vingts, la machine la plus populaire était le manipulateur classe 4 (Pick-and-place), puis vient en deuxième position, le manipulateur classe 1, qui peut être utilisés pour différentes tâches tel que : la manipulation de matériaux, l'assemblage, processus de chaînes, ...etc.

Tout au long de notre travail, nous utiliserons une version de manipulateur classe 1, composé de deux bras planaires et lors de la déduction du modèle dynamique du bras manipulateur, les hypothèses suivantes seront posées :

- La friction est de nature linéaire et visqueuse.
- Tous les bras sont rigides.
- Tous les joints sont non-complaisants (non soumis).
- Tous les amplificateurs des moteurs sont idéals, c'est-à-dire que la force / torque est directement proportionnelle au signal de commande.
- Les transducteurs ont un gain unitaire et pas de composantes dynamiques.

La configuration générale de ce manipulateur est montrée dans la figure 1-1.

$\mathbf{X}_L = \mathbf{X}_{i1} = [\mathbf{X}_{11} \ \mathbf{X}_{21}]^T$: vecteur de l'angle de rotation (correspond à la position de chaque bras).

$\mathbf{X}_L' = \mathbf{X}_{i2} = [\mathbf{X}_{12} \ \mathbf{X}_{22}]^T$: vecteur de la vitesse angulaire de chaque bras.

$\mathbf{X_L}'' = [\mathbf{X}_{12}' \ \mathbf{X}_{22}']^T$: vecteur accélération.

$\mathbf{X'^2_L} = [\mathbf{X}_{12}^2 \ \mathbf{X}_{22}^2]^T$: vecteur des forces centrifuges.

$\mathbf{XX'_L} = [\mathbf{X}_{12}\mathbf{X}_{22}]$: vecteur de la force Coriolis.

$\mathbf{J_i}$: moment d'inertie de bras i.

$\mathbf{C_i}$: coefficient de friction visqueuse correspondant à chaque bras.

$\mathbf{g}$: constantes gravitationnelle.

$\mathbf{K_i}$: gain du moteur /amplificateur i.

$\mathbf{m_i}$: masse de bras i.

$\mathbf{u_i} = [u_1 \ u_2]^T$: vecteur de commande.

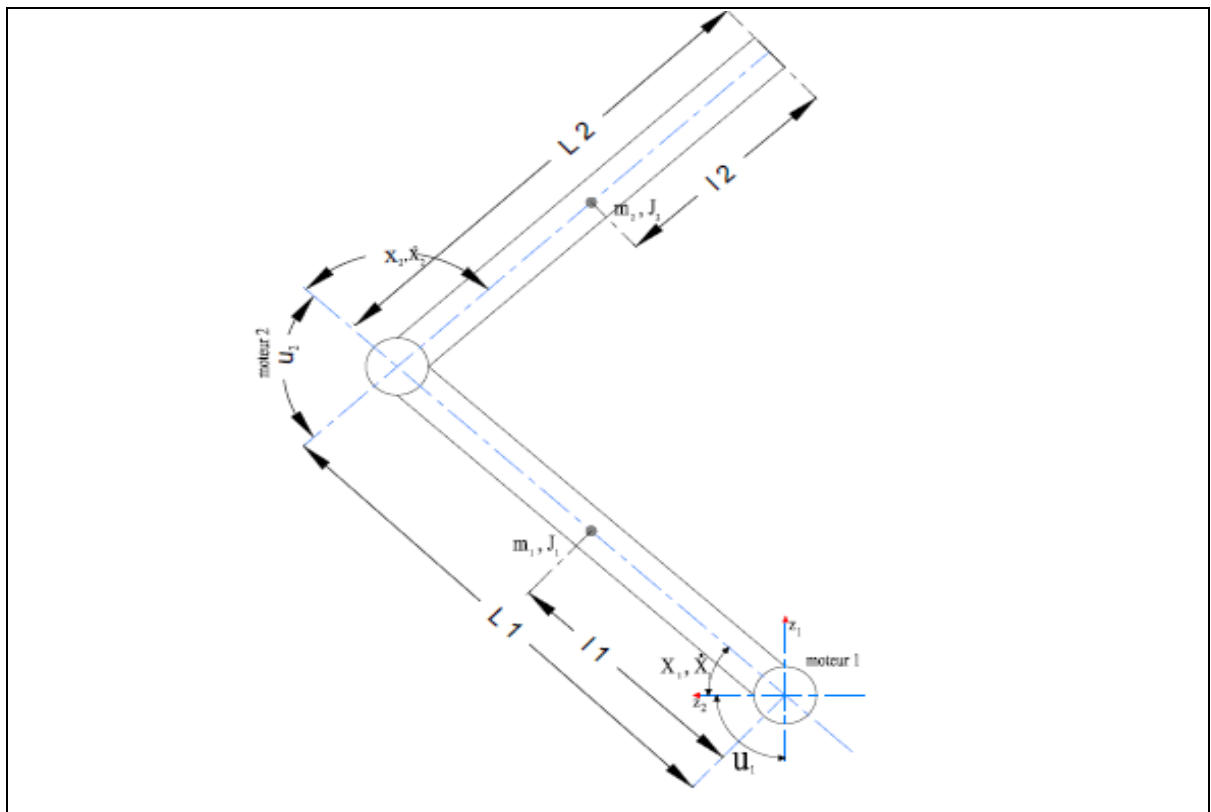


Figure 1-1 : La configuration générale de manipulateur classe 1 à 2 degré de liberté.

1.3 Application de l'équation de LAGRANGE au manipulateur classe 1

Les énergies potentielles et cinétiques (respectivement U_i et T_i , $i=1,2$) pour chaque bras planaire du bras manipulateur sont définies comme suit :

$$U_1 = m_1 g l_2 \cos(X_{11}) \quad (1-1)$$

$$U_2 = m_2 g [L_1 \cos(X_{11}) + l_2 \cos(X_{11} + X_{21})] \quad (1-2)$$

$$T_1 = \left(\frac{1}{2}\right) J_{x1} X_{12}^2 \quad (1-3)$$

$$T_2 = \left(\frac{1}{2}\right) [J_{x2} + m_2 L_1^2 + 2 m_2 L_1 l_2 \cos(X_{21})] X_{12}^2 + \left(\frac{1}{2}\right) J_{x2} X_{22}^2 + [J_{x2} + m_2 L_1 l_2 \cos(X_{21})] X_{12} X_{22} \quad (1-4)$$

Avec : $J_{x1} = J_1 + m_1 l_1^2$ et $J_{x2} = J_2 + m_2 l_2^2$

Nous définissons alors le Lagrangien de notre système comme suit :

$$L = \sum_{i=1}^2 (T_i - U_i) = (T_1 - U_1) + (T_2 - U_2) \quad (1-5)$$

Puis nous appliquons l'équation de Lagrange, définie par :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{i2}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{i1}} = q_i \quad i = 1, 2 \quad (1-6)$$

Où $x_{i2} = \dot{x}_{i1}$ et $q_i = k_i u_i - c_i x_{i2}$: force généralisée

Nous obtenons alors, après regroupement des termes, l'équation suivante :

$$M \ddot{x}_L' + C \dot{x}_L' + D x_L'^2 + E x_L' \dot{x}_L' + F g = K_L U \quad (1-7)$$

Où M , C , D , E , F et K_L sont des matrices (ou vecteurs) variables dans le temps, de dimension appropriées, avec :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1^* + \mathbf{J}_{x2} + 2m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21}) & \mathbf{J}_{x2} + m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21}) \\ \mathbf{J}_{x2} + m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21}) & \mathbf{J}_{x2} \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

$$\mathbf{C} = \text{diag} [c_1 \quad c_2] \quad (1-9)$$

$$\mathbf{K}_L = \text{diag} [k_1 \quad k_2] \quad (1-10)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & -m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21}) \\ m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21}) & 0 \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -2m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} - (m_1 l_1 + m_2 l_1) \sin(x_{11}) - m_2 l_2 \sin(x_{11} + x_{21}) \\ -m_2 l_2 \sin(x_{11} + x_{21}) \end{bmatrix} \quad (1-13)$$

$$\text{Avec : } \mathbf{J}_1^* = \mathbf{J}_{x1} + m_2 L_1^2$$

La forme de l'équation de Lagrange obtenu de (1-7), ne nous facilite pas la simulation du système. Pour cela, nous allons lui faire subir certaines transformations afin d'aboutir à une forme plus pratique [1].

Regroupons les termes de l'équation (1-7) de la manière suivante :

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}') \mathbf{x}_L'' + \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \mathbf{x}_L' + \mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{TU} \quad (1-14)$$

Puis, décomposons les matrices $\mathbf{M}(\mathbf{x}')$ et $\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ comme suit :

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}') = \mathbf{M}^* + \delta \mathbf{M}(\mathbf{x}') \quad (1-15)$$

Où : $\mathbf{M}^*$ représente la partie invariante de $\mathbf{M}(\mathbf{x}')$

$\delta \mathbf{M}(\mathbf{x}')$ Représente la partie non-linéaire de $\mathbf{M}(\mathbf{x}')$

$$\text{D'où : } \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{M}(\mathbf{x}') = \mathbf{I}_2 + \mathbf{M}^{*-1} \delta \mathbf{M}(\mathbf{x}') \quad (1-16)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \mathbf{H}^* + \delta \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (1-17)$$

Où : $\mathbf{H}^*$ représente la partie invariante de $\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$.

$\delta \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$: représente la partie non-linéaire de $\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$.

En multipliant l'équation (1-14) par $\mathbf{M}^{*-1}$, nous obtenons :

$$\mathbf{M}^{*-1} \mathbf{M} \mathbf{x}_L'' + \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \mathbf{x}_L' + \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{T} \mathbf{U} \quad (1-18)$$

Et en utilisant (1-15), (1-16) et (1-17), nous aurons :

$$[\mathbf{I}_2 + \mathbf{M}^{*-1} \delta \mathbf{M}] \mathbf{x}_L'' + [\mathbf{M}^{*-1} \mathbf{H}^* + \mathbf{M}^{*-1} \delta \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')] \mathbf{x}_L' + \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{T} \mathbf{U} \quad (1-19)$$

$$\text{D'où : } \mathbf{I}_2 \mathbf{x}_L'' = -\mathbf{M}^{*-1} \mathbf{H}^* \mathbf{x}_L' + \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{T} \mathbf{U} - \mathbf{M}^{*-1} [\delta \mathbf{M} \mathbf{x}_L'' + \delta \mathbf{H} \mathbf{x}_L' + \mathbf{G}(\mathbf{x})] \quad (1-20)$$

Posons maintenant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A}_L = -\mathbf{M}^{*-1} \mathbf{H}^* \\ \mathbf{B}_L = -\mathbf{M}^{*-1} \mathbf{T} \\ \delta \mathbf{A}_L = -\mathbf{M}^{*-1} \delta \mathbf{M} \\ \delta \mathbf{B}_L = -\mathbf{M}^{*-1} \delta \mathbf{H} \\ \delta \mathbf{d}_L = -\mathbf{M}^{*-1} \mathbf{G}(\mathbf{x}) \end{array} \right. \quad (1-21)$$

$$(1-22)$$

$$(1-23)$$

$$(1-24)$$

$$(1-25)$$

$$\text{L'équation (1-20) s'écrit sous la forme : } \mathbf{x}_L'' = \mathbf{A}_L \mathbf{x}_L' + \mathbf{B}_L \mathbf{U} + \mathbf{d}_L(\mathbf{x}) \quad (1-26)$$

Où $\mathbf{d}_L(\mathbf{x}) = \delta \mathbf{A}_L \mathbf{x}_L'' + \delta \mathbf{B}_L(\mathbf{x}, \mathbf{x}') + \delta \mathbf{d}_L(\mathbf{x})$, représente les termes non-linéaires du bras manipulateur.

Mais sachant que $\mathbf{x}_L'' = [\mathbf{x}_{12}' \ \mathbf{x}_{22}']^T$ et que $\mathbf{x}_{12} = \mathbf{x}_{11}'$ et $\mathbf{x}_{22} = \mathbf{x}_{21}'$

Nous définissons un nouveau vecteur d'état : $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_{11} \ \mathbf{x}_{12} \ \mathbf{x}_{21} \ \mathbf{x}_{22}]^T$

L'équation (1-26) peut alors être généralisé au vecteur $\mathbf{X}$ et de là, elle s'écrit sous une forme classique connue : $\mathbf{X}'(\mathbf{t}) = \mathbf{A} \mathbf{X}(\mathbf{t}) + \mathbf{B} \mathbf{U}(\mathbf{t}) + \mathbf{d}(\mathbf{t}) \quad (1-27)$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1/J_1^* & 0 & c_2/J_1^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & c_1/J_1^* & 0 & -c_2(1/J_1^* + 1/J_{x2}) \end{bmatrix} \quad (1-28)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1/J_1^* & -k_2/J_1^* \\ 0 & 0 \\ -k_1/J_1^* & k_2(1/J_1^* + 1/J_{x2}) \end{bmatrix} \quad (1-29)$$

$$d = [0 \quad d_1 \quad 0 \quad d_2]^T \quad (1-30)$$

Avec :

$$\begin{cases} d_1 = (f_2 - f_1)/J_1^* \\ d_2 = -d_1 - (f_2/J_{x2}) \end{cases} \quad (1-31)$$

Où:

$$f_1 = (2m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21})) \dot{x}_{12} + (m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21})) \dot{x}_{22} - (m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21})) \dot{x}_{22} - (2m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21})) x_{12} x_{22} - [(m_1 l_1 + m_2 L_1) \sin(x_{11}) + m_2 l_2 \sin(x_{11} + x_{21})] g \quad (1-32)$$

$$f_2 = (m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21})) \dot{x}_{12} + (m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21})) \dot{x}_{22} - [m_2 l_2 \sin(x_{11} + x_{21})] g \quad (1-33)$$

La valeur initiale du vecteur d'état $X = [x_{11} \ x_{12} \ x_{21} \ x_{22}]^T$ est $X=0$, c'est-à-dire que les deux bras sont stationnaires et verticaux.

Tout le long de notre travail, les paramètres du bras manipulateur [2] utilisés sont :

Bras 1	Bras 2
$m_1 = 2.530 \text{ kg}$	$m_2 = 0.426 \text{ kg}$
$L_1 = 0.300 \text{ m}$	$L_2 = 0.3 \text{ m}$
$l_1 = 0.201 \text{ m}$	$l_2 = 0.092 \text{ m}$
$J_1 = 0.606 \text{ kg m}^2$	$J_2 = 0.268 \text{ kg m}^2$
$J_1^* = 0.746 \text{ kg m}^2$	$J_{x2} = 0.272 \text{ kg m}^2$
$c_1 = 9.33 \text{ Nms/rad}$	$c_2 = 1.81 \text{ Nms/rad}$
$K_1 = 2.79 \text{ Nm/V}$	$K_2 = 1.74 \text{ Nm/V}$

Tableau 1.1 : Paramètres internes du bras manipulateur.

1.4 Outil et moyens utilisés tout au long de ce mémoire

1.4.1 Langage de simulation choisi

Pysim est une extension python, qui permet à l'utilisateur de créer des simulations pour des systèmes basés sur des équations différentielles et aux différences ordinaires [3].

Les systèmes peuvent être décrits par des sous-systèmes couplés qui sont eux-mêmes caractérisés par des équations différentielles ou par des équations aux différences.

Les équations différentielles sont modélisées en tant que systèmes. Chaque système contient des variables d'état et leurs dérivés du temps. Il peut contenir des paramètres à définir par les utilisateurs. Il peut également contenir des entrées et des sorties. Ce sont des variables non étatiques qui peuvent être utilisées pour connecter des systèmes au cours d'une simulation. Il est possible de stocker les entrées, les sorties et les états pendant la simulation et d'examiner les résultats ultérieurement. Les résultats sont exposés sous formes de courbes ou des valeurs sur l'écran.

1.4.2 Signal de référence utilisé

Tout au long de notre travail, nous imposons aux deux bras planaires (ou axes) des mouvements rapides et périodiques dans le temps.

Pour cela, nous avons choisi comme signal de référence, un signal carré d'amplitude ± 1 radian et de fréquence $f_c = 0.25$ Hz. Ce choix a été fait sur la base qu'un signal carré est un signal très riche en fréquence et présente des variations d'amplitudes très abruptes. Si la commande utilisée arrive à rejeter les différentes sortes de perturbations considérées, en imposant à notre bras manipulateur, des mouvements très difficiles, nous pouvons dire qu'elle est robuste et donnera de meilleurs résultats si le nous choisissait des mouvements plus simples.

1.4.3 Signaux utilisés pour simuler les différentes perturbations

Pour une perturbation constante dans le temps, le signal choisit pour simuler une telle perturbation, n'est autre qu'une constante, dont nous pouvons varier la valeur.

Pour simuler une perturbation rapide, nous utilisons un signal carré dont nous pouvons faire varier l'amplitude de la fréquence.

Pour simuler une perturbation lente, nous utilisons un signal sinusoïdal, dont nous pouvons varier l'amplitude et la fréquence aussi.

Il est à noter, que toutes au long des simulations entreprises, la fréquence du signal perturbateur extérieur, peut prendre trois valeur différentes, soient :

- $f = 0.1$ Hz, une fréquence inférieure à celle du signal de référence choisi.
- $f = 0.25$ Hz, une fréquence égale à celle de la référence.
- $f = 1$ Hz, une fréquence supérieure à celle de la référence.

1.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la description de la structure dynamique de notre bras manipulateurs classe 1 à deux degré de liberté, en utilisant l'équation de Lagrange.

Ensuite nous avons donné les valeurs des paramètres internes de notre système, ainsi que le langage de programmation utilisé, de plus du signal de référence et les signaux de perturbation. Dans le chapitre suivant, la théorie des commandes classiques va être discuté et appliquée pour tester la robustesse de notre système non linéaire.

Chapitre 2

Application des commandes classiques au bras

manipulateur classe 1

2.1 Introductions

Dans ce chapitre, nous allons étudier la synthèse de quelques commandes classiques, lorsqu'elles sont appliquées à notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1, puis nous testerons la robustesse de chaque commande lorsque nous faisons subir au bras manipulateur, différentes sortes de perturbations extérieures ou une variation de ses paramètres internes.

Notre étude se portera sur trois commandes classiques :

- La commande par retour d'état.
- La commande par retour d'état avec action intégrale **SFBIA** (State Feedback with Integral Action).
- La commande avec modèle de référence linéaire **LMFC** (Linear Model Following Controller).

2.2 La commande par retour d'état

2.2.1 Détermination de la commande

Le retour d'état est le moyen le plus classique d'envisager la commande d'un système modélisé par une représentation d'état. Il suppose que toutes les composantes X_i du vecteur d'état X sont accessibles à la mesure.

Soit notre système non-linéaire, le bras manipulateur classe 1, représenté par le système d'équation d'état suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{X}' = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{B} \mathbf{U} + \mathbf{d} & (2-1) \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C} \mathbf{X} & (2-2) \end{cases}$$

Avec : $\mathbf{X} = [X_{11} \ X_{12} \ X_{21} \ X_{22}]^T$

Où : X_{11} , X_{12} sont, respectivement, la position et la vitesse angulaire du bras n°1.

X_{21} , X_{22} sont, respectivement, la position et la vitesse angulaire du bras n°2.

$\mathbf{Y} = [\mathbf{X}_{11} \ \mathbf{X}_{21}]^T$: est le signal de sortie correspondant à la position de chaque bras.

$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2]^T$: est le signal de commande de système.

$\mathbf{d} = [\mathbf{0} \ \mathbf{d}_1 \ \mathbf{0} \ \mathbf{d}_2]$: est le vecteur englobant les termes non-linéaire de notre système.

A partir du tableau 1 :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -12.5 & 0 & 2.43 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 12.5 & 0 & -9.08 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3.74 & -2.33 \\ 0 & 0 \\ -3.74 & 8.73 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La commande par retour d'état donnée par la figure 2-1, est définie par l'équation suivante [6] : $\mathbf{U} = -\mathbf{K}\mathbf{X} + \mathbf{K}_r\mathbf{r}$ (2-3)

$\mathbf{K}$, $\mathbf{K}_r$ sont les matrices gains.

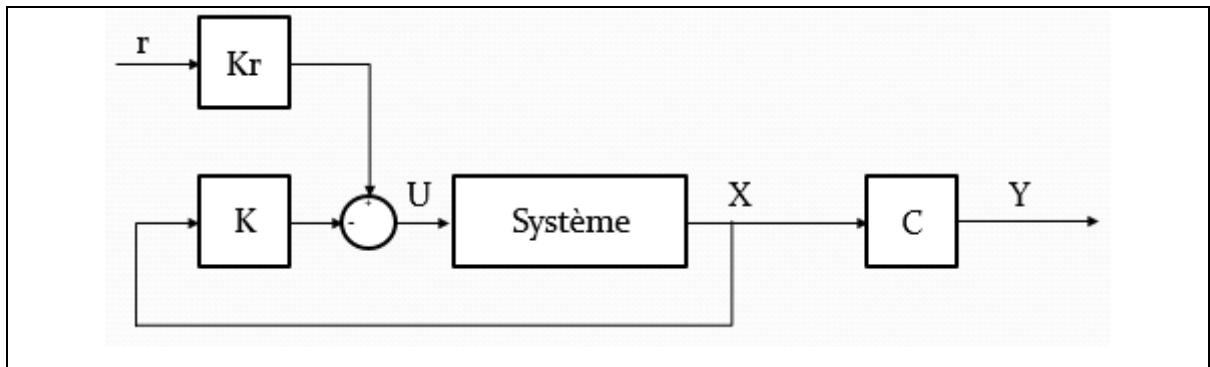


Figure 2-1 : Commande par retour d'état.

Nous appliquons alors, la commande par retour d'état définie par l'équation (2-3) à l'équation d'état du système (2-1) et nous obtenons :

$$\mathbf{X}' = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{K}_r\mathbf{r} + \mathbf{d} \quad (2-4)$$

Et pour assurer la stabilité de notre système non-linéaire définie par les équations (2-2) et (2-4), nous déterminons les matrices gains $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_r$.

Détermination de la matrice **K** :

Pour déterminer la matrice **K**, nous procédons par la méthode de l'emplacement des pôles par retour d'état, c'est-à-dire que nous imposons les pôles de système et nous déterminons la matrice **K**.

THEOREME : Nous pouvons spécifier la carte des pôles d'un système bouclé par retour d'état si et seulement si **(A, B)** est **contrôlable**, c'est-à-dire : **rang [B AB ... Aⁿ⁻¹B] = n**, où **A** est une matrice de dimension (n*n) [4].

Grâce à la structure des matrices paramètres **A** et **B**, déjà définie ci-dessus (forme canonique pour chaque degré de liberté), il est facile de voir que le système décrit par les équations (2-1) et (2-2) est contrôlable. Ensuite nous utilisons la fonction **PLACE** de **MATLAB** qui nous permet de déterminer la matrice **K**, en choisissant des valeurs propres qui assurent un temps de réponse de système égale à **t_s = 1s**, pour des valeurs propres égales à **λ_i = -4**.

Nous choisissons le vecteur des valeurs propre suivant : **P = [-4 ; -4 ; -20 ; -20]** (2-5)

Et nous obtenons :

$$\mathbf{K} = \text{PLACE}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{P}) = \begin{bmatrix} 29.1778 & 5.4111 & 7.7874 & 2.3386 \\ 12.5000 & 3.7500 & 12.5000 & 2.7109 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

Détermination de la matrice **K_r** :

Pour déterminer la matrice **K_r**, nous allons supposer que notre signal de référence **r(t)** est un échelon unité, alors l'équation (2-4) sera égale à :

$$\mathbf{X}' = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{X} + \mathbf{BK}_r \mathbf{r} + \mathbf{d} = \mathbf{0} \quad (2-7)$$

Puis nous supposons que le terme représentant la non-linéarité de notre système est nul, c'est-à-dire : **d(t) = 0**, d'où : **X = - (A - BK)⁻¹BK_r r** (2-8)

En remplaçant le résultat obtenu ci-dessus, dans l'équation (2-2), nous obtenons :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C} \mathbf{X} = -\mathbf{C} (\mathbf{A} - \mathbf{BK})^{-1} \mathbf{BK}_r \mathbf{r} \quad (2-9)$$

Et sachant qu'à l'infini, le signal de sortie est sensé d'être égale au signal de référence ($\mathbf{y} = \mathbf{r}$) nous avons alors : $-\mathbf{C}(\mathbf{A} - \mathbf{BK})^{-1}\mathbf{BK}_r = \mathbf{I}_2$ (2-10)

$$\text{D'où : } \mathbf{K}_r = [-\mathbf{C}(\mathbf{A} - \mathbf{BK})^{-1}\mathbf{B}]^{-1}\mathbf{B} \mathbf{I}_2 \quad (2-11)$$

Après calcul nous obtenons :

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} 29.1178 & 7.7874 \\ 12.5 & 12.5 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

2.2.2 Simulation et interprétation

En utilisant Pysim, nous simulons la réponse de notre système non linéaire commandé par le retour d'état à différentes perturbations. Cette réponse se traduit par la position des deux bras de notre manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté (X_{11} , X_{21}).

Nous imposons à notre bras manipulateur des mouvements rapides et périodiques dans le temps. Pour cela, le signal de référence $r(t)$ est un signal carré d'amplitude ± 1 radian et de fréquence $f_c = 0.25$ Hz. Pour simuler une perturbation rapide, nous utilisons un signal carré dont nous pouvons faire varier l'amplitude et la fréquence et pour une perturbation lente, nous utilisons un signal sinusoïdal dont nous pouvons faire varier l'amplitude et la fréquence aussi.

Remarque : Pour la variation des paramètres internes toutes les figures pour cette commande et les commandes suivantes sont données en ANNEXE A.

La figure (2-2) : Montre le résultat de simulation d'une commande par retour d'état sans aucune perturbation extérieure ou variation des paramètres internes. Nous observons que les signaux de sorties correspondant à la position de chaque bras, soit X_{11} et X_{21} suivent le signal de référence (r_1 et r_2), mais avec un petit dépassement d'amplitude pour le premier bras et une petite diminution d'amplitude pour le deuxième. Ceci est la conséquence de fait que le terme de la non-linéarité de notre bras manipulateur $d(t)$ n'a pas été introduit dans le calcul de la commande. Mais comme les signaux de sorties et les commandes u_1 et u_2 restent bornées, cela permet la stabilité du système.

La figure (2-3) : Présente la réponse des deux bras qu'ils ont été subi par une perturbation extérieure constante, d'amplitude égale à 50 rad/s^2 . La conséquence d'une telle perturbation s'interprète par des dépassements importants, cela permet l'augmentation de l'erreur de sortie, les commandes nécessaires sont supérieures à celles du cas sans perturbations mais restent bornées.

Les figures (2-4) à (2-6) : Présentent le degré d'influence d'un signal perturbateur extérieur rapide, d'amplitude égale à 50 rad/s^2 , pour trois valeurs différentes de la fréquence du signal perturbateur ($f=0.1\text{Hz}$, $f=0.25\text{Hz}$, $f=1.0\text{Hz}$). Cette influence se caractérise par une augmentation de l'effet de la non-linéarité sur l'amplitude du signal de sortie qui devient plus importante. Nous observons aussi, le rôle que joue la fréquence du signal perturbateur (inférieure, égale puis supérieure à celle de la référence choisie) sur la forme du signal de sortie. Nous notons aussi, des signaux de commandes (u_1 , et u_2) plus importants et présentent des variations très abruptes ce qui est néfaste en pratique.

Les figures (2-7) à (2-9) : Montrent le cas d'une perturbation extérieur lente, d'amplitude égale à 50 rad/s^2 , pour trois valeurs distinctes de la fréquence inférieure, égale puis supérieure à celle de la référence choisie. La fréquence du signal perturbateur n'influe pas beaucoup sur la forme du signal de sortie qui présente des petites dépassements et diminutions. Nous observons que l'erreur reste bornée et les signaux de commandes restent aussi bornée mais présentent toujours des pics.

Les figures (A-1), (A-2) en annexe A : Présentent la variation des paramètres interne de notre système, les frictions des joints puis les masses des bras, nous observons que les signaux de sorties suivent la référence mais avec des dépassements pour le premier bras et des diminutions pour le deuxième, les commandes présentent des valeurs convenables en pratique.

En résumé, les résultats des simulations nous montrent que la commande par retour d'état de notre système non linéaire est insuffisante pour assurer la robustesse, où nous avons vu qu'avec n'importe quelle perturbation le système perde sa stabilité.

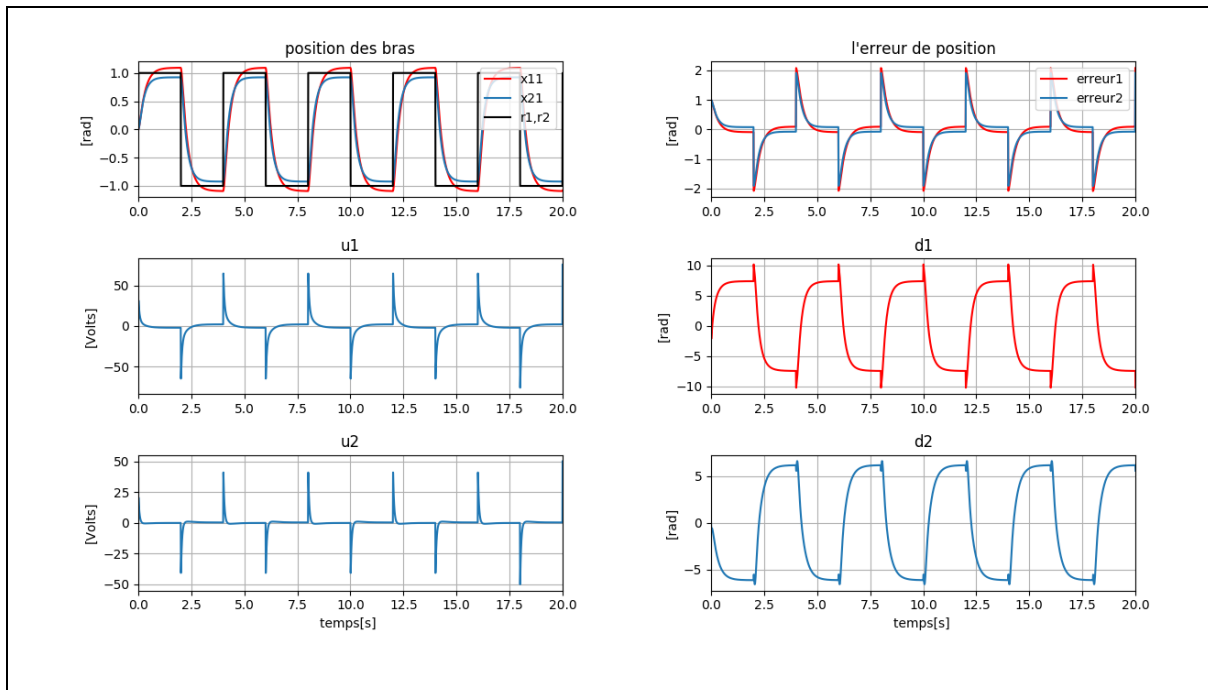


Figure 2-2 : Commande par retour d'état sans aucune perturbation extérieure ou variation des paramètres internes.

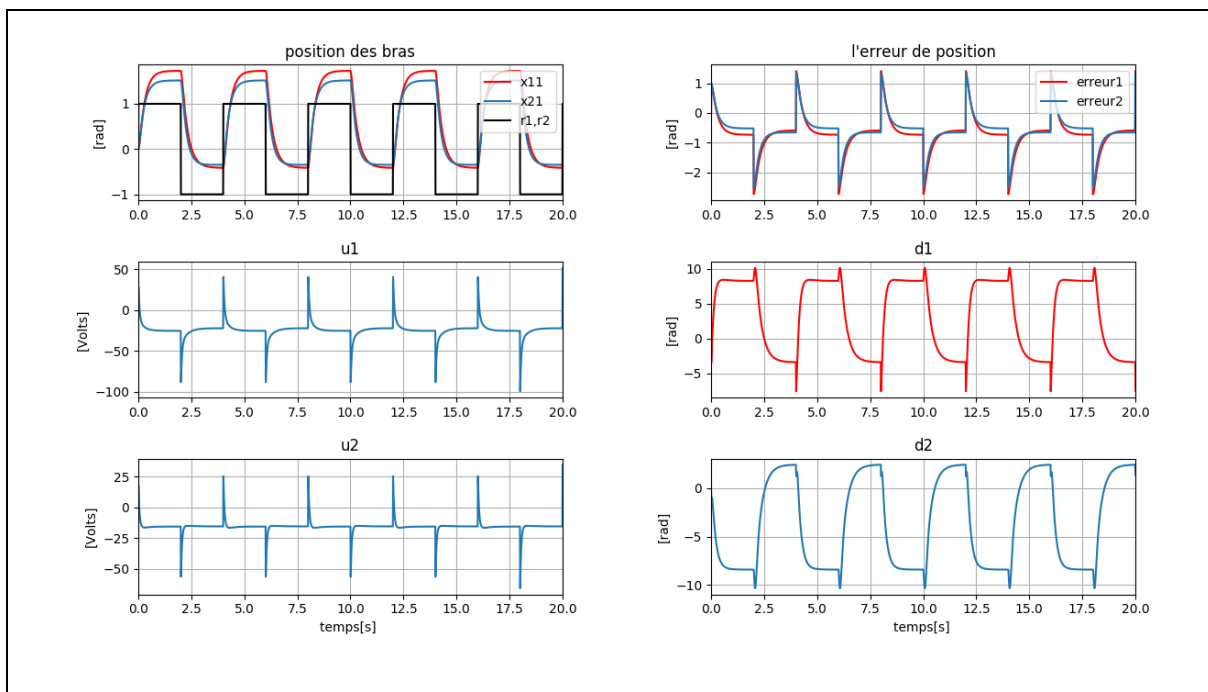


Figure 2-3 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure constante.

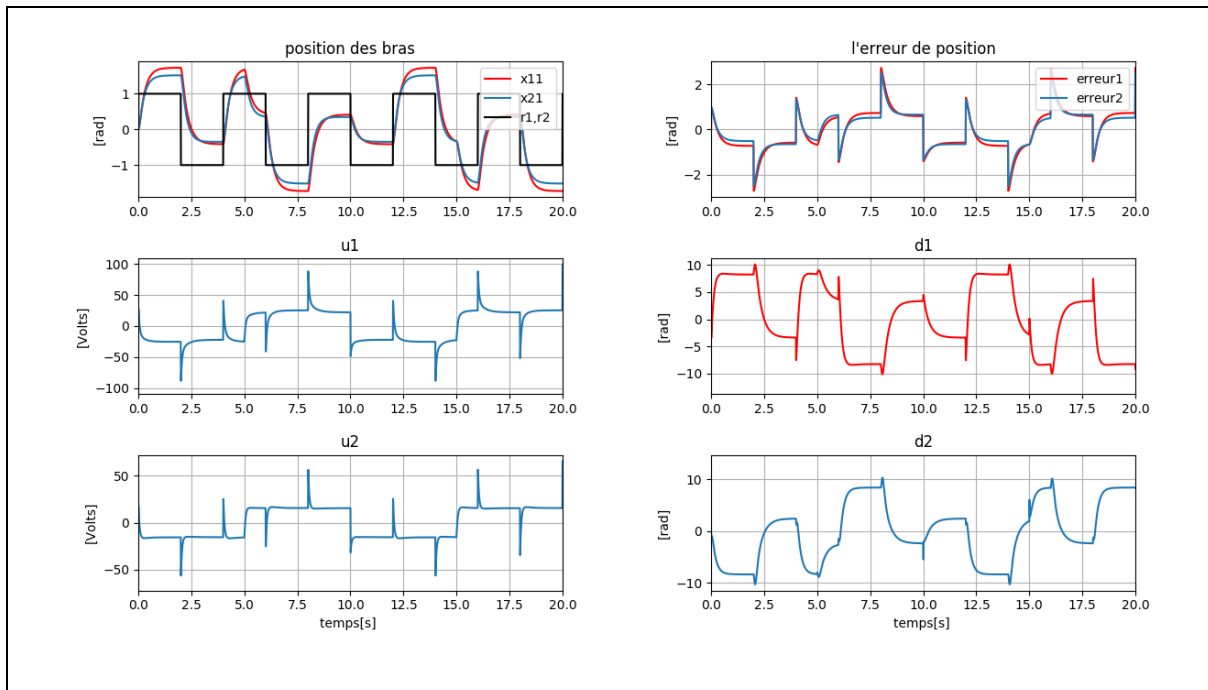


Figure 2-4 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 0.1 \text{ Hz}$.

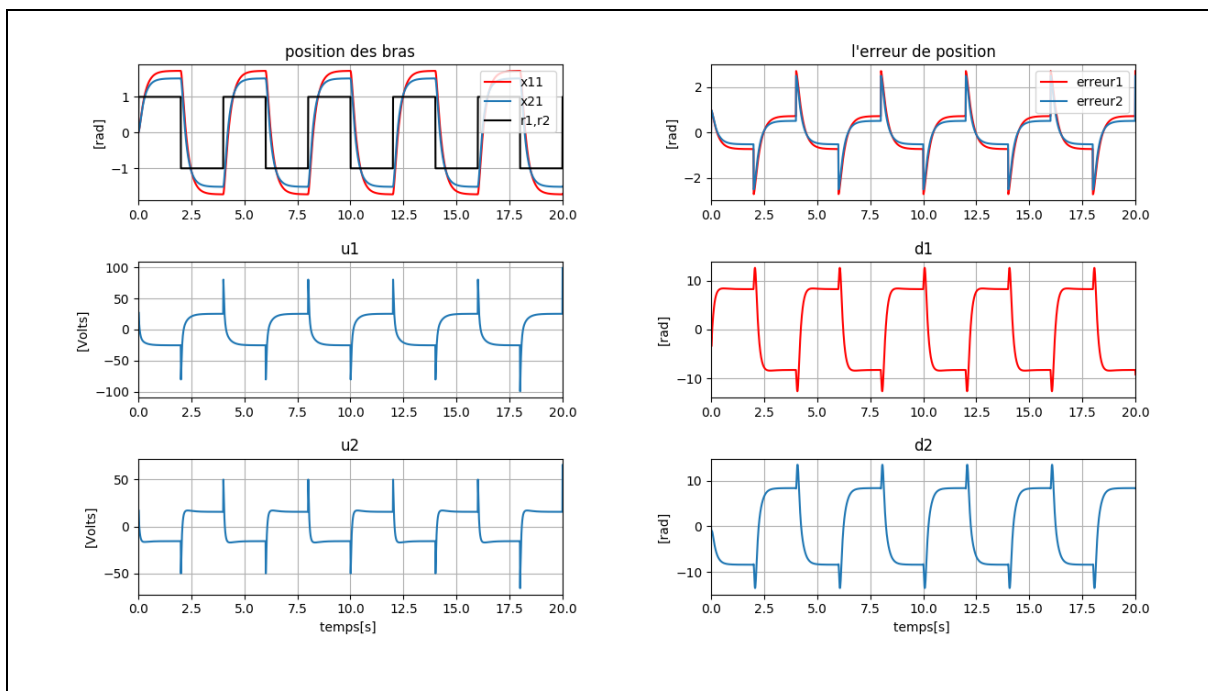


Figure 2-5 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 0.25 \text{ Hz}$.

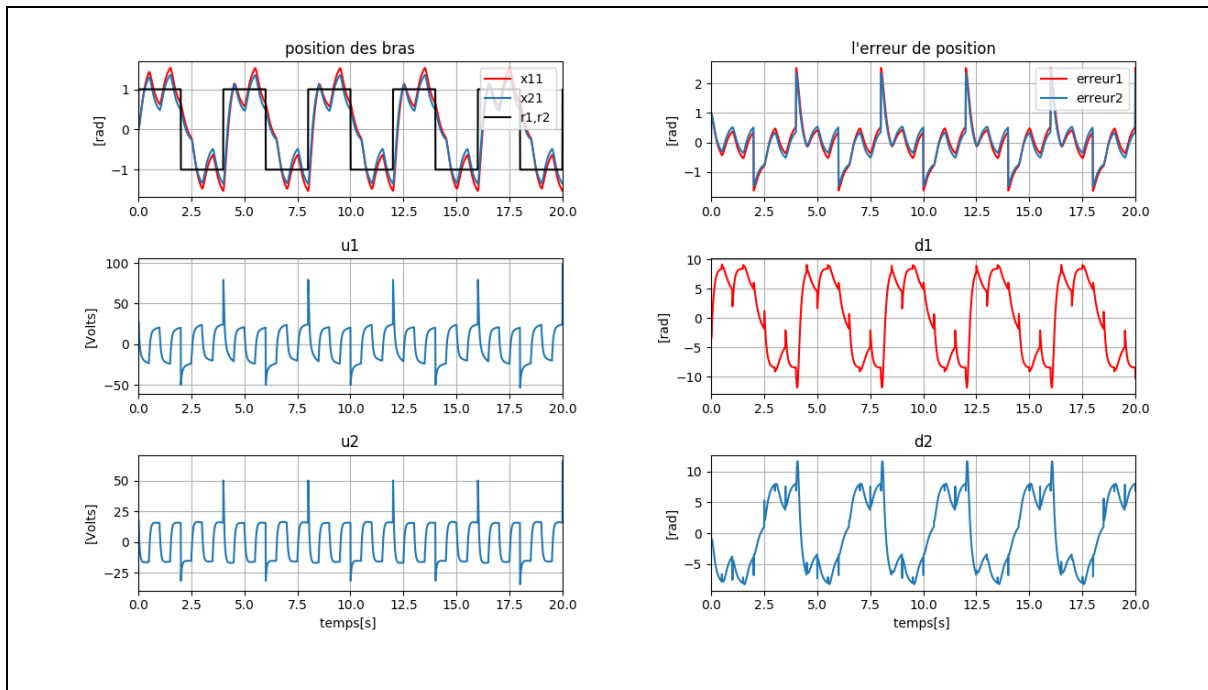


Figure 2-6 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 1.0$ Hz.

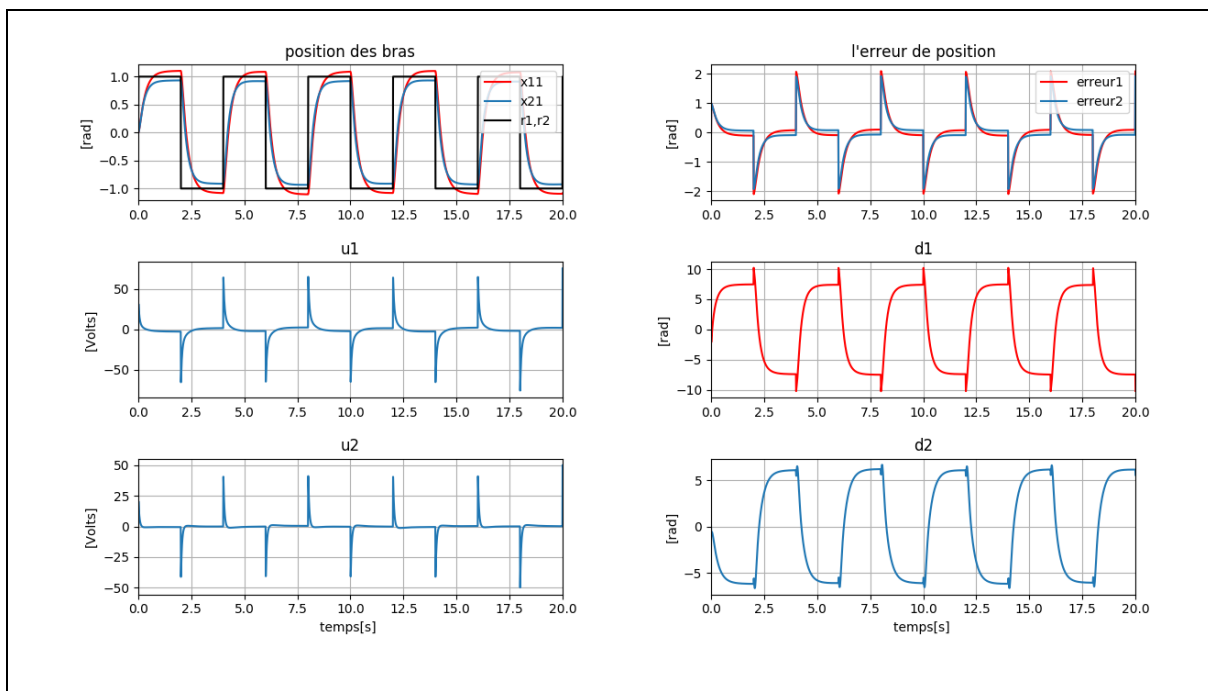


Figure 2-7 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 0.1$ Hz.

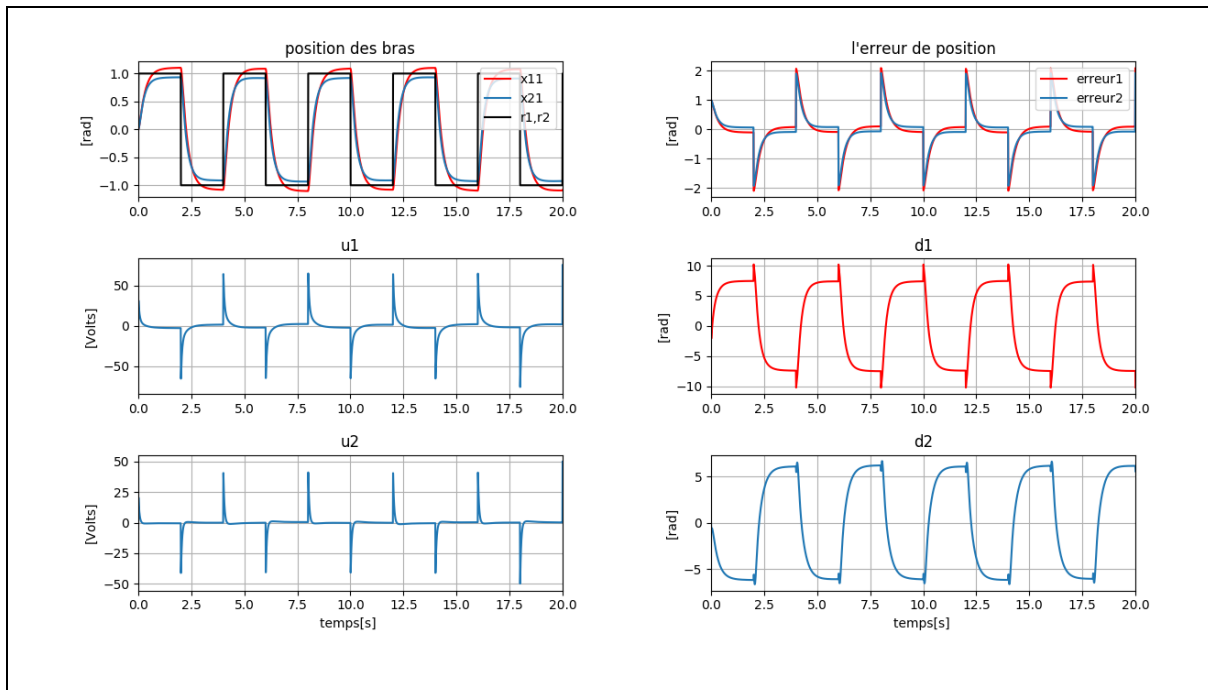


Figure 2-8 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 0.25$ Hz.

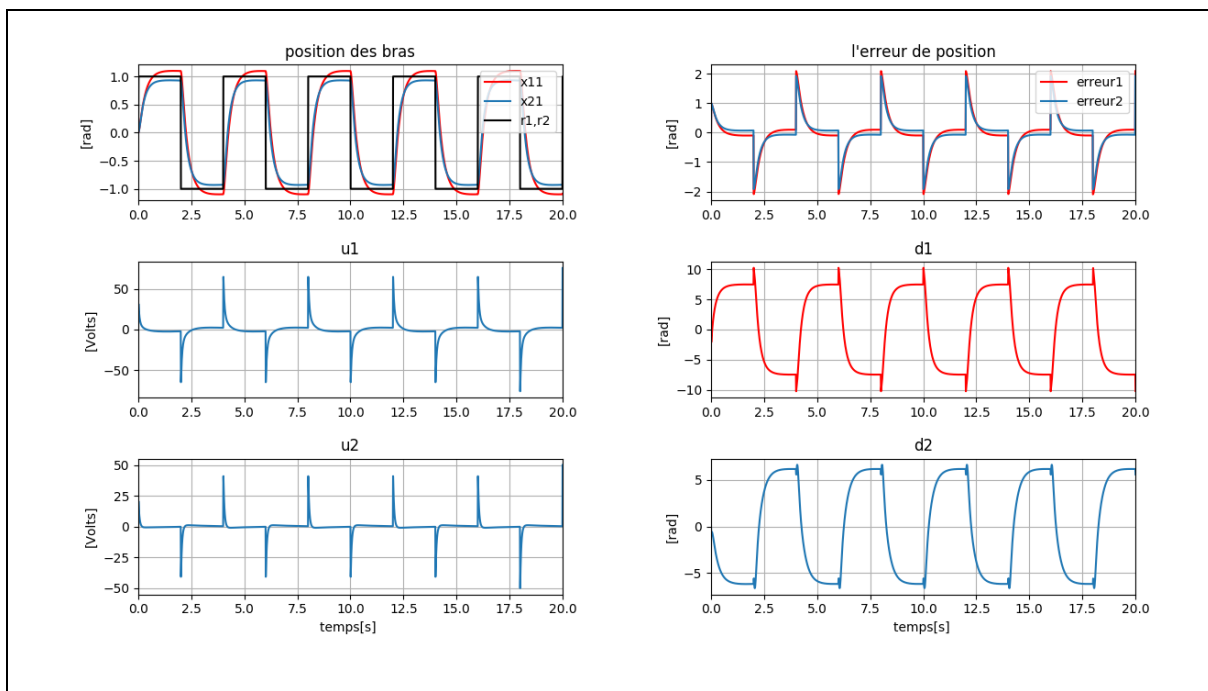


Figure 2-9 : Commande par retour d'état avec une perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 1.0$ Hz.

2.3 Commande par retour d'état avec action intégrale : SFBIA

2.3.1 Détermination de la commande

Soit toujours, notre bras manipulateur classe 1 défini par le système d'équations (2-1) et (2-2), définies dans la partie précédente.

Le signal de commande par retour d'état avec action intégrale représenté par la figure-2-10, est défini par [1], [2], [6] :

Avec :

$$\begin{cases} U(t) = -K X(t) + K_i X_i(t) & (3-1) \\ X_i(t) = \int_0^t [r(\tau) - y(\tau)] d\tau & (3-2) \end{cases}$$

Où $r(t)$ est le signal de référence et $y(t)$ les signaux de sorties correspondant à la position de chaque bras.

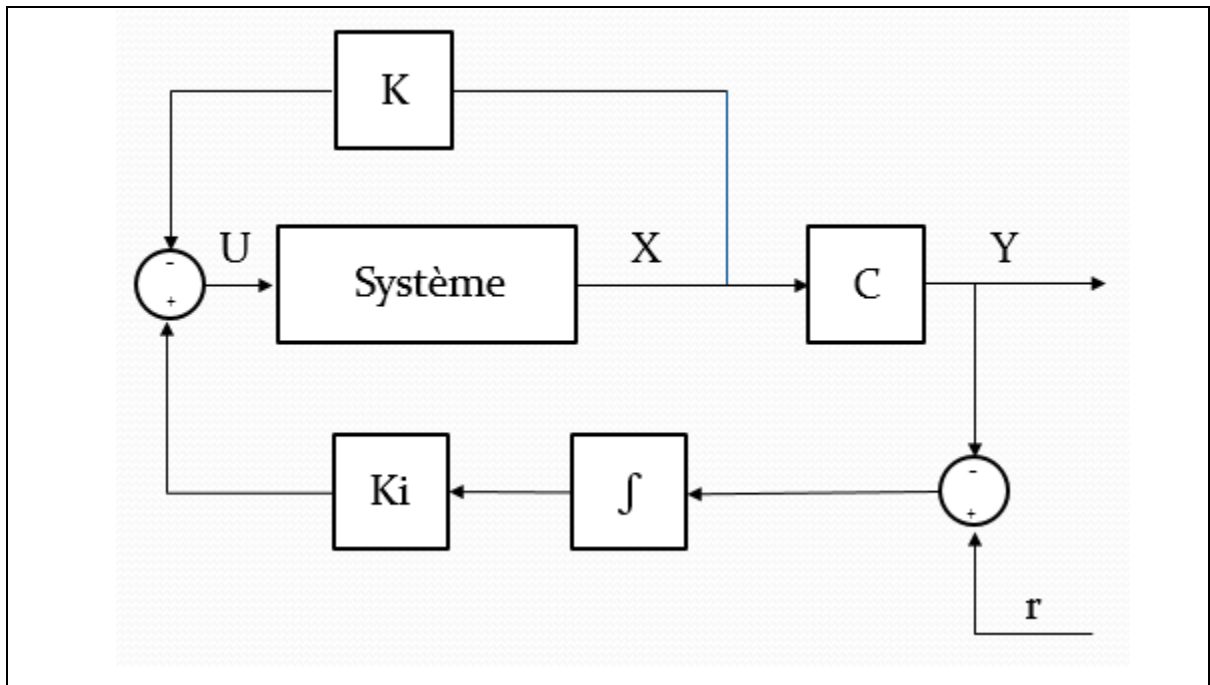


Figure 2-10 : Commande par retour d'état avec action intégrale.

Appliquant notre commande définie ci-dessus à l'équation d'état (2-1) de notre bras manipulateur classe 1, nous obtenons alors : $\dot{X} = (A - BK)X + BK_i X_i + d$ (3-3)

DETERMINATION DES MATRICES $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_i$

Pour déterminer $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_i$, nous augmentons le degré de notre système (2-1) sachant que :

$$\mathbf{X}'_i = \mathbf{r}(t) - \mathbf{y}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{C} \mathbf{X}(t) \quad (3-4)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}' \\ \mathbf{X}'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K} & \mathbf{B} \mathbf{K}_i \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{r}(t) \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}' \\ \mathbf{X}'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{4 \times 2} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{r}(t) \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

C'est de la forme : $\mathbf{X}'^* = \mathbf{A}^* \mathbf{X} + \mathbf{B}^* \mathbf{U} + \mathbf{D}^*$

$$\text{Avec : } \mathbf{U} = -\mathbf{K}^* \mathbf{X}^* \quad (3-7)$$

$$\text{Où : } \mathbf{K}^* = [\mathbf{K} \quad -\mathbf{K}_i] \quad (3-8)$$

En utilisant toujours la fonction `PLACE` de MATLAB pour déterminer les matrices, après avoir bien sûr vérifié la contrôlabilité de notre nouveau système élargi (3-3), avec un vecteur de valeurs propres égal à $\mathbf{P}^* = [-4 ; -4 ; -20 ; -20 ; -16 ; -16]^T$ pour calculer cette fois-ci la matrice $\mathbf{K}^*$ et nous déduisons alors nos matrices de gain $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_i$:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 169.2313 & 11.2467 & 45.1671 & 3.8961 \\ 72.5 & 6.25 & 72.5 & 5.2109 \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} 466.8449 & 124.5989 \\ 200 & 200 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

2.3.2 Simulation et Interprétation

Également pour la commande par retour d'état avec action intégrale, nous choisissons un signal de référence carré, d'amplitude ± 1 radian et de fréquence $f=0.25\text{Hz}$.

La figure (2-11) : En appliquant une commande par retour d'état avec action intégrale sans aucune perturbation extérieure ou une variation des paramètres internes. Les signaux de sorties suivent parfaitement le signal de référence, la commande SFBIA est donc plus robuste que la commande par retour d'état, elle arrive à annuler l'effet de la non-linéarité du système sur les signaux de sorties. Les deux commandes (u_1 et u_2) sont bornées et présentent des valeurs convenables en pratique et elles sont plus faibles par rapport à celles obtenues dans la commande par retour d'état. Les deux erreurs sont bornées et nulles au niveau de la borne supérieure et minimale (± 1 rad).

La figure (2-12) : Représente l'influence d'une perturbation extérieure constante d'amplitude 50 rad/s^2 , nous observons un très bon suivi du signal de référence avec une erreur bornée. Les commandes (u_1 et u_2) restent bornées avec des valeurs convenables en pratique.

Les figures (2-13) à (2-15) : Représentent le cas d'une perturbation extérieure rapide, d'amplitude 50 rad/s^2 et de fréquence f respectivement égale à 0.1 Hz , 0.25Hz et 1Hz . Pour une fréquence $f = 0.1 \text{ Hz}$ et $f = 0.25 \text{ Hz}$ dans les deux cas rapides, nous observons une bonne poursuite de la référence par la sortie avec des petites erreurs dans le premier cas. Pour les commande nous remarquons que pour $f = 0.1 \text{ Hz}$ la commande est supérieure à celle de $f=0.25\text{Hz}$ qui prend la forme d'un signal carré, et pour une fréquence $f = 1 \text{ Hz}$, nous avons des petites oscillations dans la position de chaque bras et les signaux de commande prennent la forme du signal perturbateur et elles présentent des pics indésirables en pratique, avec une erreur toujours bornée.

Les figures (2-16) à (2-18) : Montrent le cas d'une perturbation extérieure lente, d'amplitude 50 rad/s^2 et de fréquence f respectivement égale à 0.1 Hz , 0.25Hz et 1Hz . Pour les trois cas de fréquence, nous observons une bonne poursuite de la référence, l'erreur reste bornée, les commandes engendrées sont aussi bornées et présentent des valeurs acceptables en pratique.

Les figures (A-3), (A-4) en annexe A : Présentent la variation des paramètres interne de notre système, les frictions des joints puis les masses des bras, nous observons que nous avons une très bonne poursuite, les commandes présentent des valeurs convenables en pratique et elles sont inférieures par rapport au cas de la commande par retour d'état. Les deux erreurs sont bornées et nulles au niveau de la borne supérieure et minimale (± 1 rad).

D'après les résultats de simulation nous pouvons dire que la commande SFBIA est plus robuste que la commande par retour d'état grâce à l'addition de l'intégrale d'erreur à la commande.

En revanche, la commande SFBIA perd sa robustesse lorsque le système est soumis à des perturbations de fréquence plus grande que la fréquence de la référence.

D'un autre côté, la commande SFBIA présente des matrices gains à des coefficients très grands, ce qui rend notre système plus sensible à la propagation du bruit.

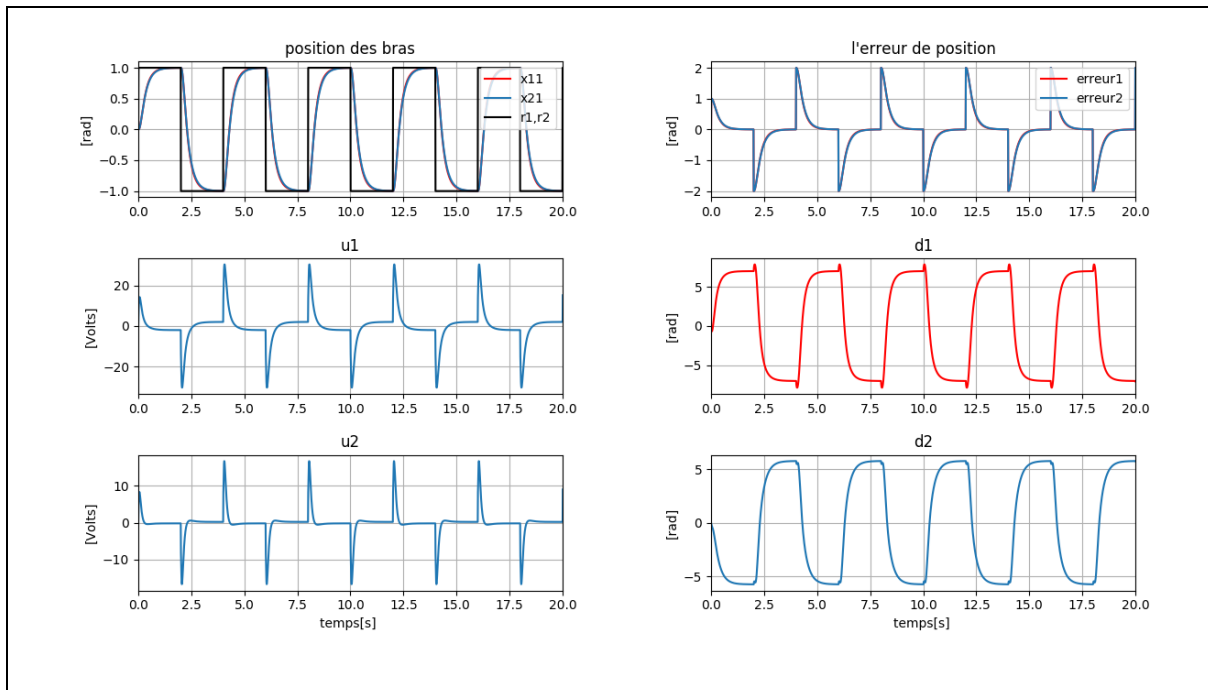


Figure 2-11 : Commande SFBIA sans aucune perturbation extérieure ou variation des paramètres internes.

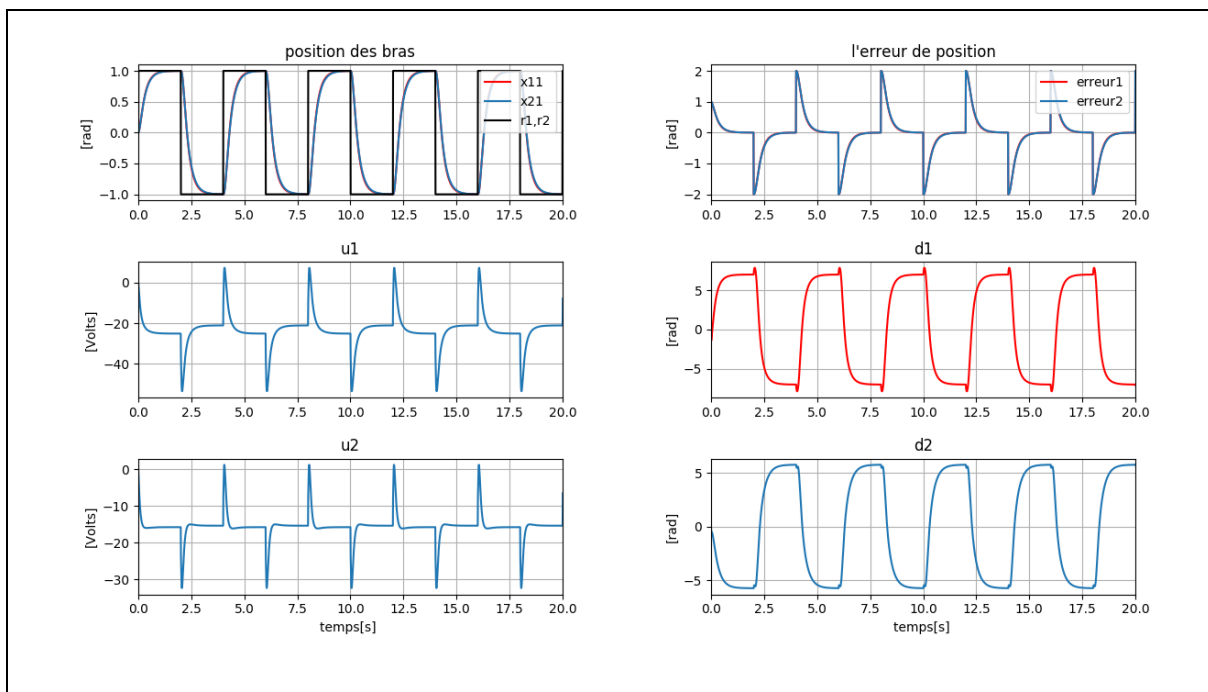


Figure 2-12 : Commande SFBIA avec perturbation extérieure constante d'amplitude $ext = 50 \text{ rad/s}^2$.

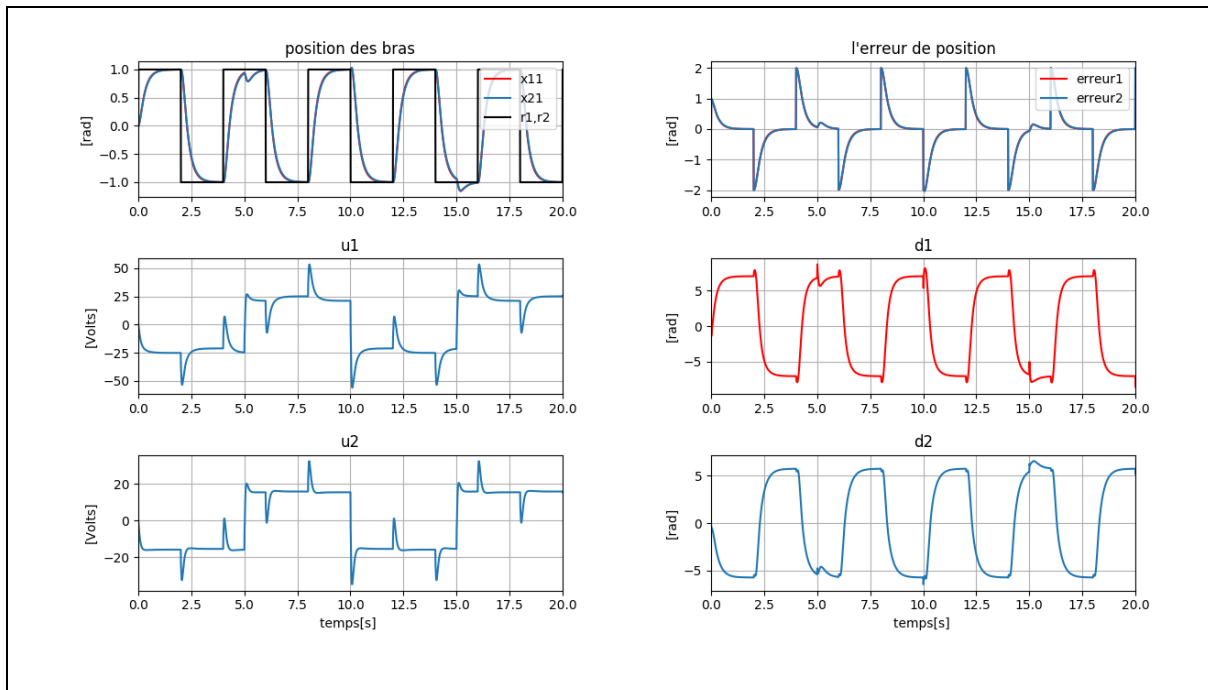


Figure 2-13 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f = 0.1 \text{ Hz}$.

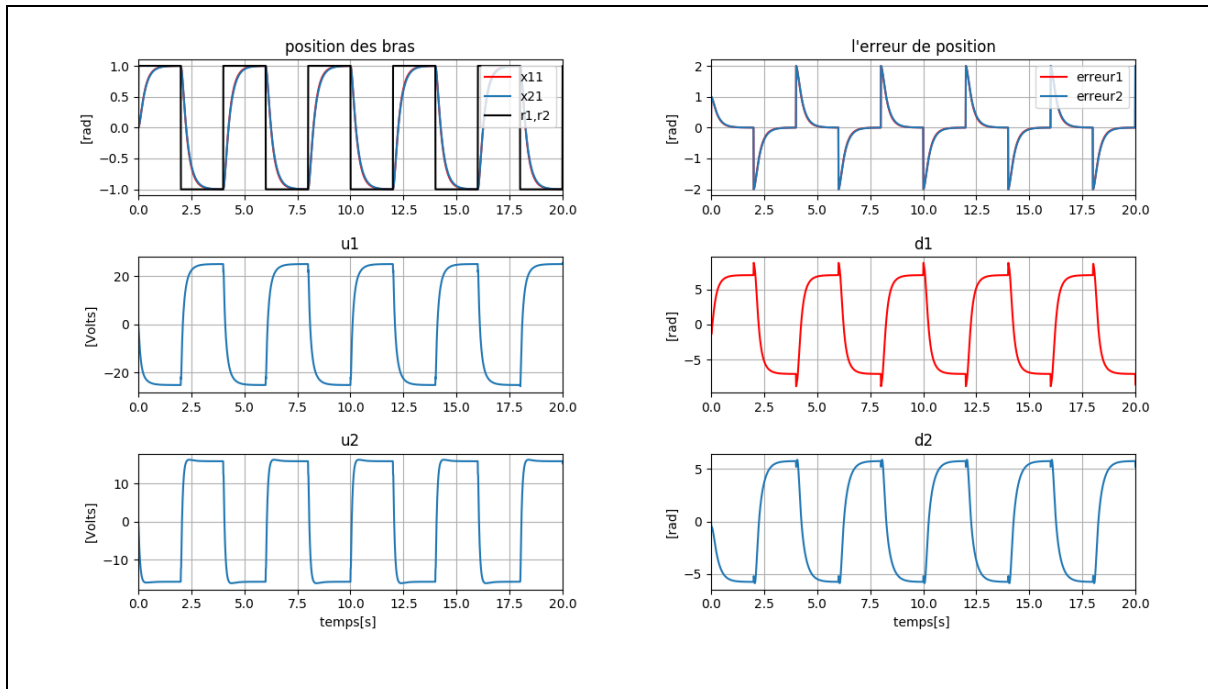


Figure 2-14 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f = 0.25 \text{ Hz}$.

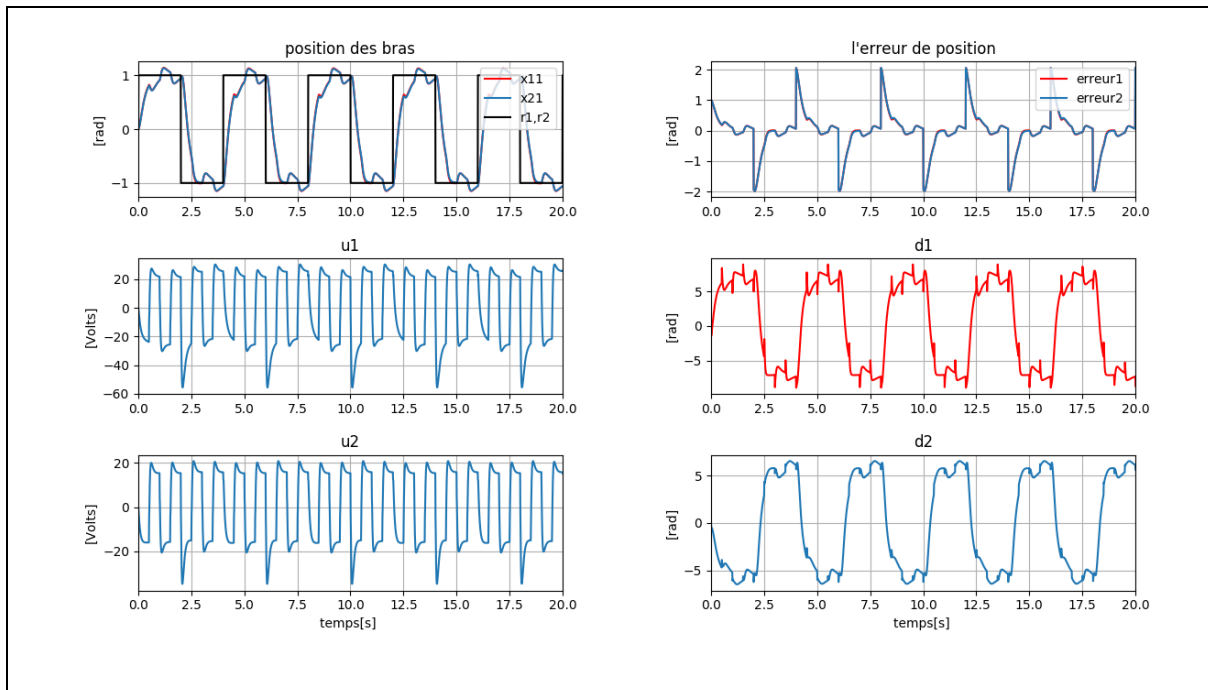


Figure 2-15 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 1.0 \text{ Hz}$.

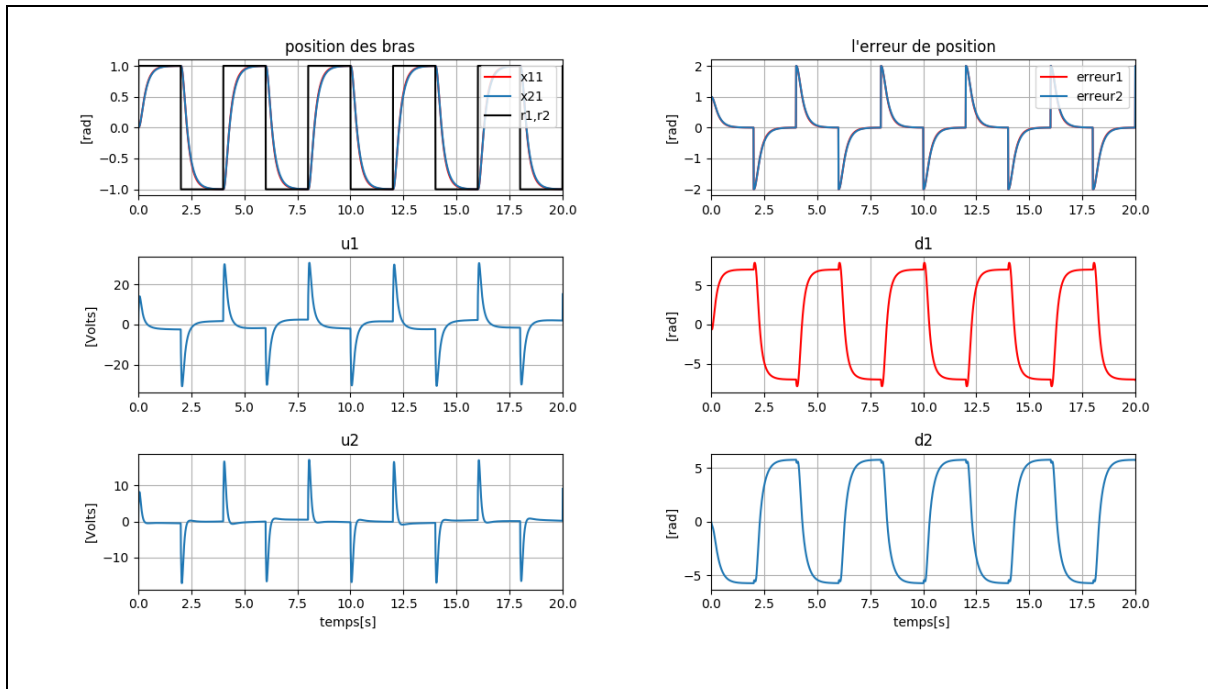


Figure 2-16 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 0.1 \text{ Hz}$.

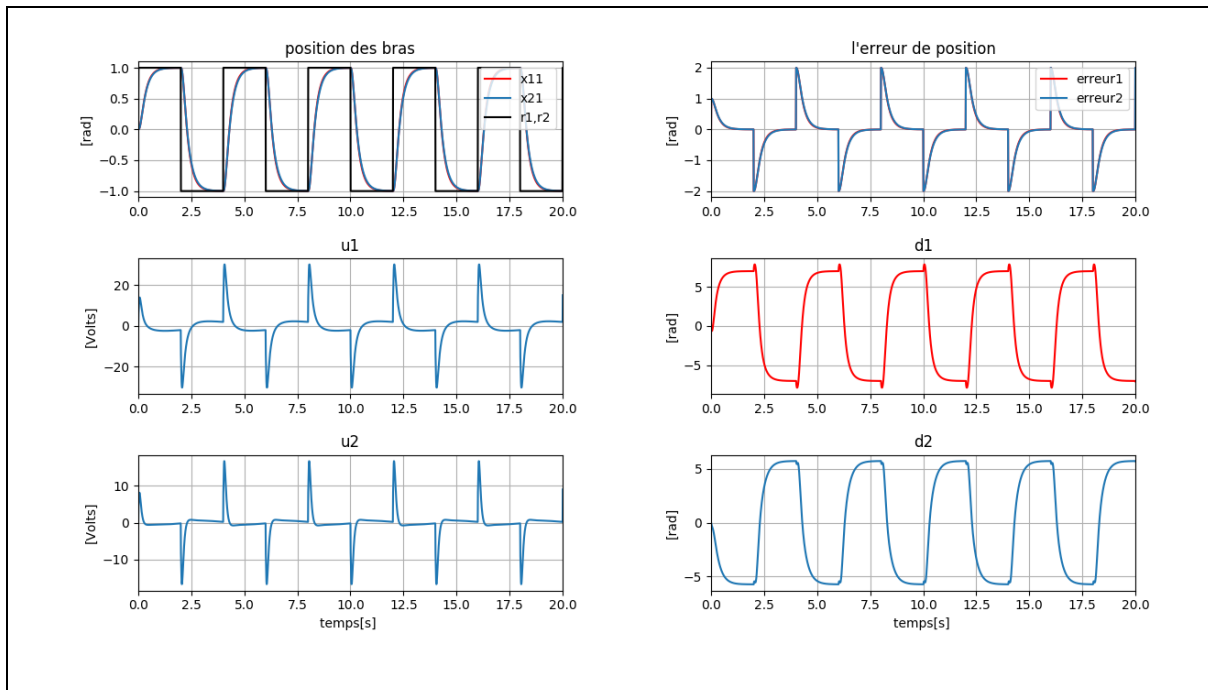


Figure 2-17 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure lente
d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 0.25 \text{ Hz}$.

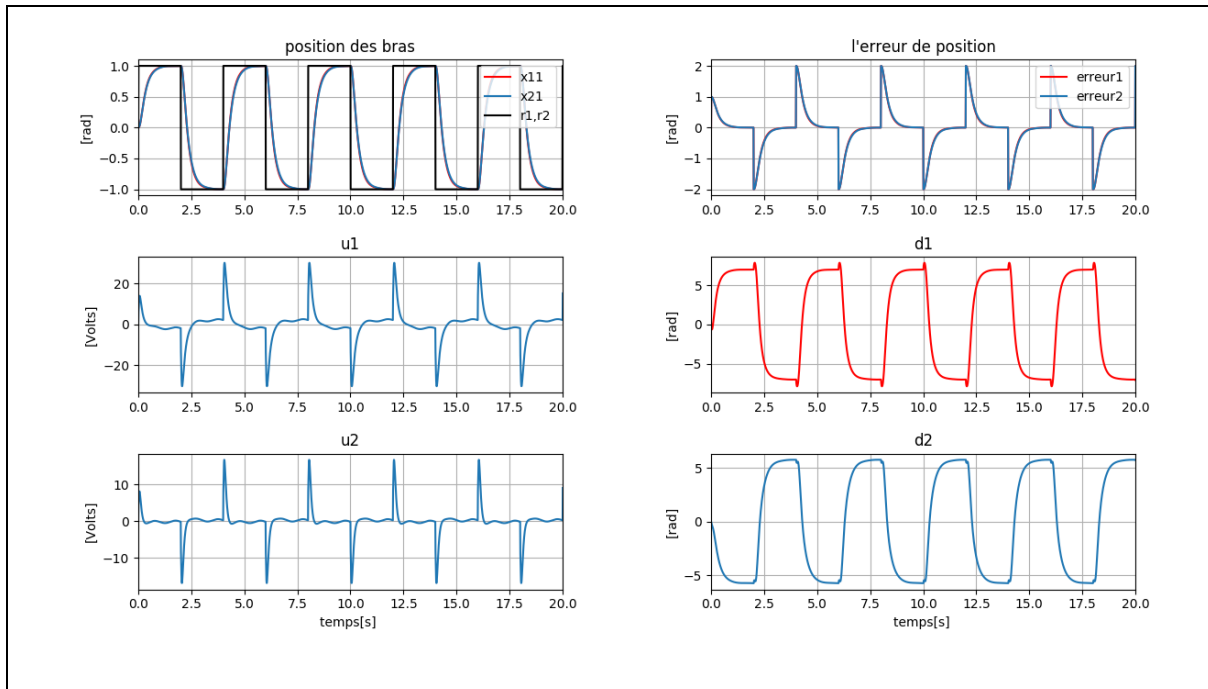


Figure 2-18 : Commande SFBIA avec une perturbation extérieure lente
d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f = 1.0 \text{ Hz}$.

2.4 Commande avec modèle de référence linéaire : LMFC

2.4.1 Détermination de la commande

Dans la commande LMFC, le système est contrôlé de telle sorte que son comportement dynamique se rapproche d'un modèle spécifié. Le modèle fait partie du système et spécifie les objectifs de conception. Le contrôleur devrait forcer l'erreur entre la sortie du modèle et la sortie du système à zéro lorsque le temps tend à l'infini.

Soient toujours les équations d'état (2-1) et (2-2) qui représentent notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1 à 2 degré de liberté.

Le modèle de référence linéaire choisi [6] est défini par :

$$\mathbf{X}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{X}_m + \mathbf{B}_m \mathbf{r} \quad (4-1)$$

Où : $\mathbf{X}_m = [\mathbf{X}_{m11} \ \mathbf{X}_{m12} \ \mathbf{X}_{m21} \ \mathbf{X}_{m22}]^T$, est le vecteur d'état de notre modèle de référence correspondant aux positions et vitesse désirés.

$$\mathbf{A}_m = \text{diag} [\mathbf{A}_{m1}: \mathbf{A}_{m2}] \quad \text{et} \quad \mathbf{B}_m = \text{diag} [\mathbf{B}_{m1}: \mathbf{B}_{m2}]$$

Avec:

$$\mathbf{A}_{m1} = \mathbf{A}_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\mathbf{a}_{m1} & -\mathbf{a}_{m2} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{B}_{m1} = \mathbf{B}_{m2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_{m1} \end{bmatrix}$$

Chaque degré de liberté de ce modèle (qui est de second ordre) a ses valeurs propres localisées en : $\lambda = -\lambda_1, -\lambda_2$ pour choix judicieux de $\mathbf{a}_{m1}$ et $\mathbf{a}_{m2}$.

Pour un amortissement critique, un mouvement coordonné pour chaque bras et un temps de réponse choisi $t_s = 1s$ [1], nous avons alors : $\mathbf{a}_{m1} = \lambda_1 \lambda_2$, $\mathbf{a}_{m2} = \lambda_1 + \lambda_2$, où $\lambda_i \approx 4/t_s$, $i = 1,2$.

Pour un temps de réponse égal à 1s, nous aurons :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 4 \Rightarrow \mathbf{a}_{m1} = 16 \text{ et } \mathbf{a}_{m2} = 8$$

D'où:

$$\mathbf{A}_{m1} = \mathbf{A}_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -8 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{B}_{m1} = \mathbf{B}_{m2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 16 \end{bmatrix}$$

Avec les paramètres définis ci-dessus, le modèle de référence définie par l'équation (4-1), assure un temps de réponse égale à 1s [1].

Nous définissons alors une nouvelle variable d'état, l'erreur $\mathbf{X}_e$ comme suit :

$$\mathbf{X}_e = \mathbf{X}_m - \mathbf{X} \quad (4-2)$$

$$\text{D'où :} \quad \mathbf{X}'_e = \mathbf{X}'_m - \mathbf{X}' \quad (4-3)$$

En remplaçant les expressions $\mathbf{X}'_m$ et $\mathbf{X}'$ données par les équations (4-1), (2-1) et après réarrangement des termes, nous aboutissons alors à une nouvelle expression de $\mathbf{X}'_e$, soit :

$$\mathbf{X}'_e = \mathbf{A}_m \mathbf{X}_e + (\mathbf{A}_m - \mathbf{A}) \mathbf{X} + \mathbf{B}_r - \mathbf{B} \mathbf{U} - \mathbf{d} \quad (4-4)$$

Puis nous choisissons une commande classique « linéaire » donnée par la figure 2-19 et définie par l'équation suivante [1] , [2] , [6] , [7] , [8] : $\mathbf{U} = -\mathbf{K} \mathbf{X} + \mathbf{K}_r \mathbf{r}$ (4-5)

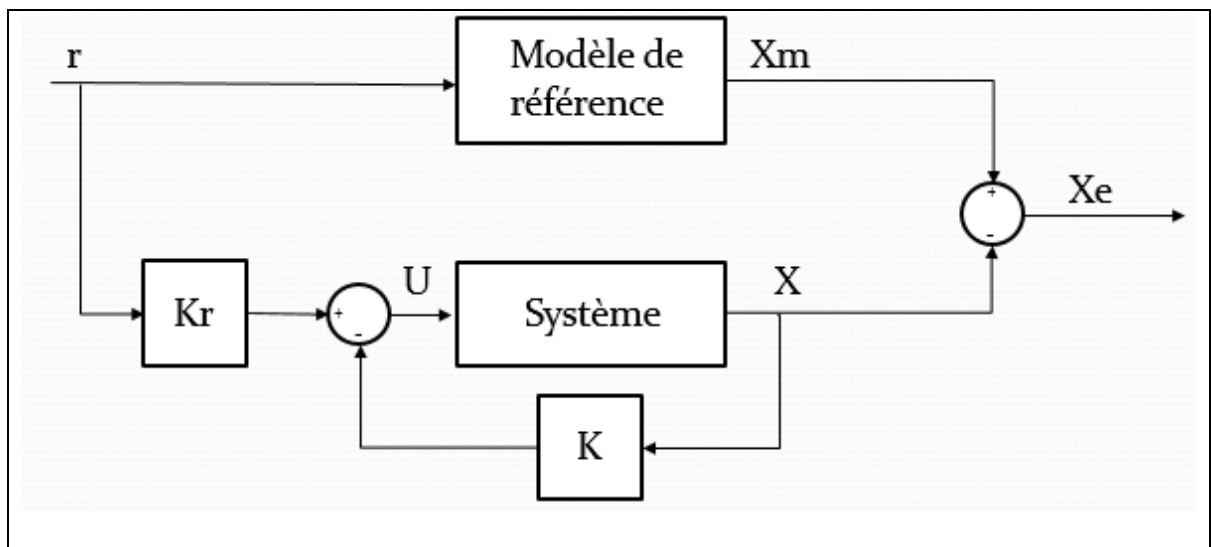


Figure 2-19 : Commande avec modèle de référence LMFC.

L'équation (4-3) s'écrit donc sous la forme suivante :

$$\mathbf{X}'_e = \mathbf{A}_m \mathbf{X}_e + (\mathbf{A}_m - \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}) \mathbf{X} + (\mathbf{B}_m - \mathbf{B} \mathbf{K}_r) \mathbf{r} - \mathbf{d} \quad (4-6)$$

Alors en supposant que le terme de la non-linéarité $\mathbf{d}(\mathbf{t})$ est nul, le système défini par la nouvelle équation d'état (4-6) est asymptotiquement stable si :

$$\begin{cases} \mathbf{K} = \mathbf{B}^+ (\mathbf{A} - \mathbf{A}_m) & (4-7) \\ \mathbf{K}_r = \mathbf{B}^+ \mathbf{B}_m & (4-8) \end{cases}$$

Avec $\mathbf{B}^+ = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T$: pseudo-inverse gauche de $\mathbf{B}$.

D'un autre côté, pour avoir une parfaite poursuite du modèle de référence, notre système doit vérifier les conditions d'Erzberger [9], soient :

$$\begin{cases} (\mathbf{I}_4 - \mathbf{B} \mathbf{B}^+) (\mathbf{A}_m - \mathbf{A}) = \mathbf{0} & (4-9) \\ (\mathbf{I}_4 - \mathbf{B} \mathbf{B}^+) \mathbf{B}_m = \mathbf{0} & (4-10) \end{cases}$$

Nous déduisons que $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_r$ sont **uniques** et sont égale à :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 5.8356 & -0.4245 & 1.5575 & 0.7811 \\ 2.5000 & 1.2500 & 2.5000 & 0.2109 \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} 5.8356 & 1.5575 \\ 2.5000 & 2.5000 \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

Avec :

$$\mathbf{B}^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0.3647 & 0 & 0.0973 \\ 0 & 0.1563 & 0 & 0.1563 \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

2.4.2 Simulation et interprétation

Pour faire une simulation de la réponse de notre système à la commande de LMFC, le signal de référence choisie est toujours le même, c'est un signal carré d'amplitude ± 1 rad et de fréquence $f=0.25\text{Hz}$, mais pour ce type de commande la sortie de système (soit la position de chaque bras) est sensé suivre l'état (X_{m11} et X_{m21}) du modèle de référence choisi et non pas le signal de référence $r(t)$.

La figure (2-20) : Présente le résultat d'une commande avec modèle de référence linéaire sans aucune perturbation extérieure ou interne. Le signal de sortie du bras 1 poursuit bien le modèle de référence (X_{m11} et X_{m21}) sauf que nous avons toujours un dépassement positif (ou négatif) surtout pour le signal du bras 2 qui suit la référence avec une façon dégradante, cela est traduit par l'effet de la non-linéarité du système qui n'a pas été introduite dans le calcul de la commande. D'un autre côté, nous remarquons que la commande nécessaire est moins importante que celles déjà utilisées dans les deux commandes précédentes. Et nous observons aussi que l'erreur est petit (0.5 rad) borné et son signal prend une forme périodique.

La figure (2-21) : En appliquant aux deux bras, une perturbation extérieure constante, d'amplitude 50 rad/s^2 . Nous observons que le signal de sortie poursuit le modèle de référence mais avec un grand écart d'amplitude, nous remarquons aussi que l'erreur a augmenté (une erreur de 1 à 3.5 radians). Et les commandes sont aussi augmentées par rapport au cas sans perturbation.

Les figures (2-22) à (2-24) : Montrent le cas d'une perturbation extérieure rapide d'amplitude 50 rad/s^2 et de fréquence respectivement égale à 0.1Hz, à 0.25Hz et à 1Hz. Les performances de la commande ne sont pas robustes dans ce cas de la fréquence 0.1Hz. Les signaux de sorties ne suivent plus le modèle de référence, l'erreur et la commande augmente par rapport au cas sans perturbation, et lorsque $f = 0.25 \text{ Hz}$ la sortie suit la référence mais avec un écart considérable, l'erreur et les commandes sont grande mais restent bornées, et pour les cas de $f = 1 \text{ Hz}$, nous remarquons que la sortie poursuit la référence mais avec des oscillations, C'est l'influence de la fréquence perturbatrice. Nous remarquons aussi que Les commandes sont bornées et présentent quelques pics, et l'erreur du bras 2 et inférieure au bras 1 mais restent bornées.

Les figures (2-25) à (2-27) : Présentent le cas d'une perturbation extérieure lente d'amplitude 50 rad/s^2 et de fréquence, respectivement égale à 0.1Hz , à 0.25Hz et à 1Hz . Pour ces trois cas de fréquence, nous observons que la sortie du bras 1 suit la référence avec des petits dépassements et diminutions comparant avec le bras 2 qui poursuit la référence mais avec une façon dégradante, les commandes engendrées sont moins importantes et restent bornées. Et nous observons aussi que l'erreur est petite (0.5 rad) borné et son signal prend une forme périodique, Bien qu'il s'agisse de perturbation faible les performances de la commande restent toujours très faibles.

Les figures (A-5) à (A-6) en annexe A : Présentent le résultat d'une commande avec modèle de référence linéaire avec variation des paramètres internes les frictions des joints puis les masses des bras. Nous observons une bonne poursuite pour le premier signal de sortie mais avec un retard dans le cas d'une variation de la friction de joint, mais pour les autres cas nous avons des dépassements et des diminutions ce qui augmente l'erreur. Nous remarquons aussi que la commande nécessaire est moins importante que celles déjà utilisées dans les deux commandes précédentes.

En résumé, nous constatons que par rapport aux commandes linéaires déjà étudiées, la commande LMFC entraîne notre bras manipulateur à devenir instable plus rapidement. Ceci est prévisible du fait que les matrices gains K et K_r sont uniques et non variable. Donc, la variation des termes présents dans les matrices paramètres A et B ou l'addition de perturbations extérieures à notre système, rend le modèle de référence choisi inadéquat.

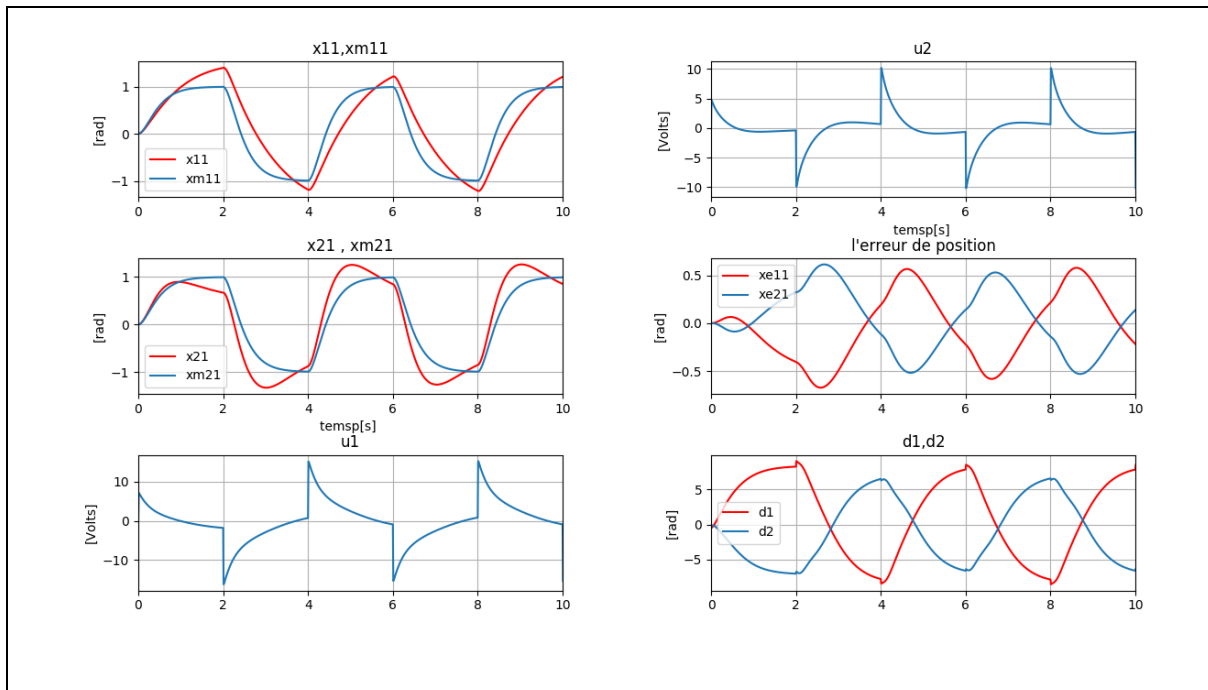


Figure 2-20 : Commande LMFC sans perturbations extérieures ou variation des paramètres internes.

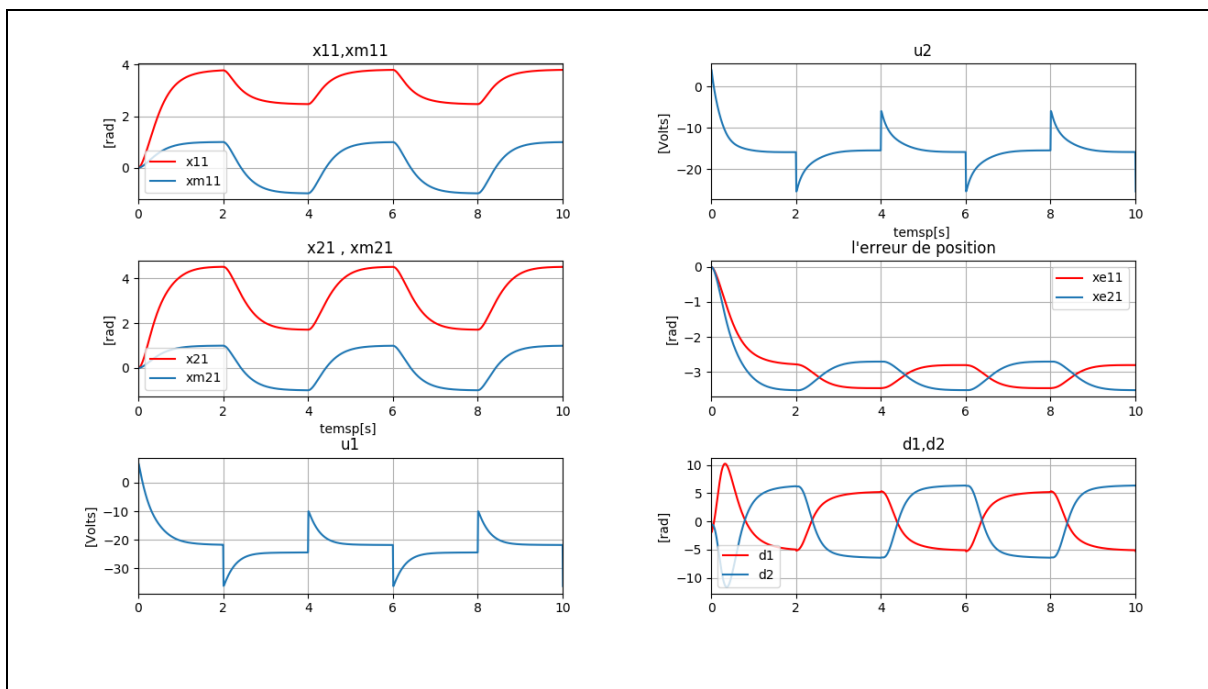


Figure 2-21 : Commande LMFC avec perturbation extérieure constante d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$.

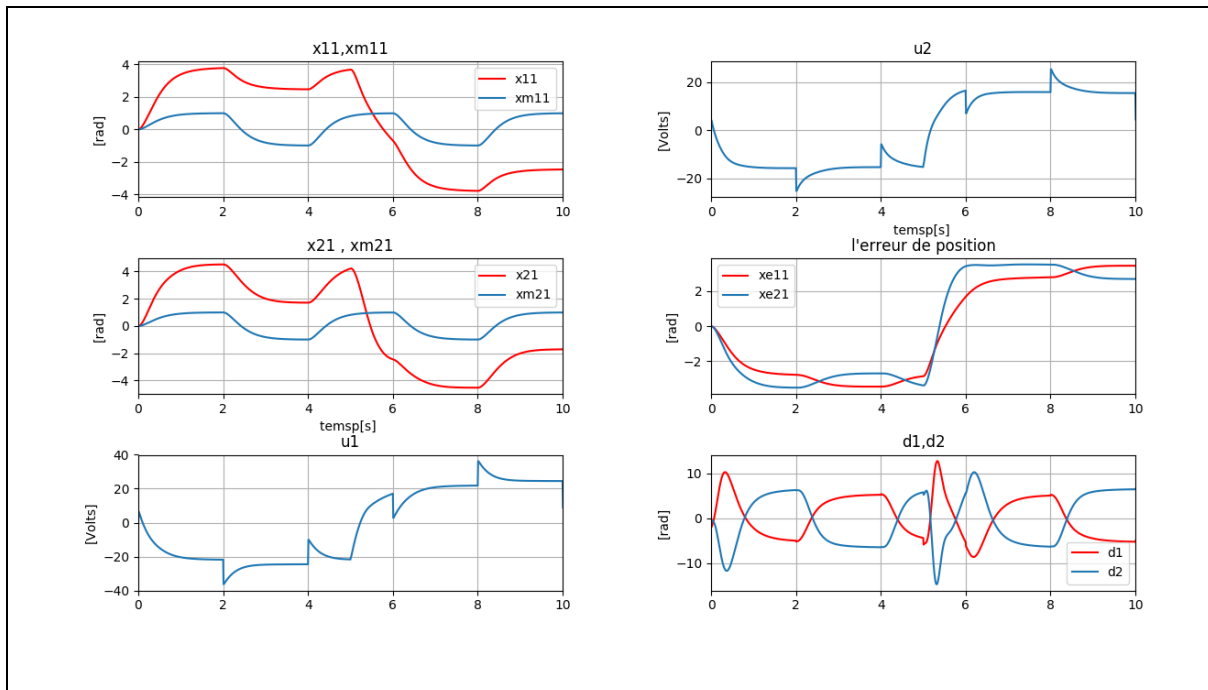


Figure 2-22 : Commande LMFC avec perturbation extérieure rapide
d'amplitude = 50 rad/s^2 avec $f=0.1 \text{ Hz}$.

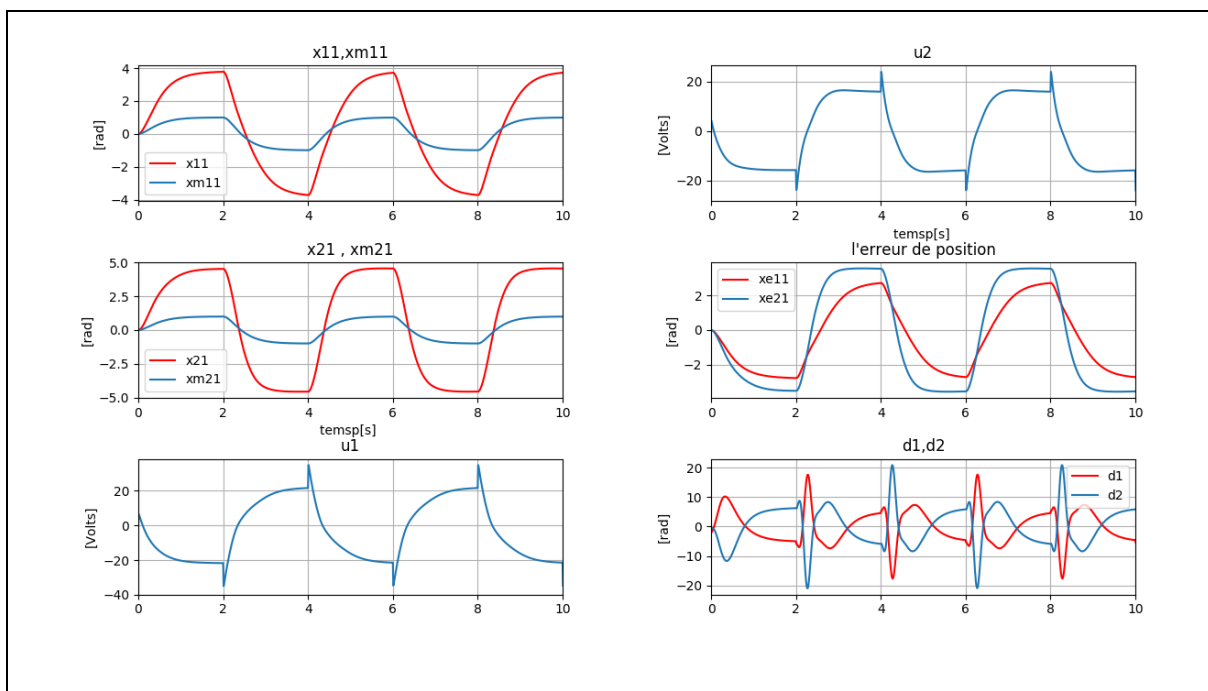


Figure 2-23 : Commande LMFC avec perturbation extérieure rapide
d'amplitude = 50 rad/s^2 avec $f=0.25 \text{ Hz}$.

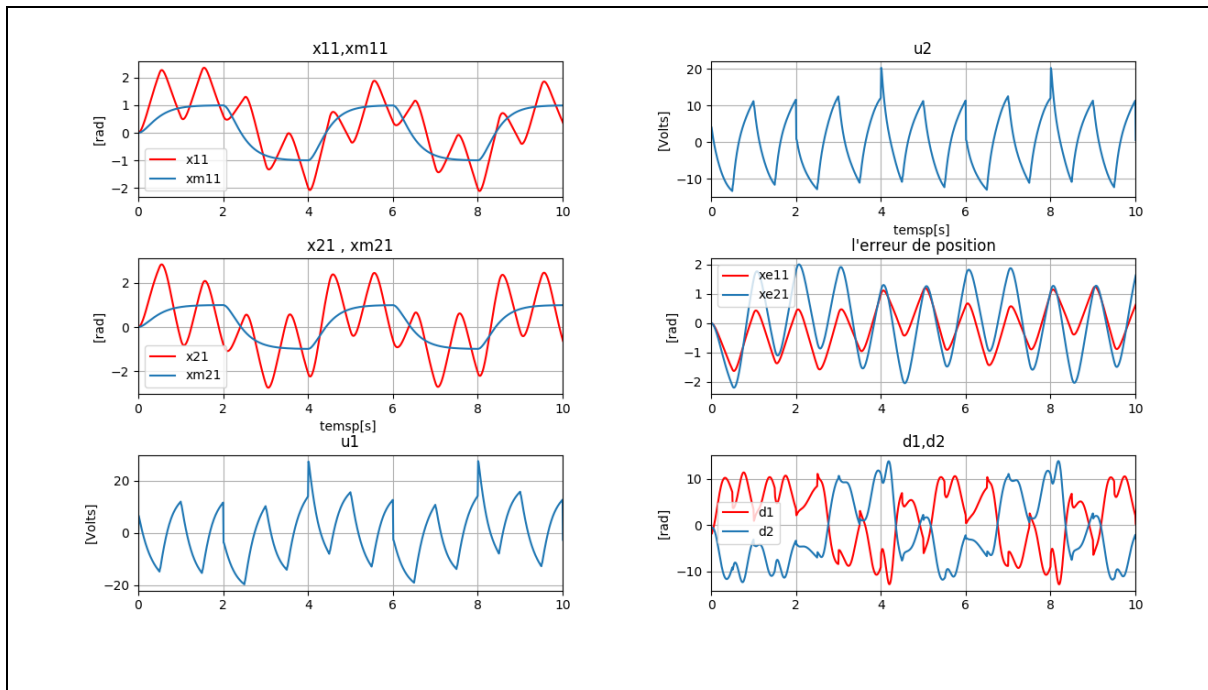


Figure 2-24 : Commande LMFC avec perturbation extérieure rapide
d'amplitude = 50 rad/s² avec $f=1.0$ Hz.

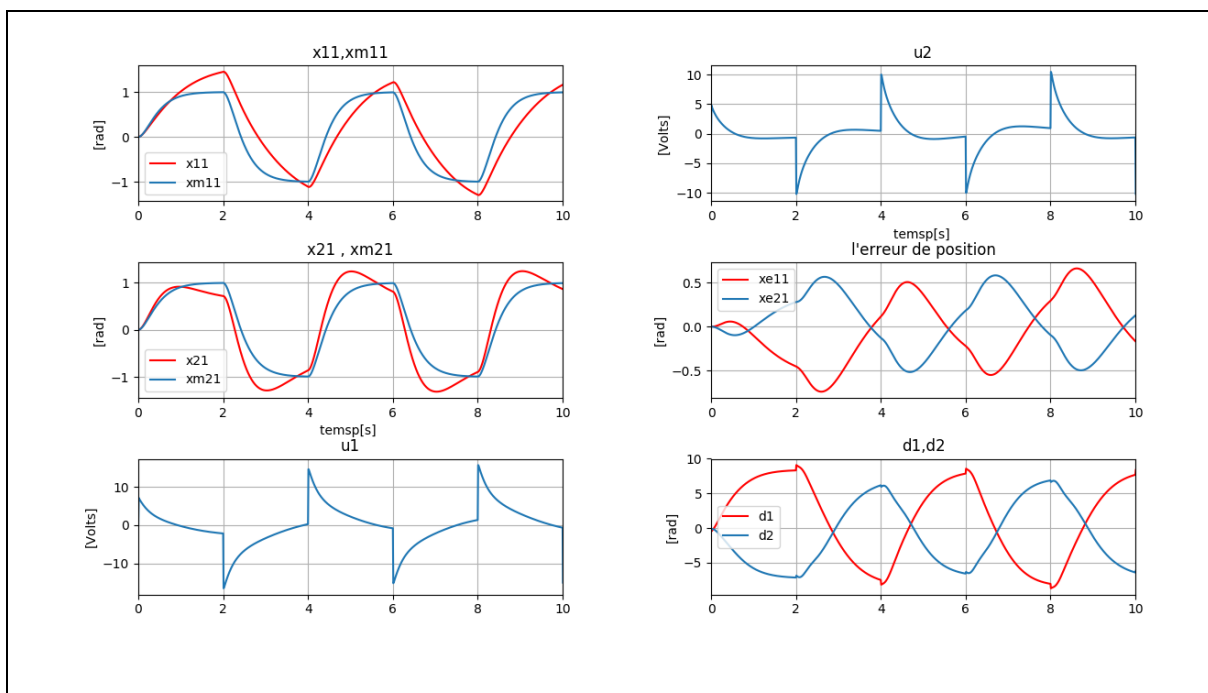


Figure 2-25 : Commande LMFC avec perturbation extérieure lente
d'amplitude = 50 rad/s² avec $f=0.1$ Hz.

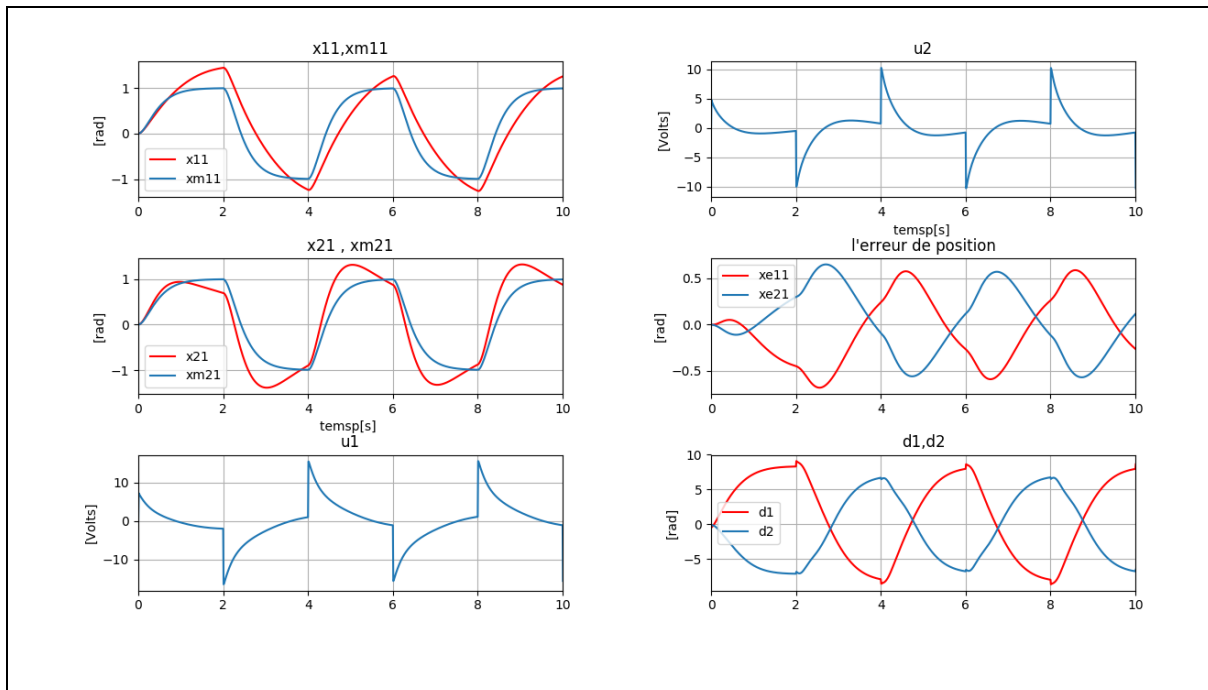


Figure 2-26 : Commande LMFC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s^2 avec $f=0.25 \text{ Hz}$.

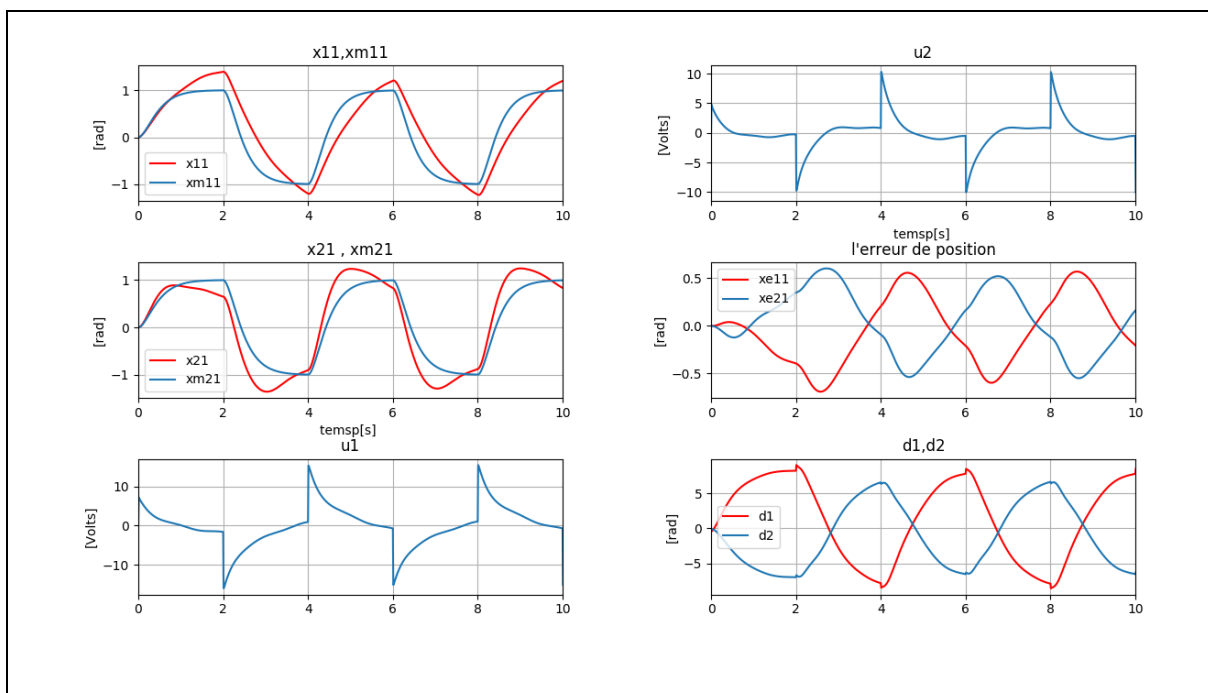


Figure 2-27 : Commande LMFC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s^2 avec $f=1.0 \text{ Hz}$.

2.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter une étude théorique de quelques lois de commande classiques pour étudier leur robustesse, où nous avons soumis notre bras manipulateur à différentes perturbations extérieures et à des variations des paramètres internes.

En premier lieu, nous avons vu la commande par retour d'état qui était complètement non robuste, ensuite nous avons introduit, la commande SFBIA qui était robuste sauf pour le cas des perturbations extérieures de fréquence supérieure à celle de la référence. Nous pouvons donc dire qu'elle peut être utilisée dans les cas qui ne demandent pas des précisions. Dans la dernière partie nous avons présenté la commande LMFC qui n'était pas robuste aussi comme pour le cas de retour d'état.

Nous avons donc constaté que la non inclusion du terme de la non linéarité dans le calcul de la commande a conduit à l'instabilité du notre système non linéaire. Cependant nous ne trouvons pas ce problème dans le cas de la commande SFBIA, qui est plus robuste par rapport aux autres commandes, mais l'inconvénient de cette commande est que les matrices de gains présentent des coefficients très grands, ce qui rend notre système plus sensible à la propagation du bruit. Un autre inconvénient des commandes classiques est que les paramètres internes de système doivent être connus et supposés constants.

À cause de ces inconvénients, le prochain chapitre sera consacré à l'étude des commandes non linéaires adaptatives afin de tester s'ils vont améliorer la stabilité du notre système et lui rendre robuste ou non.

Chapitre 3

APPLICATIONS DES COMMANDES NON LINEAIRES AU BRAS MANIPULATEUR

CLASSE 1

3.1 La commande adaptative avec modèle de référence MRAC

3.1.1 Introduction

Les systèmes à commande adaptative avec modèle de référence ont été conçus de manière que la réponse du système à un signal de commande soit confondue avec celle du modèle de référence qui donnerait la réponse désirée.

Le schéma de principe d'un système adaptatif avec modèle de référence est donné par la figure 3-1 :

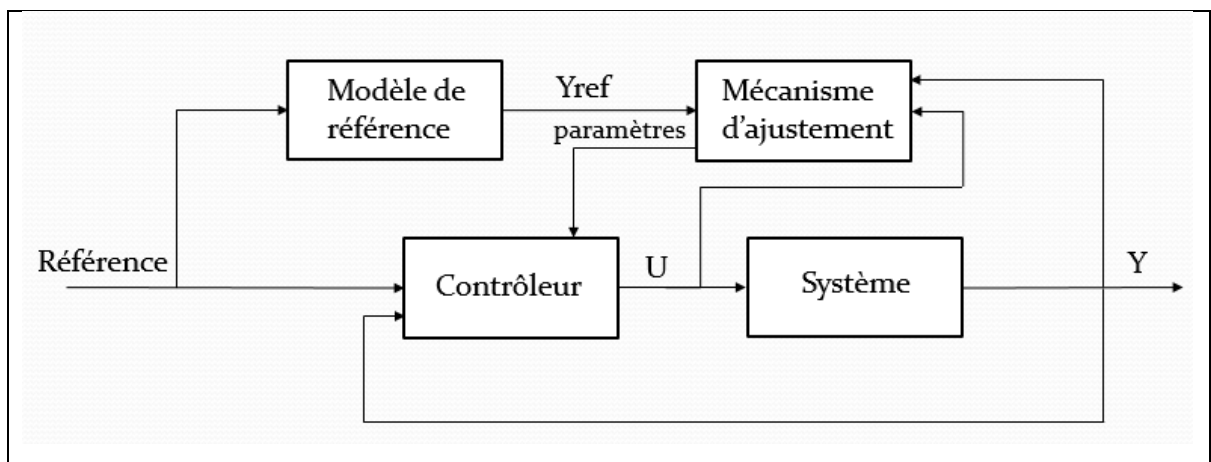


Figure 3-1 : Schéma d'un système adaptatif avec modèle de référence.

3.1.2 Détermination de la commande

Soit toujours notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté donné par le système d'équations :

$$\begin{cases} \mathbf{X}' = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{B} \mathbf{U} + \mathbf{d} & (5-1) \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C} \mathbf{X} & (5-2) \end{cases}$$

Le modèle de référence linéaire qui définit l'état de la trajectoire désirée est donnée par :

$$\mathbf{X}'_m = \mathbf{A}_m \mathbf{X}_m + \mathbf{B}_m \mathbf{r} \quad (5-3)$$

Où $\mathbf{X}_m = [\mathbf{X}_{m11} \ \mathbf{X}_{m12} \ \mathbf{X}_{m21} \ \mathbf{X}_{m22}]^T$

Avec :

$\mathbf{X}_{m11}$, $\mathbf{X}_{m12}$ sont respectivement, la position et la vitesse idéales pour le bras 1.

$\mathbf{X}_{m21}$, $\mathbf{X}_{m22}$ sont respectivement, la position et la vitesse idéales pour le bras 2.

$\mathbf{r}$ est le signal de référence, de même dimension que le signal de commande $\mathbf{U}$.

Pour un temps de réponse du système choisi égal à $t_s = 1s$, le même modèle de référence défini dans la section 2-4 (commande LMFC) sera nécessaire et suffisant. Ses matrices paramètres étaient données par [1] (voir aussi, section 2-4) :

$$\mathbf{A}_m = \text{diag} [\mathbf{A}_{m1} \mathbf{A}_{m2}] \quad \text{avec} \quad \mathbf{A}_{m1} = \mathbf{A}_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_m = \text{diag} [\mathbf{B}_{m1} \mathbf{B}_{m2}] \quad \text{avec} \quad \mathbf{B}_{m1} = \mathbf{B}_{m2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 16 \end{bmatrix}$$

un choix commun du signal MRAC est donné par une extension de stratégie du contrôle LMFC [1] , [2], [6], [7], [10] :

$$\mathbf{U}(t) = -(\mathbf{K} - \delta\mathbf{K})\mathbf{X} + (\mathbf{K}_r + \delta\mathbf{K}_r)\mathbf{r} \quad (5-4)$$

Où $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_r$ sont les matrices gains (constantes) déjà définies, voir (4-11) et (4-12) pour la commande LMFC , soient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{K} = \mathbf{B}^+ (\mathbf{A} - \mathbf{A}_m) \\ \mathbf{K}_r = \mathbf{B}^+ \mathbf{B}_m \\ \mathbf{B}^+ = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (5-4) \\ (5-5) \\ (5-6) \end{array}$$

$\delta\mathbf{K}$ et $\delta\mathbf{K}_r$ sont les termes de change adaptatifs aux gains (ou gains variables) qui résultent ordinairement des effets du terme $\mathbf{d}(t)$ représentant la non linéarité du système.

pour une parfaite poursuite du modèle, notre système doit vérifier les conditions d'Erzberger [9], soient :

$$\left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{I}_4 - \mathbf{B} \mathbf{B}^+) (\mathbf{A}_m - \mathbf{A}) = \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ (\mathbf{I}_4 - \mathbf{B} \mathbf{B}^+) (\mathbf{B}_m) = \mathbf{0}_{4 \times 2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (5-7) \\ (5-8) \end{array}$$

Nous définissons alors une nouvelle variable d'état , l'erreur dynamique du système

donnée par l'équation $\mathbf{X}'_e = \mathbf{A}_m \mathbf{X}_e - \mathbf{B} \mathbf{W}_e - \mathbf{d}$ (5-9)

Où : $\mathbf{X}_e = \mathbf{X}_m - \mathbf{X}$ (5-10)

Et $\mathbf{W}_e = \delta \mathbf{K} \mathbf{X} + \delta \mathbf{K}_r \mathbf{r}$ (5-11)

Nous définissons aussi, comme une nouvelle variable d'état, l'erreur de sortie défini par :

$$\mathbf{Y}_e = \mathbf{C}_e \mathbf{X}_e \quad (5-12)$$

Alors, le système défini par les équations d'états (5-9), (5-10), (5-11) et (5-12), formé par le triplet $\{\mathbf{A}_m, \mathbf{B}, \mathbf{C}_e\}$, forme un bloc linéaire hyper-stable (Popov 1973) [11], si et seulement si, sa fonction de transfert est strictement positive réelle. Autrement dit, s'il existe deux matrices symétriques et positives définies $\mathbf{P}$ et $\mathbf{Q}$ tels que :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_m^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_m = -\mathbf{Q} \\ \mathbf{C}_e = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \end{cases} \quad (5-13)$$

$$(5-14)$$

Alors l'erreur $\mathbf{X}_e$ approche d'un équilibre **stable** si l'inégalité de Popov est satisfait, soit :

$$\int_{t_0}^{t_1} \mathbf{y}_e^T \cdot \mathbf{W}_e \cdot dt \geq -\gamma^2 \quad \forall t_1 \geq t_0 \quad (5-15)$$

Nous prenons : $\mathbf{Q} = \text{diag} [\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2]$

Avec $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, de tel façon que la position de chaque bras ait un poids plus fort que la vitesse . Pour le calcul de $\mathbf{P}$ nous utilisons la fonction LYAP de MATLAB qui nous a donné les coefficients de la matrice $\mathbf{P} = \text{diag} [\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2]$ avec :

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} 3.8125 & 0.2813 \\ 0.2813 & 0.0977 \end{bmatrix}$$

Alors :

$$C_e = \begin{bmatrix} 1.0519 & 0.3652 & -1.0519 & -0.3652 \\ -0.6553 & -0.2275 & 2.4553 & 0.8525 \end{bmatrix}$$

À la fin, spécifiques mais non uniques, les solutions pour les gains variables vérifiant l'inégalité de Popov sont données par [7] :

$$\begin{cases} \delta K = \int_0^t \alpha y_e \cdot X^T \cdot d\tau + \beta y_e \cdot X^T & (5-16) \\ \delta K_r = \int_0^t \alpha y_e \cdot r^T \cdot d\tau + \beta y_e \cdot r^T & (5-17) \end{cases}$$

Où : $\alpha > 0$, $\beta \geq 0$.

3.1.3 Simulation et interprétation

Comme, il a été procédé pour les commandes classiques étudiées précédemment. Nous allons, pour la commande adaptative avec modèle de référence MRAC, simuler la réponse de notre bras manipulateur, lorsqu'il est sujet aux différentes perturbations extérieures et aux variations de ses paramètres internes, déjà définies avant avec le même signal de référence.

Il est à rappeler aussi, que l'état de notre système (position de chaque bras) est sensé de suivre l'état désiré défini par le modèle de référence linéaire, et non pas le signal de référence.

Dans les commandes adaptatives nous allons simuler de plus les positions, les commandes et les erreurs de position, la norme euclidienne de gain en boucle directe $\|K + \delta k\|$ et la norme euclidienne du gain indirecte $\|K_r + \delta k_r\|$, ces deux normes nous renseignent sur la rapidité de la convergence de notre système vers l'état stable.

La figure (3-2) : Nous appliquons une commande adaptative avec modèle de référence MRAC sans aucune perturbation extérieure ou une variation des paramètres internes avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$. Nous observons une très bonne poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties. L'effet du terme de la non linéarité de système $d(t)$ n'est pas observable sur les deux positions X_{11} et X_{21} . Les commandes (u_1 et u_2) sont bornées et

présentent des valeurs convenables en pratique. Nous notons aussi que les erreurs entre le modèle et la sortie est très négligeable et nous avons une convergence très rapide des normes.

Le figure (3-3) : Nous appliquons une commande MRAC avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s^2 avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$. Nous remarquons qu'il y a des dépassements et des diminutions dans les signaux de sortie par rapport à la référence. Les commandes (u_1 et u_2) sont bornées mais présentent des pics indésirables en pratique. Nous notons aussi que l'erreur entre le modèle et la sortie n'est pas négligeable mais comme elle reste bornée alors notre système est stable. Pour la convergence des gains, elle est très lente où il n'y a pas de convergence même après 100s.

Les figures (3-4) à (3-6) : Nous appliquons à notre bras une commande MRAC avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s^2 avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$ avec trois fréquences différentes (0.1Hz, 0.25Hz, 1Hz), Nous observons une bonne poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties pour $f = 0.25\text{Hz}$ et $f = 1.0\text{Hz}$, avec une petite erreur autour de zéro. Les commandes (u_1 et u_2) sont bornées et contiennent quelques pics indésirables pour le cas d'une perturbation supérieure. Pour le cas où $f = 0.1 \text{ Hz}$, il y a des dépassements et des diminutions plus grands dans les signaux de sortie par rapport à la référence mais l'erreur est toujours bornée alors le système maintient la stabilité, les commandes ont la forme d'un signal carré avec la présence des pics indésirable en pratique. La convergence des gains est lente dans les trois cas.

Les figures (3-7) à (3-9) : Nous appliquons à notre bras une commande MRAC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s^2 avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$ avec trois fréquences différentes (0.1Hz, 0.25Hz, 1Hz), nous observons une très bonne poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties. L'effet du terme de la non linéarité de système $d(t)$ n'est pas observable sur les deux positions X_{11} et X_{21} . Les commandes (u_1 et u_2) sont bornées et présentent des valeurs convenables en pratique. Nous notons aussi que l'erreur est négligeable et elle est autour de zéro et la convergence des gains est très rapide.

Les figures (A-7), (A-8) en annexe A : Nous appliquons une commande adaptative avec modèle de référence MRAC avec variation des paramètres internes, les frictions des joints puis les masses des bras, avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$. Nous observons une très bonne poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties. L'effet du terme de la non linéarité de système $d(t)$ n'est pas observable sur les deux positions X_{11} et X_{21} . Les commandes (u_1 et

u_2) présentent des valeurs convenables en pratique. Nous notons aussi que les erreurs entre le modèle et la sortie est très négligeable et elle converge vers zéro, et nous avons une convergence rapide dans le premier cas, mais lente dans le deuxième.

Dans cette partie nous avons vu la commande adaptative avec modèle de référence MRAC qui donne des bons résultats même avec la présence des perturbations extérieures ou la variation des paramètres internes, cependant, l'erreur entre la référence et les sorties est grande dans le cas où nous avons une perturbation d'une fréquence inférieure à celle de la référence.

Nous avons obtenu une très bonne poursuite du modèle de référence avec une erreur qui reste bornée et proche de zéro, les commandes sont bornées et ils sont généralement moins importantes que celles obtenues pour les commandes classiques, mais présentent dans certain cas des pics indésirables.

La convergence des gains est rapide sauf dans les cas des perturbations rapides et constantes.

En conclusion nous pouvons dire que le MRAC est une commande robuste, mais elle nécessite l'identification du système et la synthèse d'un contrôleur linéaire.

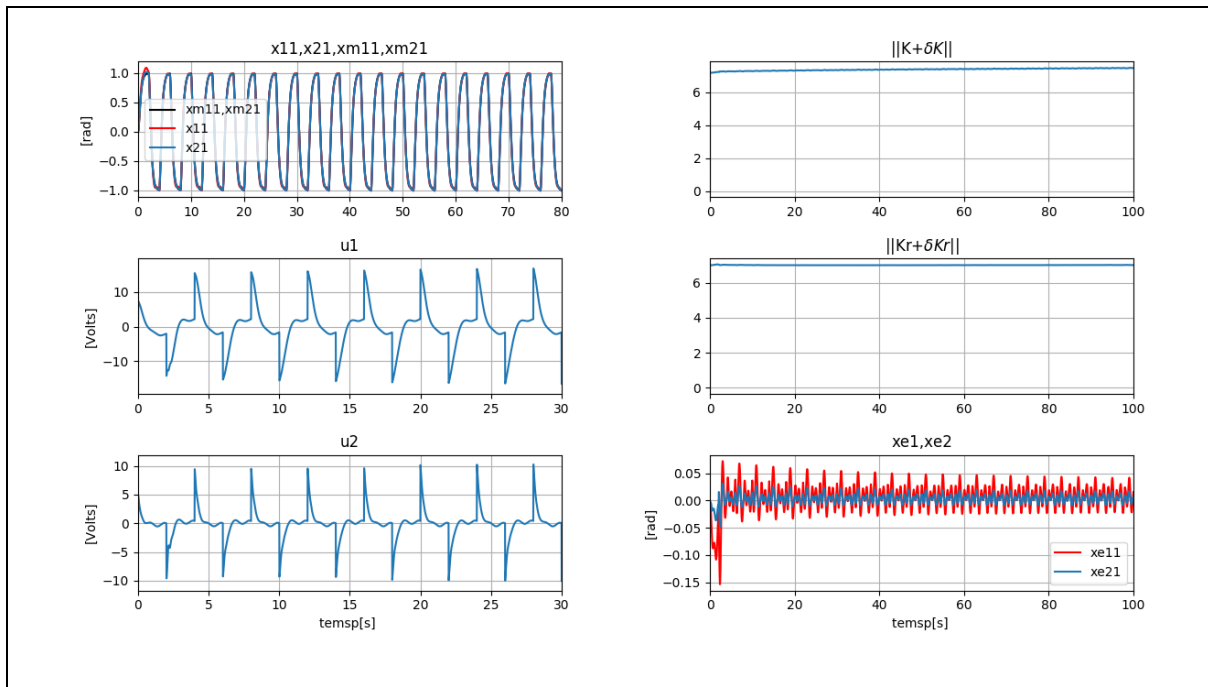


Figure 3-2 : Commande MRAC sans aucune perturbation extérieure ou variation interne avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$.

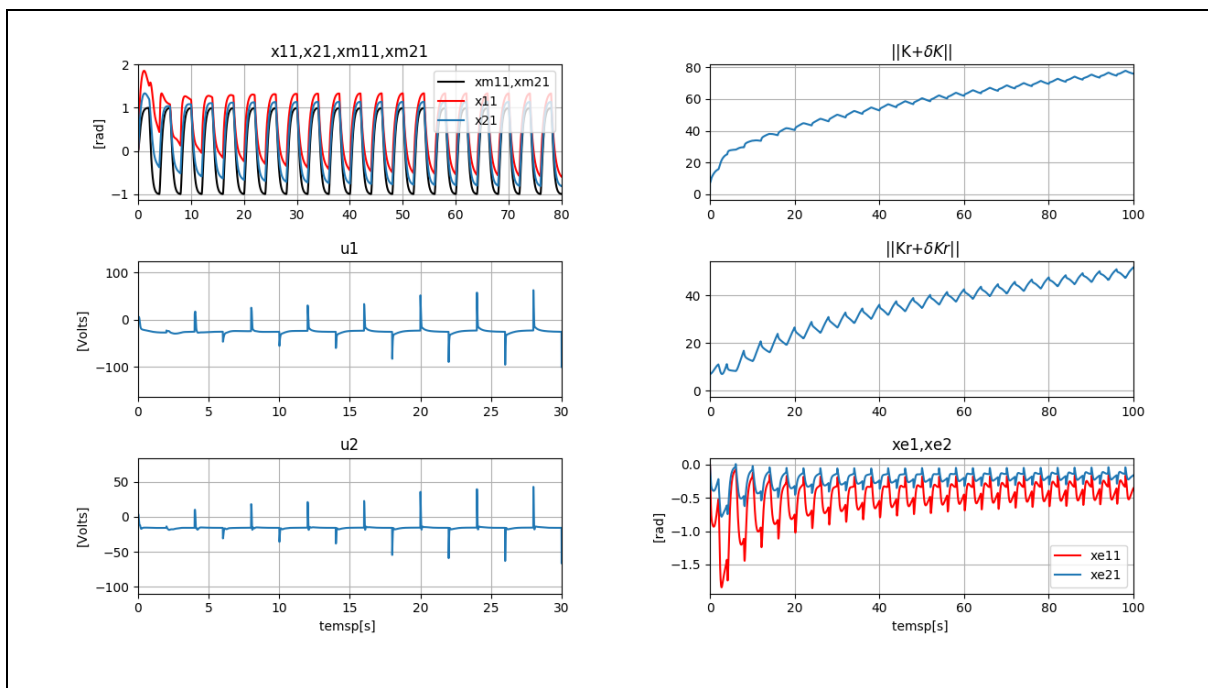


Figure 3-3 : Commande MRAC avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s² avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$.

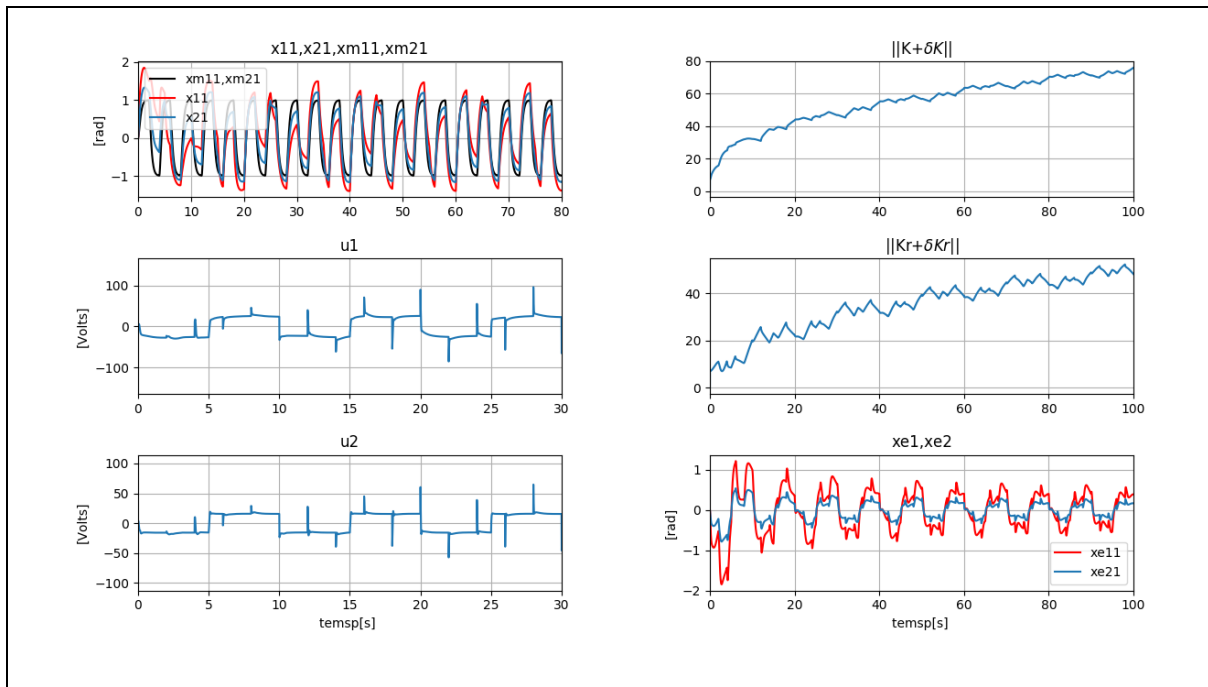


Figure 3-4 : Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.1 \text{ Hz}$ pour $\alpha=5$ et $\beta=0.1$.

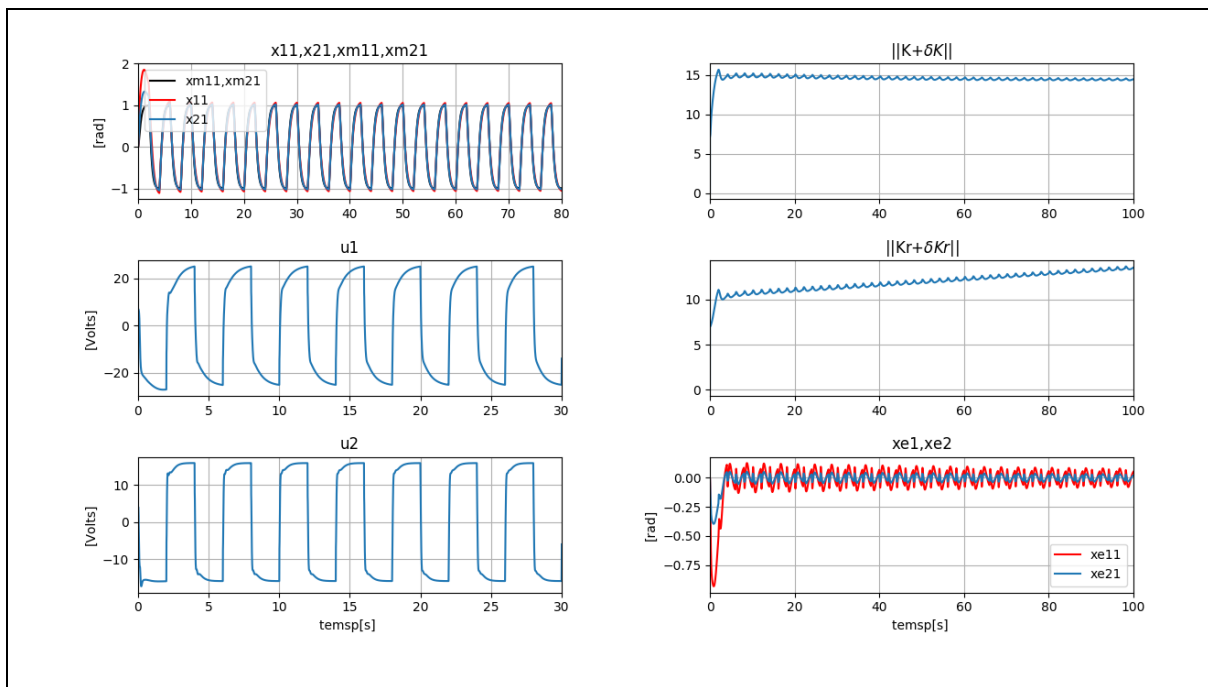


Figure 3-5 : Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.25 \text{ Hz}$ pour $\alpha=5$ et $\beta=0.1$.

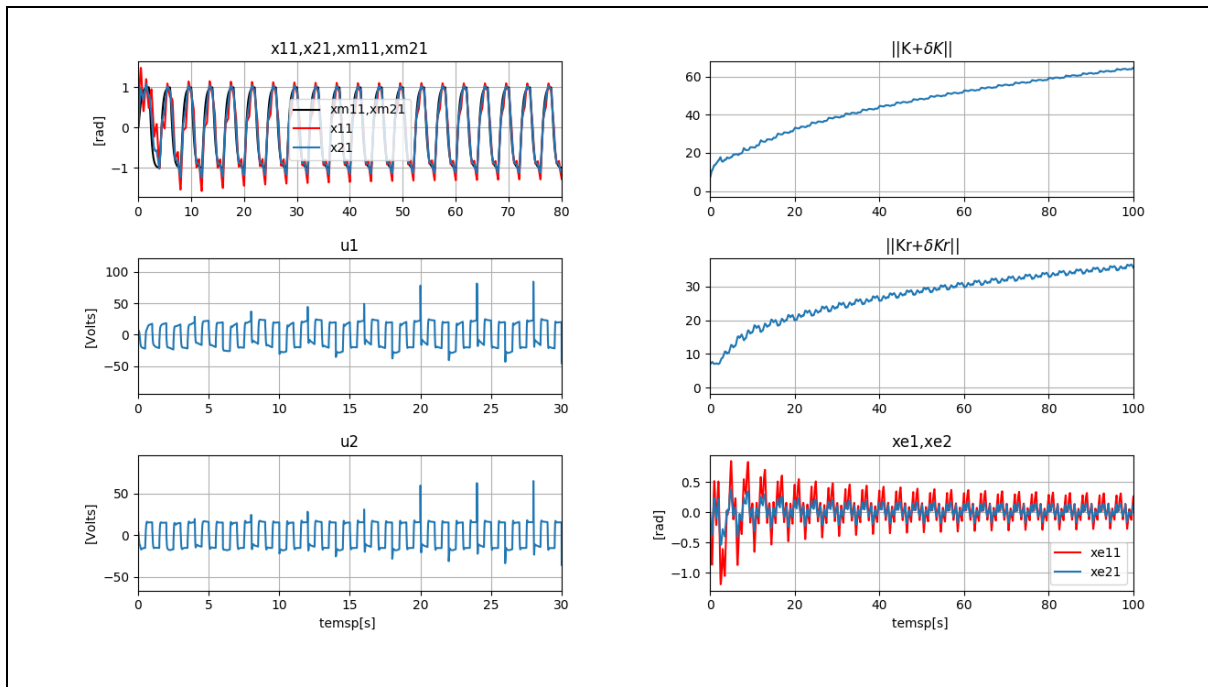


Figure 3-6 : Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide
d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\alpha=5$ et $\beta=0.1$.

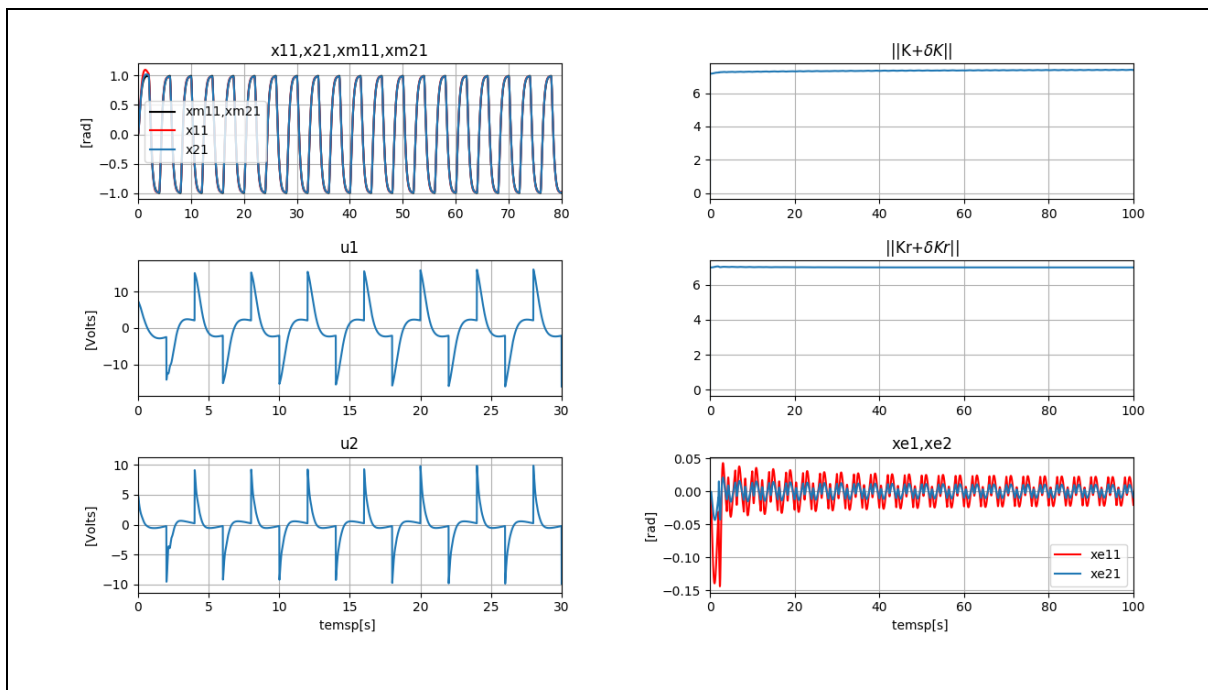


Figure 3-7 : Commande MRAC avec perturbation extérieure lente
d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\alpha=5$ et $\beta=0.1$.

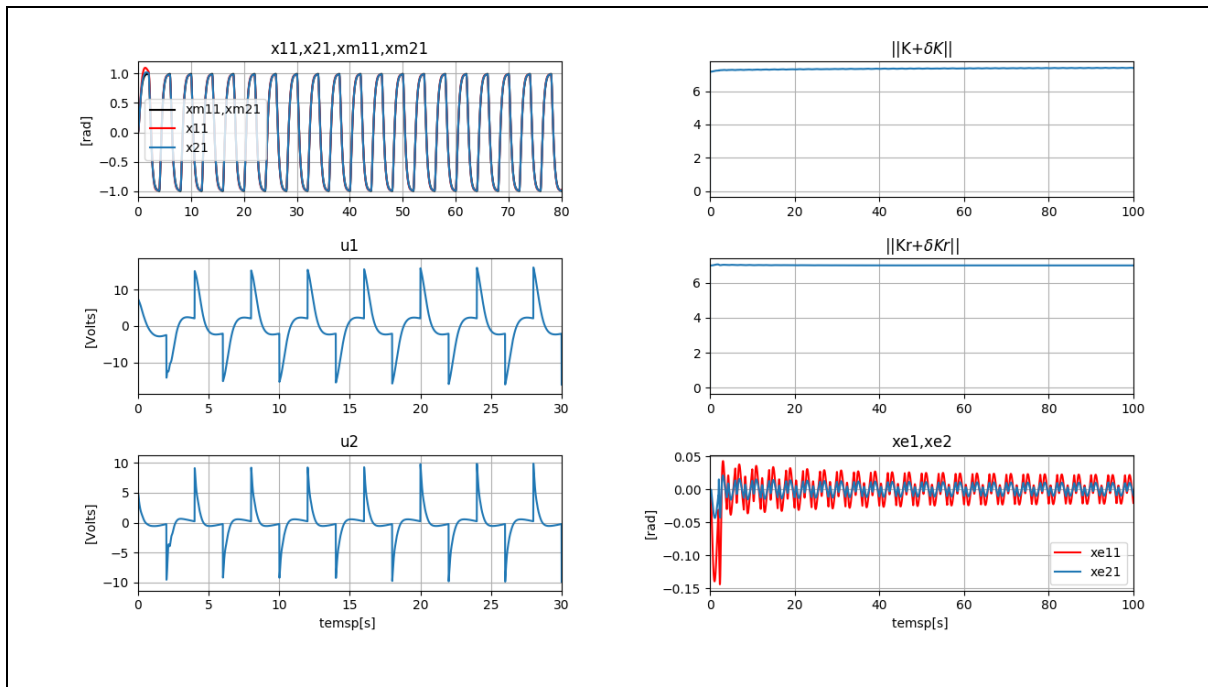


Figure 3-8 : Commande MRAC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\alpha=5$ et $\beta=0.1$.

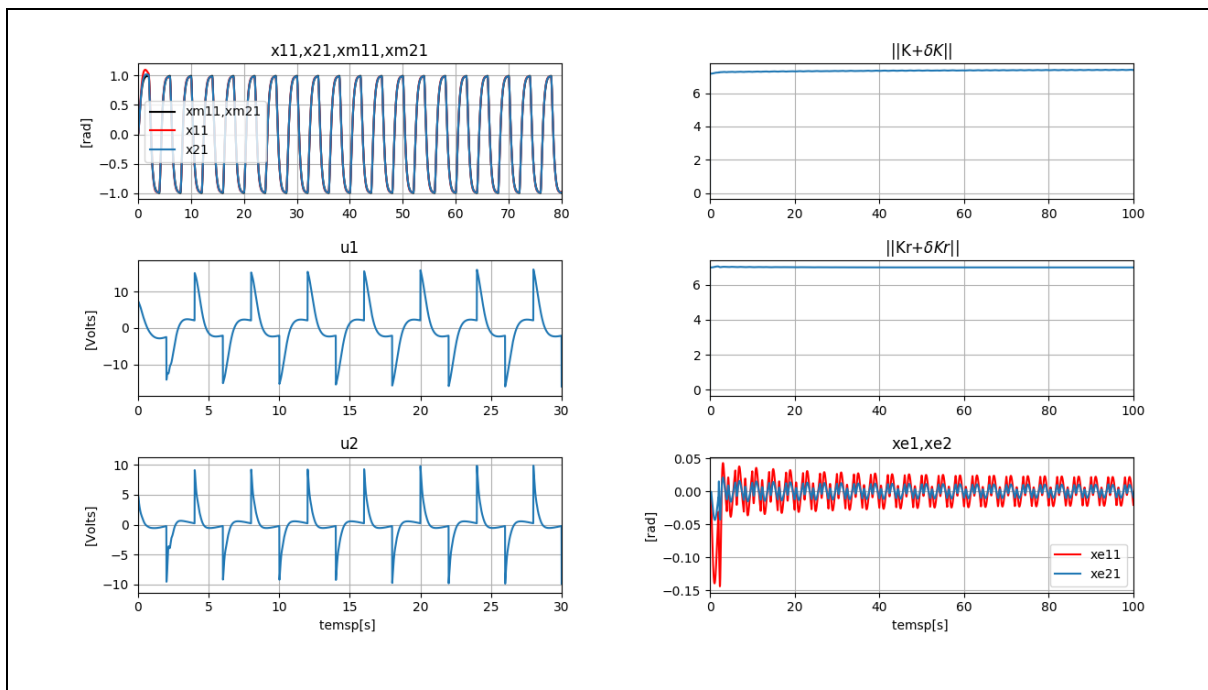


Figure 3-9 : Commande MRAC avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\alpha=5$ et $\beta=0.1$.

3.2 L'algorithme MCS : Minimal controller synthesis

3.2.1 introduction

La commande MRAC nécessite la connaissance de la dynamique du système, $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$, qui permet d'évaluer $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_r$. Ce type d'inconvénient peut être éliminé en utilisant le MCS (Minimal Controller Synthesis), qui est une extension significative du contrôle adaptatif avec modèle de référence (MRAC), mais il suppose que les gains constants $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K}_r$ égalent à zéro et que les paramètres de système sont inconnus (Stoten et Benchoubane, 1990a) [10]. Les seules choses à savoir sont : les paramètres du modèle de référence $\mathbf{A}_m$ et $\mathbf{B}_m$, la structure de l'équation d'état. Autrement dit, seuls le nombre de degrés de liberté et la dimension du vecteur d'état sont à connaître. De plus, la matrice $\mathbf{C}$ ne dépend plus de la matrice paramètre du système $\mathbf{B}$, d'où une indépendance totale entre la commande et le système physique.

3.2.2 Détermination de la commande

Soit toujours notre bras manipulateur classe 1, défini par le système d'équations d'états suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{X}'(t) = \mathbf{A} \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \mathbf{U}(t) + \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{Y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{X}(t) \end{cases} \quad (6-1)$$

$$(6-2)$$

En commun avec le MRAC, l'objectif du MCS est d'assurer que les signaux de sorties suivent le modèle de référence [1], défini par :

$$\mathbf{X}'_m(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{X}_m(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{r}(t) \quad (6-3)$$

Avec:

$$\mathbf{A}_m = \text{diag} [\mathbf{A}_{m1} \ \mathbf{A}_{m2}] \text{ avec } \mathbf{A}_{m1} = \mathbf{A}_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_m = \text{diag} [\mathbf{B}_{m1} \ \mathbf{B}_{m2}] \text{ avec } \mathbf{B}_{m1} = \mathbf{B}_{m2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 16 \end{bmatrix}$$

Donc l'approche MCS pour la même formulation considérée pour le MRAC suppose que $\mathbf{K} = \mathbf{0}$, $\mathbf{K}_r = \mathbf{0}$ et que les paramètres du système ($\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$) sont inconnus. La commande sera donnée par [2], [8], [10] :

$$\mathbf{U}(t) = \delta \mathbf{K}(t) \mathbf{X}(t) + \delta \mathbf{K}_r \mathbf{r}(t) \quad (6-4)$$

Et l'erreur dynamique de notre système en boucle fermée sera donnée par :

$$\mathbf{X}'_e(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{X}_e(t) + \mathbf{I}_4 \mathbf{W}(t) - \mathbf{d}(t) \quad (6-5)$$

$$\mathbf{X}_e(t) = \mathbf{X}_m(t) - \mathbf{X}(t) \quad (6-6)$$

Et
$$\mathbf{W}(t) = (\mathbf{A}_m - \mathbf{A} - \mathbf{B} \delta \mathbf{K}) \mathbf{X}(t) + (\mathbf{B}_m - \mathbf{B} \delta \mathbf{K}_r) \mathbf{r}(t) \quad (6-7)$$

La stabilité absolue de (6-5) est vérifiée par l'application de la théorie de l'hyper-stabilité et le critère de Popov au système équivalent, non linéaire en boucle fermée, montrée dans la figure-3-10, ci-dessous :

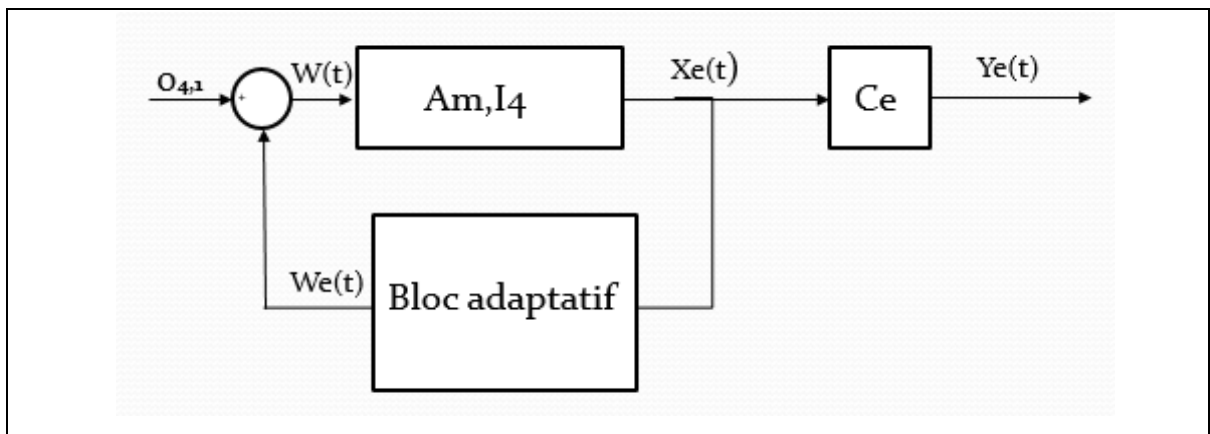


Figure 3-10 : Le système équivalent en boucle fermée.

Dans ce système : $\mathbf{W}(t) = -\mathbf{W}_e(t)$, où $\mathbf{W}_e(t)$ est une fonction non linéaire nécessaire pour générer $\mathbf{Y}_e(t)$, ce qui constitue un bloc adaptatif.

Donc le système est hyper-stable si $\{\mathbf{A}_m, \mathbf{I}_4, \mathbf{C}_e\}$ est un bloc hyper-stable, c'est à dire, qu'il existe deux matrices symétriques et positives définies $\mathbf{P}$ et $\mathbf{Q}$ tels que :

$$\begin{cases} \mathbf{P} \mathbf{A}_m + \mathbf{A}_m^T \mathbf{P} = -\mathbf{Q} \\ \mathbf{C}_e = \text{lignes paires}(\mathbf{P}) \end{cases} \quad (6-8)$$

$$(6-9)$$

Avec : $\mathbf{Y}_e(\mathbf{t}) = \mathbf{C}_e \mathbf{X}_e(\mathbf{t})$ (6-10)

$\mathbf{Y}_e(\mathbf{t})$: sortie du système en boucle fermée équivalent.

Et si l'inégalité de Popov est vérifiée, soit : $\int_{t_0}^{t_1} \mathbf{y}_e^T(\mathbf{t}). \mathbf{W}_e(\mathbf{t}). \mathbf{d}(\mathbf{t}) \geq -\gamma^2$ (6-11)

De là, nous déduisons que les gains variables satisfaisants l'inégalité de Popov sont spécifiques mais non uniques et sont données par (Landau, 1979) [7] :

$$\left[\begin{array}{l} \delta \mathbf{K} = \int_0^t \alpha \mathbf{y}_e(\tau). \mathbf{X}^T(\tau). \mathbf{d}\tau + \beta \mathbf{y}_e(\mathbf{t}). \mathbf{X}^T(\mathbf{t}) \\ \delta \mathbf{K}_r = \int_0^t \alpha \mathbf{y}_e(\tau). \mathbf{r}^T(\tau). \mathbf{d}\tau + \beta \mathbf{y}_e(\mathbf{t}). \mathbf{r}^T(\mathbf{t}) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (6-12) \\ (6-13) \end{array}$$

Où : $\alpha > 0, \beta \geq 0$.

3.2.3 Simulation et interprétation

Après avoir adapté la commande MCS à notre bras manipulateur, nous allons passer maintenant à l'étape de la simulation de la réponse du système lorsqu'il est sujet aux différentes perturbations extérieures ou variation de ses paramètres internes déjà définies auparavant.

Les normes de gain présentent seulement les normes des gains variables pour le MCS, puisque dans la synthèse du MCS nous ne sommes pas besoin d'un contrôleur linéaire.

La figure (3-11) : Nous appliquons une commande MCS sans aucune perturbation extérieure ou variation des paramètres internes du bras. Nous remarquons que les signaux de sorties poursuivent très bien le signal de référence. Les commandes (u_1 et u_2) présentent des valeurs convenables en pratique. Nous notons aussi que les erreurs de sortie (X_{e11} et X_{e21}) sont bornées dans la première période ensuite elles tendent vers zéro. Les normes des gains convergent rapidement.

La figure (3-12) : Nous appliquons une commande MCS avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s² avec $\alpha = 40$ et $\beta = 0.1$. Nous remarquons qu'il y a des dépassements et des diminutions dans les signaux de sortie par rapport à la référence.

Les commandes (u_1 et u_2) sont bornées mais présentent des pics indésirables en pratique. Nous notons aussi que l'erreur entre le modèle et la sortie est un peu plus petites par rapport au cas de la commande MRAC. Pour la convergence des gains, elle est toujours lente avec des valeurs plus grandes par rapport à la commande MRAC.

Les figures (3-13) à (3-15) : Nous appliquons à notre bras une commande MCS avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s^2 avec $\alpha = 40$ et $\beta = 0.1$ avec trois fréquences différentes (0.1Hz, 0.25Hz, 1Hz), Comme pour la commande MRAC nous observons une bonne poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties pour $f = 0.25\text{Hz}$ et $f = 1.0\text{Hz}$, avec une petite erreur autour de zéro. Les commandes (u_1 et u_2) sont bornées et contiennent quelques pics indésirables pour le cas d'une perturbation supérieure. Pour le cas où $f = 0.1 \text{ Hz}$ il y a des dépassements et des diminutions dans les signaux de sortie par rapport à la référence mais l'erreur est toujours bornée alors le système maintient la stabilité, pour les commandes, elles ont la forme d'un signal carré avec la présence des pics indésirable en pratique. La convergence des gains est lente dans les trois cas.

Les figures (3-16) à (3-18) : Nous appliquons à notre bras une commande MCS avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s^2 avec $\alpha = 40$ et $\beta = 0.1$ avec trois fréquences différentes (0.1Hz, 0.25Hz, 1Hz), nous observons une très bonne poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties dans les trois cas. L'effet du terme de la non linéarité de système $d(t)$ n'est pas observable sur les deux positions X_{11} et X_{21} . Les commandes (u_1 et u_2) sont bornées et présentent des valeurs convenables en pratique. Nous notons aussi que l'erreur est très petite et elle est autour de zéro et la convergence est très rapide.

Les figures (A-9), (A-10) en annexe A : Nous appliquons une commande adaptative avec modèle de référence MCS avec variation des paramètres internes, les frictions des joints puis les masses des bras, avec $\alpha = 40$ et $\beta = 0.1$. Nous observons une très bonne poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties. L'effet du terme de la non linéarité de système $d(t)$ n'est pas observable sur les deux positions X_{11} et X_{21} . Les commandes (u_1 et u_2) présentent des valeurs convenables en pratique. Nous notons aussi que les erreurs entre le modèle et la sortie convergent vers zéro, nous observons aussi que la convergence des gins est plus lente par rapport au cas de la commande MRAC.

En résumé, nous pouvons dire que la commande MCS fournit des bons résultats comme la commande MRAC sauf dans le cas des perturbations inférieures ou nous avons toujours des erreurs un peu grandes.

La commande MCS n'exige pas une connaissance des paramètres du système à commander mais seulement sa structure générale et ne nécessite pas l'utilisation d'un contrôleur linéaire qui doit vérifier les conditions d'Erzberger ($K=0$ et $K_r=0$).

Donc la commande MCS est aussi robuste que la commande MRAC puisque lors des perturbations extérieures ou le changement des paramètres internes du bras manipulateur les signaux de sorties poursuivent bien la référence mais avec une convergence lente dans certains cas.

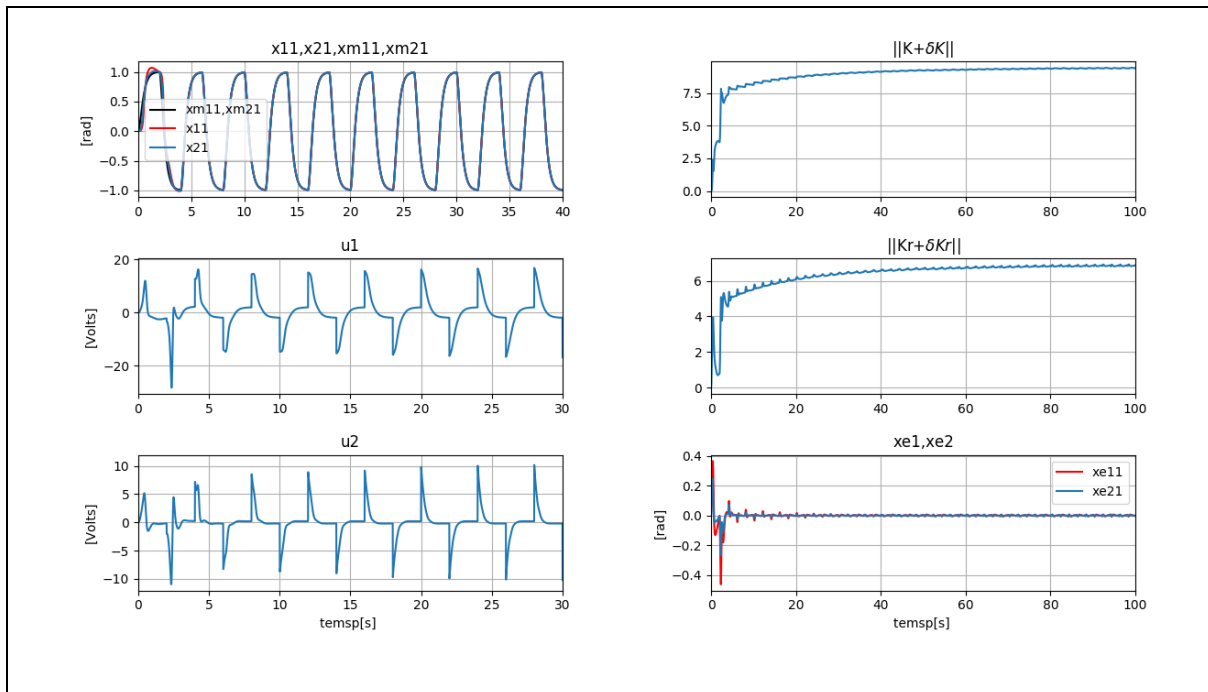


Figure 3-11: Commande MCS sans aucune perturbation extérieure ou variation interne avec $\alpha = 40$ et $\beta = 0.1$.

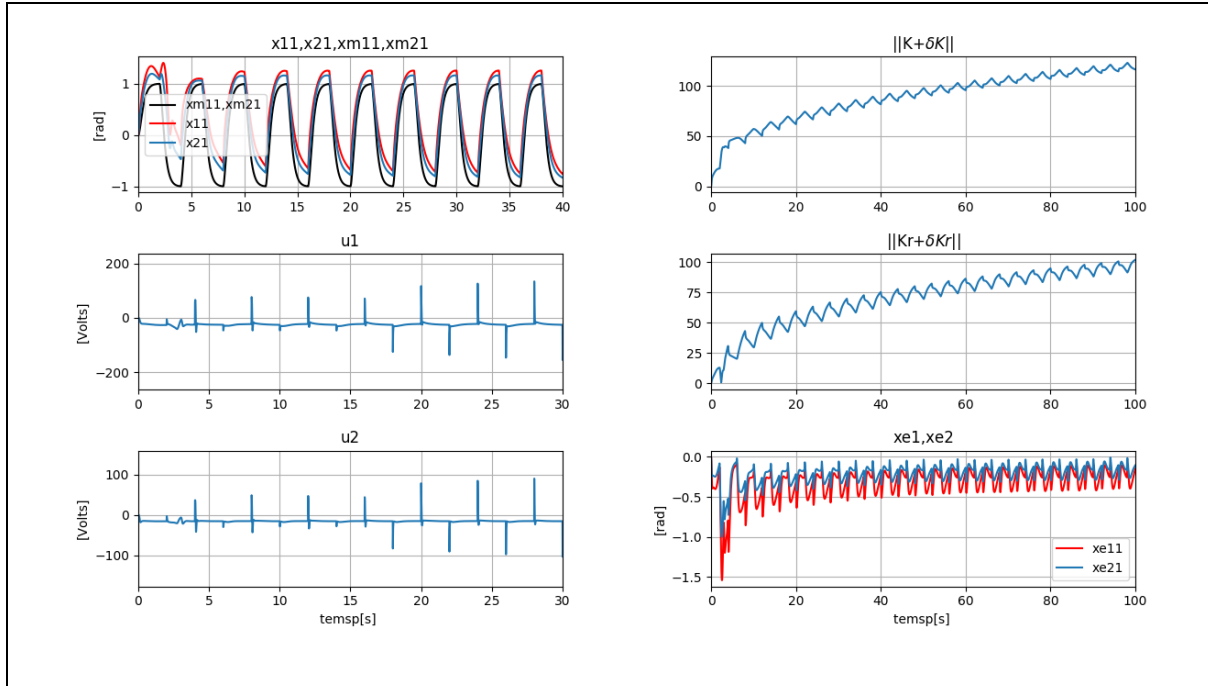


Figure 3-12 : Commande MCS avec perturbation extérieure constante d'amplitude 50 rad/s² avec $\alpha = 40$ et $\beta = 0.1$.

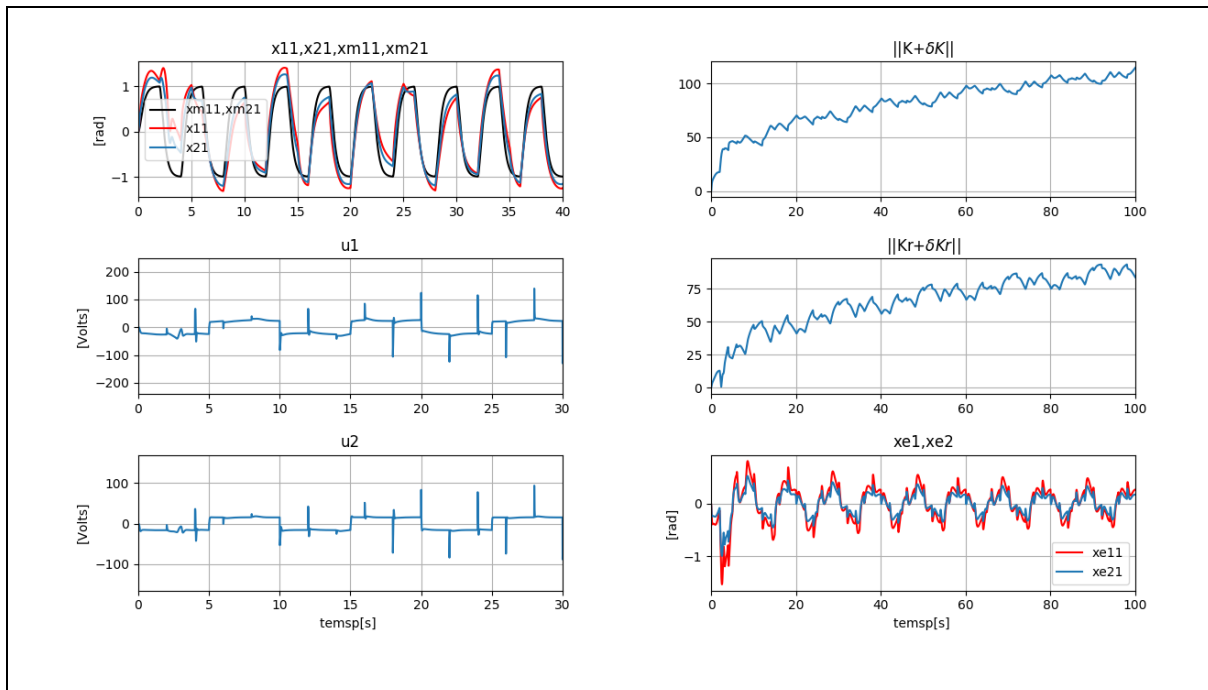


Figure 3-13 : Commande MCS avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$.

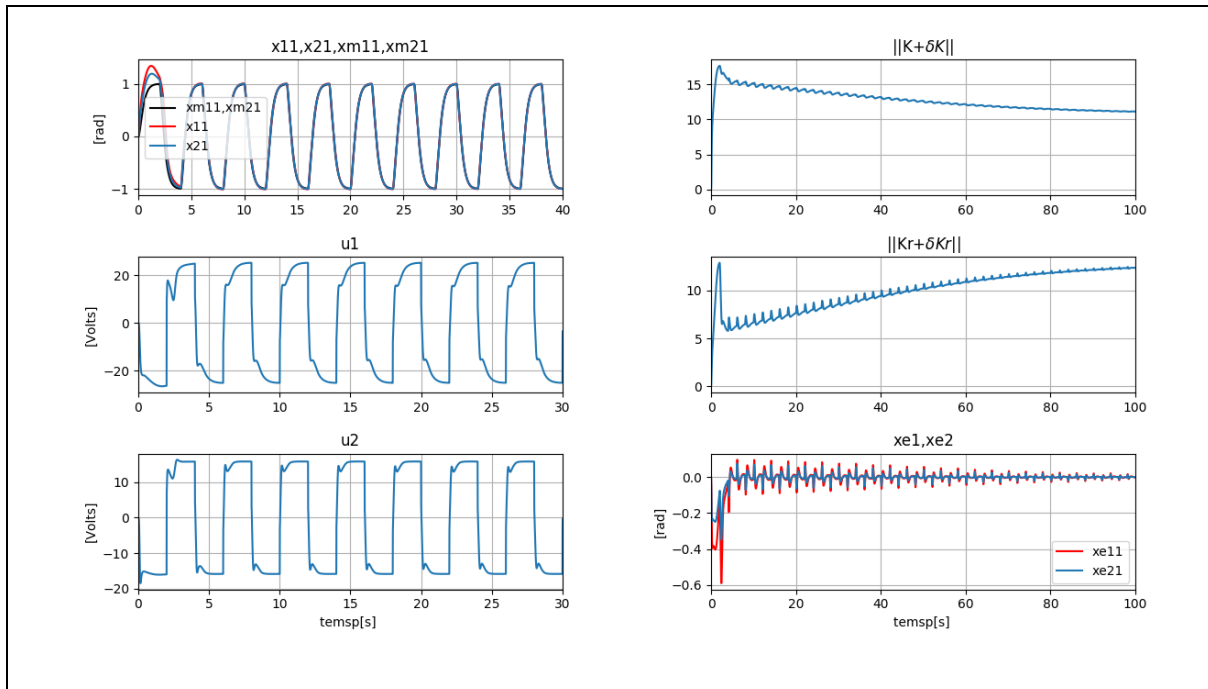


Figure 3-14: Commande MCS avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$.

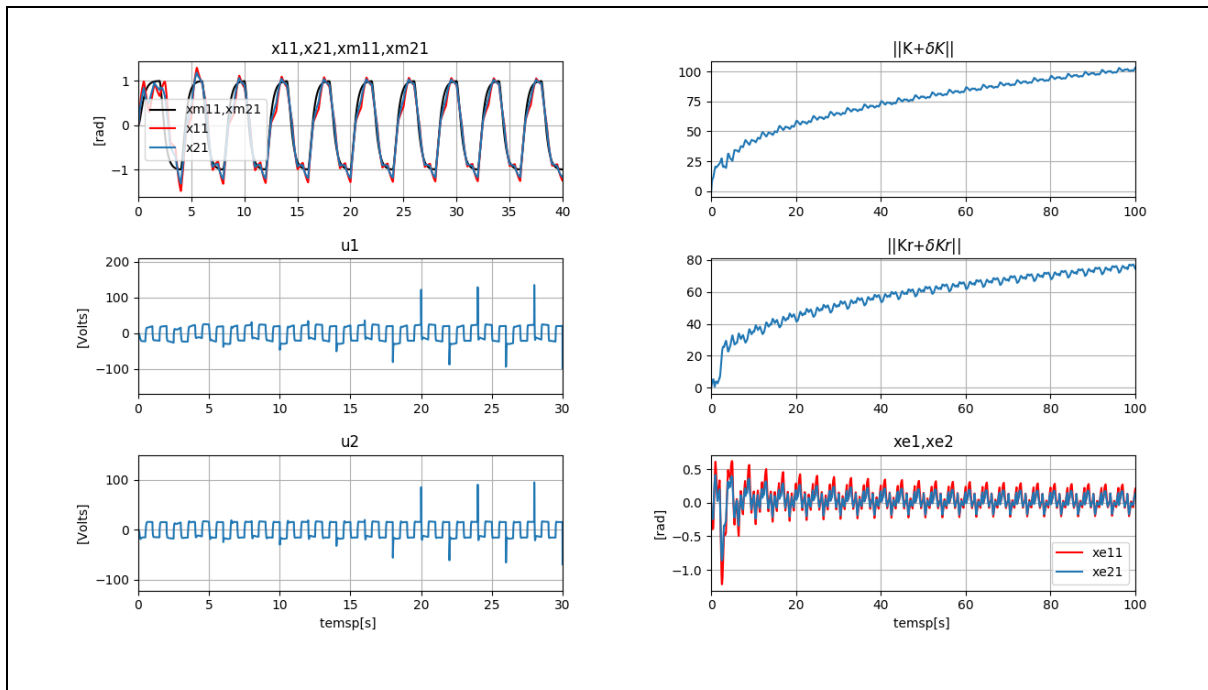


Figure 3-15: Commande MCS avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$.

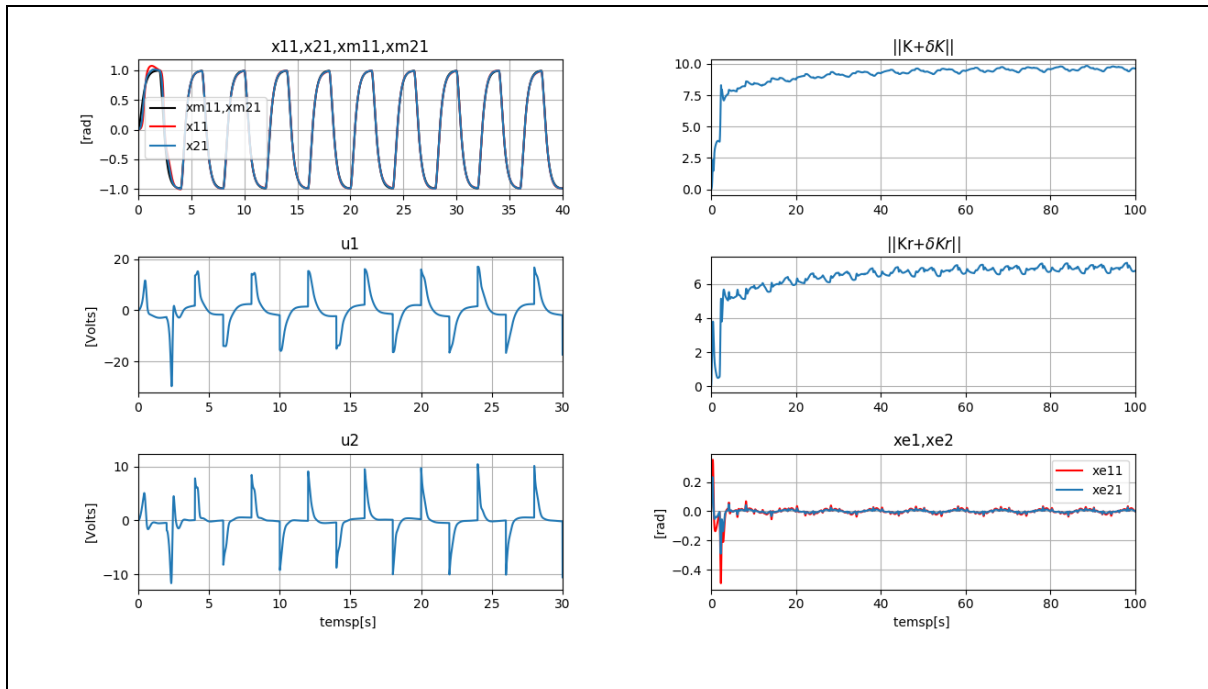


Figure 3-16 : Commande MCS avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.1\text{ Hz}$ pour $\alpha=40$ et $\beta = 0.1$.

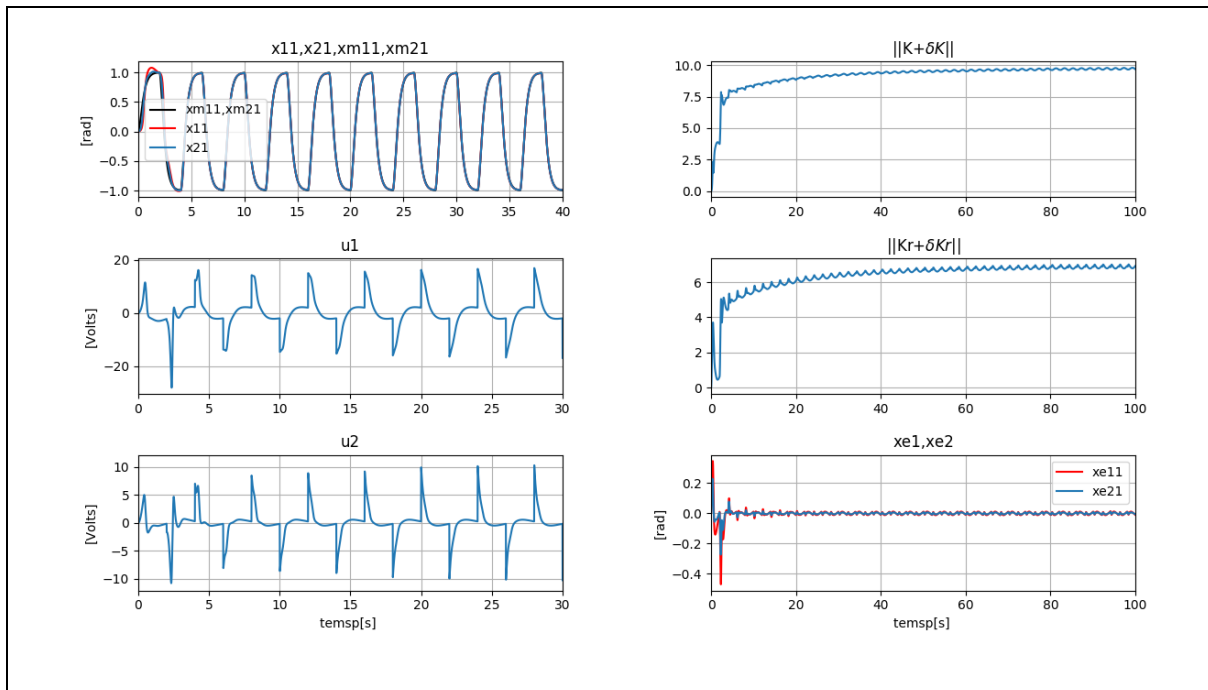


Figure 3-17 : Commande MCS avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\alpha=40$ et $\beta=0.1$.

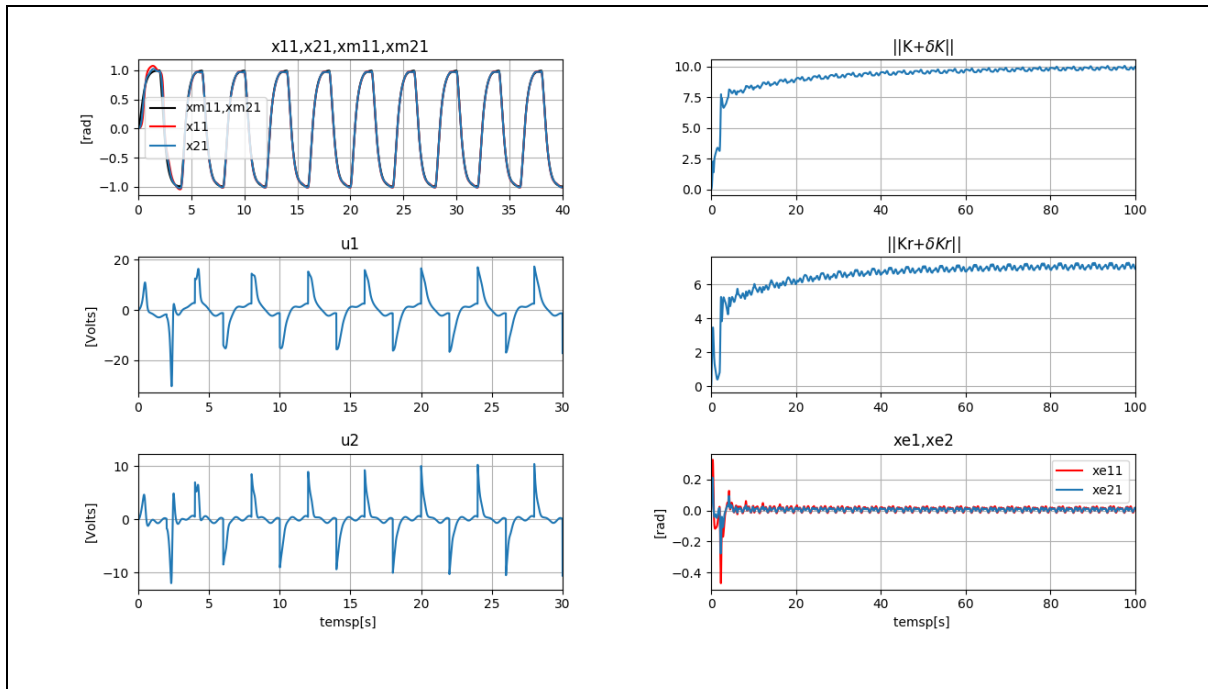


Figure 3-18 : Commande MCS avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\alpha=40$ et $\beta=0.1$.

3.3 La modification σ

3.3.1 Introduction

La modification σ consiste à introduire une transformation sur le calcul des gains variables $\delta\mathbf{K}$ et $\delta\mathbf{K}_r$. Son principe consiste à considérer le gain variable comme une variable d'état.

Nous allons appliquer cette modification aux deux commandes adaptatives MRAC et MCS, puis nous allons étudier l'apport qu'elle peut amener au niveau de la robustesse, en testant nos résultats pour deux valeurs distinctes de σ , soient 0.01 et 1.

3.3.2 Détermination de la commande

La structure générale de la commande ne changera pas pour les deux commandes MRAC et MCS. Nous avons toujours :

$$\begin{cases} \mathbf{U}(t) = -(\mathbf{K} - \delta\mathbf{K}) \mathbf{X}(t) + (\mathbf{K}_r + \delta\mathbf{K}_r) \mathbf{r}(t) & \text{Pour le MRAC.} \\ \mathbf{U}(t) = \delta\mathbf{K} \mathbf{X}(t) + \delta\mathbf{K}_r \mathbf{r}(t) & \text{Pour le MCS.} \end{cases}$$

Mais cette fois-ci, les gains variables seront calculés de la façon suivante [12], [13], [14] :

$$\begin{cases} \delta\mathbf{K}' = \alpha \mathbf{Y}_e \mathbf{X}^T + (\beta \mathbf{Y}_e \mathbf{X}^T)' - \sigma \delta\mathbf{K} & (7-1) \\ \delta\mathbf{K}_r' = \alpha \mathbf{Y}_e \mathbf{r}^T + (\beta \mathbf{Y}_e \mathbf{r}^T)' - \sigma \delta\mathbf{K}_r & (7-2) \end{cases}$$

Note : Pour simplifier un peu notre travail, nous avons considéré que le paramètre β était nul. Donc, les équations d'état des gains variables prises tout au long de notre travail, seront de la forme :

$$\begin{cases} \delta\mathbf{K}' = \alpha \mathbf{Y}_e \mathbf{X}^T - \sigma \delta\mathbf{K} & (7-3) \\ \delta\mathbf{K}_r' = \alpha \mathbf{Y}_e \mathbf{r}^T - \sigma \delta\mathbf{K}_r & (7-4) \end{cases}$$

3.3.3 Simulation et interprétation

Cas du MRAC

Nous allons étudier la robustesse de la commande MRAC lorsque nous lui appliquons la modification σ , pour $\sigma = 0.01$ et $\sigma = 1$. Pour cela, nous allons reprendre tous les cas de perturbations extérieures et variations internes des paramètres que nous avons déjà traité lors de la commande MRAC simple et nous allons étudier la robustesse de la nouvelle commande (MRAC modifiée avec σ).

- **Cas de $\sigma = 0.01$**

La figure (3-19) : Nous appliquons à notre système non linéaire à deux degrés de liberté, Le bras manipulateur classe 1, la commande MRAC avec modification σ sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$. Nous observons une très bonne poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties (position du bras 1 et du bras 2). Les commandes nécessaires (u_1 et u_2) et les erreurs de sorties et la convergence des gains sont identiques à celles obtenues pour le MRAC.

Les figures (3-20) à (3-23) : Présentent le cas d'une perturbation extérieure constante et rapides ($f = 0.1\text{Hz}$, $f = 0.25\text{Hz}$, $f = 1.0\text{Hz}$), d'amplitude = 50 rad/s^2 pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$. Nous observons que le résultat de signal de sortie ressemble à celle du MRAC. Nous notons aussi que les commandes nécessaires (u_1 et u_2) ont la même forme comme le MRAC mais l'amplitude des pics indésirables est plus grand, les normes de gain convergent plus rapidement par rapport au MRAC.

Les figures (3-24) à (3-26) : Nous appliquons à notre bras une commande MRAC avec modification sigma avec une perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s^2 avec pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$ pour trois fréquences différentes (0.1Hz , 0.25Hz , 1Hz), nous observons les mêmes résultats comme le MRAC standard pour les sorties, les commandes et la convergence des gains.

Les figures (A-11), (A-12) en annexe A : Nous appliquons une commande adaptative avec modèle de référence MRAC avec variation des paramètres internes, frictions des joints puis les masses des bras, avec $\alpha = 5$ et $\beta = 0.1$. Nous observons une très bonne

poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties. L'effet du terme de la non linéarité de système $d(t)$ n'est pas observable sur les deux positions X_{11} et X_{21} . Les commandes (u_1 et u_2) présentent des valeurs convenables en pratique. Nous notons aussi que les erreurs entre le modèle et la sortie est très négligeable et elle converge vers zéro, comme nous avons une convergence très rapide dans le premier cas, mais lente dans le deuxième.

- **Cas de $\sigma = 1$**

Pour un σ égal à 1, nous allons reprendre les mêmes perturbations et simuler la réponse de notre système.

D'après les figures (B-1-1) à (B-1-10) données en ANNEXE B-1, nous remarquons que plus la valeur de sigma augmente plus les erreurs de position augmentent. Les commandes (u_1 et u_2) sont toujours bornées mais elles sont plus parasitées. Comme nous notons aussi que la convergence des gains est plus rapide mais avec une plus grande marge entre la valeur maximale et la valeur minimale.

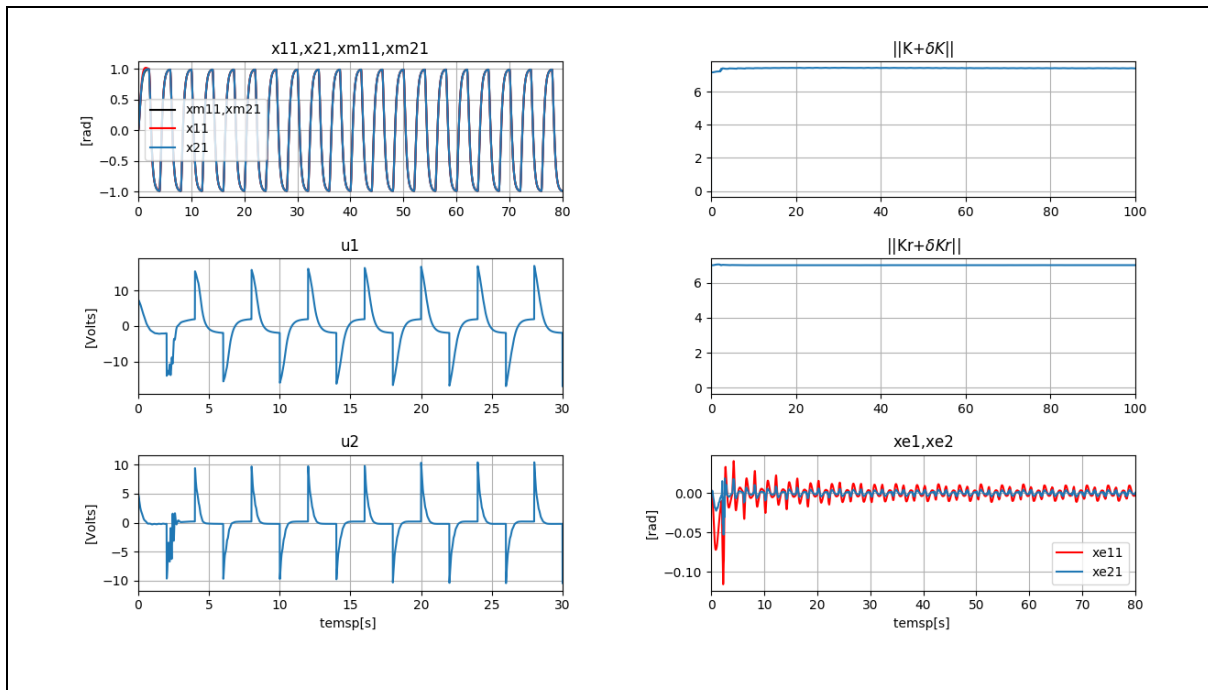


Figure 3-19 : Commande MRAC avec modification σ sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

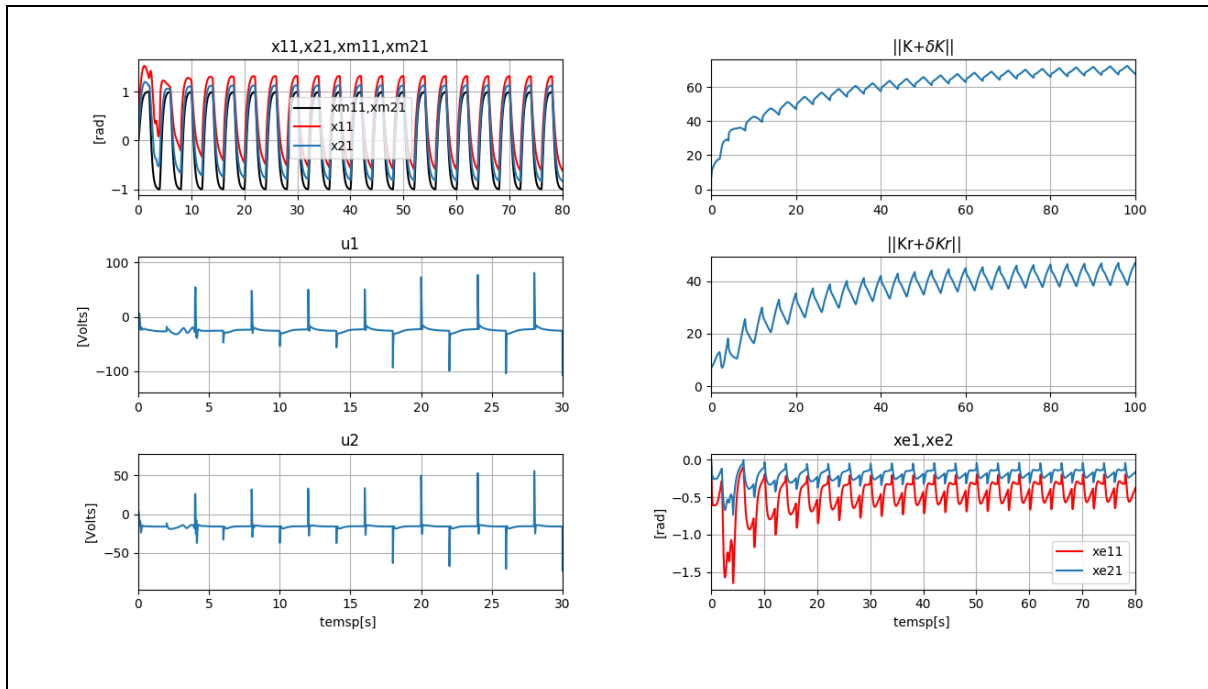


Figure 3-20 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s² pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

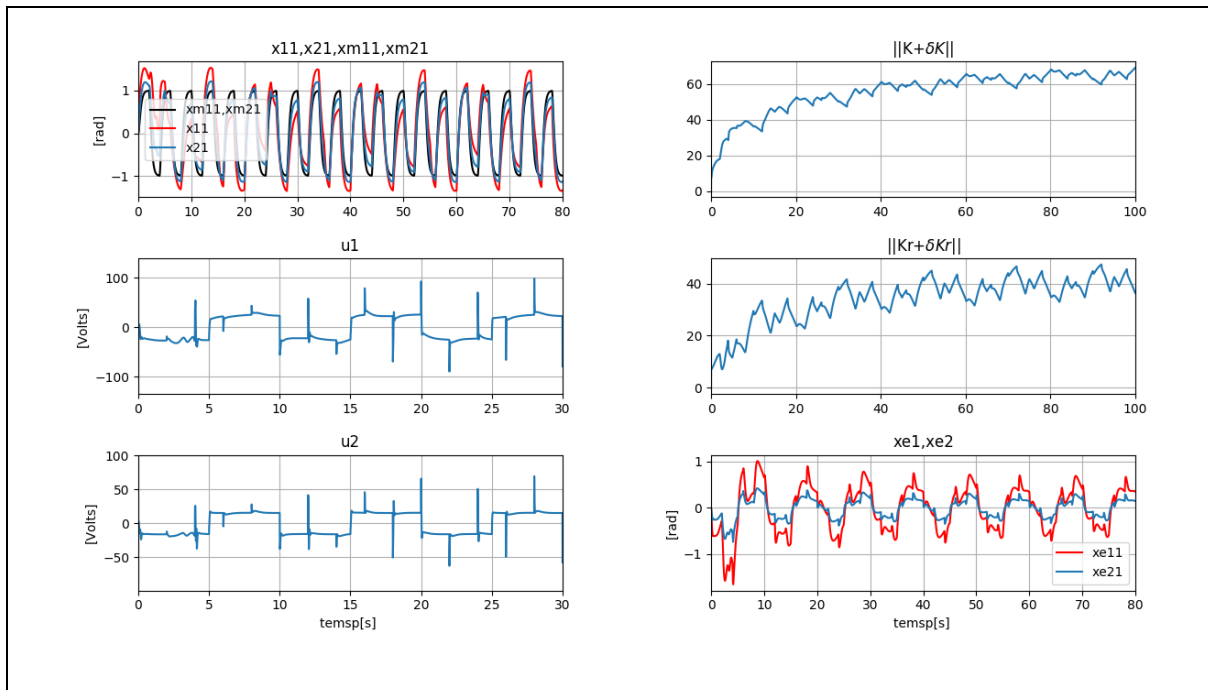


Figure 3-21 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.1 \text{ Hz}$ pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

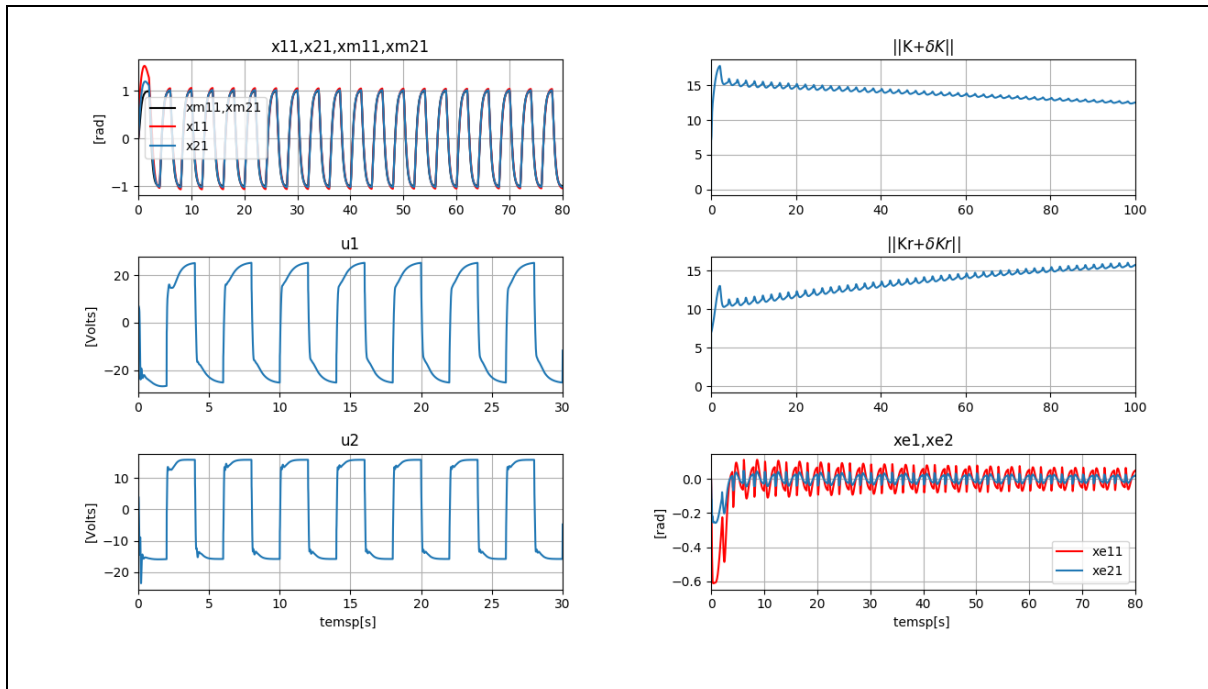


Figure 3-22 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.25 \text{ Hz}$ pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

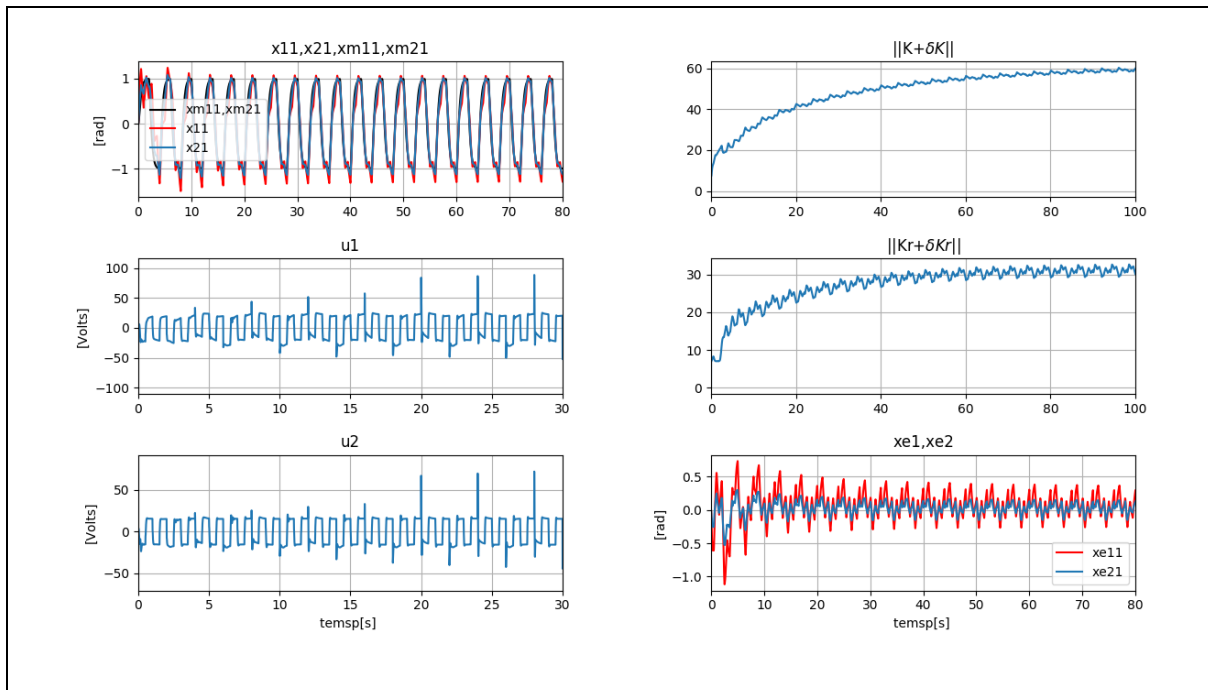


Figure 3-23 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

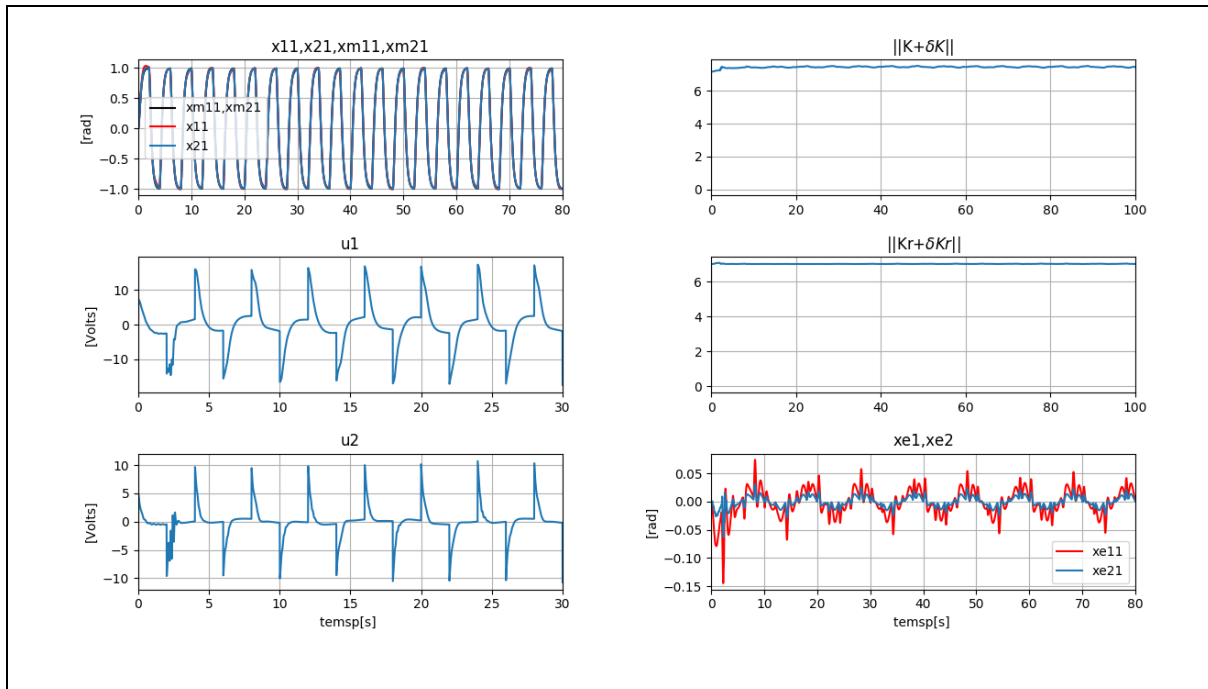


Figure 3-24 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 0.1$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

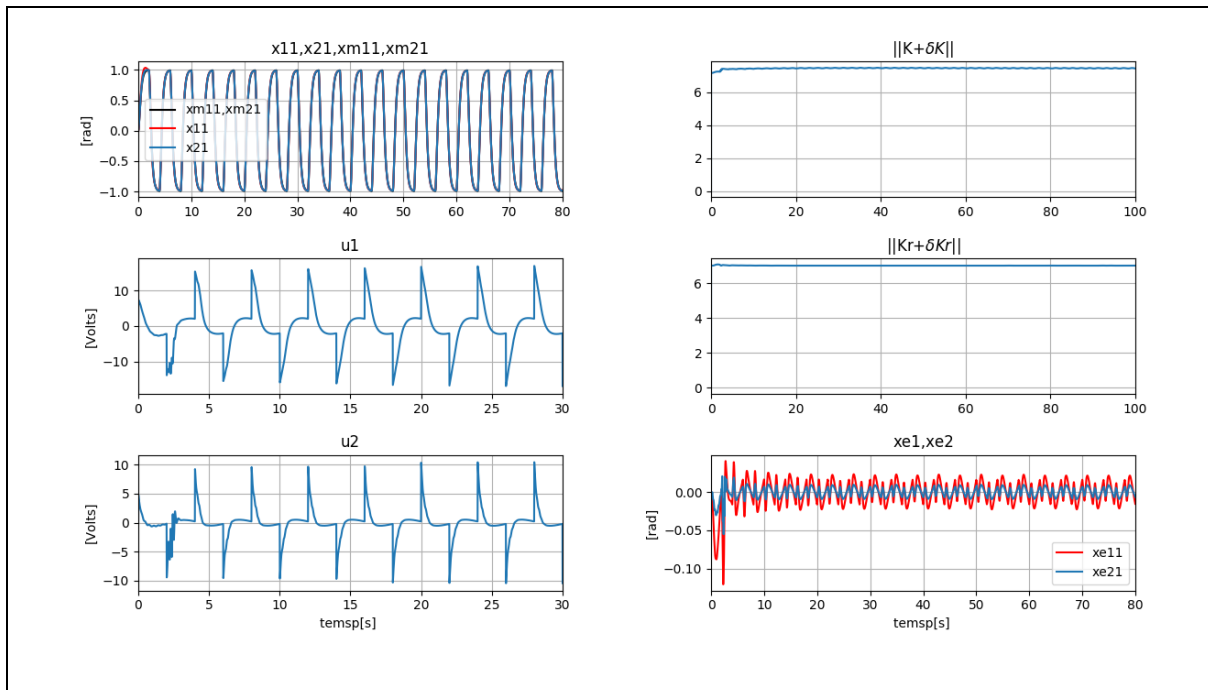


Figure 3-25 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 0.25$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

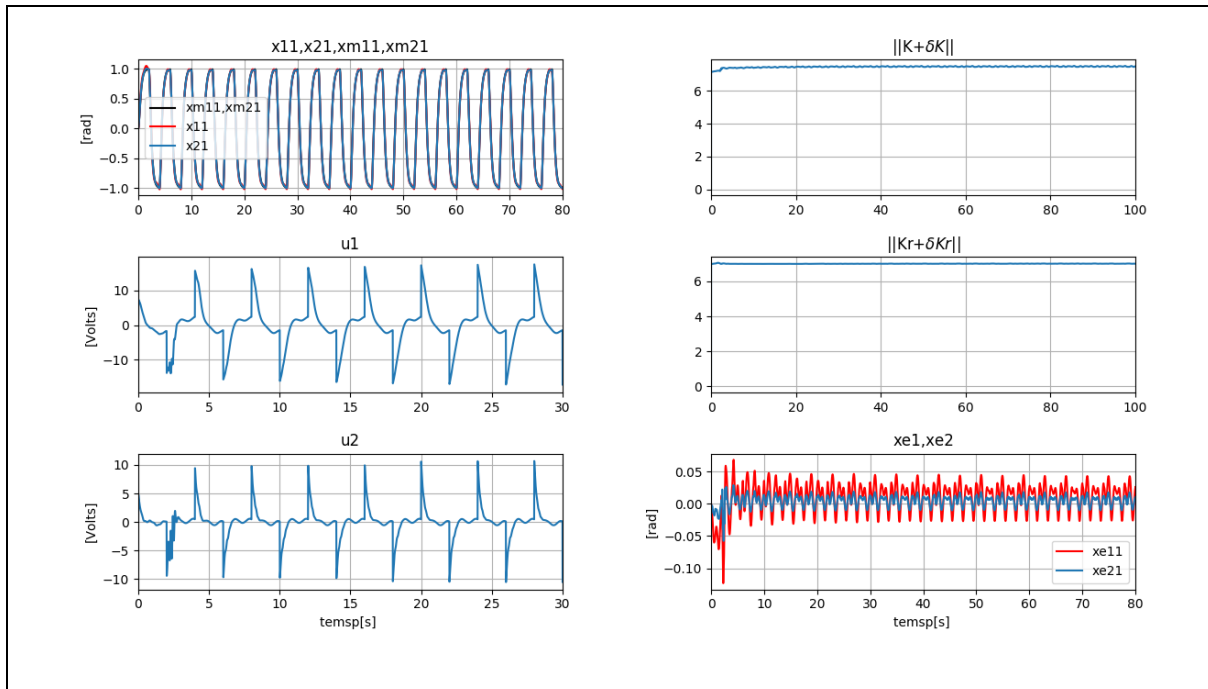


Figure 3-26 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 1$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

Cas du MCS

Comme pour la commande MRAC, nous allons appliquer la modification σ à la commande MCS afin de voir si elle nous donne les mêmes résultats obtenus pour la commande MCS standard.

- **Cas $\sigma = 0.01$**

D'après les simulations les figures (3-27) à (3-34) et (A-13), (A-14) données en ANNEXE A, nous disons que la modification sigma nous donne les mêmes résultats comme le MCS standard pour les signaux de sorties mais avec une convergence plus rapide des gains.

- **Cas $\sigma = 1$**

Nous procédons donc de la même manière que précédemment, les figures (B-2-1) à (B-2-10) données en ANNEXE B-2, représentent le cas de $\sigma=1$.

Nous remarquons que comme le cas de la commande MRAC, plus la valeur de sigma augmente plus les erreurs de position augmentent. Les commandes (u_1 et u_2) sont toujours bornées mais elles sont plus parasitées. Comme nous notons aussi que la convergence des gains est plus rapide mais avec une plus grande marge entre la valeur maximale et minimale.

Dans cette partie, l'application de la modification sigma sur les commandes MRAC et MCS a montré son efficacité, où nous avons eu une amélioration dans les performances des commandes.

Nous avons vu que la valeur de sigma influe sur les performances de la commande, plus la valeur de sigma augmente plus la convergence des gains devient plus rapide mais avec des marges entre la valeur maximale et minimale plus grandes, ainsi que la présence des parasites dans les commandes, avec une augmentation de l'erreur entre la référence et la sortie aussi, donc le choix de la valeur de sigma ne peut pas être arbitraire.

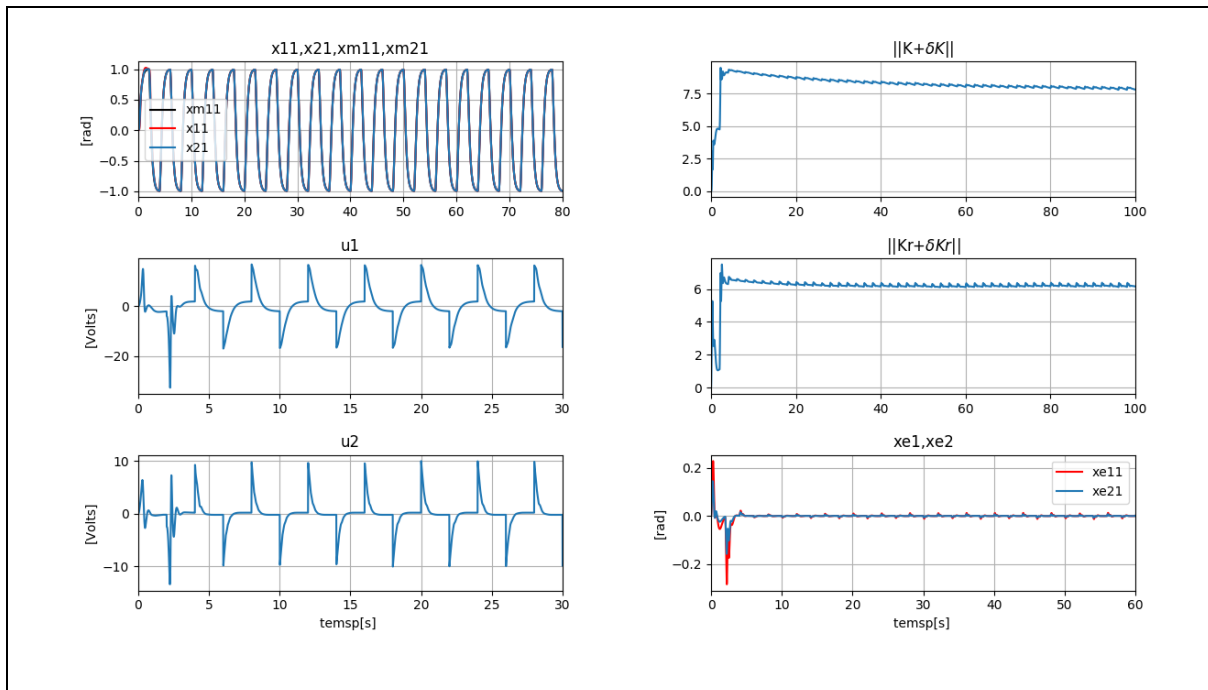


Figure 3-27 : Commande MCS avec modification σ sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

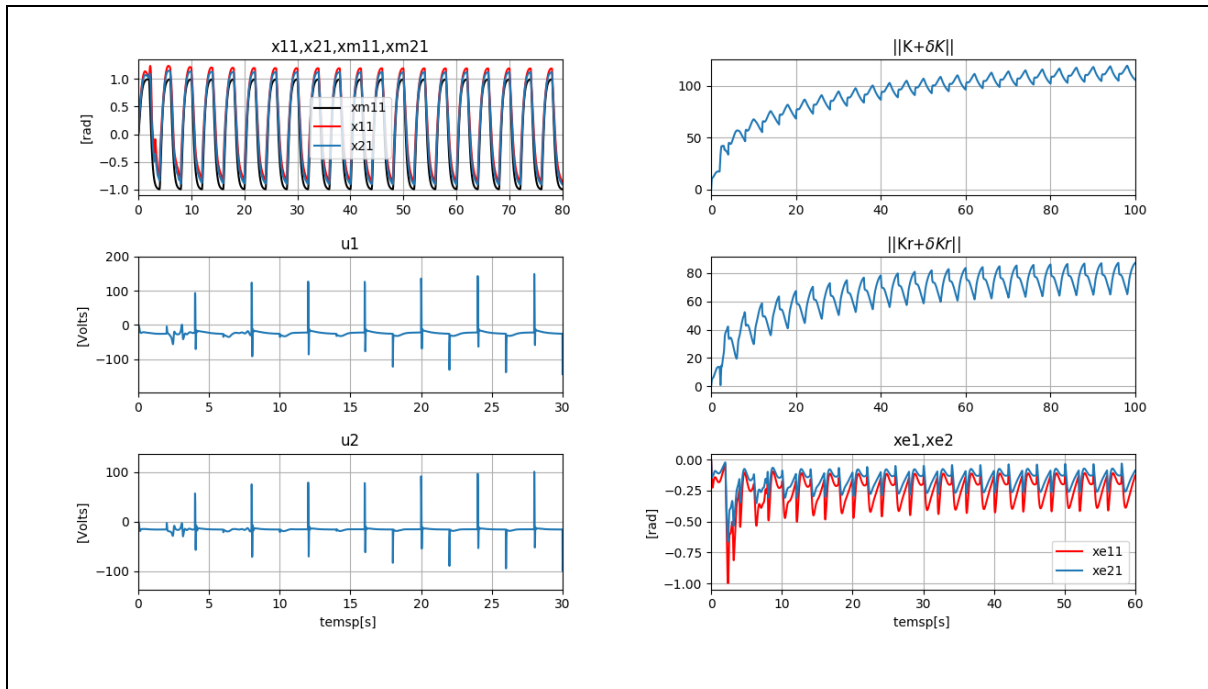


Figure 3-28 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure constante d'amplitude 50 rad/s^2 pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

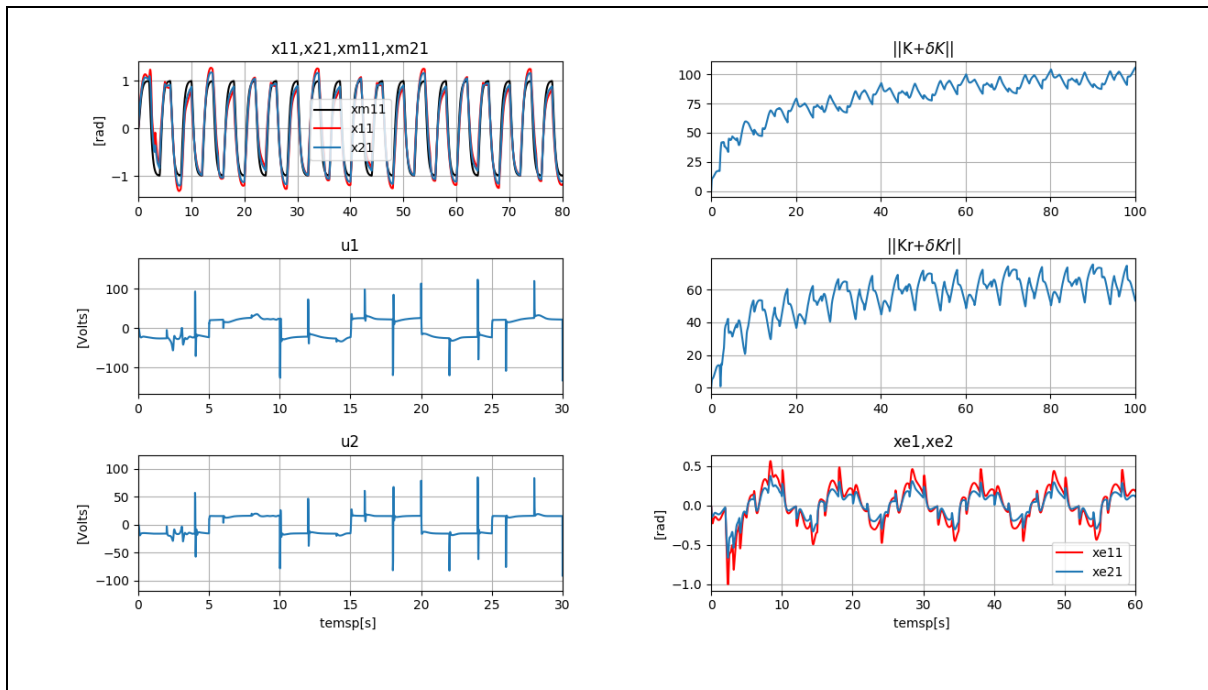


Figure 3-29 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.1$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

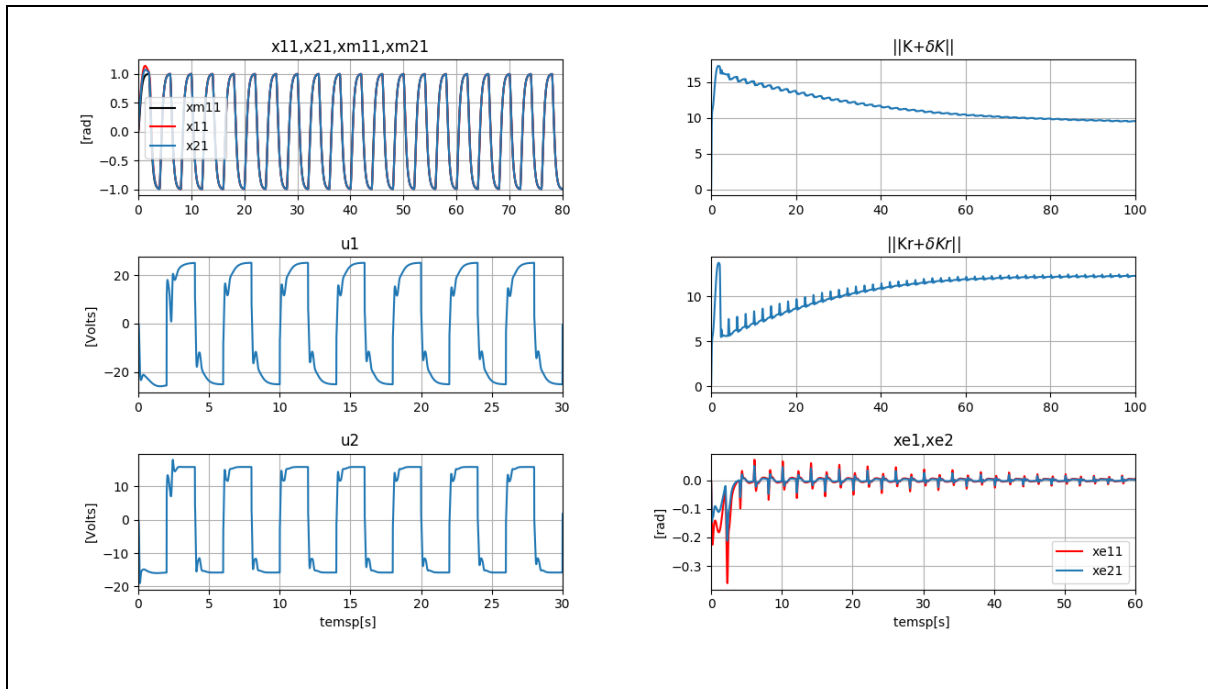


Figure 3-30 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

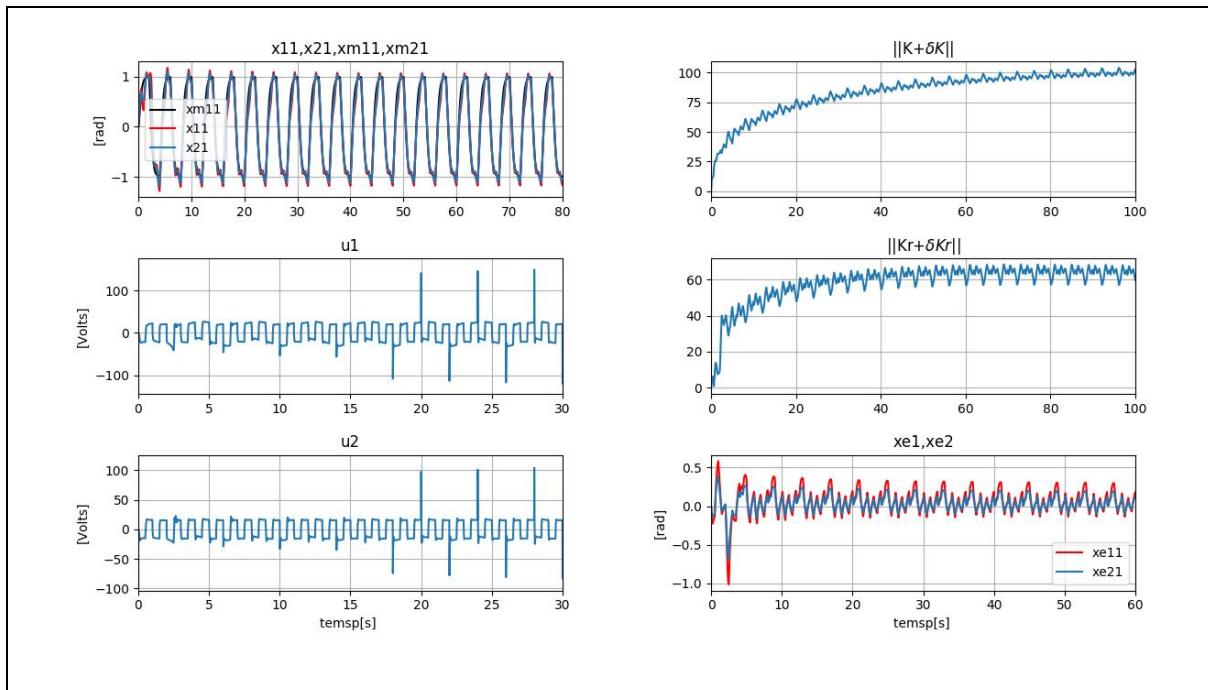


Figure 3-31 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

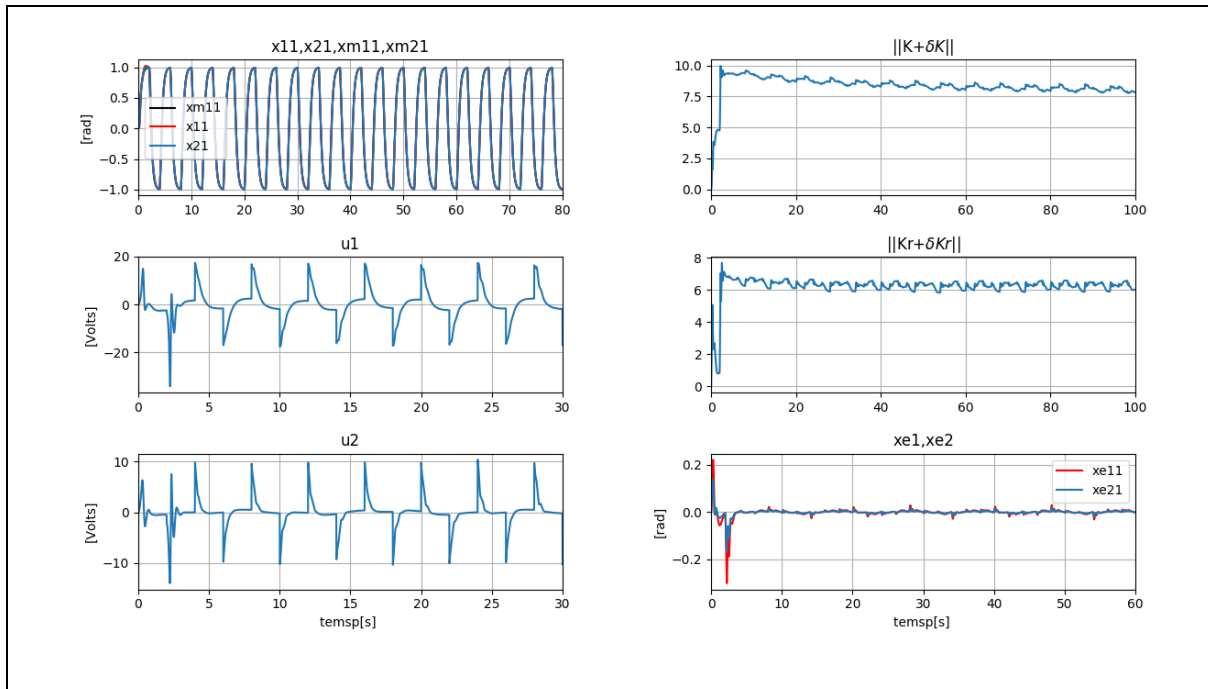


Figure 3-32 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

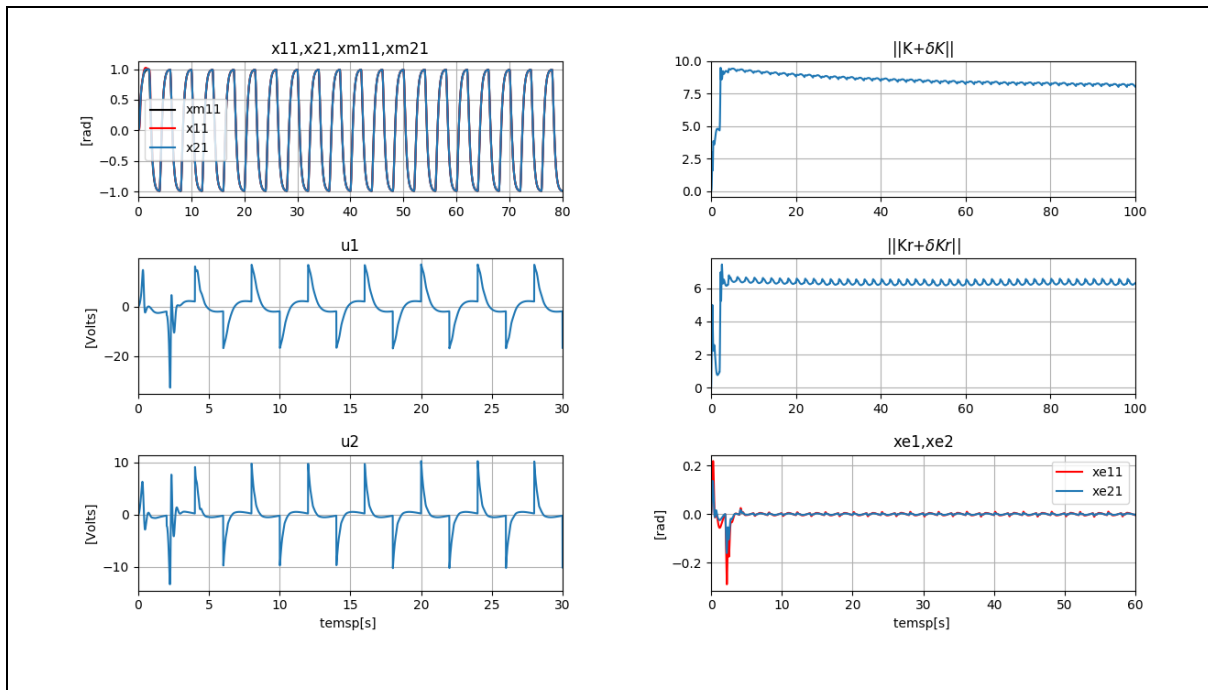


Figure 3-33 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

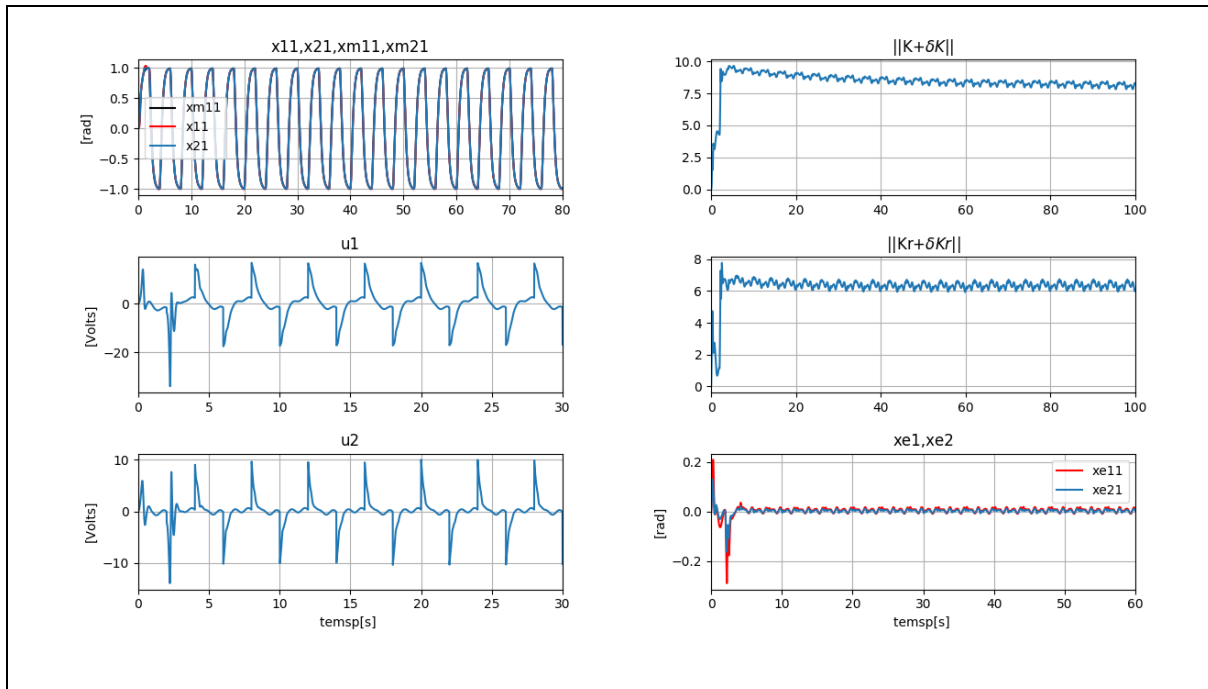


Figure 3-34 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

3.4 La modification e

3.4.1 Introduction

Comme pour la modification σ , la modification e consiste à introduire une transformation sur le calcul des gains variables δK et δK_r .

Son principe consiste à considérer le gain variable comme une variable d'état.

Nous appliquons donc, dans un premier temps, cette modification à la commande MRAC puis à la commande MCS et nous allons déduire si ce type de modification peut améliorer la robustesse de ces deux commandes ou non.

3.4.2 Détermination de la commande

Soit toujours la commande du bras manipulateur donnée par :

$$U(t) = - (K - \delta K) X(t) + (K_r + \delta K_r) r(t) \quad \text{Pour le MRAC.}$$

$$U(t) = \delta K X(t) + \delta K_r r(t) \quad \text{Pour le MCS.}$$

Les gains variables, cette fois-ci, seront donnés par [12], [13], [14] :

$$\begin{cases} \delta K' = \alpha Y_e X^T + (\beta Y_e X^T)' - \|Y_e\| \delta K & (8-1) \\ \delta K_r' = \alpha Y_e r^T + (\beta Y_e r^T)' - \|Y_e\| \delta K_r & (8-2) \end{cases}$$

Note : pour simplifier notre travail, nous avons pris un β nul ($\beta=0$) et nous avons introduit un autre coefficient σ , que nous avons multiplié avec le terme $\|Y_e\|\delta K$ et $\|Y_e\|\delta K_r$.

En résumé, l'équation d'état des gains variables prise tout au long de notre travail est :

$$\begin{cases} \delta K' = \alpha Y_e X^T - \sigma \|Y_e\| \delta K & (8-3) \\ \delta K_r' = \alpha Y_e r^T - \sigma \|Y_e\| \delta K_r & (8-4) \end{cases}$$

3.4.3 Simulation et interprétation

Comme pour toutes les commandes déjà vues, nous allons appliquer les différentes perturbations extérieures et variations internes sur notre bras manipulateur, et nous allons simuler la réponse du système pour $\sigma = 0.1$ pour les commandes MRAC et MCS avec la modification e.

Cas du MRAC

À partir les figure (3-35) à (3-42) et les figures (A-15) (A-16) données en ANNEXE A, nous déduisons que comme pour le MRAC avec modification sigma, nous avons une convergence rapide des normes de gain, avec des valeurs inférieures de celle de MRAC standard pour les perturbations rapides, et une marge qui sépare la valeur maximale et minimale plus grande, pour les sorties, nous remarquons que nous avons les mêmes résultats comme le MRAC simple, et c'est la même choses pour les commandes mais avec des valeurs plus grands des pics indésirables et la présence des parasites dans la première période.

Cas du MCS

D'après les résultats des simulations, figure (3-43) à (3-50) et les figures (A-17) (A-18) données en ANNEXE A, nous remarquons que la convergence des gains est plus rapide par rapport à la commande MCS standard, et par rapport à la commande MCS avec modification sigma nous observons que la convergence est plus rapide dans le cas d'une perturbation lente et l'inverse dans le cas d'une perturbation rapide.

Cette partie été dédiée à la modification e des commande MRAC et MCS. Nous avons vu que la modification e rend les commandes robustes, avec une convergence lente dans le cas des perturbations rapides par rapport à la modification sigma mais avec une erreur entre la référence et la sortie plus petite. Les commandes sont pareilles à celle de sigma modifié mais avec des valeurs de pics indésirables plus grandes et des oscillations dans certains cas.

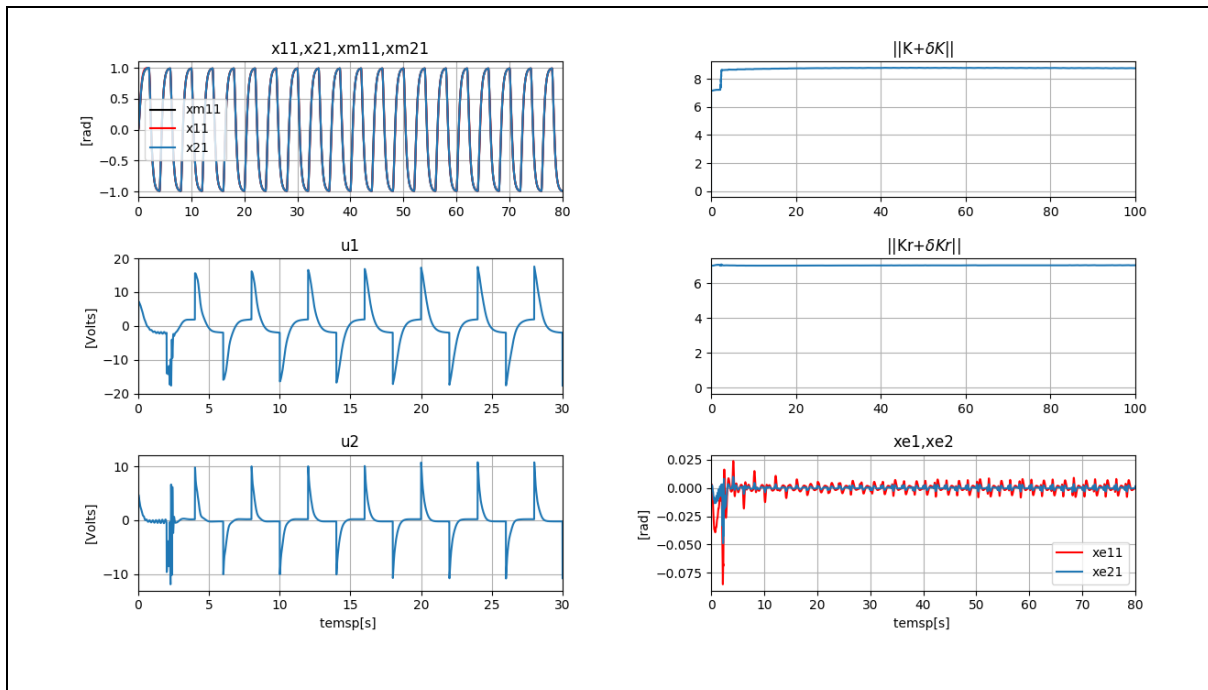


Figure 3-35 : Commande MRAC avec modification e sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$.

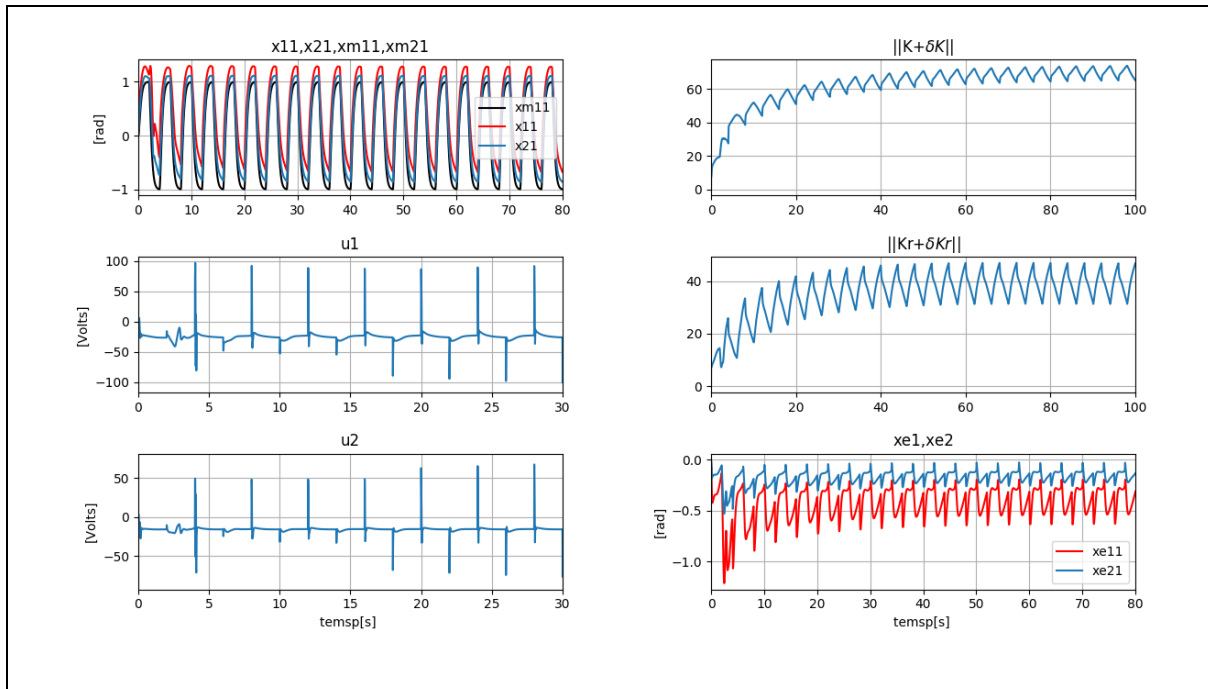


Figure 3-36 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s^2 pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$.

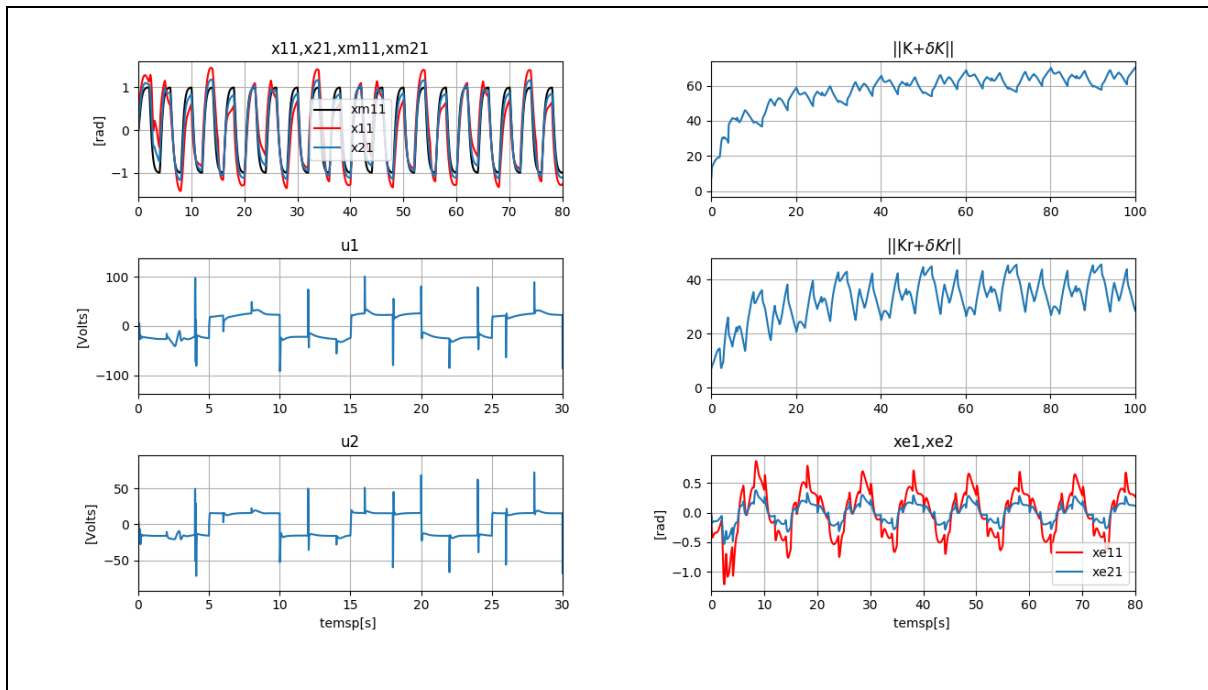


Figure 3-37 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$.

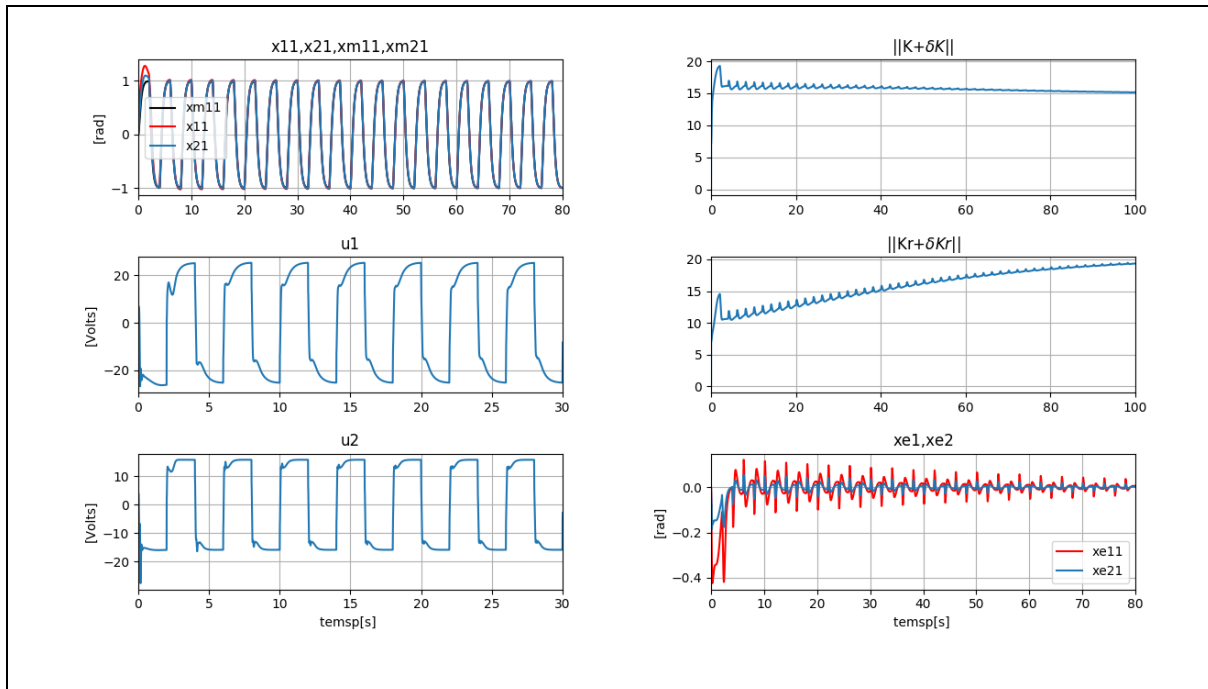


Figure 3-38 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$.

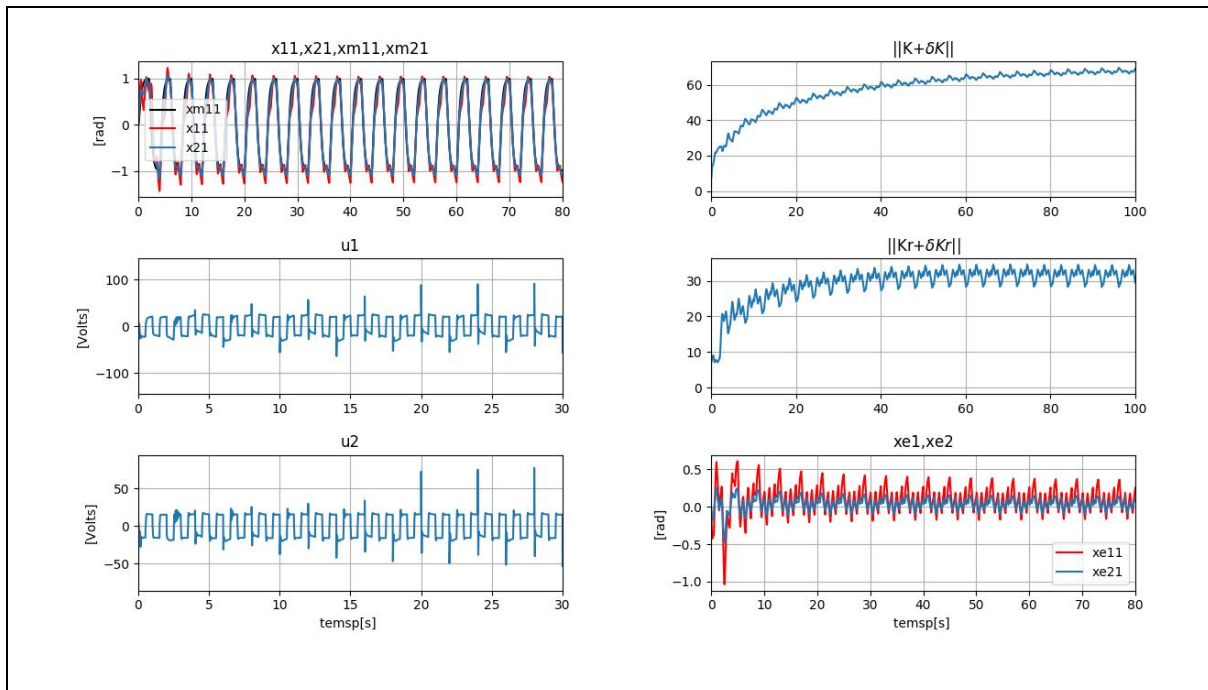


Figure 3-39 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$.

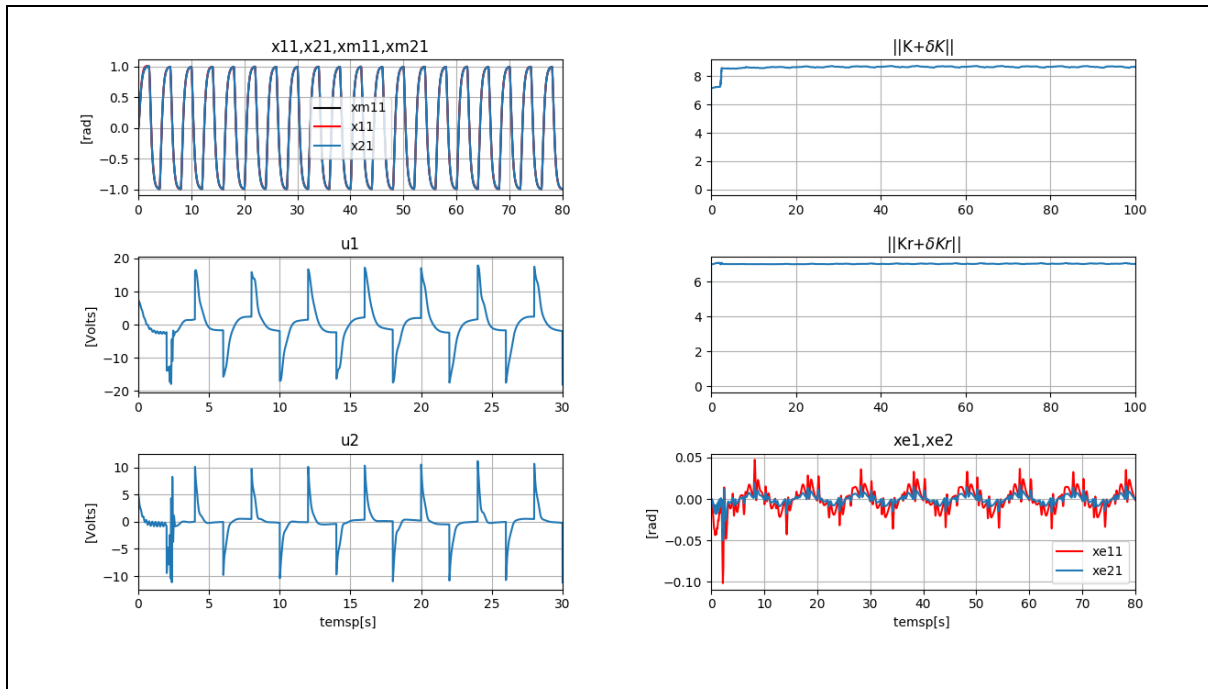


Figure 3-40 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.1$ Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$.

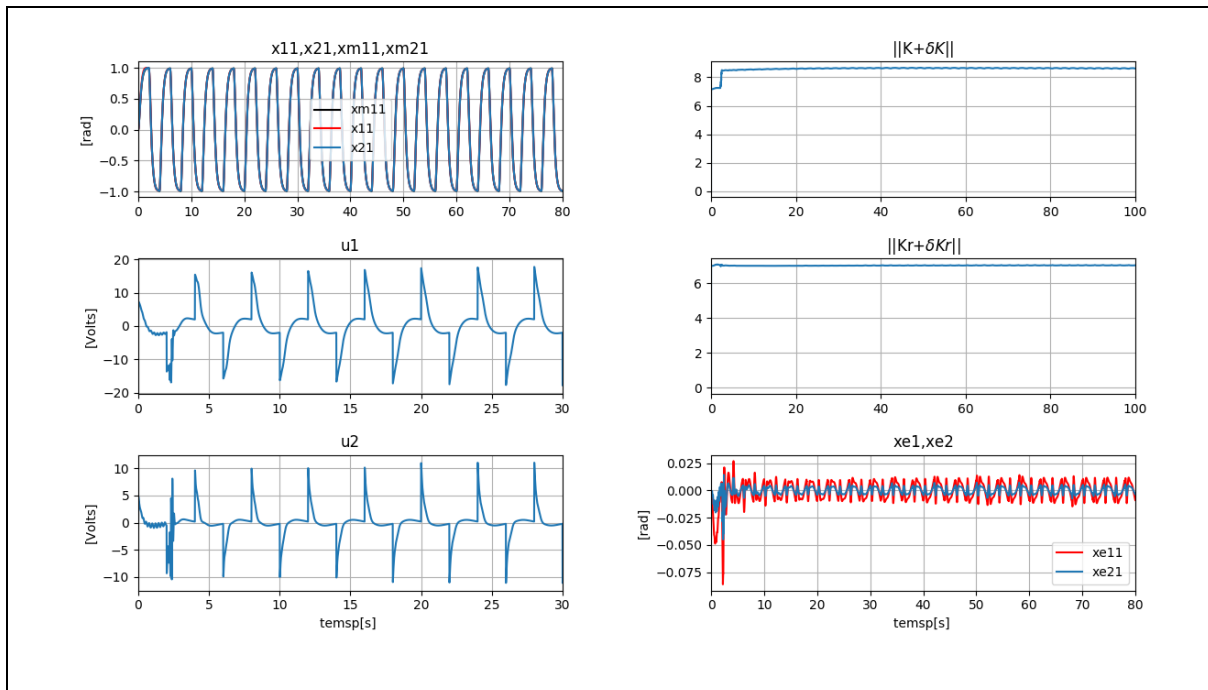


Figure 3-41 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$.

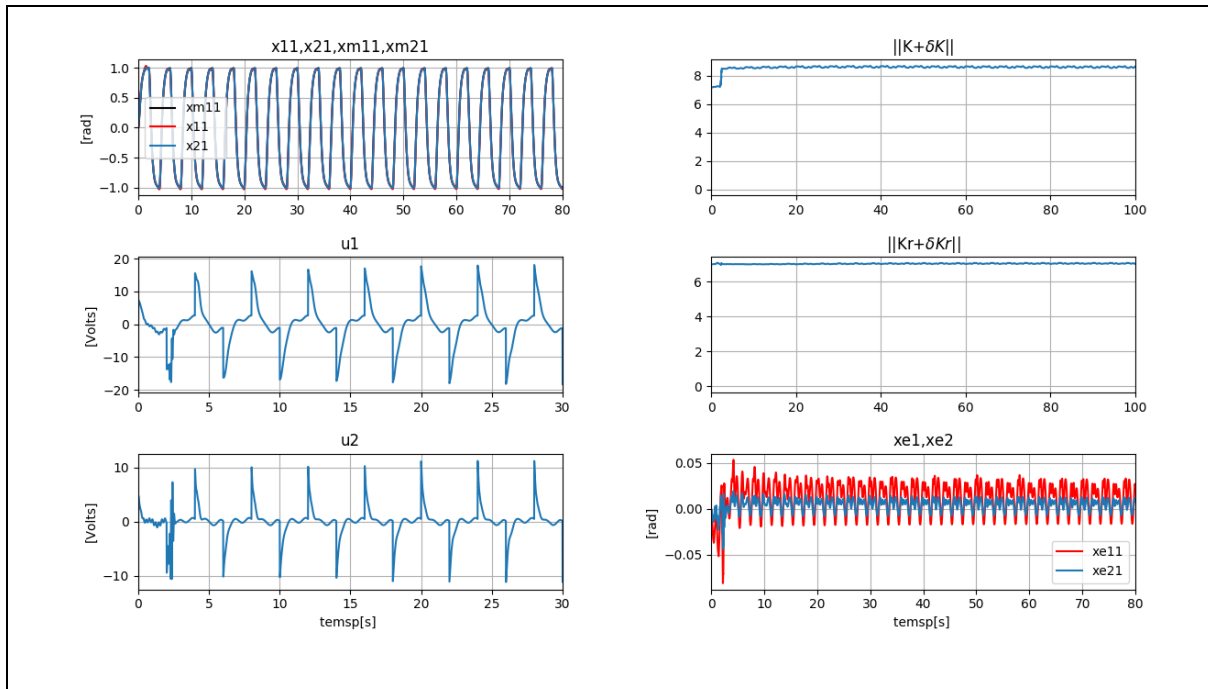


Figure 3-42 : Commande MRAC avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\sigma = 0.1$ $\alpha = 20$ et $\beta = 0$.

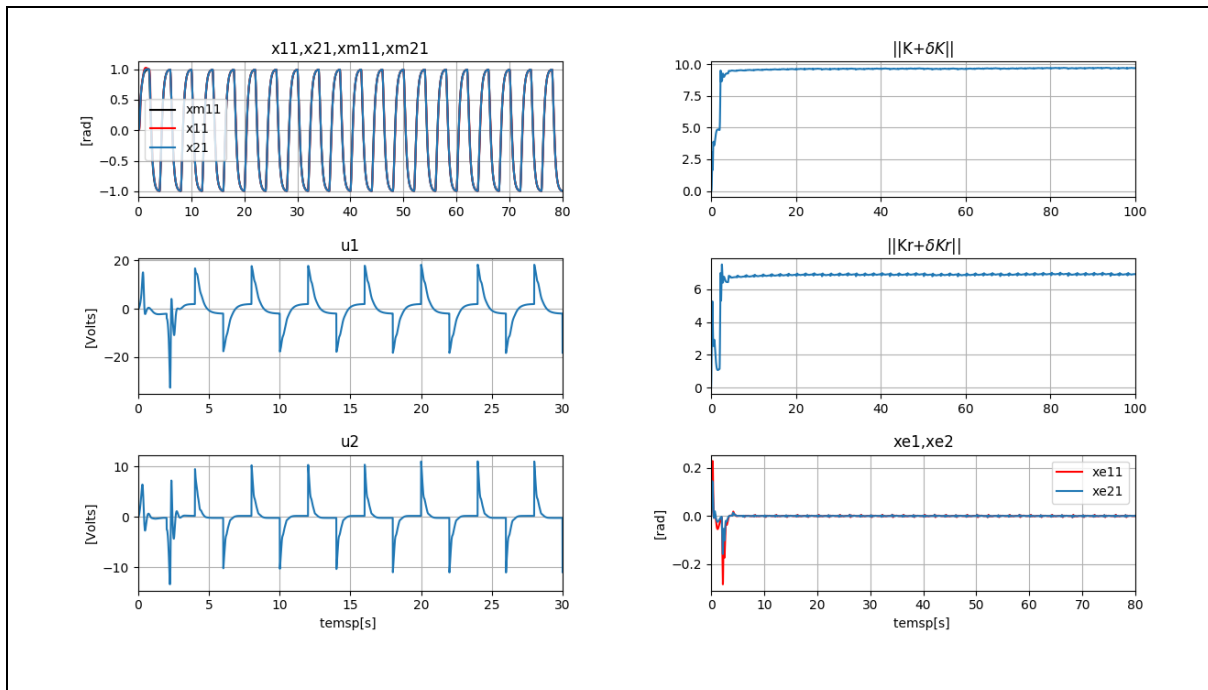


Figure 3-43 : Commande MCS avec modification e sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

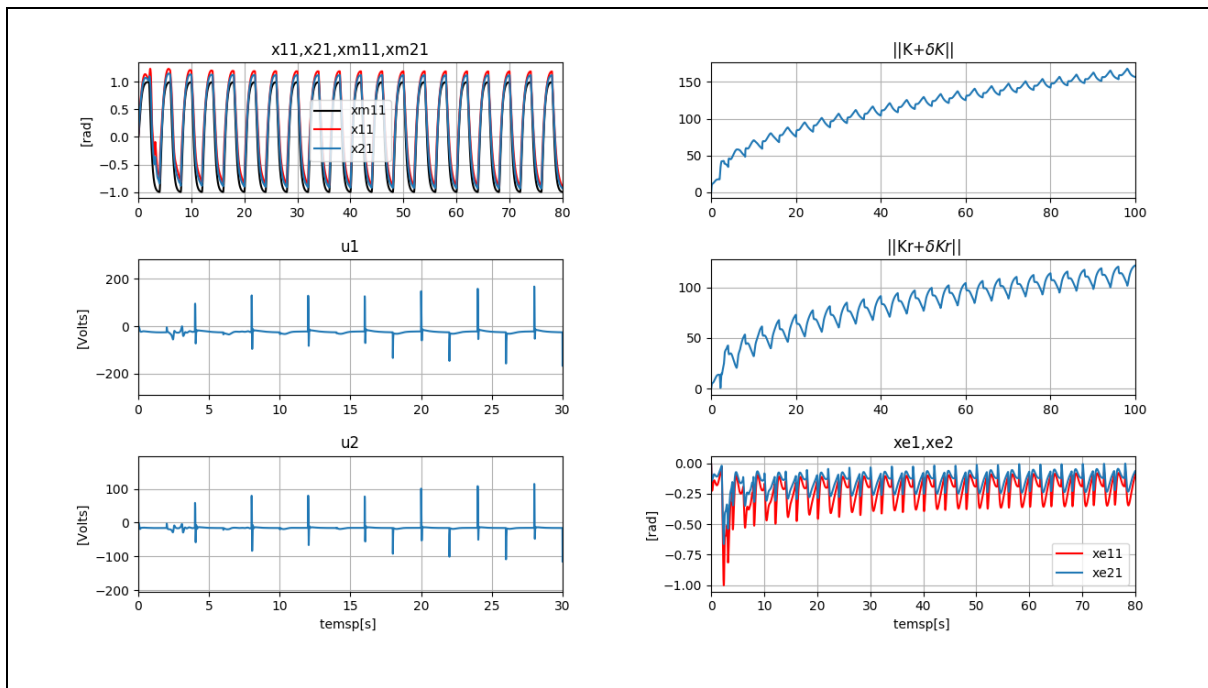


Figure 3-44 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s² pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

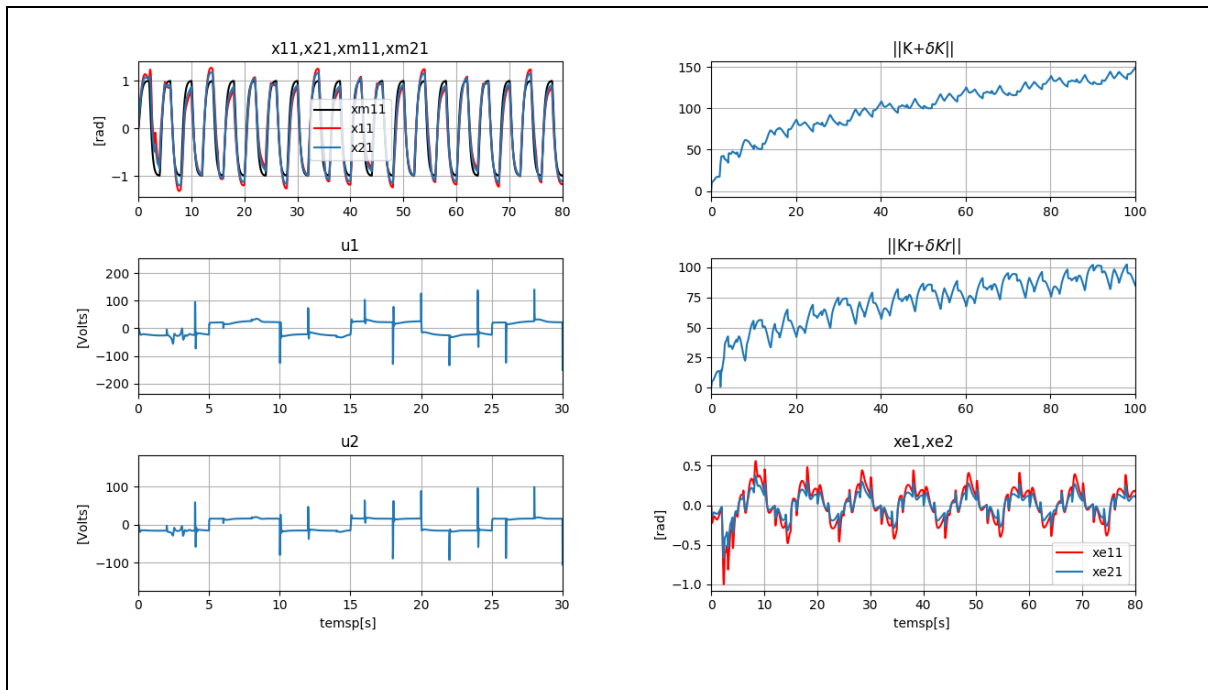


Figure 3-45 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

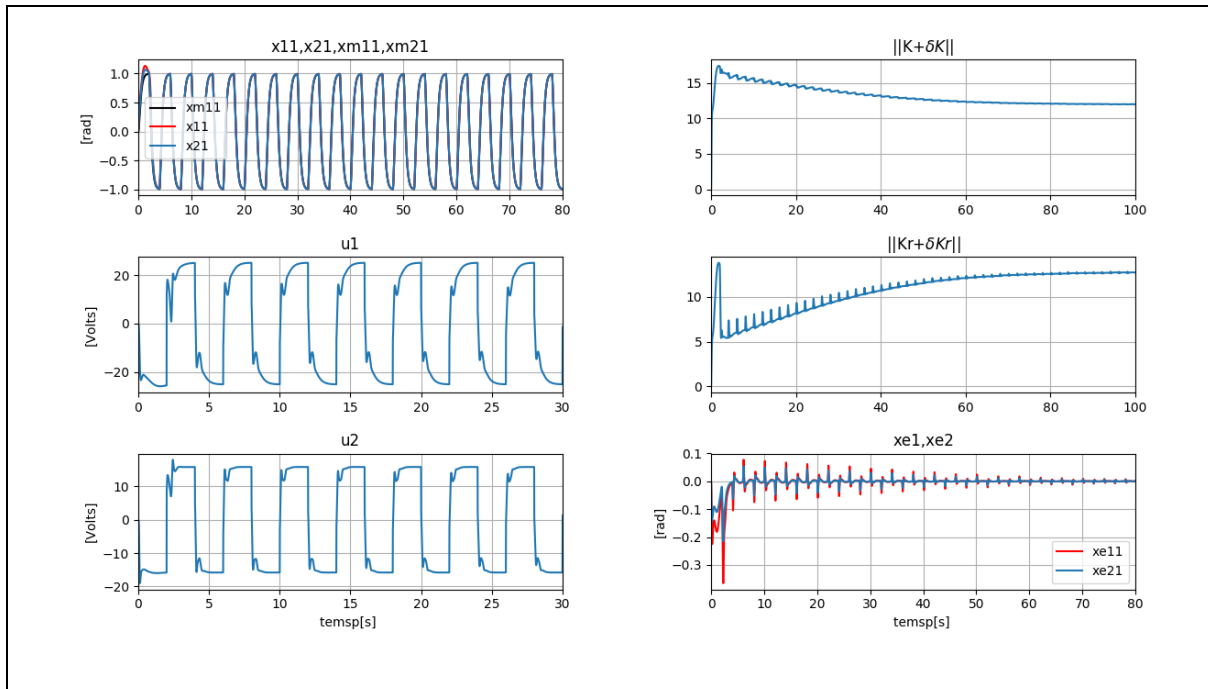


Figure 3-46 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

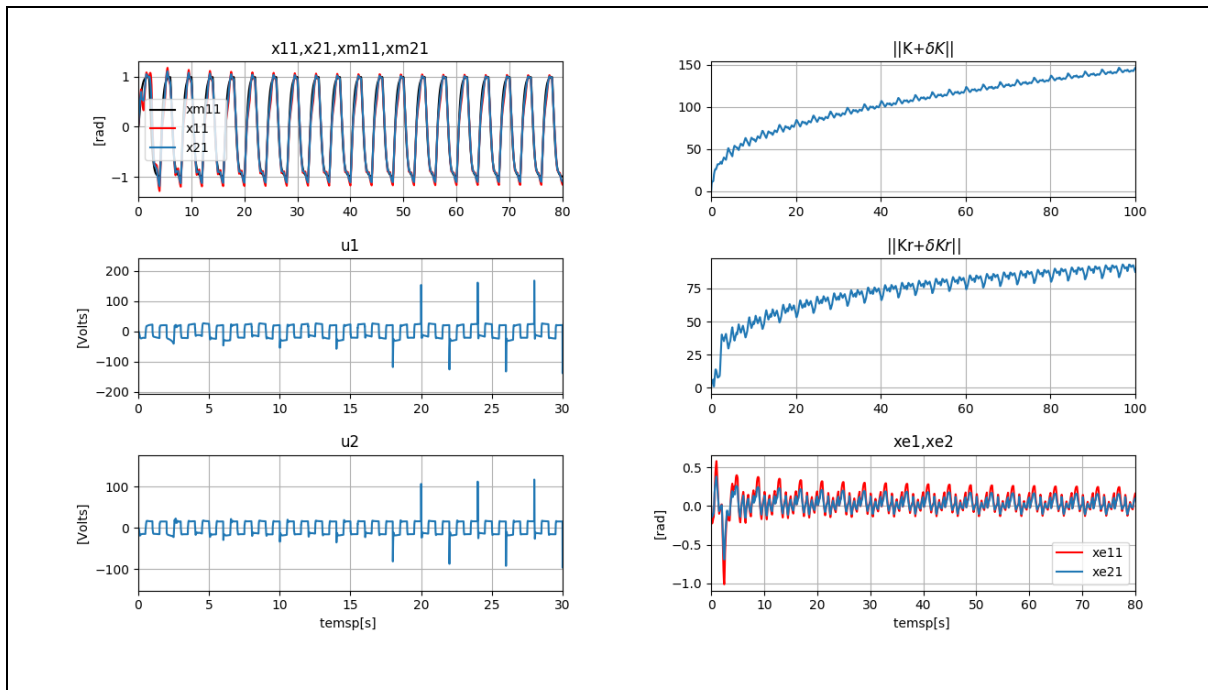


Figure 3-47 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

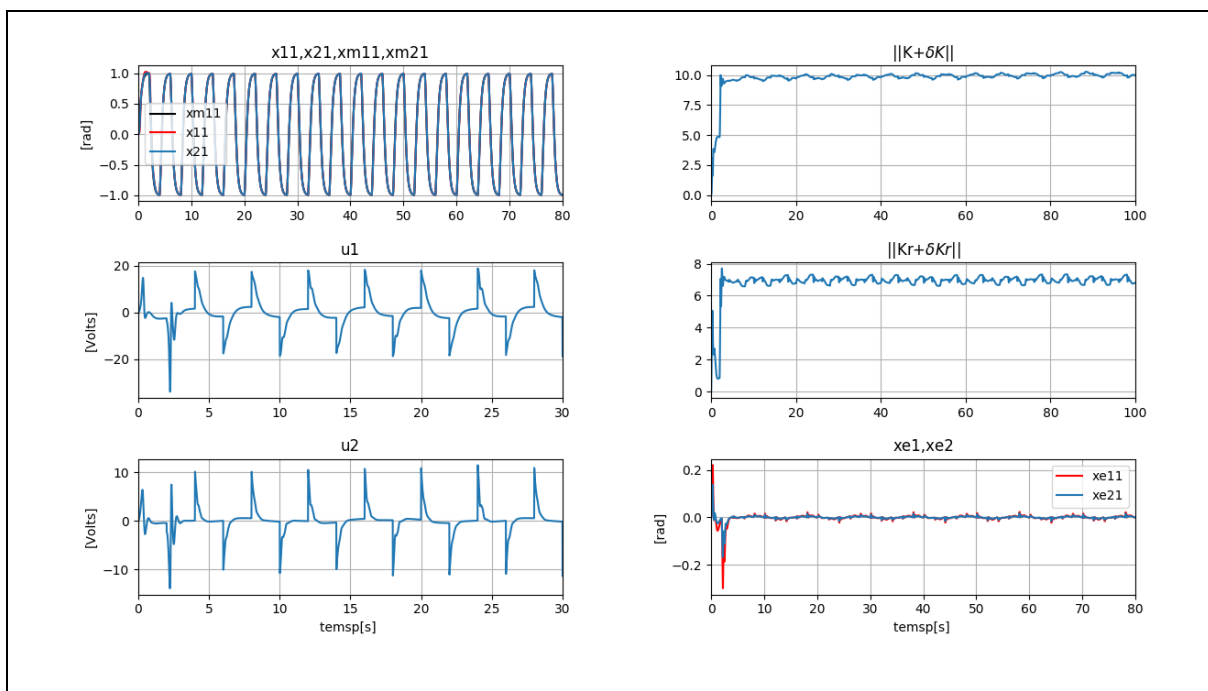


Figure 3-48 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

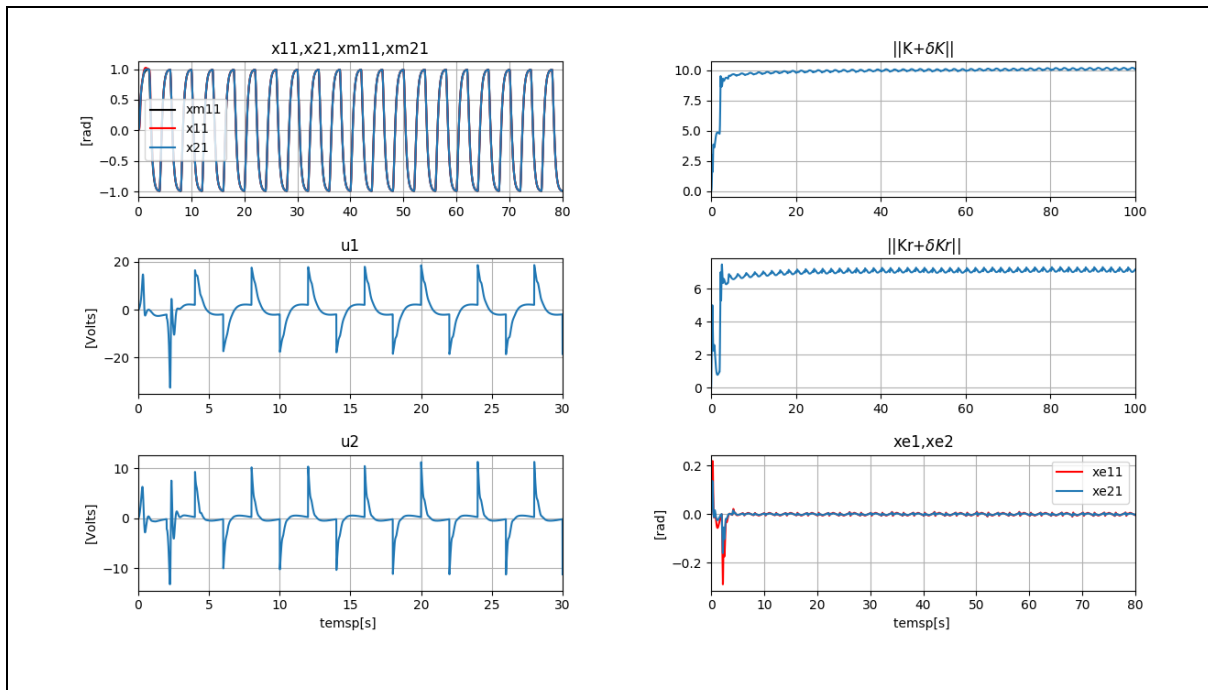


Figure 3-49 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

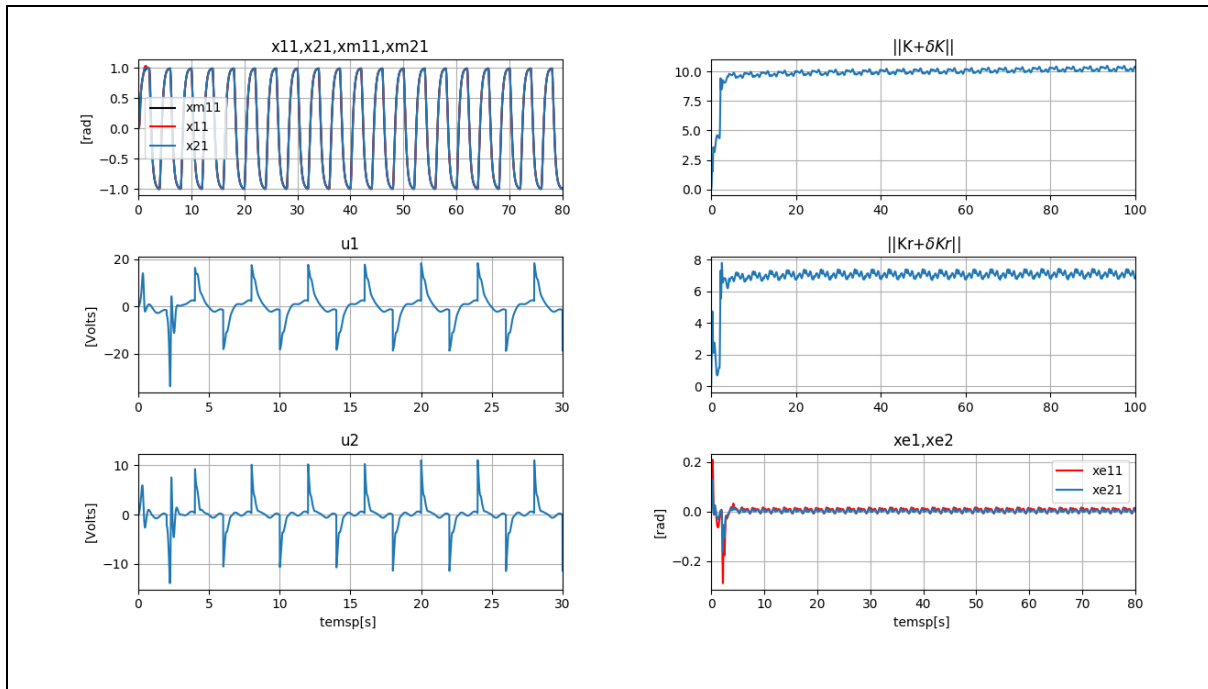


Figure 3-50 : Commande MCS avec modification e avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\sigma = 0.01$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

3.5 MCS avec une action intégrale

3.5.1 Introduction

L'algorithme MCS avec action intégrale est une extension de l'algorithme MCS où l'action intégrale est incorporée sur l'erreur entre la référence et la sortie de la manière suivante [15] :

$$\mathbf{X}_i(t) = \mathbf{C} \int_0^t (\mathbf{X}_m(\tau) - \mathbf{X}(\tau)) d\tau \quad (9-1)$$

3.5.2 Détermination de la commande

L'équation de contrôle standard du MCS est augmentée comme suit :

$$\mathbf{U}(t) = \delta \mathbf{K} \mathbf{X}(t) + \delta \mathbf{K}_r \mathbf{r}(t) + \mathbf{K}_i(t) \mathbf{X}_e(t) \quad (9-2)$$

Avec :

$$\mathbf{X}_e(t) = \mathbf{X}_m(t) - \mathbf{X}(t)$$

Le gain intégral adaptatif est :

$$\mathbf{K}_i(t) = \int_0^t \alpha \mathbf{y}_e(t) \cdot \mathbf{X}_i^T(t) \cdot d\tau + \beta \mathbf{Y}_e(t) \cdot \mathbf{X}_i^T(t) \quad (9-3)$$

Les autres termes sont les mêmes que le MCS standard.

3.5.3 Simulation et Interprétation

La figure (3-51) : Nous appliquons une commande MCS avec action intégrale sans aucune perturbation extérieure ou une variation des paramètres internes du bras. Nous constatons qu'il y a un petit dépassement dans la première période du signal de sortie X_{11} et X_{21} , ensuite les signaux de sorties poursuivent très bien le signal de référence. Les commandes (u_1 et u_2) sont bornées et présentent des valeurs convenables dans la pratique. Nous notons aussi que l'erreur de sortie (X_{e11} et X_{e21}) est bornée dans la première période ensuite elle tend vers zéro. La convergence des gains est plus lente par rapport au MCS standard.

Les figures (3-52) à (3-58) : Nous appliquons une commande MCS avec action intégrale avec perturbation extérieure constante, rapide puis lente d'amplitude 50 rad/s^2 avec $\alpha = 10$ et $\beta = 1$ pour trois fréquences différentes. Pour la perturbation constante nous remarquons que nous avons une très bonne poursuite pas comme les commandes précédentes, Nous constatons aussi que pour la perturbation rapide et lente nous avons les mêmes résultats comme MCS standard mais avec une convergence plus lente pour les gains et ils ont des valeurs inférieures pour $f = 0.1 \text{ Hz}$ et $f = 1 \text{ Hz}$ dans le cas de la perturbation rapide.

Les figures (A-19), (A-20) en annexe A : Nous appliquons une commande MCS avec action intégrale avec variation des paramètres internes, les frictions des joints puis les masses des bras, avec $\alpha = 10$ et $\beta = 1$. Nous observons une très bonne poursuite du modèle de référence par les signaux de sorties. Les commandes (u_1 et u_2) présentent des valeurs convenables en pratique. Nous notons aussi que l'erreur entre le modèle et la sortie converge vers zéro et une convergence lente pour les normes des gains.

Dans cette partie, nous avons présenté la commande MCS avec action intégrale, qui nous a donné des bons résultats, avec une bonne poursuite dans le cas d'une perturbation constante, pas comme les commandes adaptatives déjà vu. Les commandes nécessaires ont des valeurs plus petites par rapport au MCS standard, ainsi que les valeurs des normes des gains.

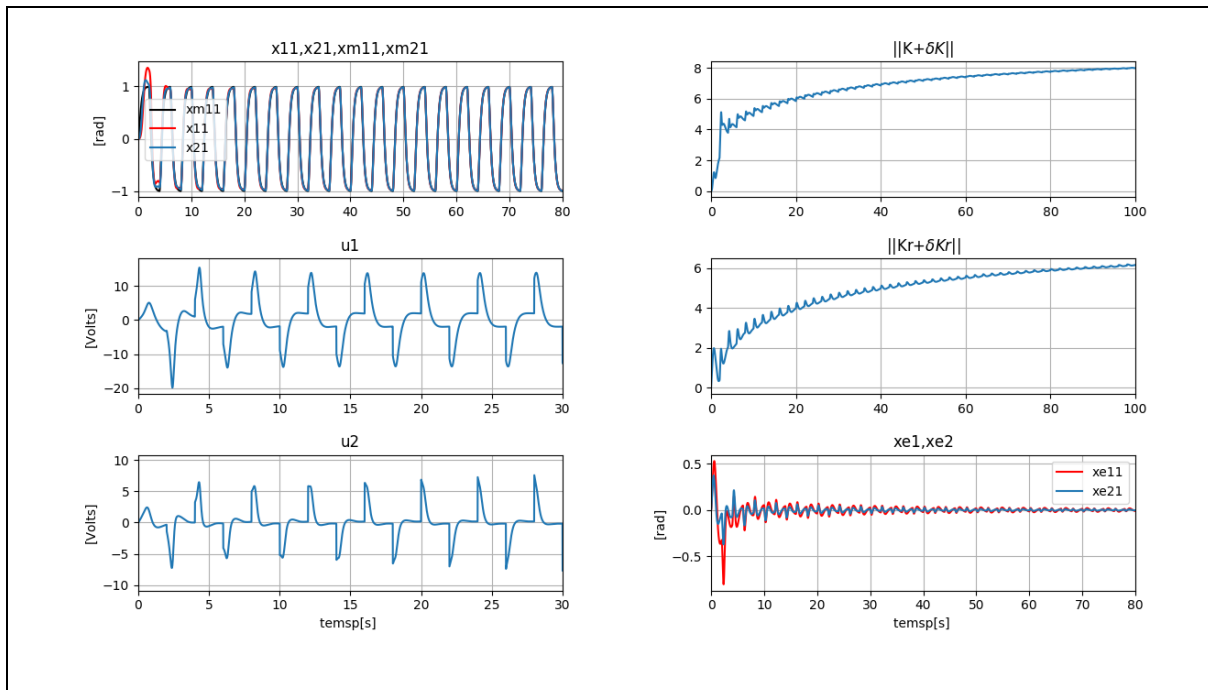


Figure 3-51: Commande MCSI sans aucune perturbation extérieure ou variation interne avec $\alpha = 10$ et $\beta = 1$.

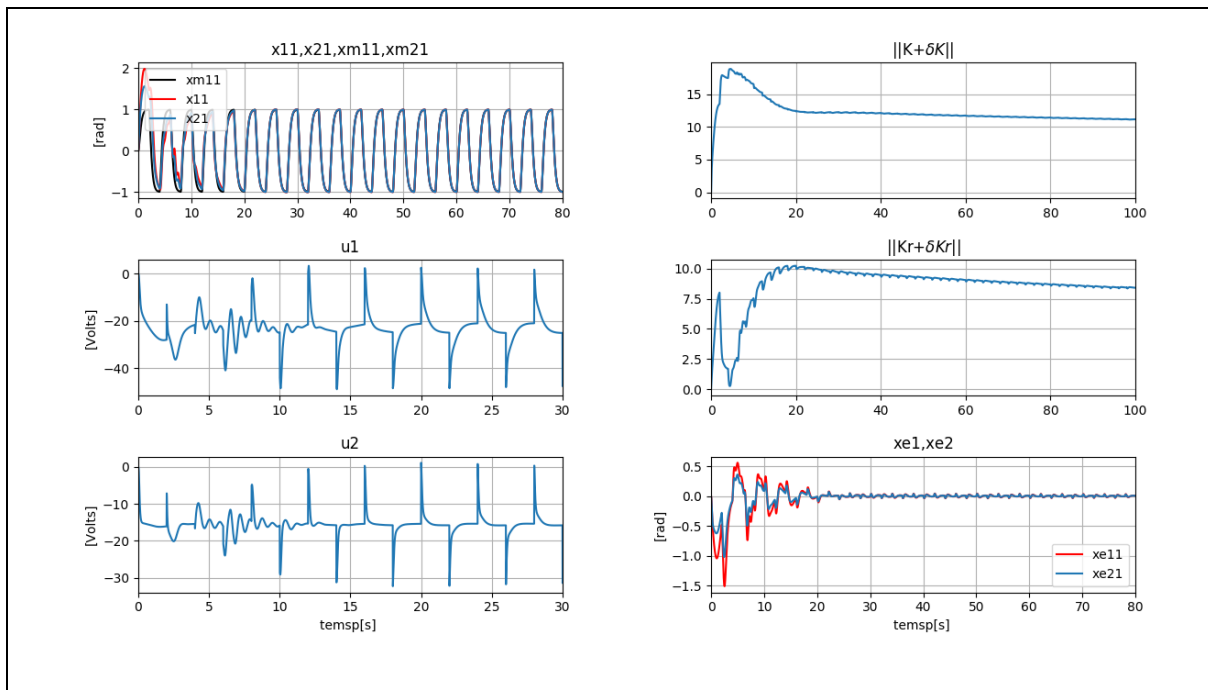


Figure 3-52: Commande MCSI avec perturbation extérieure constante d'amplitude 50 rad/s² avec $\alpha = 10$ et $\beta = 1$.

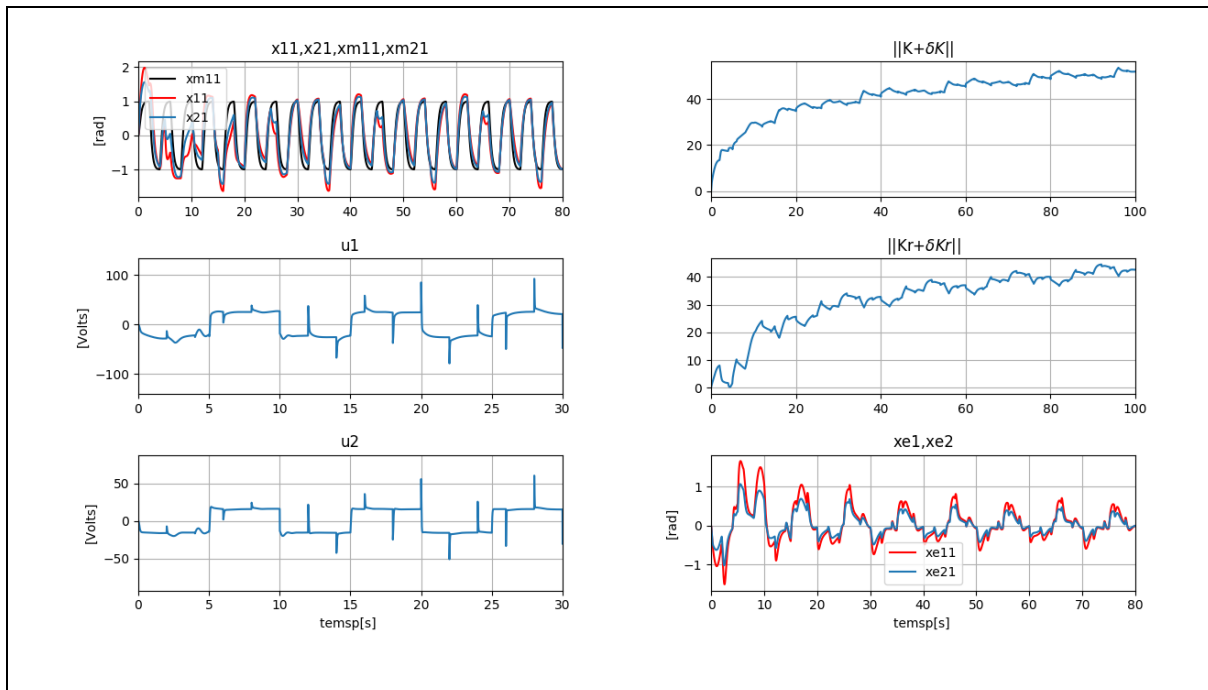


Figure 3-53 : Commande MCSI avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.1Hz pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$.

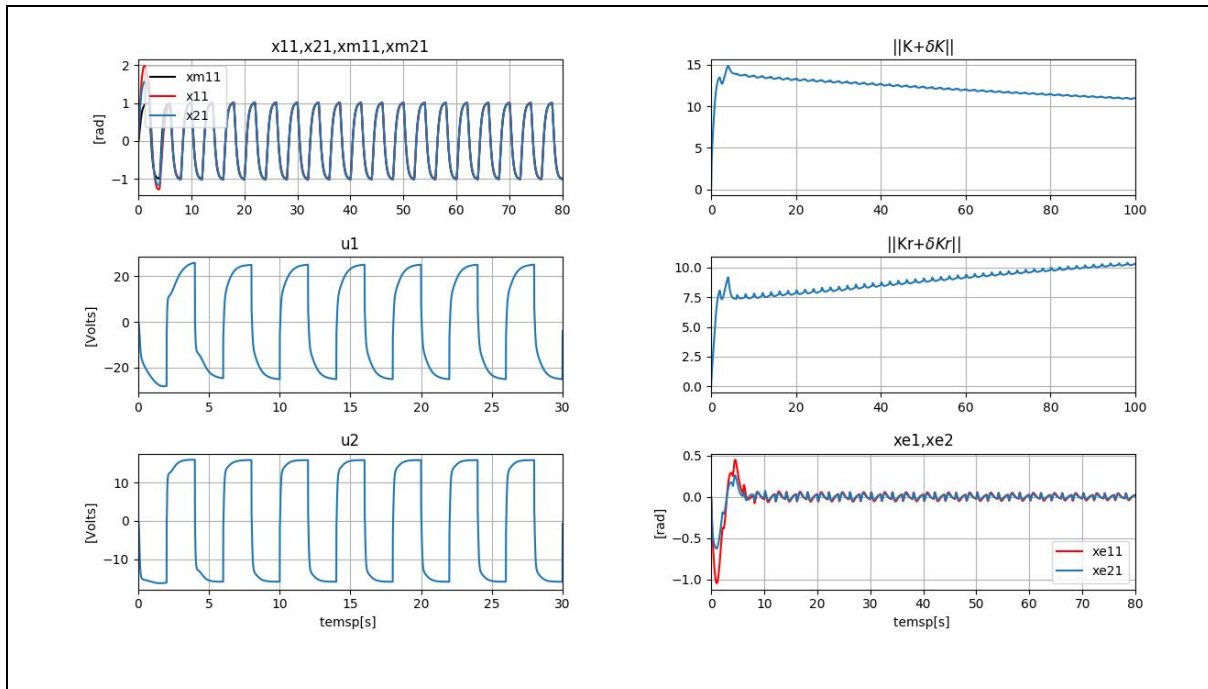


Figure 3-54 : Commande MCSI avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et f=0.25 Hz pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$.

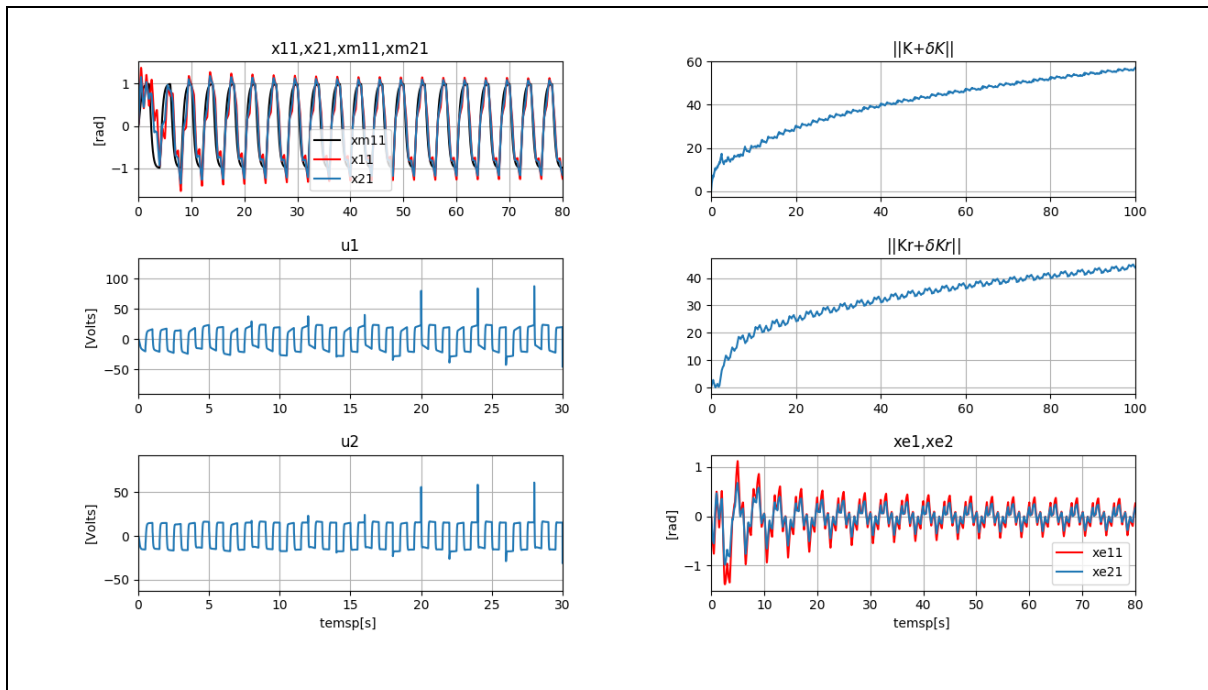


Figure 3-55 : Commande MCSI avec perturbation extérieure rapide
d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f=1 \text{ Hz}$ pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$.

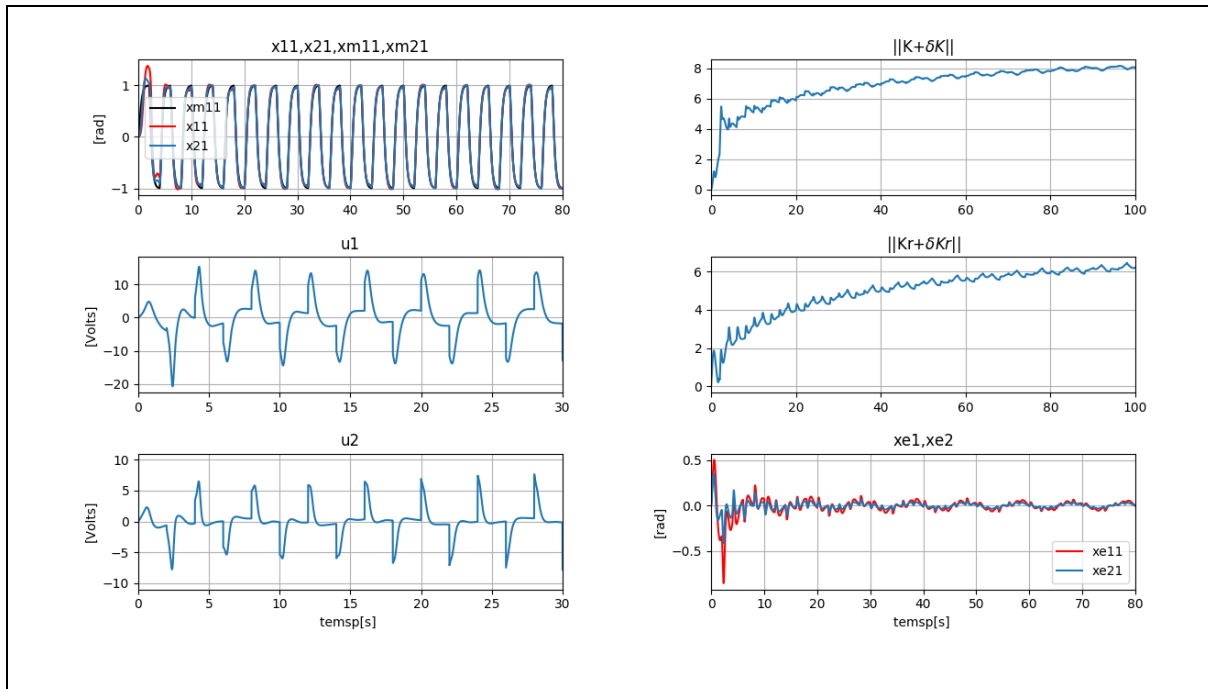


Figure 3-56 : Commande MCSI avec perturbation extérieure lente
d'amplitude = 50 rad/s^2 et $f=0.1 \text{ Hz}$ pour $\alpha=10$ et $\beta = 1$.

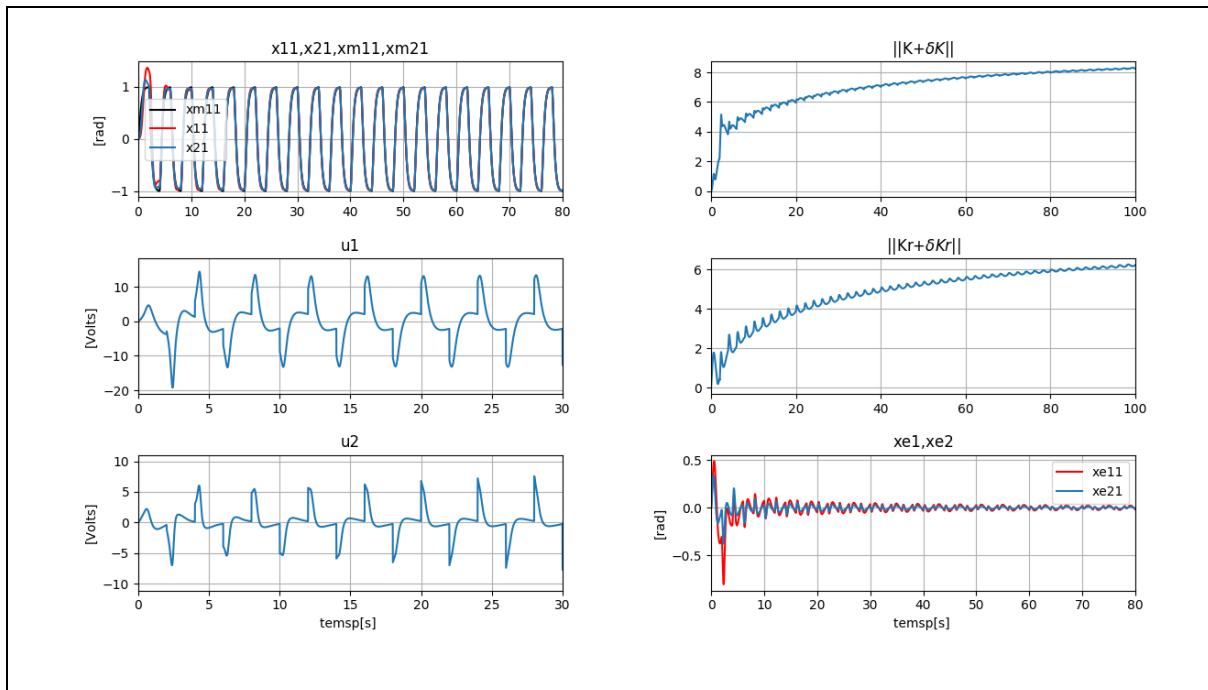


Figure 3-57 : Commande MCSI avec perturbation extérieure lente d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.25 \text{ Hz}$ pour $\alpha=10$ et $\beta=1$.

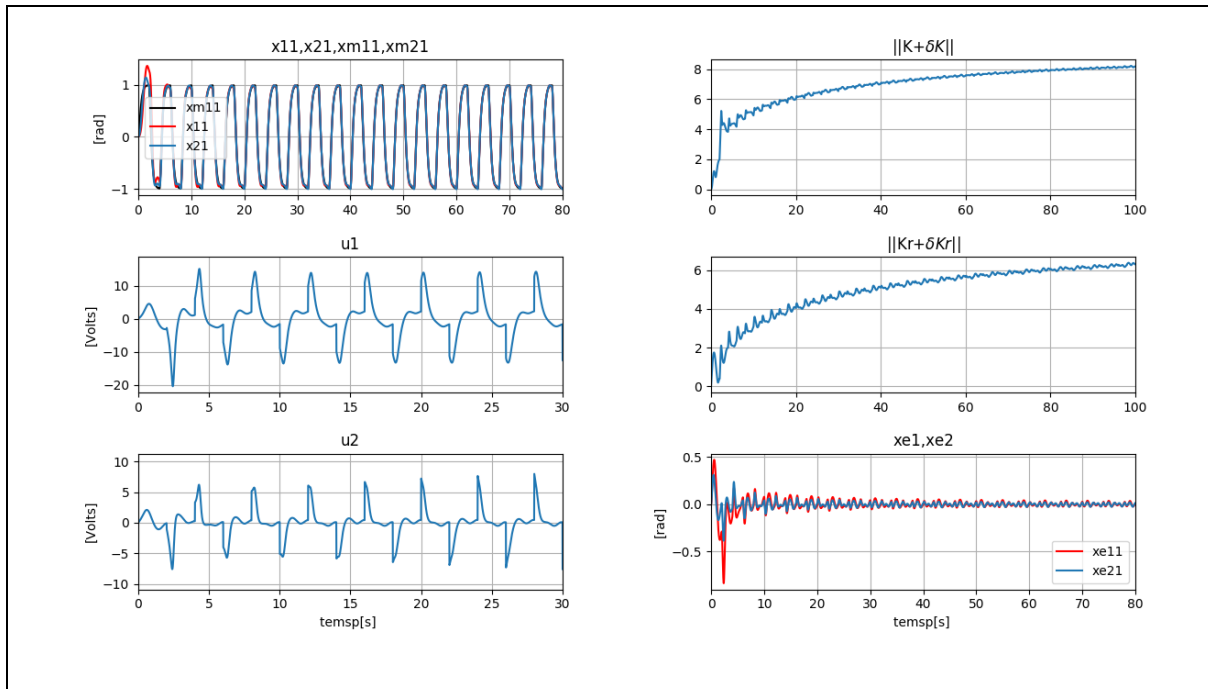


Figure 3-58 : Commande MCSI avec perturbation extérieure lente d'amplitude $= 50 \text{ rad/s}^2$ et $f=1 \text{ Hz}$ pour $\alpha=10$ et $\beta=1$.

3.6 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter des lois de commande non linéaire adaptative, la commande MRAC et la commande MCS, qui nous ont donné des bons résultats, sauf dans le cas d'une perturbation de fréquence inférieure de celle de la référence, où nous avons eu des dépassements et des diminutions. L'inconvénient de la commande MRAC est l'exigence de synthèse d'un contrôleur linéaire avec la connaissance des paramètres de système. Pour régler cet inconvénient, nous avons utilisé la commande MCS qui a été aussi une commande robuste comme le MRAC.

Ensuite, nous avons présenté les modifications sigma et e, qui ont amélioré les performances des commandes, où nous avons eu une convergence plus rapide des gains, cependant, il faut choisir une bonne valeur de sigma, sinon nous aurons des erreurs plus grandes et des commandes plus bruitées.

Finalement, nous avons présenté une extension de la commande MCS, qui est la commande MCS avec action intégrale, où nous avons eu de bons résultats aussi, avec une très bonne poursuite dans le cas d'une perturbation constante, le résultat que nous ne trouvons pas dans les autres commandes.

Chapitre 4

Interprétation générale des résultats obtenus

Interprétation générale des résultats obtenus :

Le but de notre étude est d'introduire la notion de la robustesse dans la synthèse de commande de position de bras manipulateur classe 1 à 2 degrés de liberté. D'après les résultats obtenus, nous allons essayer de mettre en évidence les points suivants :

- 1- L'adaptation des deux commandes classiques « retour d'état et LMFC » pour un système non-linéaire n'est pas du tout désirable, surtout dans le cas des perturbations extérieures rapides dont le calcul des coefficients de la commande limite du système se fait par négligence de la partie non linéaire de notre système. Et au-delà de cette limite qui est différente pour chaque commande classique, notre système présente soit des erreurs de sortie et des commandes très grandes ce qui est néfaste en pratique c'est le cas de la commande par retour d'état, soit il ne suit plus la référence choisie c'est le cas de la commande du LMFC.
- 2- La commande SFBIA est la commande la plus robuste parmi les commandes classiques grâce à l'action intégrale. Cette commande fournit des bons résultats, cependant, elle exige des valeurs très grandes pour les matrices des gains, ce qui rend le système plus sensible à la propagation de bruit.
- 3- L'erreur de sortie est plus influencée par les perturbations extérieures rapides que par les perturbations extérieures lentes. Cet effet apparait sur la sortie de l'erreur et la forme du signal de commande.
- 4- L'amplitude du signal de référence choisi agit sur l'erreur de sortie du système.
- 5- La fréquence et l'amplitude du signal perturbateur agissent considérablement sur le système, ce qui influe sur la robustesse de la commande.
- 6- Pour que les simulations des commandes adaptatives MRAC et MCS donnent de bons résultats, il faut que les facteurs α et β soient bien choisis.
- 7- La commande adaptative MRAC nécessite de développer le modèle du système en un modèle de référence et un contrôleur linéaire (gains constants). Les résultats obtenus par

la commande MRAC ont donné une très bonne poursuite du modèle de référence vis-à-vis des perturbations extérieures ou des variations des paramètres internes. Les commandes engendrées sont bornées ainsi que l'erreur, cependant dans le cas d'une perturbation inférieure l'erreur est un peu plus grande.

- 8- La commande adaptative MCS ne nécessite pas l'utilisation d'un contrôleur linéaire ni une connaissance des paramètres du système mais seulement sa structure générale. Les résultats obtenus par le MCS sont meilleurs que le MRAC mais nécessitent des commandes un peu grandes.
- 9- L'application de la modification σ aux deux commandes adaptative MRAC et MCS pour le bras manipulateurs classe 1 à 2 degrés de liberté fournit une meilleure performance à ces deux commandes. Ceci a permis d'améliorer la rapidité de la convergence du système vers un état stable, mais avec un choix de σ qui n'est pas arbitraire. Elle nécessite des commandes moins importantes et elle engendre une erreur de sortie qui reste bornée.
- 10- L'application de la modification $\mathbf{e}$ aux deux commandes adaptative MRAC et MCS présente des très bons résultats aussi, la convergence du système vers un état stable est plus rapide par rapport à la modification σ , et les commandes engendrées sont adéquates en pratique.
- 11- La commande adaptative MCS avec action intégrale fournit de bons résultats. Elle engendre des commandes qui sont convenables en pratique et cela grâce à l'action intégrale qui diminue l'erreur pour qu'elle reste bornée et au voisinage de zéro. Mais pour les cas des perturbations extérieures ou variations des paramètres internes, la convergence des normes de gains est moins rapide que pour le MCS simple.

Les résultats obtenus par simulation sont regroupés dans les tableaux récapitulatifs suivants :

Commande	Sans aucune perturbation extérieure ou variation des paramètres internes.
Par retour d'état	la sortie suit la référence mais avec des petits dépassements et diminutions constatés, et nous notons que les commandes présentent des impulsions.
SFBIA	Cette commande est la plus robuste des commandes classiques, nous notons une meilleure poursuite du signal de référence, l'erreur est bornée et la commande présente des impulsions.
LMFC	Une poursuite du signal de référence mais avec des dépassements et diminutions, Les commandes sont moins importantes que les deux commandes précédentes et elles présentent des impulsions.
MRAC	Une meilleure poursuite du signal de référence, les commandes sont convenable et présentent des impulsions, l'erreur est très petite est au voisinage de zéro, La convergence des normes des gains est très rapide ce qui amène le système rapidement vers son état stable.
MCS	Un très bon suivi de la référence par la sortie, nous remarquons que les commandes présentent des impulsions, la convergence est moins rapide que le MRAC, et l'erreur s'annule rapidement.
MRAC avec modification σ	Idem pour le MRAC simple. Nous remarquons que l'erreur devient plus apparente lorsque σ augmente par contre la convergence des normes des gains devient plus rapide.
MCS avec modification σ	Un bon suivi du modèle de référence, nous notons que les commandes présentent des impulsions et l'erreur tend zéro rapidement, et la convergence du gain K_r et plus rapide du gain K . Nous remarquons aussi que plus nous augmentons la valeur de sigma plus la convergence des normes des gains est plus rapide par contre les commandes présentent plus de parasitée et l'erreur devient apparente mais reste bornée, alors le choix du sigma joue un rôle très important.
MRAC avec modification e	Une meilleure poursuite de la référence, nous notons que la convergence du gain directe est rapide que MRAC simple et MRAC σ , l'erreur tend rapidement au voisinage de zéro et les commandes sont les mêmes que MRAC et présentent des impulsions.
MCS avec modification e	Un très bon suivi de la référence, nous observons que l'erreur s'annule rapidement et les commandes présentent des impulsions et la convergence des gains est plus rapide que le MCS et le MCS σ .
MCS avec action intégrale	Une bonne poursuite de la référence par la sortie avec des commandes très convenable en pratique, l'erreur s'annule rapidement, nous notons aussi que la convergence des normes des gains est lente.

Tableau 4.1 : Résultats obtenus dans le cas sans aucune perturbation extérieure ou variation des paramètres internes.

Commande	Avec perturbations extérieures constantes
Par retour d'état	Un bon suivi du signal de référence avec un dépassement amplitude constant, nous notons que l'erreur est bornée et les commandes présentent des impulsions.
SFBIA	Idem pour le cas sans perturbation.
LMFC	La sortie suit la référence mais avec des dépassements considérables cela engendre l'augmentation de l'erreur de 2 à 3.5 rads. Nous notons que les commandes ont augmenté.
MRAC	La sortie ne suit pas correctement la référence au début ensuite elle poursuit avec des petits dépassements et les commandes engendrées augmentent et présentent des impulsions. A cet égard, nous notons aussi que l'erreur est un peu grande par rapport au cas sans perturbation mais reste bornée, ainsi la convergence vers la stabilité est très lente comparant avec le cas sans perturbation.
MCS	La sortie suit la référence mais avec des petits dépassements, et les commandes sont importantes à celles du MRAC simple, et l'erreur de sortie à augmenter mais reste bornée.
MRAC avec modification σ	La sortie ne suit pas correctement la référence au début ensuite elle poursuit le signal de référence mais avec des petits dépassements, les commandes engendrées sont importantes et elles présentent des impulsions, ainsi l'erreur reste bornée et devient plus apparente lorsque σ augmente, la convergence du gain K_r et plus rapide du gain K et la stabilité atteint rapidement comparant avec MRAC simple.
MCS avec modification σ	La sortie suit la référence mais avec des petits dépassements, nous notons que les commandes sont importantes à celle du MCS simple, ainsi l'erreur reste bornée et devient plus apparente lorsque σ augmente et la convergence des gains est plus rapide que le MCS simple.
MRAC avec modification e	Un bon suivi de la référence avec des petits dépassements, la convergence des gains est plus rapide que MRAC simple et MRAC avec modification σ . Les commandes sont plus importantes que le MRAC simple et MRAC σ , et elles présentent des grandes impulsions.
MCS avec modification e	La sortie suit la référence mais avec des petits dépassements, nous remarquons que les commandes sont importantes, et l'erreur de sortie reste bornée.
MCS avec action intégrale	Nous remarquons qu'il y'a des dépassements au début ensuite nous avons une très bonne poursuite du modèle, avec une erreur qui s'annule rapidement. Nous notons que les commandes sont bornées au début ensuite elles présentent des impulsions. et la convergence est plus rapide que le cas sans perturbations.

Tableau 4.2 : Résultats obtenus dans le cas d'une perturbation extérieure constante.

Commande	Avec une perturbation extérieure rapide
Par retour d'état	Cette commande présente des dépassements et diminutions sur le signal de sortie, c'est la conséquence de la fréquence du signal perturbateur f_p . Nous notons que Lorsque la fréquence f_p est inférieure à celle de la référence f_c , des variations de dépassement d'amplitude à la sortie ne suivent pas correctement la référence, et si f_p est égale à f_c , les dépassements ont une amplitude constante et les commandes sont bornées, mais lorsque f_p est supérieur à f_c , nous remarquons des oscillations qui apparaissent au niveau du signal de sortie, et des pics sur les signaux des commandes et l'erreur reste bornée.
SFBIA	Cette commande reste la meilleure des commandes classiques, nous remarquons que cette commande n'est pas affectée par la fréquence du signal perturbateur dans le cas où elle est inférieure ou égale à f_c . Lorsque f_p est supérieure à f_c il apparait des variations oscillatoires sur l'amplitude, et les commandes engendrés présentent des pics.
LMFC	Nous remarquons l'influence de la fréquence du signal perturbateur f_p , dans le cas où f_p est inférieure à f_c , la sortie suit la référence dans la première période avec un écart ensuite elle ne poursuit pas, mais quand f_p est égale à f_c la sortie suit la référence mais avec des dépassements importants et dans les deux cas nous notons l'augmentation des commandes et l'erreur engendrées. Et lorsque f_p est supérieure à f_c , une poursuite de la référence avec des oscillations et des variations sur la sortie et des pics abrupts sur les commandes qui sont néfastes en pratique.
MRAC	Pour les perturbations extérieures rapides nous observons l'influence de la fréquence du signal perturbateur, lorsque f_p est inférieure à f_c nous remarquons que la sortie ne suit pas correctement la référence, les commandes sont bornées mais présentent des pics et l'erreur augmente mais reste bornée et la convergence des gains est très lentes. Et lorsque f_p est égale à f_c nous notons qu'il y'a une bonne poursuite de la référence par la sortie, les commandes sont moins importantes et l'erreur est petite et bornée et la convergence de norme k et plus rapide que la norme K_r , mais si f_p est supérieure à f_c nous notons aussi que la sortie suit la référence mais avec des petites dépassements et diminutions, les commandes sont bornés et présentent des pics et l'erreur reste bornée et la convergence des normes des gains est lente.
MCS	Pour ce cas nous notons que la fréquence du signal perturbateur elle n'a pas une grande influence sur le signal de sortie, nous remarquons que lorsque f_p est inférieur à f_c la sortie suit la référence mais avec des petits dépassements et diminutions et les commandes sont importantes mais présentent des pics, l'erreur reste bornée et la convergence des gains est lente. Et si f_p égale à f_c nous notons qu'il y'a une bonne poursuite de la référence par la sortie, les commandes sont bornées et l'erreur tend vers zéro, ainsi la convergence de norme k est plus rapide que la norme K_r . Lorsque f_p est supérieure à f_c , la sortie suit la référence mais avec des très petits dépassements et diminutions, les commandes sont bornées et présentent des pics et l'erreur reste bornée.
MRAC avec modification σ	Pour les perturbations extérieures rapides nous remarquons l'influence de la fréquence du signal perturbateur, nous notons que lorsque f_p est inférieure à f_c la sortie ne suit pas correctement la référence, les

	commandes sont bornées et présentent des pics et l'erreur augmente mais reste bornée et la convergence des gains est plus rapide que le MRAC simple. Lorsque f_p est égale à f_c nous avons une bonne poursuite de la référence par la sortie, les commandes sont moins importantes et l'erreur est petite et bornée. Enfin lorsque f_p est supérieure à f_c la sortie suit la référence mais avec des très petites dépassements et diminutions, les commandes sont bornées et présentent des pics et l'erreur reste bornée, nous notons aussi que lorsque σ augmente l'erreur devient plus considérable et la convergence devient plus rapide.
MCS avec modification σ	Pour les perturbations extérieures rapides nous observons que la fréquence du signal perturbateur n'a pas une grande influence sur le signal de sortie. Nous notons que lorsque f_p est inférieure à f_c la sortie suit la référence mais avec des petits dépassements et diminutions les commandes sont importantes mais présentent des pics et l'erreur reste bornée. Et lorsque f_p est égale à f_c nous notons qu'il y'a une bonne poursuite de la référence par la sortie, les commandes sont bornées et l'erreur tend le zéro. Enfin lorsque f_p est supérieure à f_c nous notons aussi que la sortie suit la référence mais avec des petits dépassements et diminutions, les commandes sont bornées et présentent des pics et l'erreur reste bornée. Nous remarquons aussi que pour les trois cas la convergence des gains est plus rapide que le MCS simple. Ainsi, plus nous augmentons la valeur de sigma plus la convergence est plus rapide mais les commandes présentent un signal bruité.
MRAC avec modification e	Pour les perturbations extérieures rapides nous notons l'influence de la fréquence du signal perturbateur. Lorsque f_p est inférieure au f_c nous remarquons que la sortie suit la référence mais avec des petits dépassements et diminutions, les commandes sont importantes et présentent des pics et l'erreur reste bornée. La convergence est plus rapide à celle du MRAC simple et MRAC σ. Lorsque f_p est égale à f_c nous constatons qu'il y'a une bonne poursuite de la référence par la sortie, les commandes sont moins importantes et l'erreur est petite et bornée, la convergence de la norme K et plus rapide que la norme K_r, Enfin lorsque f_p est supérieure à f_c nous notons aussi que la sortie suit la référence mais avec des très petits dépassements et diminutions, les commandes sont bornées et présentent des pics, l'erreur reste bornée et la convergence de la norme K_r est plus rapide que la norme K.
MCS avec modification e	Pour ce cas nous observons que la fréquence du signal perturbateur n'a pas une grande influence sur le signal de sortie, nous constatons que lorsque f_p est inférieure à f_c, la sortie suit la référence mais avec des petits dépassements et diminutions, les commandes sont importantes mais présentent des pics et l'erreur reste bornée. Lorsque f_p est égale à f_c nous constatons qu'il y'a une bonne poursuite de la référence par la sortie, les commandes sont bornées et l'erreur tend vers zéro, enfin si f_p est supérieure à f_c, la sortie suit la référence mais avec des petits dépassements et diminutions, les commandes sont bornées et présentent des pics et l'erreur reste bornée.

MCS avec action intégrale	Pour les perturbations extérieures rapides nous observons l'influence de la fréquence du signal perturbateur, nous notons que si f_p est inférieure à f_c, la sortie ne suit pas correctement la référence seulement au début ensuite elle poursuit la référence avec des petits dépassements, les commandes sont bornées mais présentent des pics et l'erreur reste bornée. Et lorsque f_p est égale à f_c, il y'a une bonne poursuite de la référence par la sortie, les commandes sont convenables et bornées et l'erreur s'annule rapidement. Enfin lorsque f_p est supérieure à f_c, la sortie suit la référence mais avec des petits dépassements et diminutions, les commandes sont bornées et présentent des pics et l'erreur reste bornée. nous notons aussi que pour les trois cas la convergence des normes des gains est lente.
---	---

Tableau 4.3 : Résultats obtenus dans le cas d'une perturbation extérieure rapide.

Commande	Avec une perturbation extérieure lente
Par retour d'état	Dans ce cas nous remarquons pour les trois cas de la fréquence perturbatrice, un bon suivi de la référence avec des petits dépassements de la sortie du bras 1 et des petites diminutions de la sortie du bras 2. Les commandes sont bornées et présentent des impulsions, et l'erreur reste bornée.
SFBIA	Dans le cas d'une perturbation lente, cette commande n'est pas affecté par la fréquence du signal perturbateurs, nous remarquons que les perturbations ont été absorbé ce qui engendre un très bon suivi de la référence par la sortie, les signaux de commande présentent des impulsions, et l'erreur est bornée.
LMFC	Avec les perturbations extérieures lentes nous remarquons pour les trois cas de la fréquence perturbatrice, la sortie poursuit la référence mais avec des petits dépassements et diminutions irrégulières, l'erreur à diminuer par rapport au cas rapide (0.5 rads), les commandes engendrées présentent des impulsions.
MRAC	Pour les perturbations extérieures lentes nous observons pour les trois cas de fréquence du signal perturbateur que nous avons une très bonne poursuite de la référence par la sortie. Les commandes présentent des impulsions et l'erreur est très petite (0.05 rads), la convergence des gains est très rapide ce qui emmène rapidement notre bras manipulateur vers son état stable.
MCS	Pour les perturbations extérieures lentes nous constatons pour les trois cas de fréquence du signal perturbateur, une bonne poursuite de la référence par la sortie, nous remarquons aussi que les commandes sont un peu grandes par rapport au MRAC et elles présentent des impulsions, l'erreur tend vers zéro et la convergence des gains est moins rapide que MRAC.
MRAC avec modification σ	Idem pour le MRAC simple. Nous notons que l'erreur devient plus apparente lorsque σ augmente par contre la convergence des normes des gains devient plus rapide.
MCS avec modification σ	Pour les trois cas de fréquence du signal perturbateur, nous avons une bonne poursuite de la référence par la sortie, les commandes sont les mêmes que MCS et présentent des impulsions, nous notons aussi que l'erreur tend vers le zéro rapidement et la convergence des gains est plus rapide que MCS simple. Nous remarquons aussi que plus la valeur de σ augmente plus la convergence est plus rapide mais les commandes sont bruitées et l'erreur devient considérable.
MRAC avec modification e	Nous remarquons pour les trois cas de fréquence du signal perturbateur que nous avons une très bonne poursuite de la référence par la sortie, les commandes présentent des impulsions et l'erreur est très petite, nous constatons que la convergence des gains est très rapide ce qui emmène rapidement notre bras manipulateur vers son état stable.
MCS avec modification e	Idem que le MCS avec modification σ mais la convergence est plus rapide que le MCS σ et MCS simple.
MCS avec action intégrale	Un bon suivi de la référence par la sortie avec des commandes convenables qui présentent des impulsions. L'erreur est négligeable, et pour les trois cas de la fréquence perturbatrice la convergence des gains est lente.

Tableau 4.4 : Résultats obtenus dans le cas d'une perturbation extérieure lente.

Commande	Avec variation sur les frictions des joints
Par retour d'état	Pour les variations sur les frictions des joints d'amplitude $Cp1 = 5Nms$ sur le bras 1 et $CP2 = 5Nms$ sur bras 2, nous avons un bon suivi de la référence par la sortie mais avec des petits dépassements du bras 1 et des petites diminutions du bras 2, l'erreur est bornée et les commandes engendrées présentent des impulsions.
SFBIA	Dans le cas des variations sur les frictions des joints nous avons une meilleure poursuite de la référence par la sortie, les signaux de commande présentent des impulsions et l'erreur est bornée.
LMFC	Pour le cas des variations sur les frictions des joints, la sortie suit la référence mais avec des petits dépassements sur le bras 1 et des diminutions sur le bras 2, nous notons que l'erreur est bornée et les commandes sont convenables en pratique.
MRAC	Pour les variations sur les frictions des joints d'amplitude $Cp1 = 5Nms$ sur le bras 1 et $CP2 = 5Nms$ sur bras 2, nous avons une meilleure poursuite de la référence par la sortie, l'erreur s'annule rapidement et les commandes engendrées sont bornées et présentent des impulsions, nous notons aussi que la convergence des normes des gains est très rapide ce qui amène notre système rapidement vers la stabilité.
MCS	Dans le cas des variations sur les frictions des joints nous avons un très bon suivi de la référence par la sortie, l'erreur s'annule rapidement et les commandes engendrées sont bornées et présentent des impulsions, mais la convergence des gains est moins rapide que le MRAC simple.
MRAC avec modification σ	Idem pour le MRAC simple. Nous notons que plus σ augmente plus la convergence devient rapide.
MCS avec modification σ	Dans le cas des variations sur les frictions des joints nous constatons une meilleure poursuite de la référence par la sortie, l'erreur s'annule rapidement et les commandes engendrées sont bornées et présentent des impulsions, nous notons aussi que la convergence des gains est plus rapide que le MCS simple. Nous remarquons aussi que plus nous augmentons la valeur de sigma plus la convergence est plus rapide mais les commandes présentent un signal bruité.
MRAC avec modification e	Pour les variations sur les frictions des joints d'amplitude $Cp1 = 5Nms$ sur le bras 1 et $CP2 = 5Nms$ sur bras 2, nous avons une meilleure poursuite de la référence par la sortie, l'erreur s'annule rapidement et les commandes engendrées sont bornées et présentent des impulsions, nous notons aussi que la convergence des normes des gains est très rapide ce qui amène notre système rapidement vers la stabilité.
MCS avec modification e	Dans le cas des variations sur les frictions des joints nous avons une meilleure poursuite de la référence par la sortie, l'erreur s'annule rapidement et les commandes engendrées sont bornées et présentent des impulsions, nous remarquons aussi que la convergence des gains est plus rapide que le MCS simple et le MCS σ .
MCS avec action intégrale	Dans le cas des variations sur les frictions des joints, nous avons un bon suivi de la référence par la sortie, l'erreur s'annule rapidement et les commandes engendrées sont bornées et présentent des impulsions, nous notons aussi que la convergence des normes des gains est lente.

Tableau 4.5 : Résultats obtenus dans le cas d'une variation sur les frictions.

Commande	Avec variation lente sur les masses des bras
Par retour d'état	Pour le cas d'une variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2, nous constatons un suivi de la référence par la sortie mais avec des dépassements de la sortie du bras 1 et des diminutions du la sortie du bras 2, les commandes sont bornées et elles présentent des impulsions, et l'erreur reste bornée
SFBIA	Dans le cas d'une variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2, Cette commande reste toujours la plus robuste des commandes classiques. nous observons une meilleure poursuite de la référence par la sortie, les signaux de commande présentent des impulsions, et l'erreur est bornée.
LMFC	Pour ce cas cette commande est dégradent, nous avons le bras 1 et 2 poursuite la référence mais avec des dépassements et diminutions importantes, les commandes et l'erreur restent bornée.
MRAC	Pour le cas d'une variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2, nous avons un bon suivi de la référence par la sortie, l'erreur tend vers rapidement au voisinage de zéro, et la commande engendrée du bras 1 est borné et du bras 2 présente des impulsions. la convergence des normes Kr est plus rapide que la norme K.
MCS	Pour le cas d'une variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2, nous constatons une bonne poursuite de la référence par la sortie, l'erreur s'annule rapidement, nous remarquons que les commandes engendrées présentent des impulsions, et la convergence des normes K est plus rapide que la norme Kr.
MRAC avec modification σ	Pour le cas d'une variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2, nous avons un bon suivi de la référence par la sortie, l'erreur tend vers rapidement au voisinage de zéro, et la commande engendrée du bras 1 est bornée et du bras 2 présente des impulsions, nous constatons aussi que la convergence des normes des gains est plus rapide que le MRAC simple.
MCS avec modification σ	Pour le cas d'une variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2, nous notons une bonne poursuite de la référence par la sortie, l'erreur s'annule rapidement, et les commandes engendrées présentent des impulsions. La convergence des normes Kr est plus rapide que la norme K. Nous remarquons aussi que plus nous augmentons la valeur de sigma plus la convergence est rapide mais les commandes présentent plus de parasites sur le signal et l'erreur augmente mais reste borné.
MRAC avec modification e	Pour le cas d'une variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2, nous avons un très bon suivi de la référence par la sortie, l'erreur est borné ensuite elle s'annule, et la commande engendré du bras 1 est bornée et du bras 2 présente des impulsions, nous remarquons aussi que la convergence des normes Kr est plus rapide que la norme K que le MRAC simple et le MRAC σ .
MCS avec modification e	Pour le cas d'une variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2, nous constatons une bonne poursuite de la référence par la sortie, l'erreur s'annule rapidement, et les commande engendrées présentent des impulsions, nous notons aussi que la convergence des normes des gains est plus rapide que le MCS simple et le MCS σ .

MCS avec action intégrale	Pour le cas d'une variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2, nous avons un bon suivi de la référence par la sortie, l'erreur tend zéro, et les commandes engendrées sont bornées, nous constatons aussi que la convergence des normes des gains est lente.
--	--

Tableau 4.6 : Résultats obtenus dans le cas d'une variation sur les masses des bras.

Conclusion générale

L'objectif assigné à ce travail était d'élaborer des commandes classiques et adaptatives non linéaires dédiées à la commande de position d'un bras manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté lorsqu'il est soumis à des perturbations externes ou des variations des paramètres internes.

Dans un premier temps, nous avons présenté la modélisation dynamique de notre système en utilisant l'équation de Lagrange et en faisant quelques modifications afin d'obtenir une représentation d'état simple à appliquer.

Nous avons ensuite étudié la robustesse de notre bras manipulateur classe 1 lorsque nous lui appliquons des commandes classiques. Nous avons alors constaté que par rapport aux commandes par retour d'état et LMFC, la commande par retour d'état avec action intégrale SFBIA, nous a donné de bons résultats en général et elle peut donc être appliquée dans les cas où la perturbation n'est pas très grande.

Le troisième chapitre a été consacré pour l'application des commandes non linéaires adaptatives MRAC et MCS. Nous avons appliqué ensuite des modifications à ces deux commandes où nous avons obtenu de meilleures performances. Les différents résultats de simulation obtenus montrent que les commandes non linéaires utilisées rendent notre système robuste en général.

Dans le dernier chapitre, nous avons présenté une comparaison générale des résultats obtenus pour chaque commande sous forme de tableaux récapitulatifs.

Nous pouvons conclure à travers cette étude comparative que chaque commande a ses avantages et ses inconvénients.

Les travaux présentés dans cette thèse ouvrent un certain nombre de perspectives. A court terme, nous proposons de faire la combinaison entre la modification σ et la modification e afin de bénéficier des avantages des deux. Nous pensons aussi à l'application de commandes avancées tel que la commande par réseaux de neurones ou d'autres combinaison des outils de l'intelligence artificielle.

Bibliographie

- [1] Stoten, D.P. : 'Generalized manipulators dynamics, with regard to model reference adaptive control', Int.J.Control, 1989, Vol.50, pp. 2249-2269.
- [2] Stoten, D.P., and Hodgson, S.P. : 'Comparative implementation studies of the minimal control synthesis algorithm on a class 1 manipulator ', Journal of Systems and Control Engineering, IMECHE, Vol.205, pp. 23-33, 1991.
- [3] : Linus Aldebjer : 'PySim Documentation', 2016.
- [4] Kailath Thomas : 'Linear Systems', Prentice-Hall, Inc., 1980.
- [6] Stoten, D.P., 'Model Reference Adaptive Control and the control of Manipulators ' Taunton : Research Study Press, UK ,1989.
- [7] Landau, I.D. : 'Adaptive Control, The model reference approach', Marcel Dekker, New-York. 1979.
- [8] Stoten, D.P. and Benchoubane, H. : 'Robustness of minimal Controller synthesis algorithm, Int.J.Control, 1990, Vol.51, N° 4, pp. 851-861.
- [9] Erzberger, H. : ' Analysis and Design of model following control systems by state space techniques', Proceeding of JCC, Ann Arbor, 1968, pp.572-581.
- [10] Stoten, D.P. and Benchoubane, H. : 'Empirical Studies of an MRAC algorithm with minimal controller synthesis'. Int.J.Control, 1990, Vol.51, N° 4, pp. 823-849.
- [11] Popov, V.M. : ' Hyperstability of Automatic control systems', springer verlag, New-York, 1973.

- [12] Chalam, V.V., 'Adaptive control systems : Technics and Applications', Marcel Dekker, INC., 1987.
- [13] Narendra, K.S, and Annaswamy, A.M. : 'A new adaptive Law for Robust adaptive control without persistent excitation', IEEE Transaction on Automatic control, Vol 32, pp. 134-145, Feb.1987.
- [14] Narendra, K.S, and Anuradha, M. Annaswamy : 'Stable Adaptive Systems', Prentice-Hall Internal Editions, 1989.
- [15] : Stoten, D.P. : 'The Adaptive Minimal Control Synthesis Algorithm With Integral Action' IEEE, 0-7803-3026-9195, 1995.

ANNEXE A



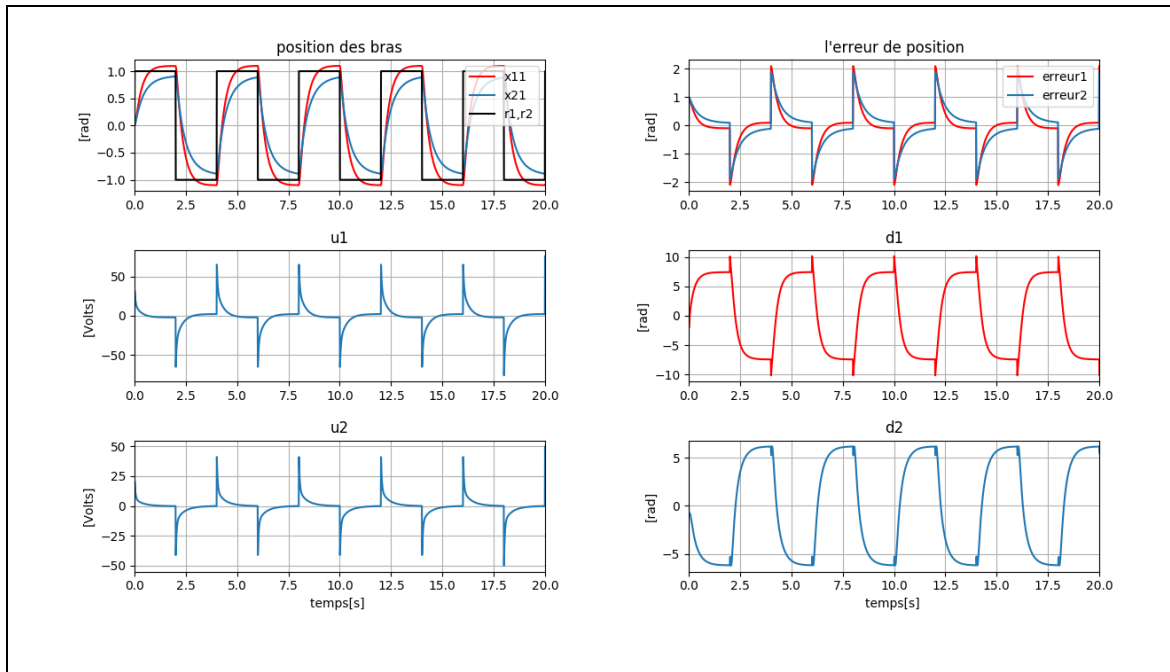


Figure A-1 : Commande par retour d'état avec variation des frictions des joints
d'amplitude $C_{p1} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

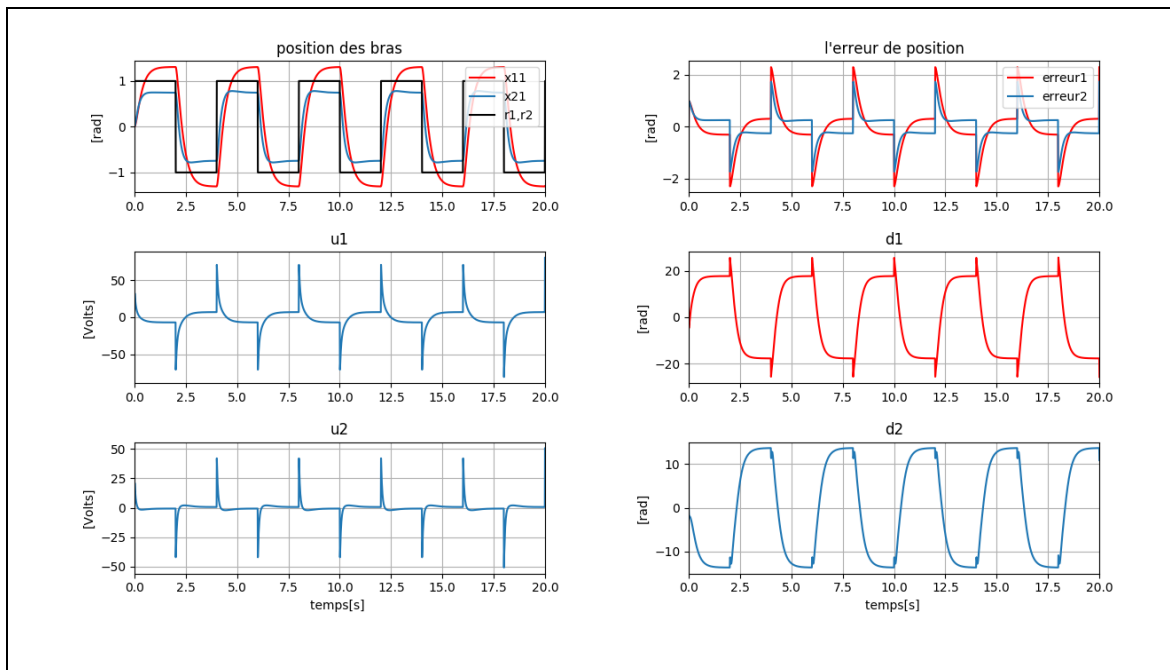


Figure A-2 : Commande par retour d'état avec variation de la masse
d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2.

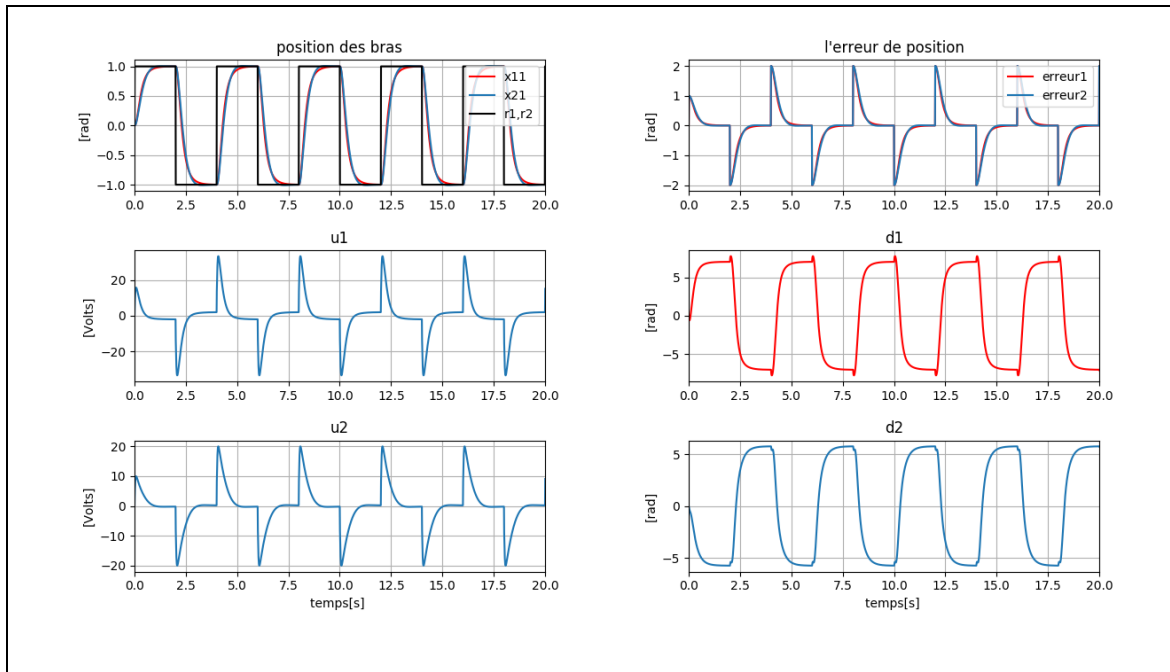


Figure A-3 : Commande SFBIA avec variation des frictions des joints
d'amplitude $C_{p1} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

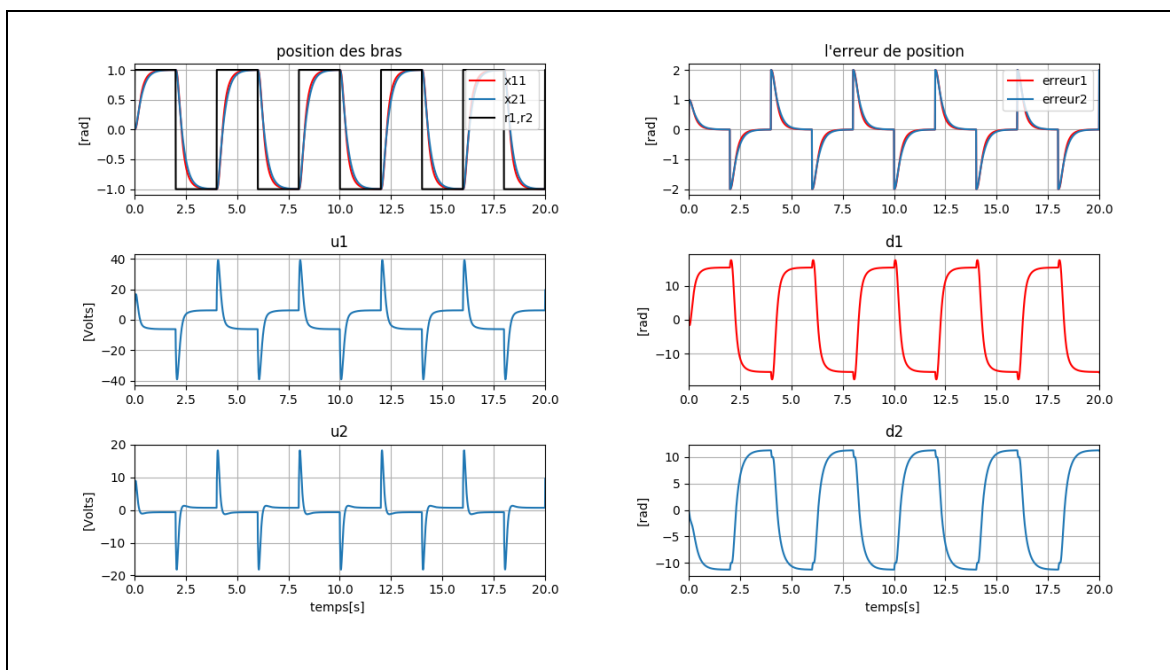


Figure A-4 : Commande SFBIA avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur
le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2.

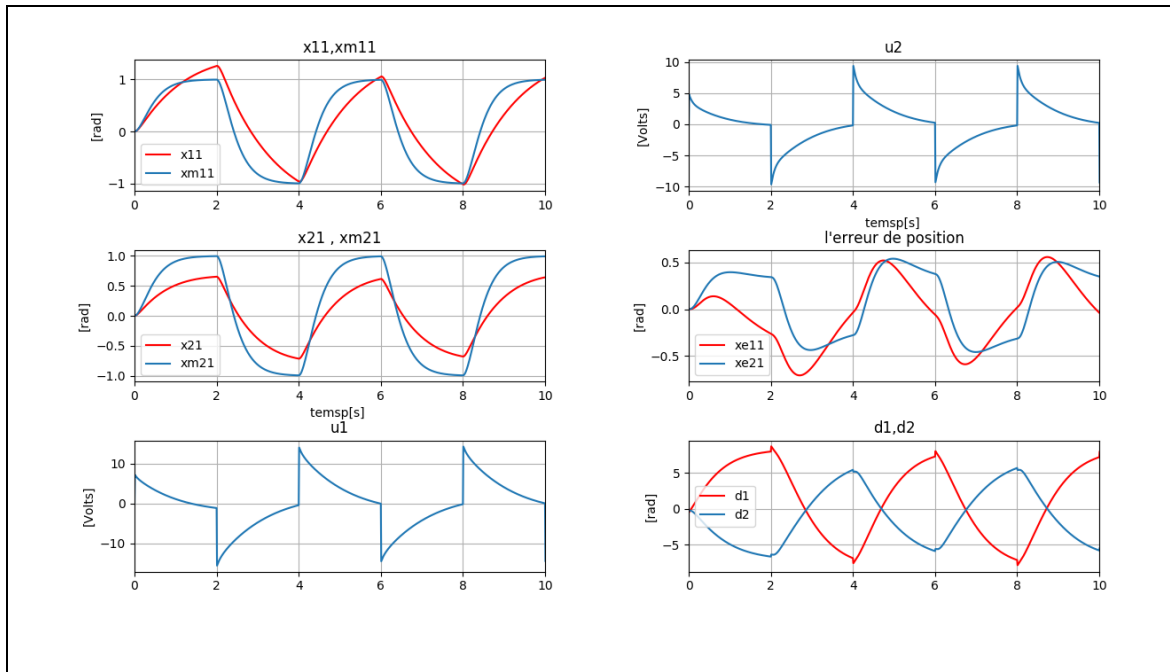


Figure A-5 : Commande LMFC avec variation des frictions des joints
d'amplitude $C_{pl} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

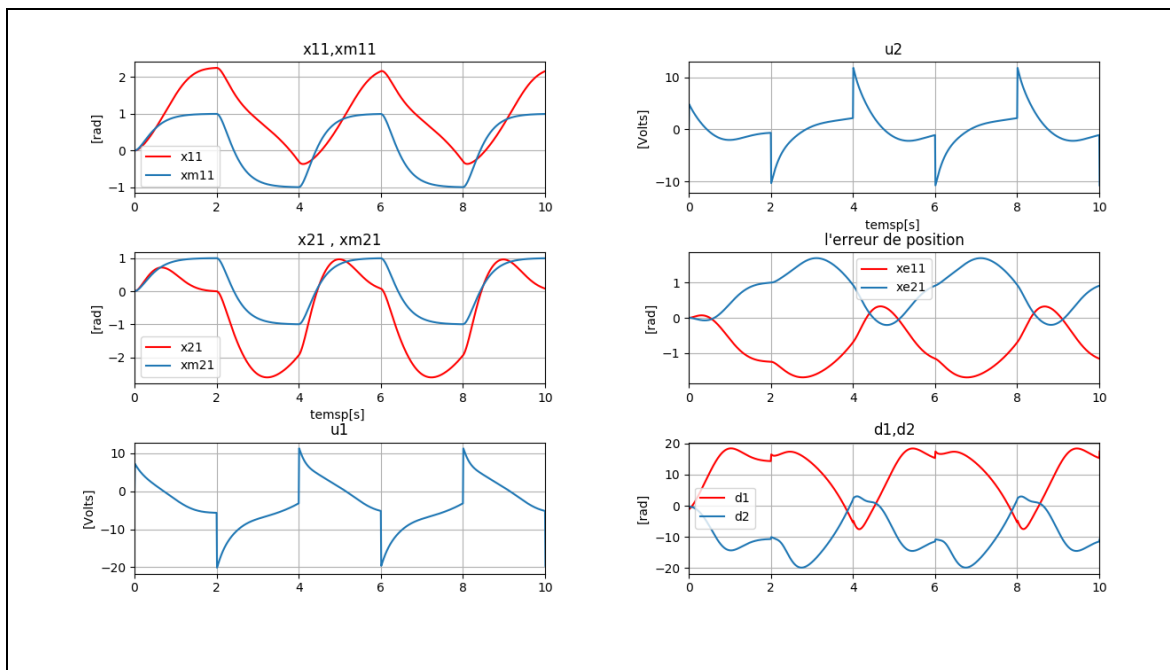


Figure A-6 : Commande LMFC avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2.

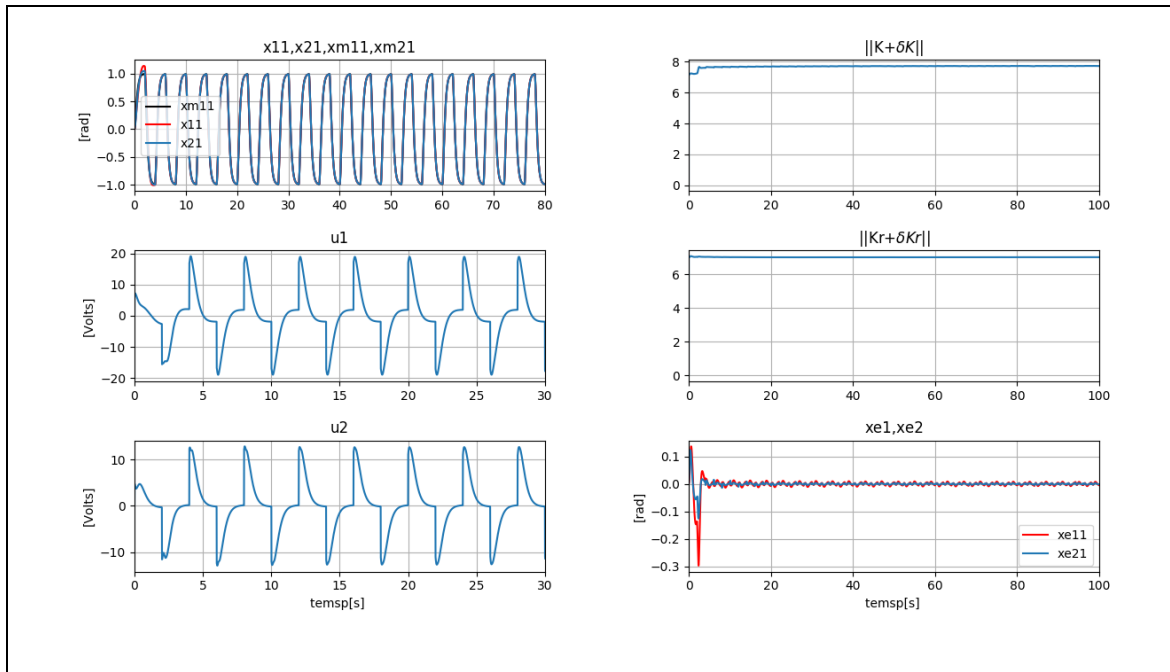


Figure A-7 : Commande MRAC avec variation des frictions des joints d'amplitude $C_{p1} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $CS2C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

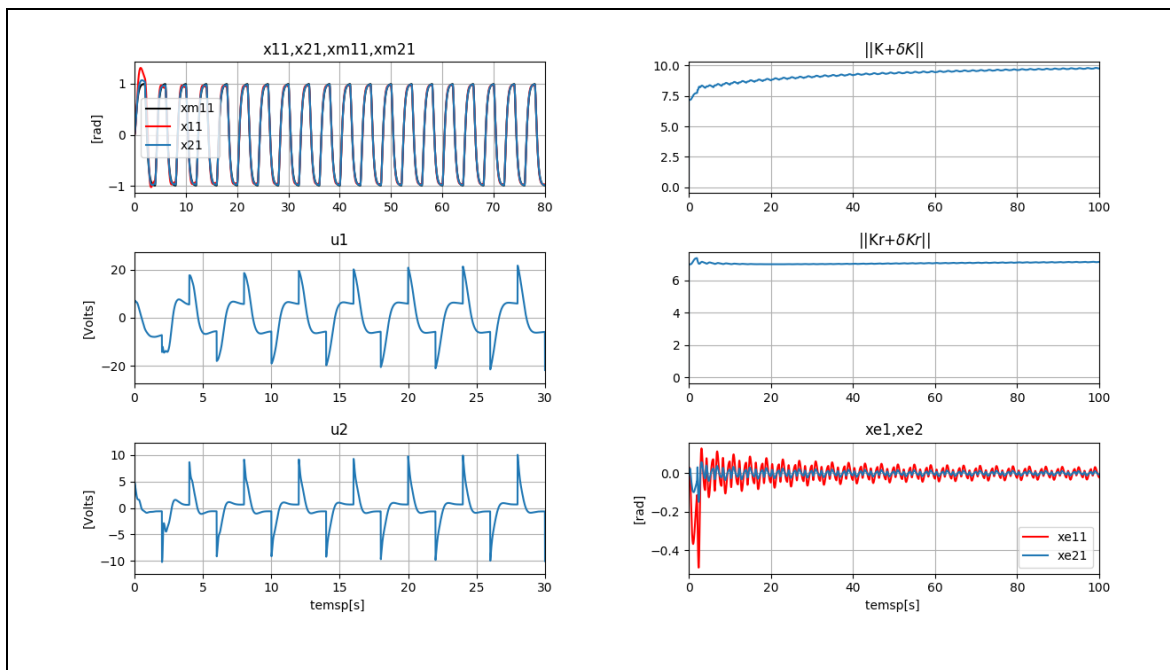


Figure A-8 : Commande MRAC avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2.

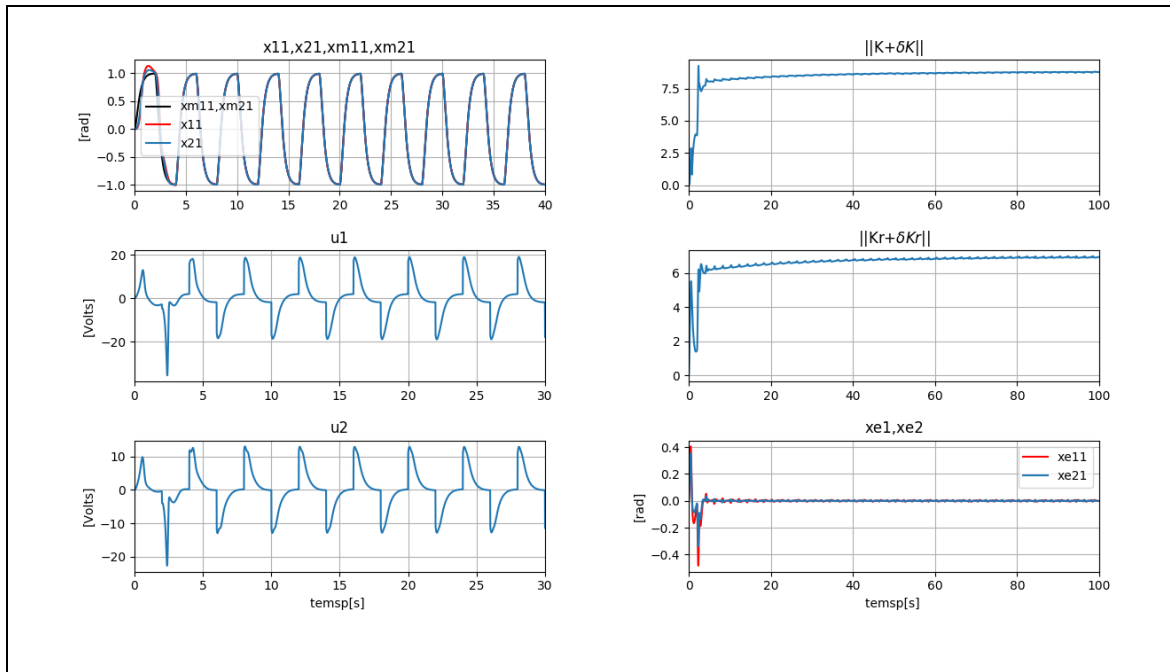


Figure A-9 : Commande MCS avec variation des frictions des joints d'amplitude $C_{p1} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

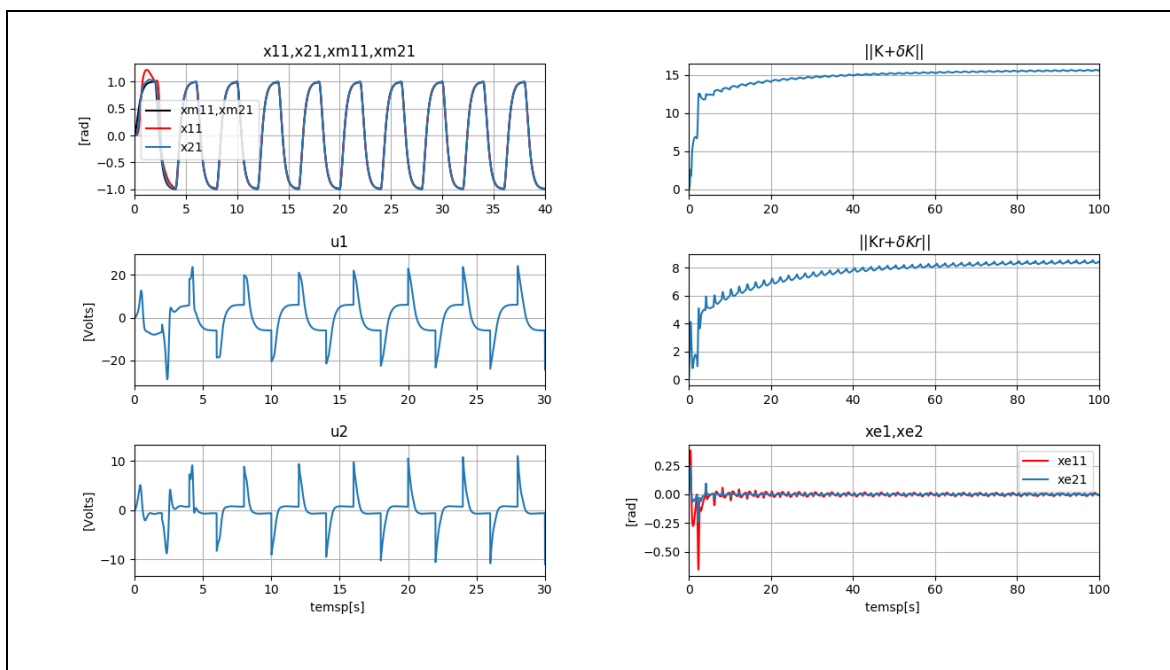


Figure A-10 : Commande MCS avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2.

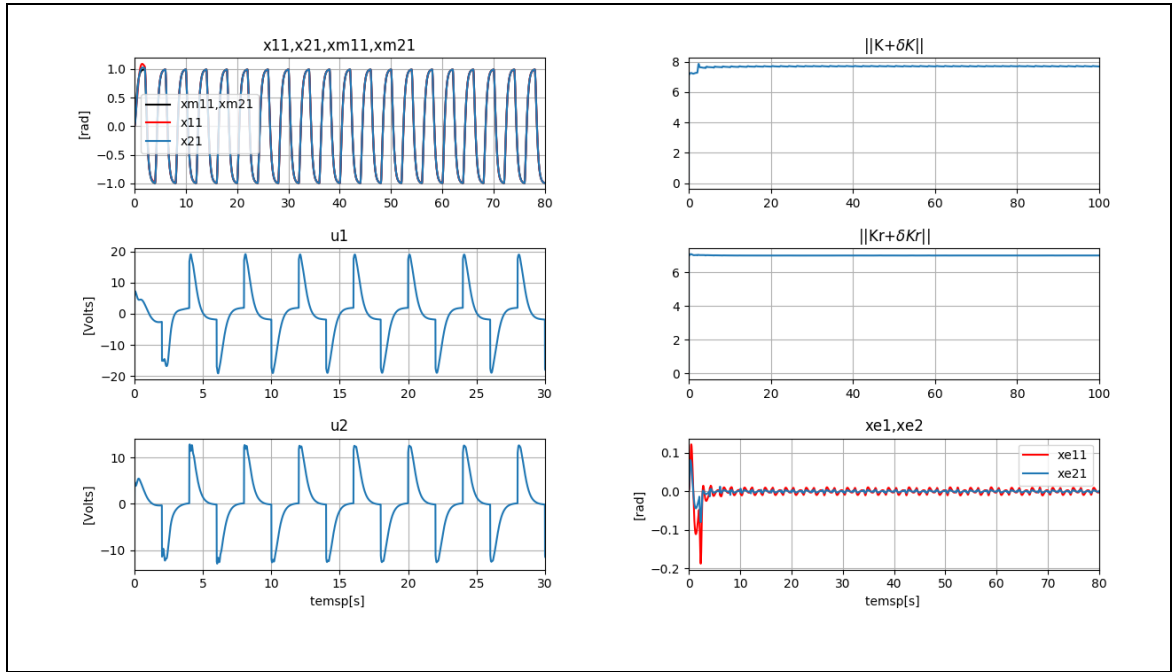


Figure A-11 : Commande MRAC avec modification σ avec variation des frictions des joints d'amplitude $C_{p1} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

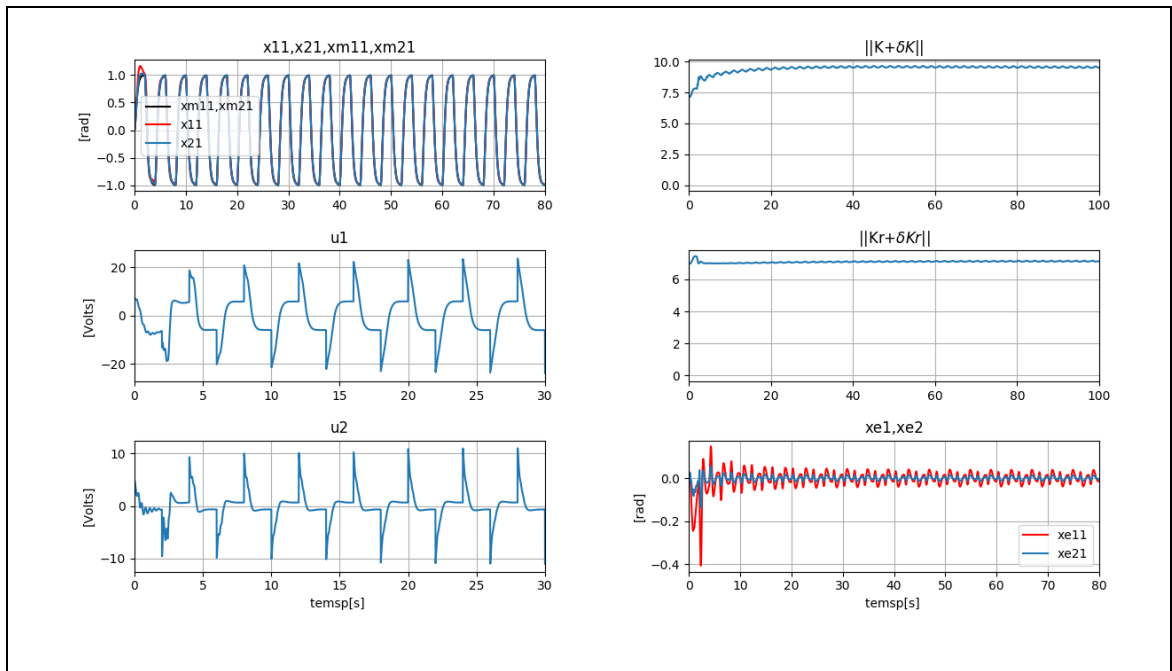


Figure A-12 : Commande MRAC avec modification σ avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2.

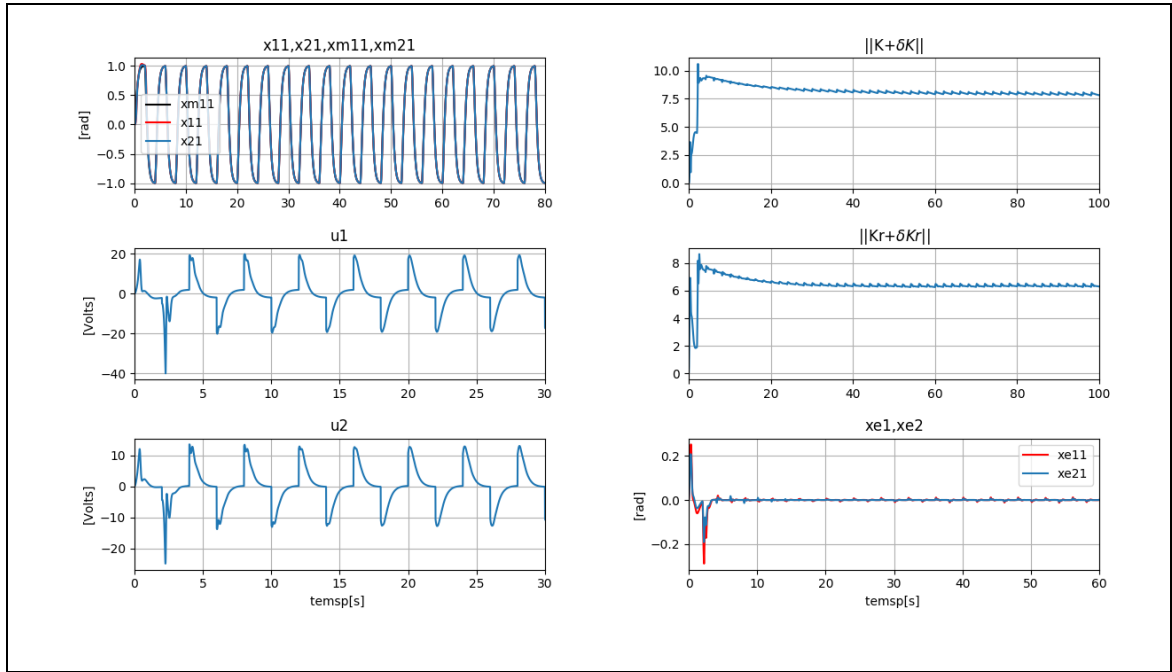


Figure A-13 : Commande MCS avec modification σ avec variation des frictions des joints d'amplitude $C_{p1} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

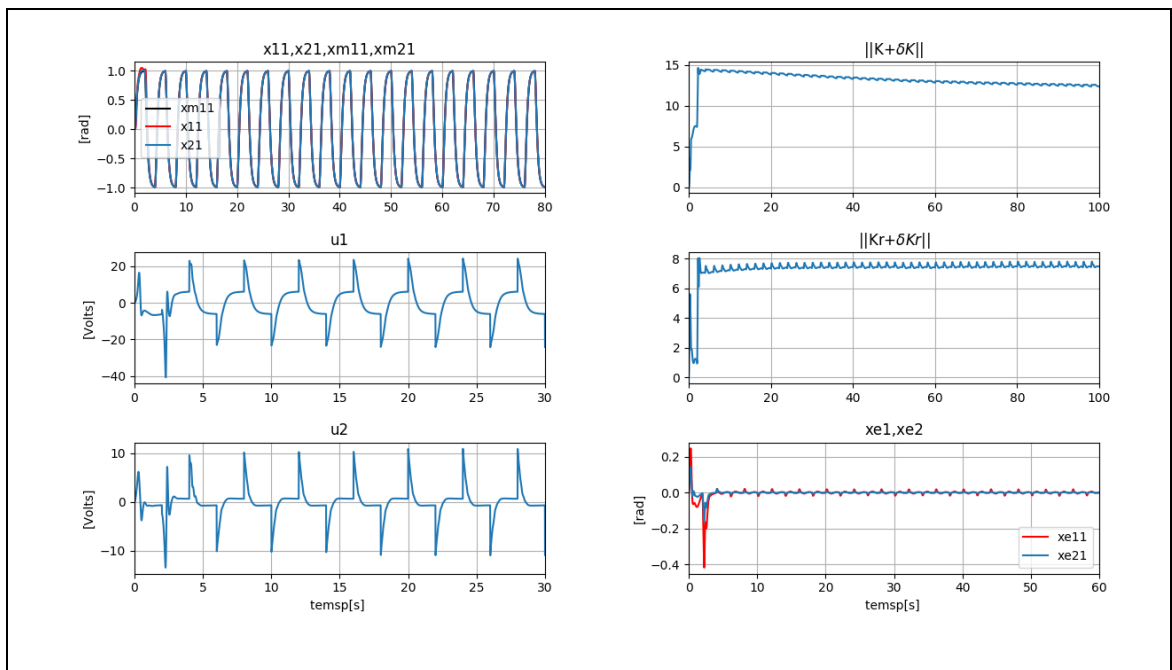


Figure A-14 : Commande MCS avec modification σ avec variation de la masse d'amplitude 5Kg sur le bras 1 et 1Kg sur le bras 2.

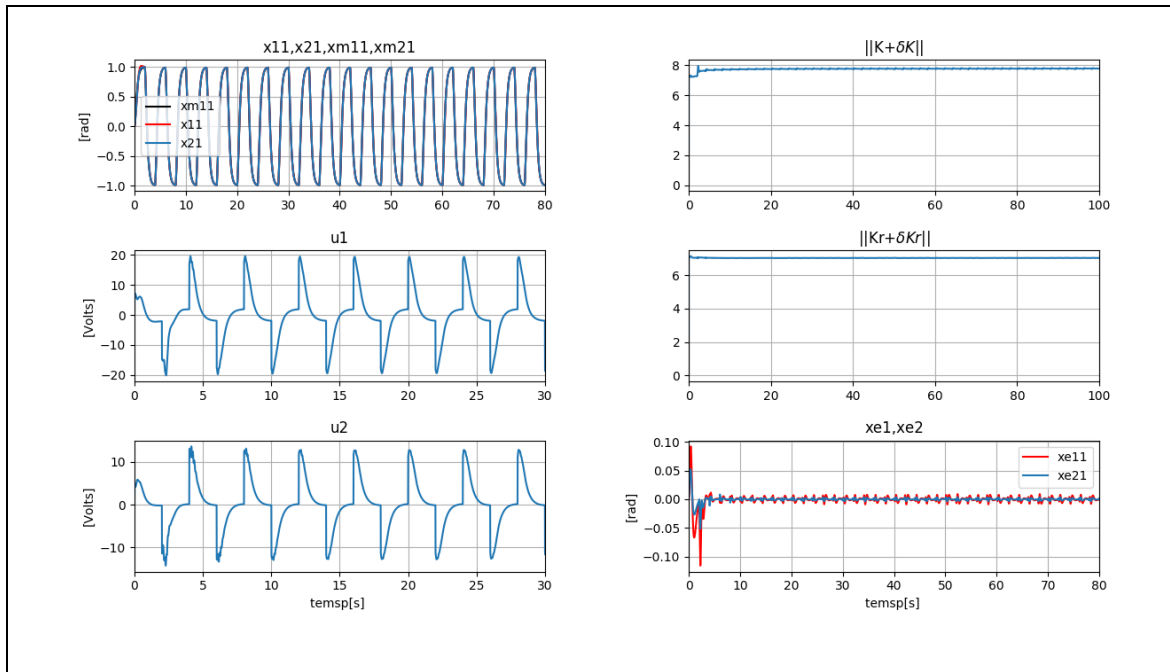


Figure A-15 : Commande MRAC avec modification e avec variation des frictions des joints d'amplitude $C_{p1} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

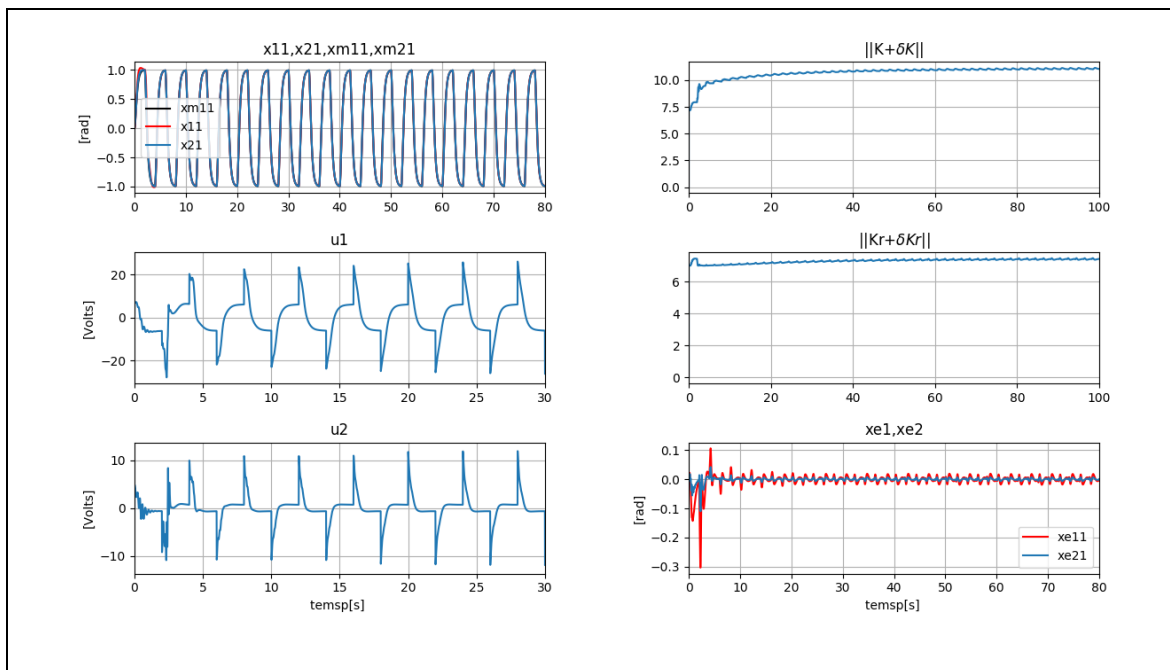


Figure A-16 : Commande MRAC avec modification e avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2.

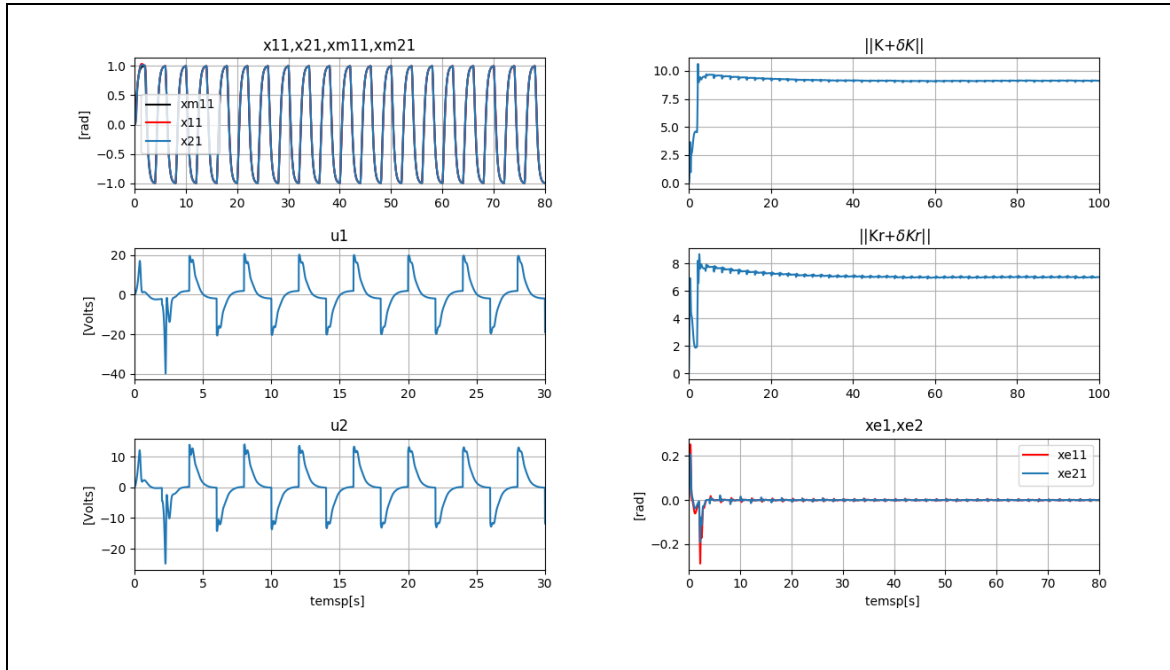


Figure A-17 : Commande MCS avec modification e avec variation de la masse d'amplitude $C_{p1} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

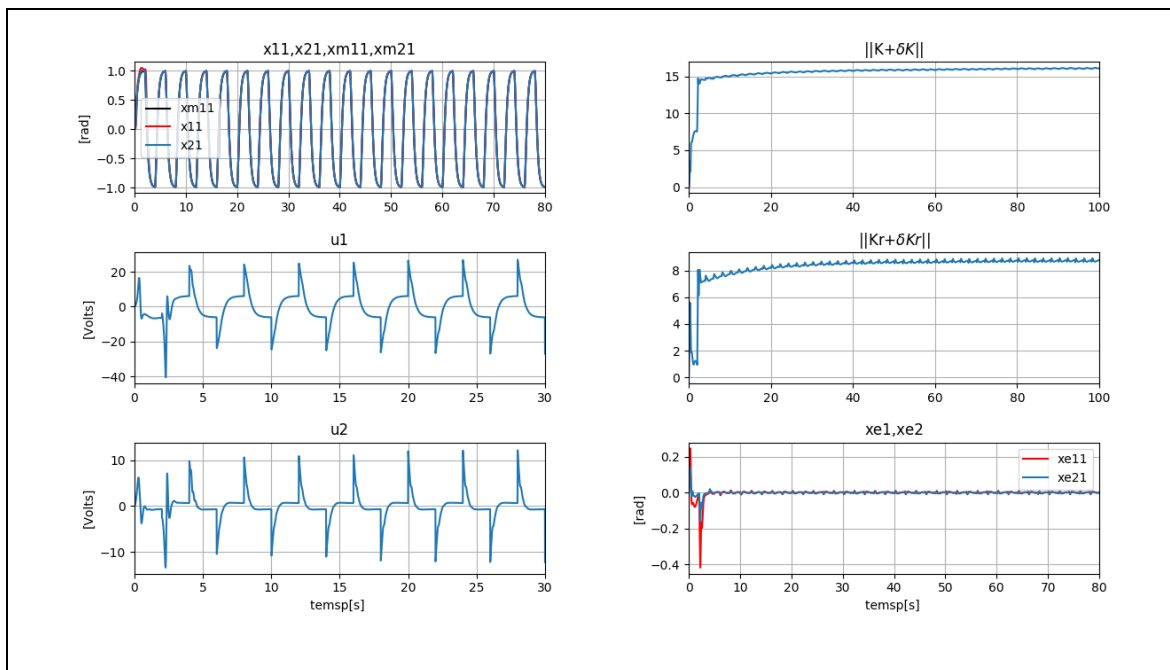


Figure A-18 : Commande MRAC avec modification e avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2.

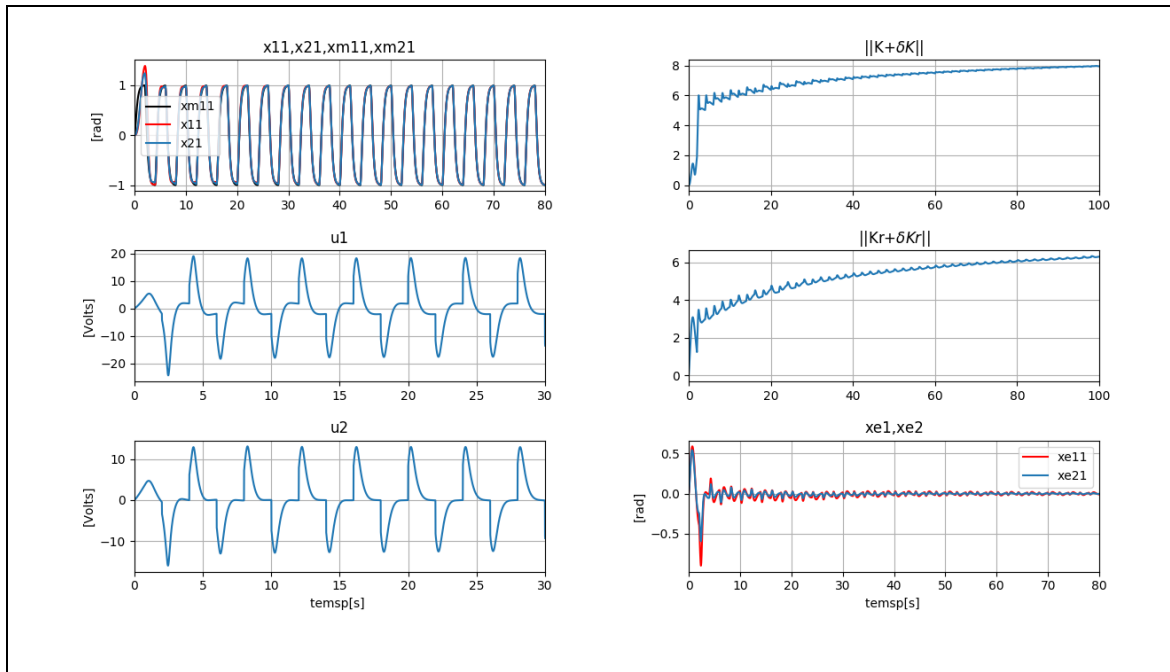


Figure A-19 : Commande MCS avec action intégrale avec variation des frictions des joints d'amplitude $C_{pl} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2.

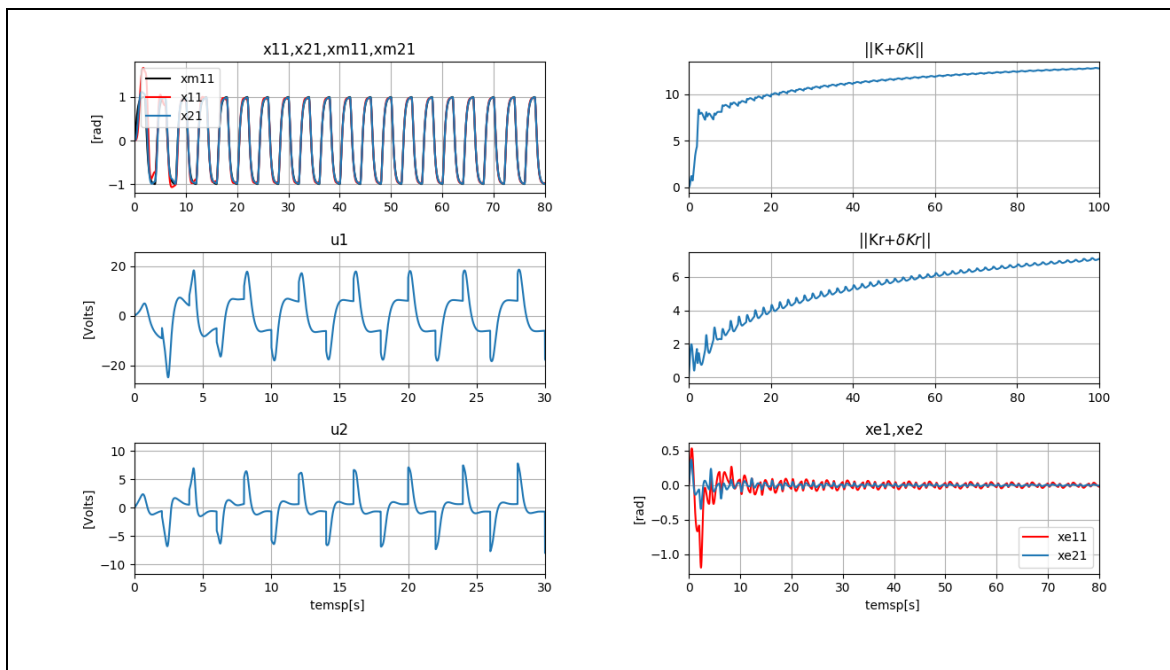


Figure A-20 : Commande MCS avec action intégrale avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2.

ANNEXE B-1

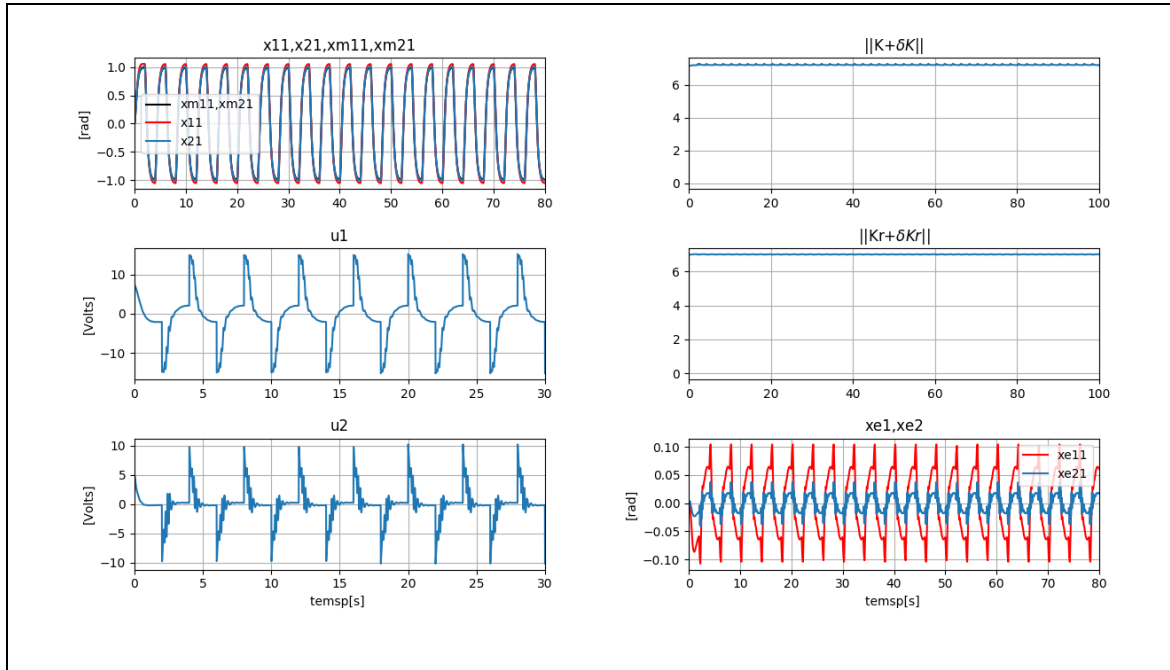


Figure B-1-1 : Commande MRAC avec modification σ sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 1$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

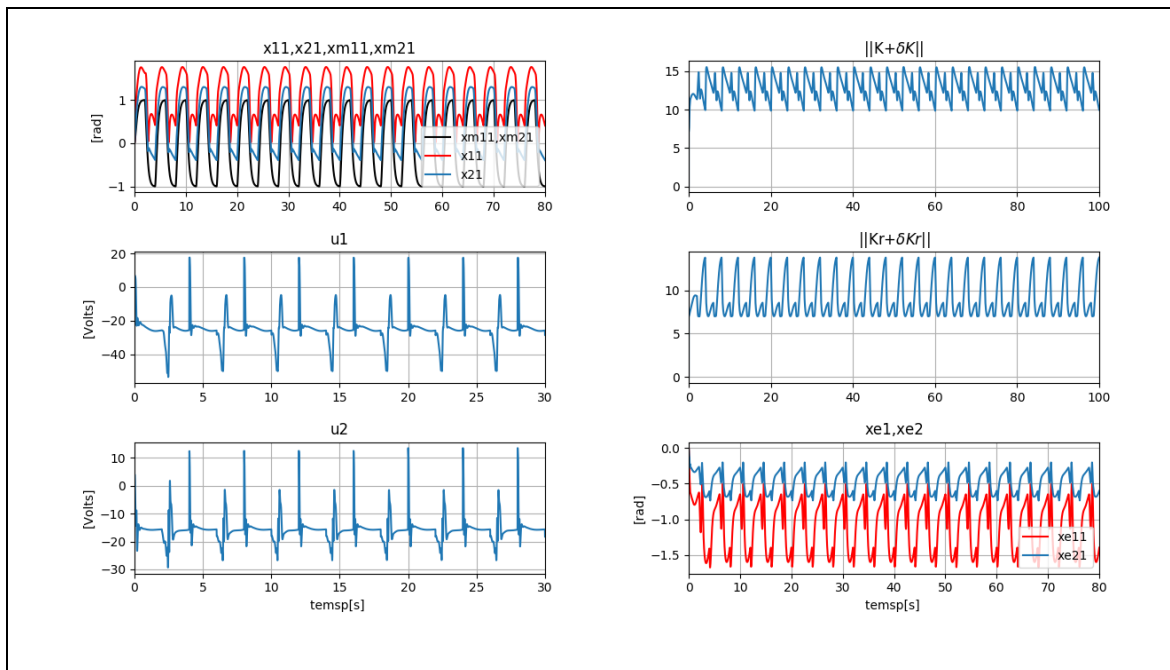


Figure B-1-2 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure constante d'amplitude = 50 rad/s² pour $\sigma = 1$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

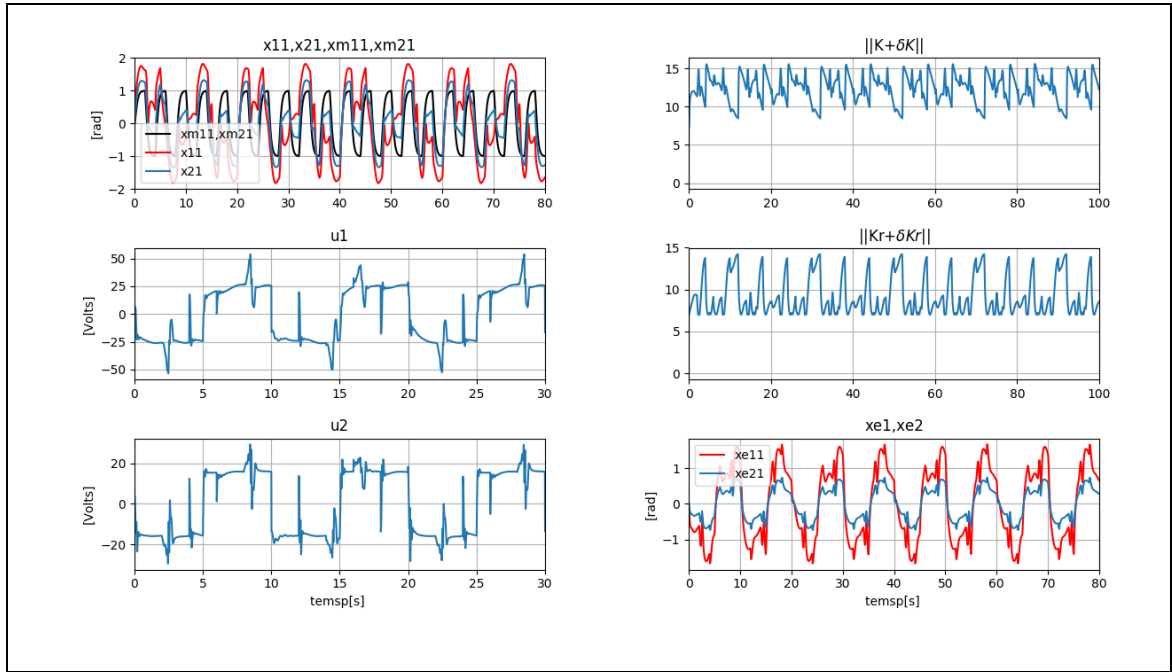


Figure B-1-3 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.1$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

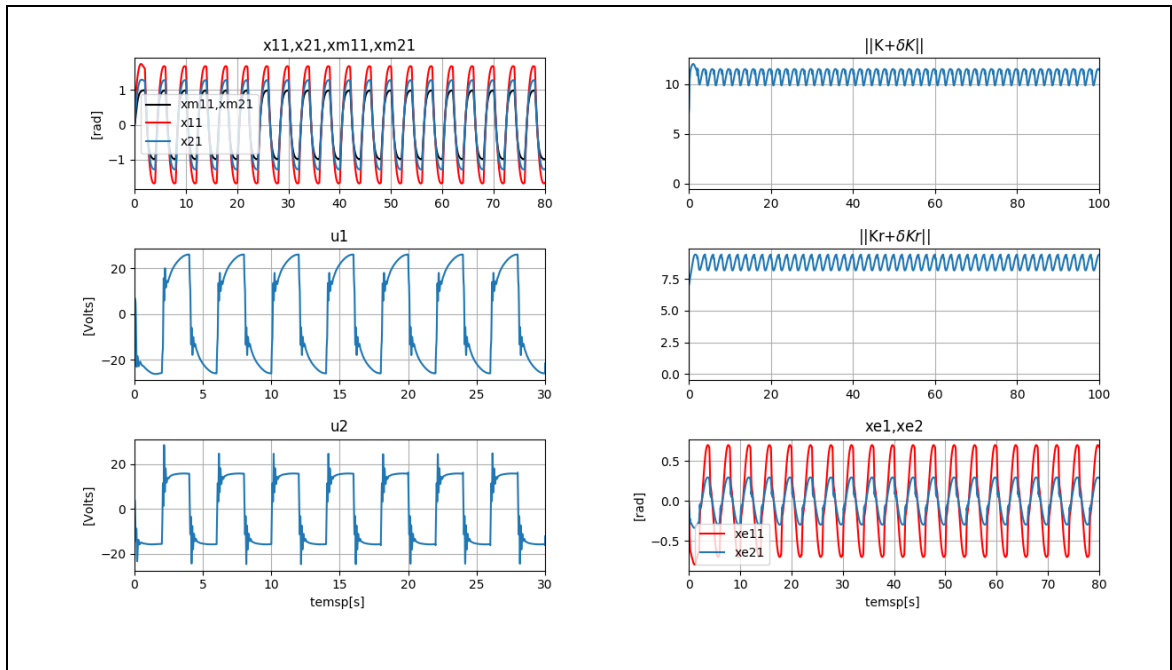


Figure B-1-4 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.1$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

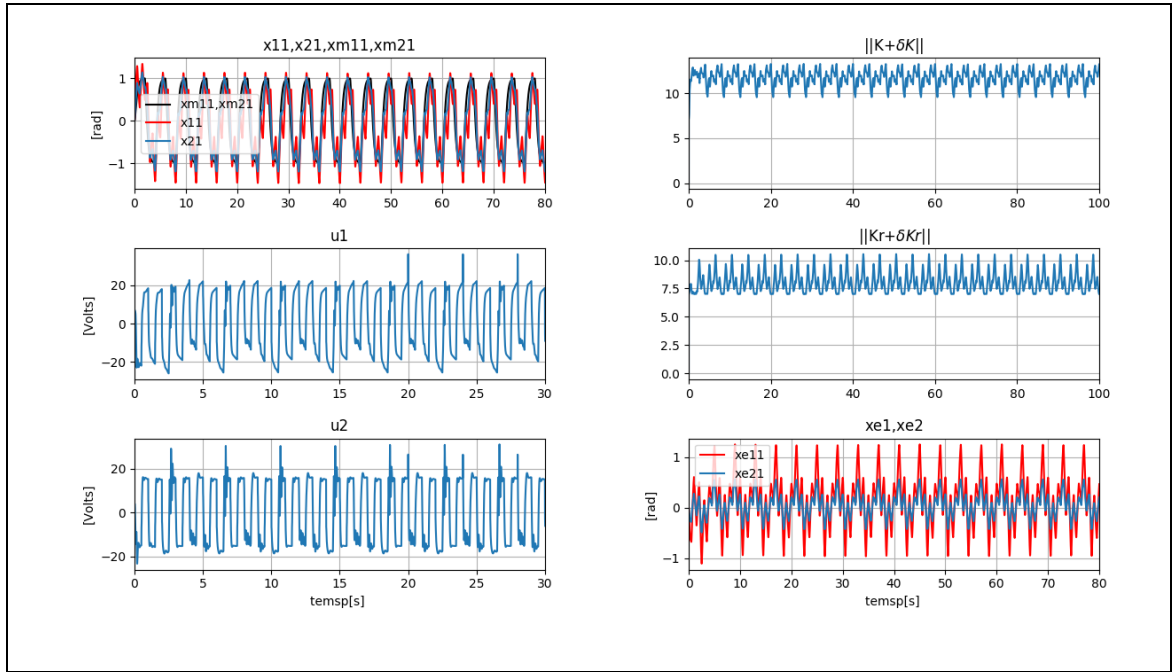


Figure B-1-5 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

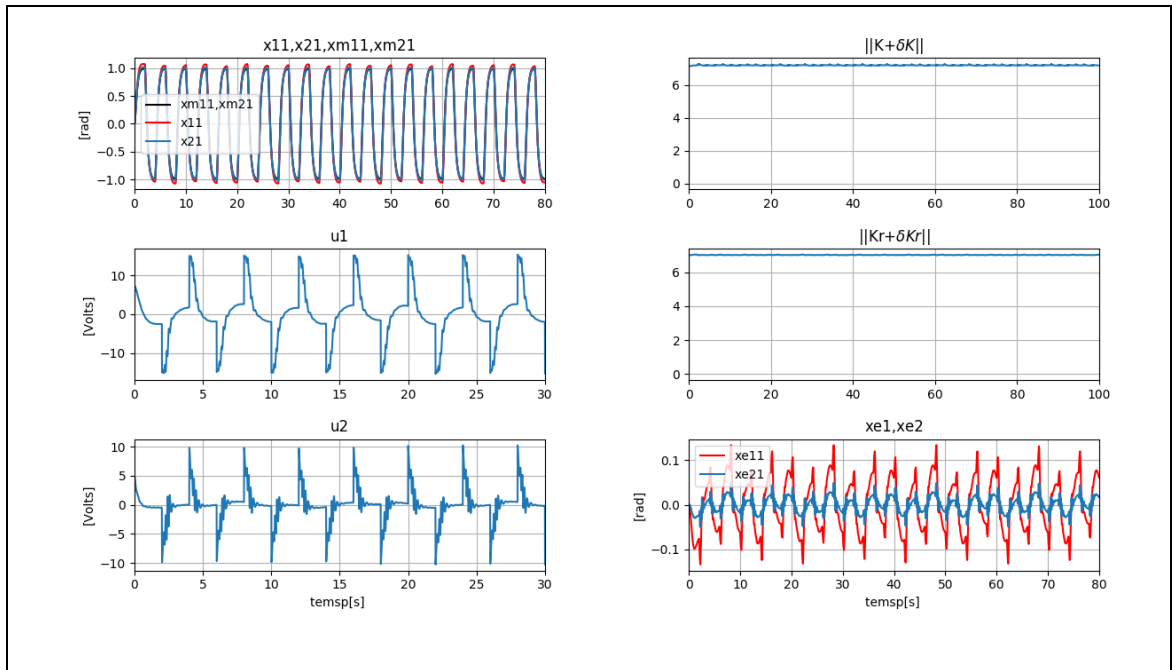


Figure B-1-6 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 1$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

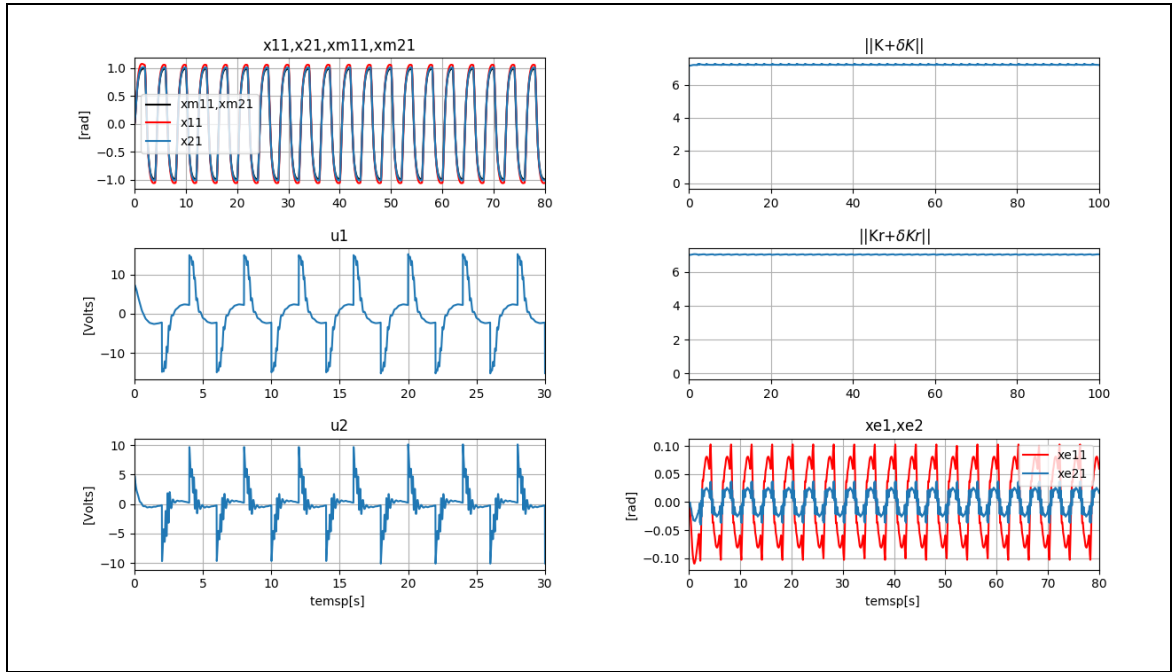


Figure B-1-7 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 0.1$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

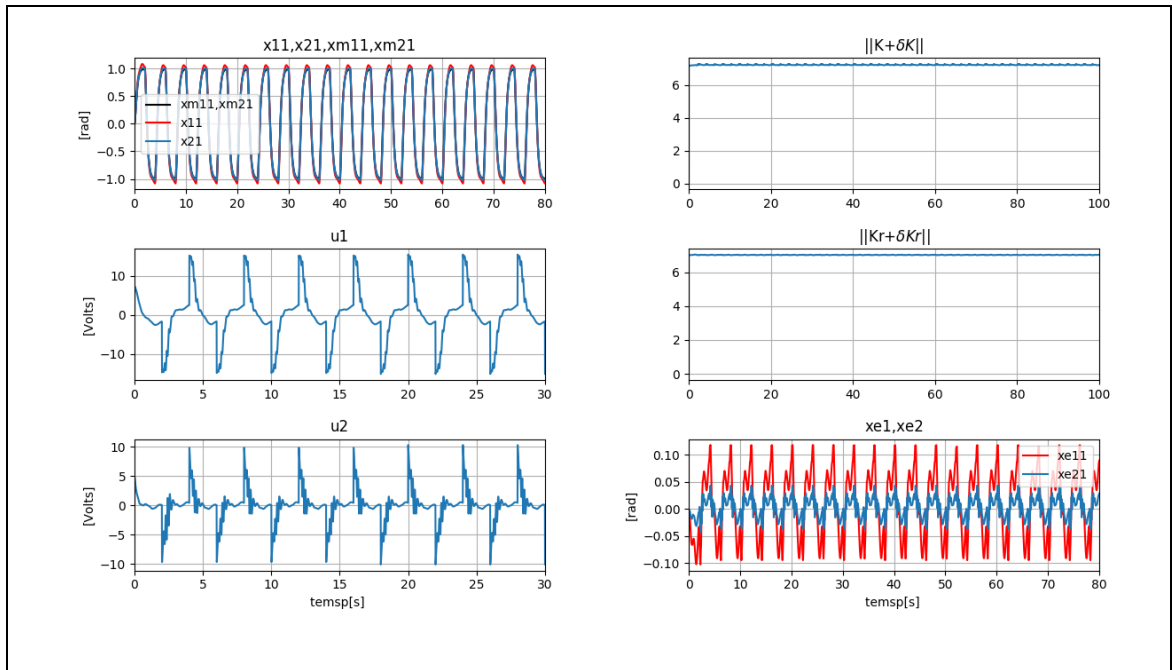


Figure B-1-8 : Commande MRAC avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f = 0.25$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 10$ et $\beta = 0$.

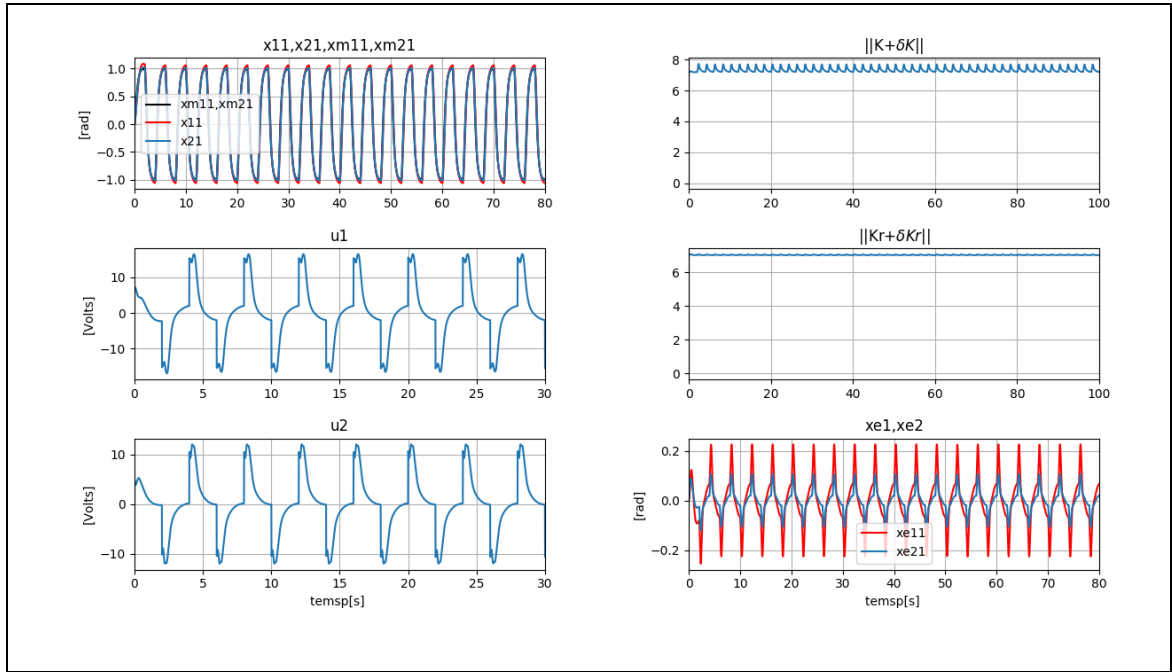


Figure B-1-9 : Commande MRAC avec modification σ avec variation des frictions des joints d'amplitude $C_{p1} = 5\text{Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5\text{Nms}$ sur bras 2 avec $\sigma = 1$.

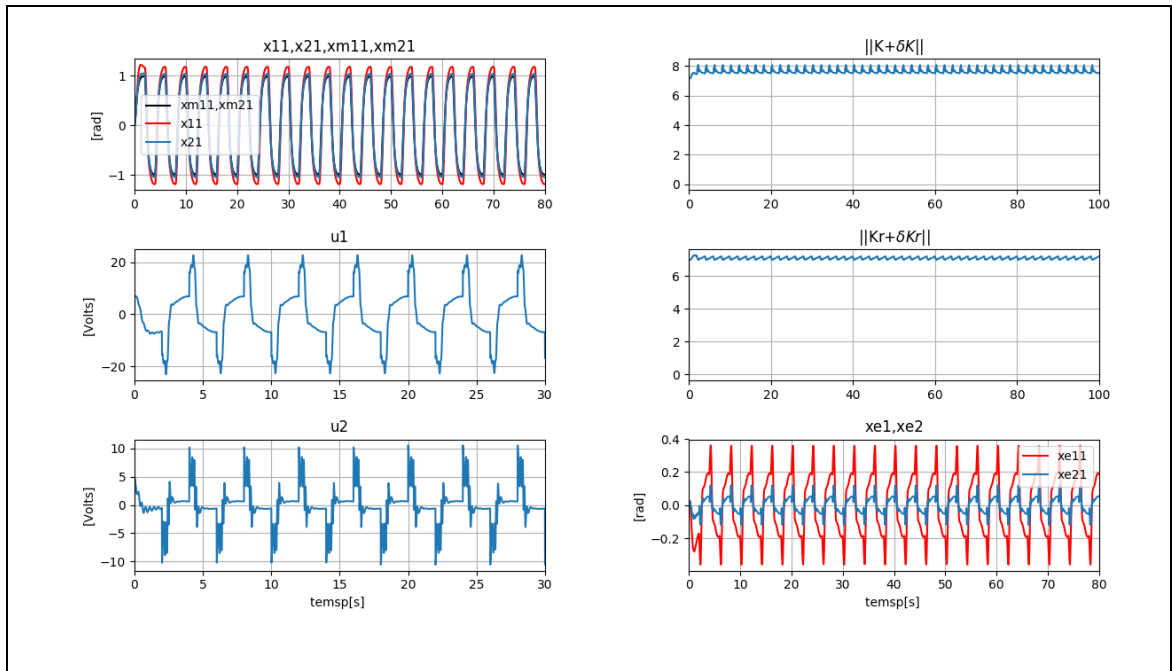


Figure B-1-10 : Commande MRAC avec modification σ avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2 avec $\sigma = 1$.

ANNEXE B-2

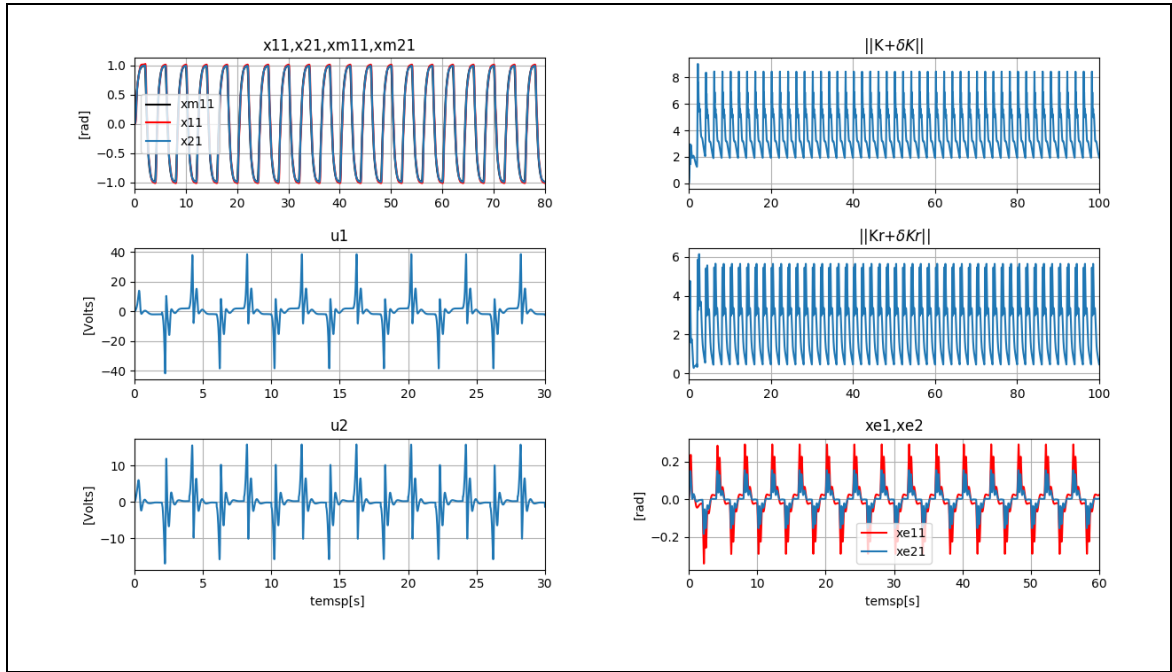


Figure B-2-1 : Commande MCS avec modification σ sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma = 1$, $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

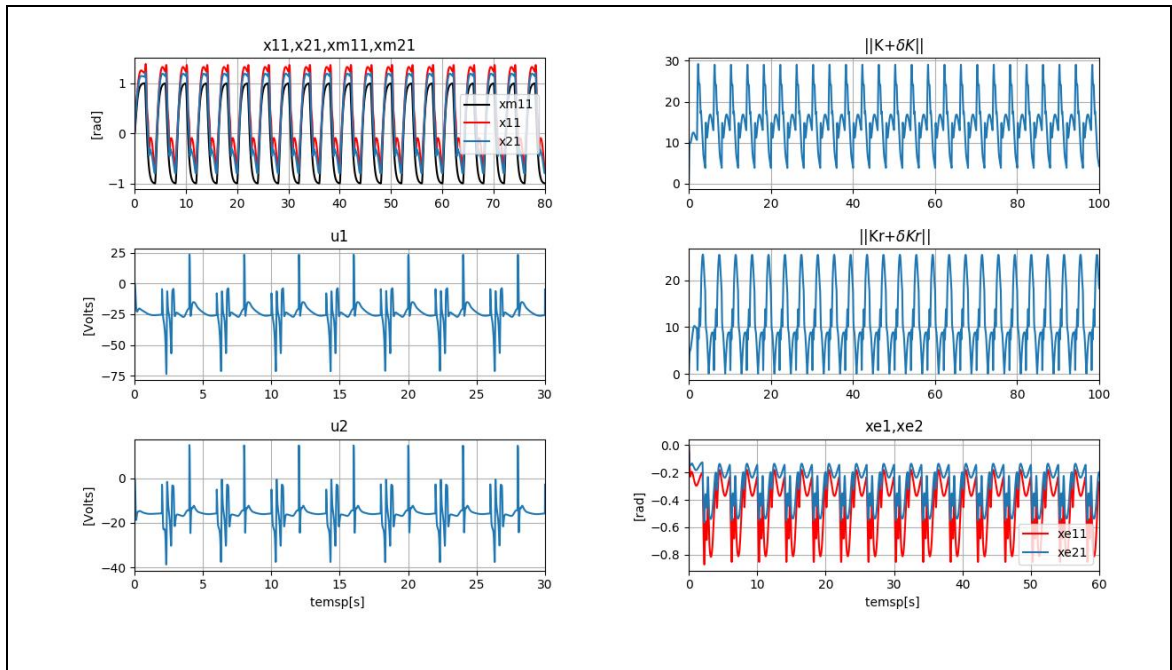


Figure B-2-2 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure constante d'amplitude 50 rad/s² pour $\sigma = 1$, $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

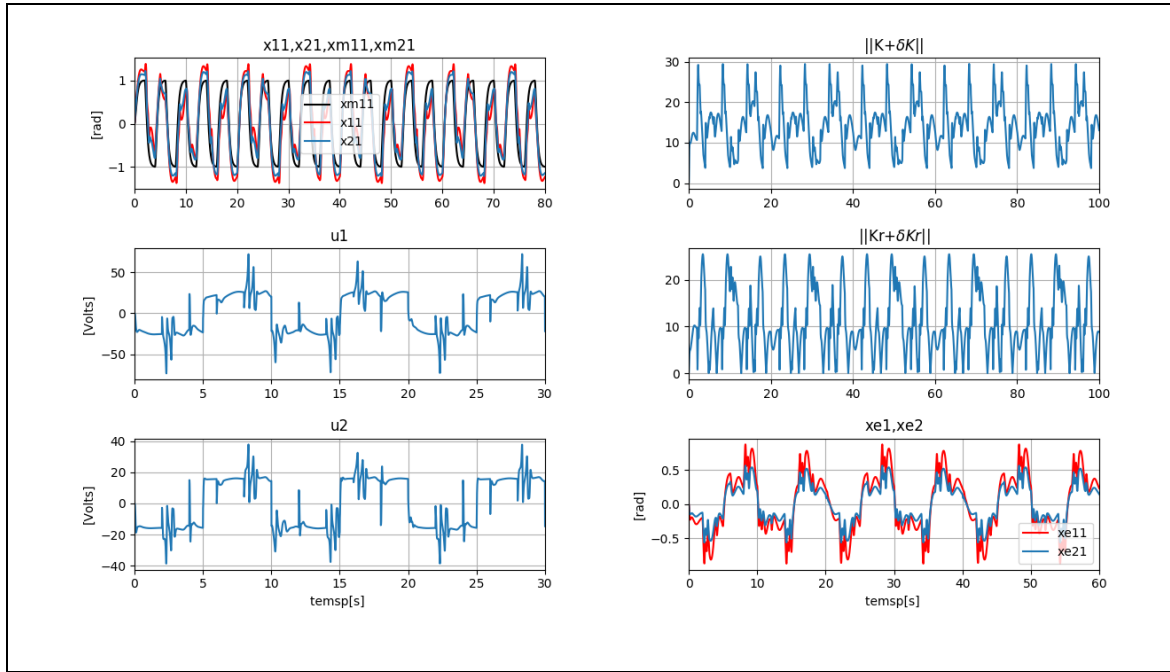


Figure B-2-3 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure rapide d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

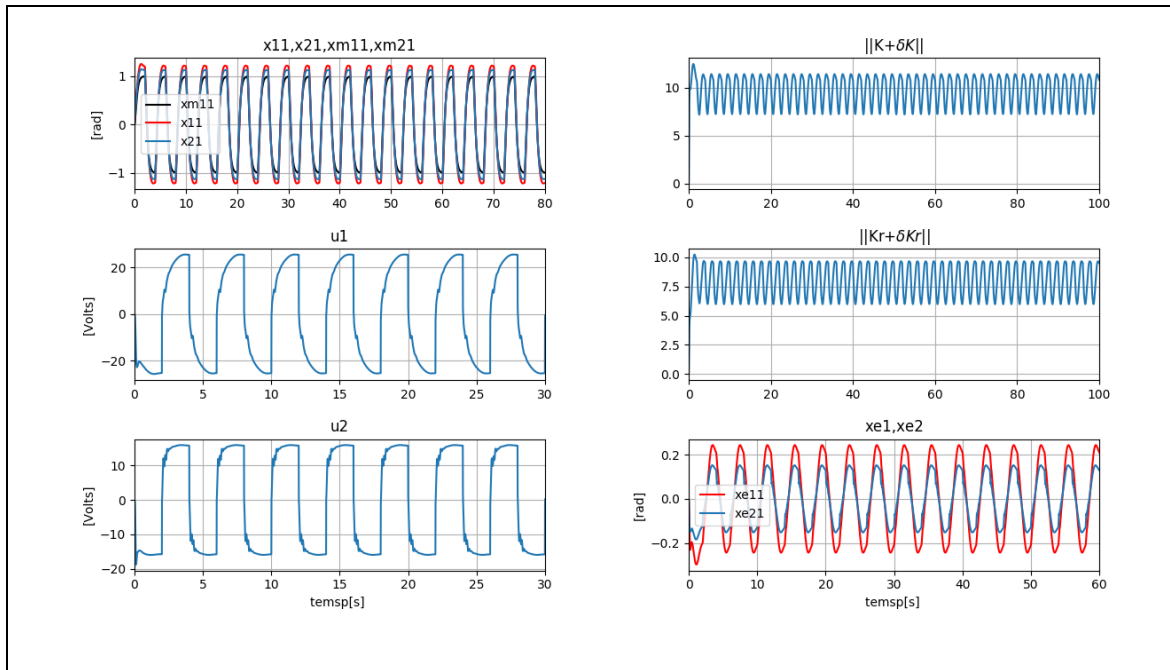


Figure B-2-4 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

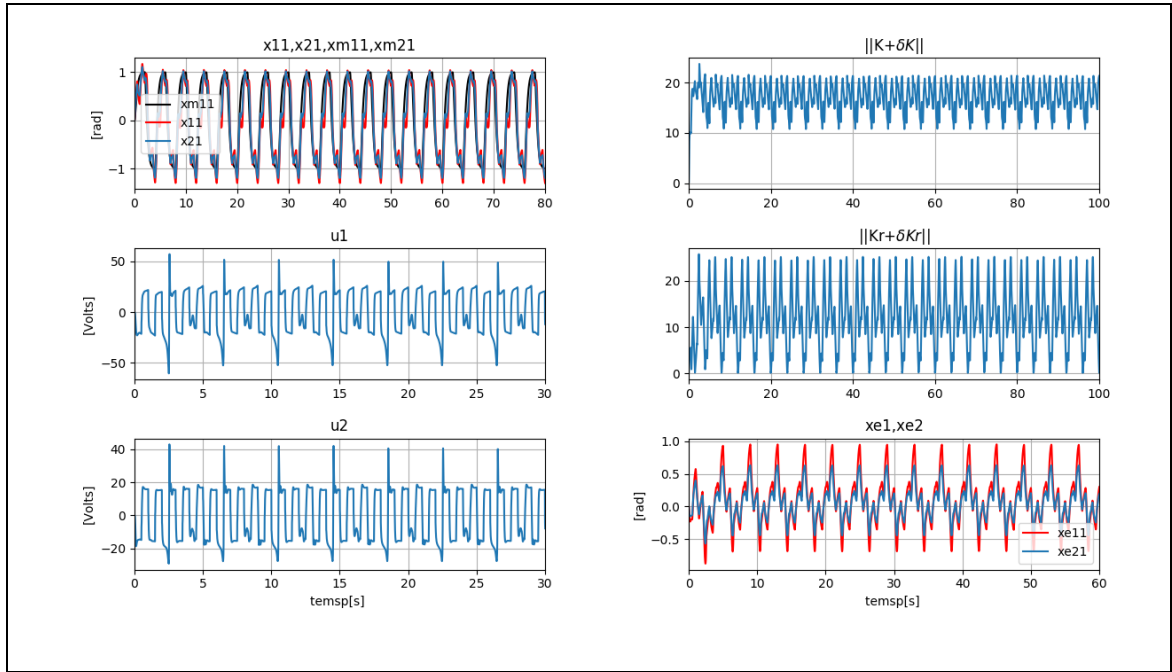


Figure B-2-5 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=0.25$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

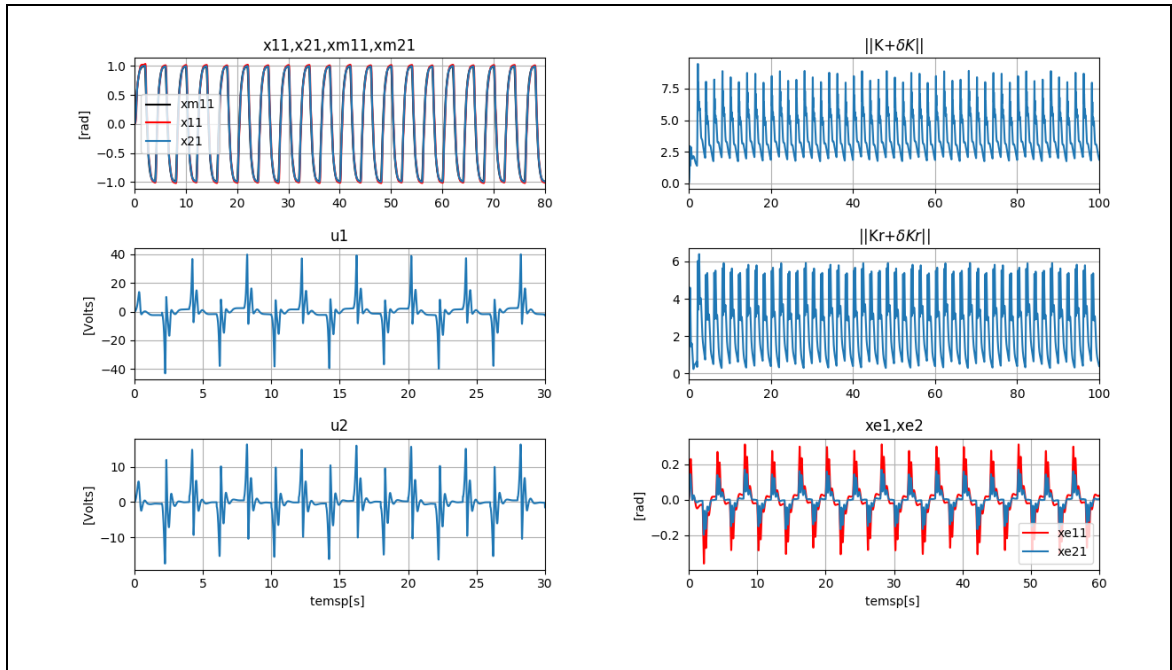


Figure B-2-6 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et $f=1$ Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

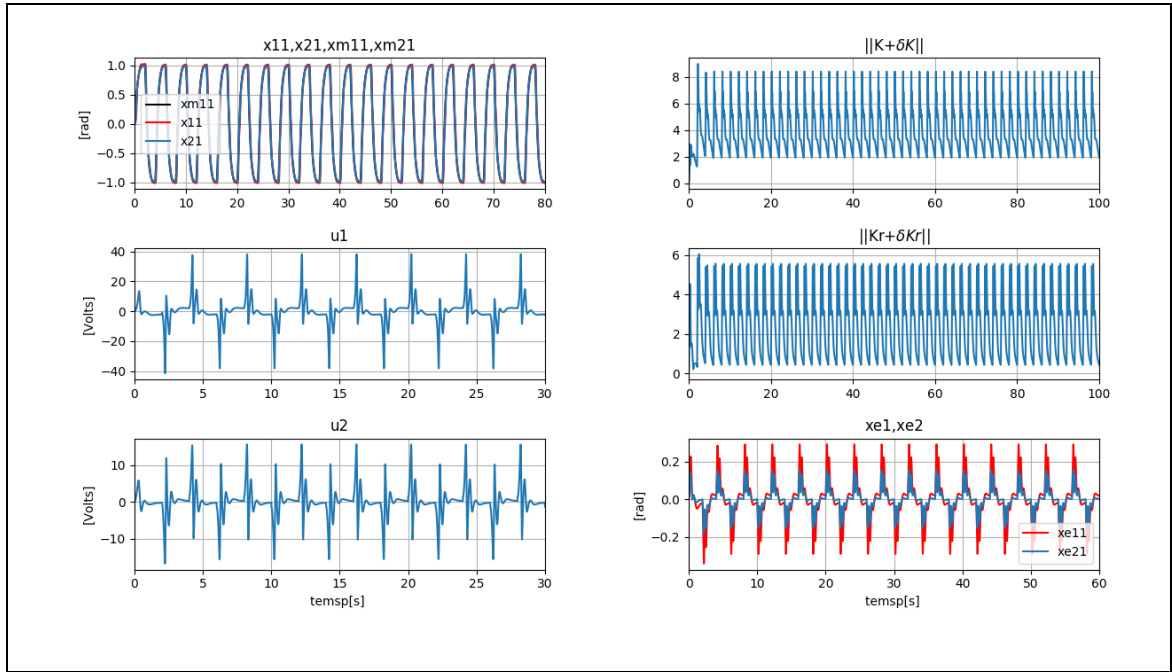


Figure B-2-7 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f=1 Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

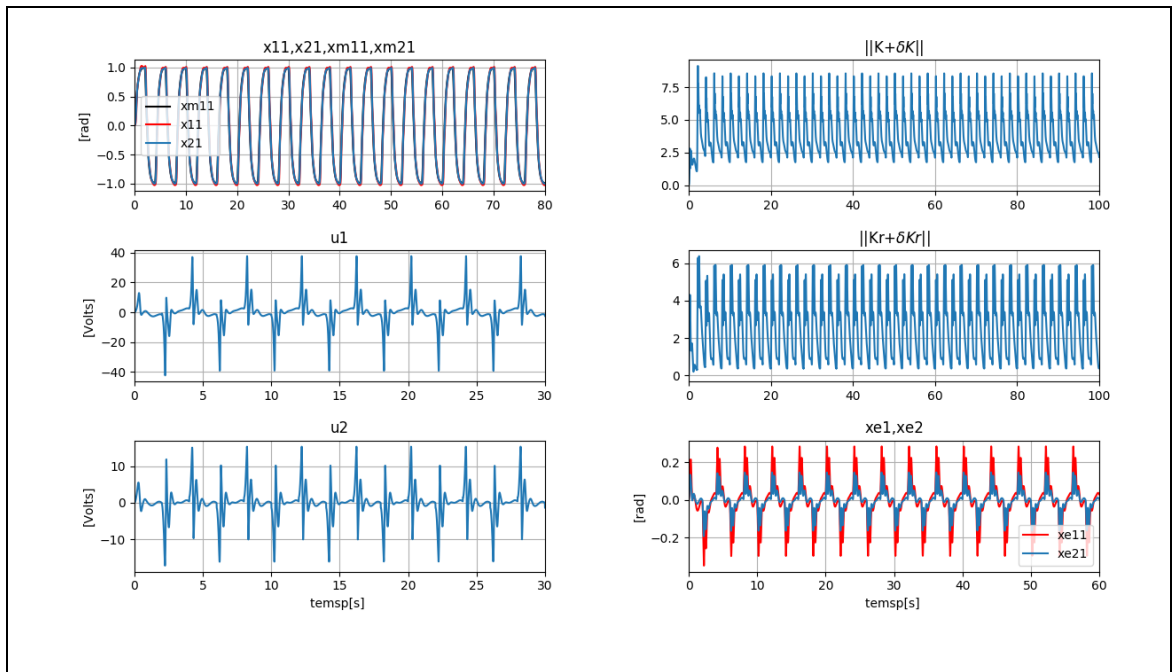


Figure B-2-8 : Commande MCS avec modification σ avec perturbation extérieure lente d'amplitude = 50 rad/s² et f = 0.25 Hz pour $\sigma = 1$ $\alpha = 100$ et $\beta = 0$.

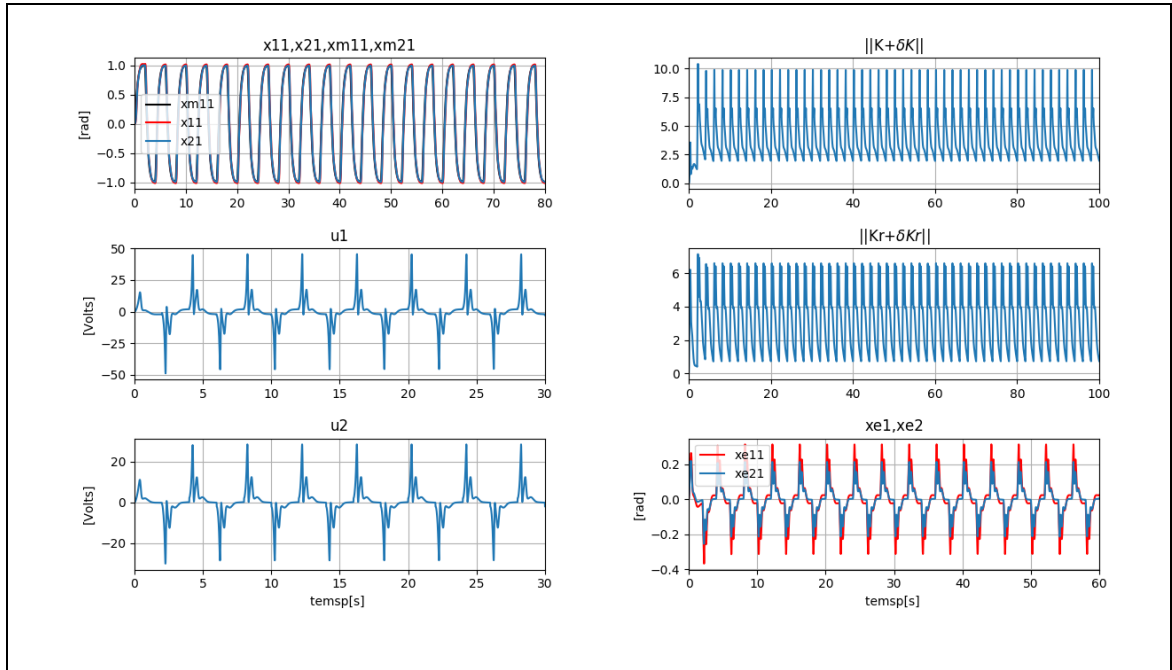


Figure B-2-9 : Commande MCS avec modification σ avec variation des frictions des joints d'amplitude $C_{p1} = 5 \text{ Nms}$ sur bras 1 et $C_{p2} = 5 \text{ Nms}$ sur bras 2 et $\sigma = 1$.

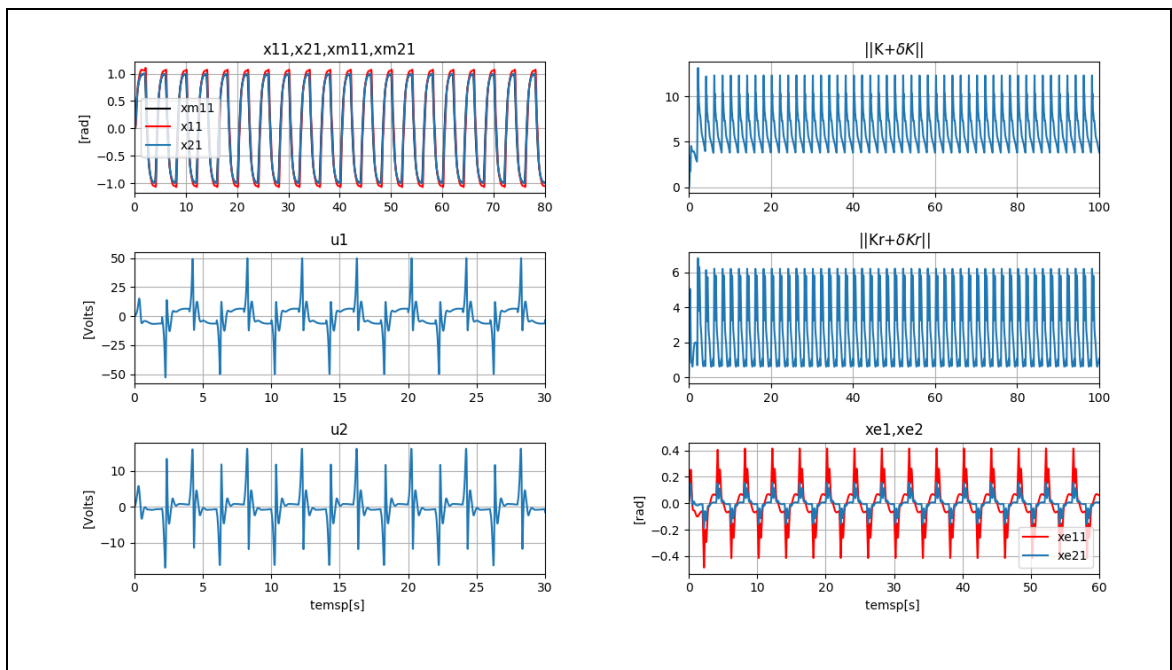


Figure B-2-10 : Commande MCS avec modification σ avec variation de la masse d'amplitude 5 Kg sur le bras 1 et 1 Kg sur le bras 2 et $\sigma = 1$.