



Faculté de technologie

Département de génie mécanique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention de diplôme de master

Option : Fabrication mécanique et production

Thème

***Modélisation numérique par éléments finis
et comparaison entre la flexion trois et
quatre points d'une poutre à la rupture***

Réalisé par :

DEMERDJI Houssame Eddine

GUENNAR Imad Eddine

Encadré par :

Dr. DAOUD Lotfi

Co-encadreur :

Dr. OUALI Mohammed

Année universitaire : 2022/2023

Résumé

Ce mémoire de master est une étude comparative, par la première approche appelée résistance des matériaux, basée sur la simulation de la flexion trois et quatre points d'une poutre sans fissure par le logiciel d'élément finis RDM6, développé par l'université Le MANS de France ; et par la deuxième approche appelée mécanique de la rupture des deux sollicitations précédentes, par simulation de la flexion trois et quatre points de la même poutre à la rupture, par le code d'analyse de la rupture Franc2D (en anglais fracture analysis code 2 dimensions), développé par Cornell Fracture Group, de l'université Cornell, des états unis de l'Amérique (USA), pour la détermination des facteurs d'intensité de contrainte K_I pour des différents éloignements de milieu e_m de la poutre étudiée, ce qui nous a mené à calculer les longueurs de fissure critiques a_C pour chaque cas des éloignements précédents.

Mots clés : : fissure, facteur d'intensité de contrainte, rupture, flexion trois points, flexion quatre points.

Abstract

This master's thesis is a comparative study, by the first approach called strength of materials, based on the simulation of the three and four points bending of a beam without cracks by the finite element software RDM6, developed by the Le MANS university of France ; and by the second approach called fracture mechanics of the two previous stresses, by simulation of the three and four point bending of the same beam at fracture, by the fracture analysis code Franc2D (in English fracture analysis code 2 dimensions), developed by Cornell Fracture Group, and Cornell University, of United States of America (USA), for the determination of the stress intensity factors K_I for different distances from the middle e_m of the beam to be studied, which led us to calculate the critical crack lengths a_c for each case of the previous removals.

Keywords: crack, stress intensity factor, fracture, three-point bending, four-point bending.

مذكرة الماستر هذه عبارة عن دراسة مقارنة، من خلال النهج الأول المسمى مقاومة المواد، استناداً إلى محاكاة الانحناء ثلاثي وأربع نقاط للعارضة بدون تشقق بواسطة برنامج العناصر المحدودة RDM6، الذي طورته جامعة LEMANS. من فرنسا؛ ومن خلال النهج الثاني المسمى بميكانيكا الكسر للإجهادين السابقين، عن طريق محاكاة الانحناء ثلاثي وأربع نقاط لنفس العارضة عند الكسر، بواسطة برنامج تحليل الكسر Franc2D (بالإنجليزية برنامج تحليل الكسر ثنائي الأبعاد)، تم تطويره بواسطة Cornell Fracture Group، من جامعة كورنيل، بالولايات المتحدة الأمريكية (USA)، لتحديد عوامل شدة الإجهاد K_I لمسافات مختلفة من منتصف العارضة المراد دراستها، مما أدى بنا إلى حساب أطوال الشقوق الحرجة a_C لكل حالة من الحالات السابقة.

الكلمات الرئيسية: تشقق، عامل شدة الإجهاد، الكسر، الانحناء ثلاثي النقاط، الانحناء بأربع نقاط.

DEDICACE

A mes chers parents et toute ma famille pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études.

A tous ceux qui me sont chers et tous mes amis pour leurs encouragements permanents, et leur soutien moral.

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infaillible.

Merci d'être toujours là pour moi.

DEMERDJI Houssame Eddine

GUENNAR Imad Eddine

REMERCIEMENTS

Je désire aussi remercier les professeurs et le cadre administratif de l'université de Saâd Dahlab, qui m'ont fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires. Je remercie plus spécialement, mon encadrant académique monsieur Daoud Lotfi qui a guidé mon mémoire, et je le remercie aussi pour son soutien constant, sa disponibilité, et sa confiance.

Sans oublier d'exprimer ma profonde gratitude à mes très chers parents, qui me réservent toujours compréhension, tendresse et amour. Je remercie mes sœurs, et mes frères, pour leurs encouragements. Je remercie aussi mes amis et mes collègues qui m'ont apporté leur soutien intellectuel et moral tout au long de ma démarche.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont participé de loin ou de près à la réalisation de ce modeste travail.

LISTE DES FIGURES

Figure 1 - Modes d'ouvertures de fissures [2].....	5
Figure 2 - Types de fissures [2].....	6
Figure 3 - Bilan énergétique de la fracture. [3]	8
Figure 4 - Système de coordonnées et champ de contrainte local près de la pointe de fissure [5].....	10
Figure 5 - Trois types de propagations sont possibles [5]	10
Figure 6 - L'interface de logiciel RDM6 (flexion d'une poutre droite).	23
Figure 7 - Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion 3 points sans fissure.	25
Figure 8 - Modélisation de la poutre en flexion 3 points sans fissure par RDM6	26
Figure 9 - Efforts tranchant [N] en flexion 3 points	26
Figure 10 - Moment fléchissant [N.mm] en flexion 3 points	26
Figure 11 - Contrainte Normale [MPa] en flexion 3 points.....	27
Figure 12 - Flèche [mm] en flexion 3 points	27
Figure 13 - Pente [radian] en flexion 3 points	27
Figure 14 - Iso-contraintes normales en flexion 3 points	28
Figure 16 - Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion 4 points sans fissure.	30
Figure 17 - Modélisation de la poutre en flexion 4 points sans fissure par RDM6	31
Figure 18 - Efforts tranchant [N] en flexion 4 points	31
Figure 19 - Moment fléchissant [N.mm] en flexion 4 points.....	31
Figure 20 - Contrainte Normale [MPa] en flexion n 4 points	32
Figure 21 - Flèche [mm] en flexion 4 points	32
Figure 22 - Pente [radian] en flexion 4 points	32
Figure 23 - Iso-contrainte normale en flexion 4 points.....	33
Figure 25 - Courbe $K_I(a)$ d'une fissure au milieu de la poutre en flexion 3 points	59
Figure 26 - Contrainte σ_y (Pa) de la poutre en flexion 3 pts avec une fissure au milieu	60
Figure 27 - Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 3 points	61
Figure 28 - Fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm.....	62
Figure 29 - Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm	62
Figure 30 - Calcul de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm.....	63
Figure 31 - Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm	63
Figure 32 - Fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm.....	65
Figure 33 - Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm	65
Figure 34 - Calcul de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm.....	66
Figure 35 - Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm	66
Figure 36 - Fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm.....	68
Figure 37 - Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm	68
Figure 38 - Calcul de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm.....	69
Figure 39 - Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm	69
Figure 40 - Fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm.....	71
Figure 41 - Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm	71
Figure 42 - Calcul de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm.....	72
Figure 43 - Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm	72
Figure 44 - Courbe de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement de milieu.....	74
Figure 45 - Courbe $K_I(a)$ d'une fissure au milieu de la poutre en flexion 4 points	76
Figure 46 - Contrainte σ_y (Pa) de la poutre en flexion 4 pts avec une fissure au milieu	77
Figure 47 - Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 4 points	77
Figure 48 - Fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm.....	78
Figure 49 - Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm	78
Figure 50 - Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm.....	79
Figure 51 - Fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm.....	80

Figure 52 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm	80
Figure 53 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm	81
Figure 54 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm	82
Figure 55 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm	82
Figure 56 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm	83
Figure 57 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm	84
Figure 58 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm	84
Figure 59 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm	85
Figure 60 – Courbe de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement de milieu.....	86
Figure 61 – Résultats des courbes $K_I(a)$	87
Figure 62 – Courbe de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement	88
Figure 63 – Résultats des courbes $K_I(a)$	88
Figure 64 – Courbe de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement	89

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 - Ténacité de quelques matériaux courants.....	17
Tableau 2 – Résultats de $K_I(a)$ d’une fissure au milieu de la poutre en flexion 3points	59
Tableau 3 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm.....	64
Tableau 4 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm.....	67
Tableau 5 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm.....	70
Tableau 6 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm.....	73
Tableau 7 – Variation de la longueur de fissure critique en fonction d’éloignement de milieu.....	73
Tableau 8 – Résultats de $K_I(a)$ d’une fissure au milieu de la poutre en flexion 4 points	76
Tableau 9 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm.....	79
Tableau 10 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm.....	81
Tableau 11 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm.....	83
Tableau 12 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm.....	85
Tableau 13 – Variation de la longueur de fissure critique en fonction d’éloignement de milieu.....	86
Tableau 14 – Résumé des résultats : e_m , $K_I(a)$ et a_C	87
Tableau 15 – Résumé des résultats : e_m , $K_I(a)$ et a_C	89

LISTE DES ABREVIATIONS

Nous donnons ci-dessous les principales notations utilisées dans ce mémoire.

a : longueur de fissure.

a_c : longueur de fissure.

e_m : éloignement de milieu de la poutre.

K_I : facteur d'intensité de contraintes en mode I.

K_{II} : facteur d'intensité de contraintes en mode II.

K_{III} : facteur d'intensité de contraintes en mode III.

K_{IC} : facteur d'intensité de contrainte critique.

K_C : facteur d'intensité de contraintes.

E : module d'Young du matériau.

ν : coefficient de Poisson du matériau.

T : effort tranchant.

M_f : moment fléchissant.

U^* : énergie de déformation par unité de surface.

U : énergie de déformation total par unité de surface.

γ : énergie de surface.

d_x : dériver de x .

σ_y : contrainte suivant l'axe y .

R_m : Résistance à la traction.

R_e : Limite d'élasticité.

ρ : Densité.

R_A : réaction de point A.

R_B : réaction de point B.

F : force.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	2
Chapitre I : Notions de base sur la mécanique de la rupture.....	4
1.1 Introduction.....	4
1.1.1 Définition.....	5
1.2 Énergie de rupture	6
1.2.1 Théorie de Griffith (paramètre G)	6
1.2.1 Application a un cas simple	9
1.3 Mécanique élastique linéaire de la rupture	9
1.4 Mécanique élasto-plastique de la rupture.....	11
1.5 Propagation brutale des fissures.....	11
1.6 Propagation lente des fissures	12
1.7 Application à la conception des structures aéronautiques.....	13
1.8 Méthodes de tolérance aux dommages.....	14
1.8.1 Exemples d'application.....	15
2.5 Facteur D'intensité de contrainte (K_{IC})	16
1.9.1 Exemples d'application de facteur d'intensité	17
2.6 Conclusion de chapitre I.....	19
Chapitre II : Etude de la flexion de la poutre sans fissure avec RDM6.....	21
2.1 Introduction.....	21
2.2 Modélisation numérique en utilisant le logiciel RDM6	21
2.3 Modèle mécanique et géométrique de la poutre flexion 3 points sans fissure.....	24
2.3.1 Matériau et propriétés mécaniques de la poutre	24
2.3.2 Géométrie de la poutre	25
2.3.3 Les appuis	25
2.3.4 Effort appliqué.....	25
2.3.5 Modélisation de la poutre en flexion 3 points sans fissure par RDM6	25
2.3.6 Rapport de calcul de la flexion 3 points par RDM6	28
2.4 Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion 4 points sans fissure.....	29
2.4.1 Matériau et propriétés mécaniques de la poutre	29
2.4.2 Géométrie de la poutre	30
2.4.3 Les appuis	30
2.4.4 Effort appliqué.....	30
2.4.5 Modélisation de la poutre en flexion 4 points sans fissure par RDM6	30
2.4.6 Rapport de calcul de la flexion 4 points par RDM6	33
2.5 Conclusion de chapitre II (Comparaison sans fissure-Approche RDM).....	34
Chapitre III : Etude et modélisation de la flexion a la rupture avec Franc2D.....	36
3.1 Introduction.....	36

3.2	Modélisation numérique en utilisant le logiciel CASCA et Franc2D	37
3.3	Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion	38
3.4	CASCA	40
3.4.1	Dessin avec CASCA.....	40
3.4.2	Le maillage avec CASCA.....	41
3.4.3	Sauvegarde de fichier.csc avec CASCA :	42
3.5	Simulation de la flexion 3 point avec Franc2D	43
3.5.1	Ouverture de fichier.inp avec Franc2D	43
3.5.2	Chargement	44
3.5.3	Condition aux limites (appuis).....	45
3.5.4	Simulation sans fissure avec Franc2d (flexion 3 point)	48
3.5.5	Simulation avec fissure avec Franc2d (flexion 3 point)	52
3.5.6	Propagation de la fissure.....	58
3.5.7	Calcul de $K_I(a)$	58
3.5.8	Courbe $K_I(a)$ et longueur de fissure critique a_c	59
3.5.9	Contrainte σ_y de la poutre en flexion 3 pts avec une fissure au milieu.....	60
3.5.10	Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 3 points.....	61
3.5.10.1	ETAPE 1 : fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm	62
3.5.10.2	ETAPE 2 : fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm	65
3.5.10.3	ETAPE 3 : fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm	68
3.5.10.4	ETAPE 4 : fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm	71
3.5.10.5	Variation de la longueur de fissure critique (a_c) en fonction de (e_m).....	73
3.6	Simulation de la flexion 4 point à la rupture avec Franc2D	74
3.6.1	Chargement	74
3.6.2	Propagation de la fissure.....	75
3.6.3	Calcul de $K_I(a)$	75
3.6.4	Courbe $K_I(a)$ et longueur de fissure critique a_c au milieu de la poutre 4 points	76
3.6.5	Contraintes σ_y de la poutre en flexion 4 pts avec une fissure au milieu	77
3.6.6	Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 4 points.....	77
3.6.6.1	ETAPE 1 : fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm.....	78
3.6.6.2	ETAPE 2 : fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm.....	80
3.6.6.3	ETAPE 3 : fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm.....	82
3.6.6.4	ETAPE 4 : fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm.....	84
3.6.6.5	Variation de la longueur de fissure critique (a_c) en fonction de (e_m).....	86
3.7	Conclusion de chapitre III (Comparaison à la rupture-Approche MDR).....	87
	Conclusion générale	91
	References.....	93

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

Toute construction métallique, aéronautique, navale, ou autre possède des avaries ou fissures qui mènent à la rupture du matériaux dans des cas et à des catastrophes dans des autres cas, L'approche de résistance des matériaux, dans laquelle les sollicitations appliquées sont seulement comparées à la limite d'élasticité ou à la résistance à la traction du matériau sous contrainte, mais l'approche mécanique de la rupture, où on s'intéresse non seulement à la contrainte appliquée, mais également à l'occurrence et à la taille de fissures présentes dans le matériau ainsi qu'à la ténacité du matériau, ce travail met en évidence une approche reposant sur les résultats de la simulation par deux codes de calcul par éléments finis et de l'analyse de la rupture : RDM6 et Franc2D que nous allons développer dans notre mémoire intitulé : **« Modélisation numérique par éléments finis et comparaison entre la flexion trois et quatre points d'une poutre à la rupture ».**

Dans ce travail on va faire l'étude de comparaison de la flexion trois et quatre points d'une poutre à la rupture par Franc2D d'où le calcul de facteur d'intensité de contrainte (K_I) pour des différents éloignements de milieu e_m de la poutre étudier menant à calculer les longueurs de fissure critiques pour chaque cas des éloignements.

Ce mémoire est partagé en chapitres suivants :

- Le premier chapitre est dédié aux quelques notions de base sur la mécanique de la rupture,
- Le deuxième chapitre est dédié à l'étude de comparaison et simulation de la flexion trois et quatre points d'une poutre sans fissure par le logiciel RDM6, c'est l'approche résistance des matériaux.
- Le troisième chapitre est dédié à l'étude de comparaison et la simulation de la flexion trois et quatre points d'une poutre à la rupture par le logiciel Franc2D, c'est l'approche mécanique de la rupture.

Enfin la conclusion réitère les points les plus importants de l'étude ci présente suivie d'une liste de références clôturent ce mémoire.

Chapitre I

Notion générale sur la mécanique de la rupture

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va présenter des rappels théoriques de base sur la mécanique de la rupture et on abordera les points suivants :

- Définition

- Énergie de rupture

 - Théorie de Griffith (paramètre G)

 - Application à un cas simple

- Mécanique élastique linéaire de la rupture

- Mécanique élasto-plastique de la rupture

- Propagation brutale des fissures

- Propagation lente des fissures

- Application à la conception des structures aéronautiques

- Méthodes de tolérance aux dommages

 - Exemples d'application

- Facteur d'intensité de contrainte (K_I)

 - Exemples d'application de facteur d'intensité.

1.1.1 Définition

En ne considérant que les fissures planes se propageant dans leur propre plan, on montre que l'état le plus général de propagation se ramène à la superposition de trois modes (figure1) [1] :

- mode I (mode par ouverture) : les surfaces de la fissure se déplacent dans des directions opposées et perpendiculairement au plan de fissure ;
- mode II (glissement de translation) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au front de fissure ;
- mode III (glissement de rotation) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de la fissure. [1]

La rupture plane correspond au mode I ; la rupture inclinée aux modes II et III.

Nota : la rupture de mode I est généralement la plus dangereuse, ce qui explique le développement particulier donné à l'étude de ce mode de rupture, en général. On distingue les fissures superficielles, les fissures internes, les fissures traversantes sous forme semi-elliptique, elliptique ou en coin, etc. (figure 2). Ces fissures sont généralement planes, c'est-à-dire que leurs deux faces sont très voisines d'un plan moyen et se rejoignent selon un bord anguleux [2]

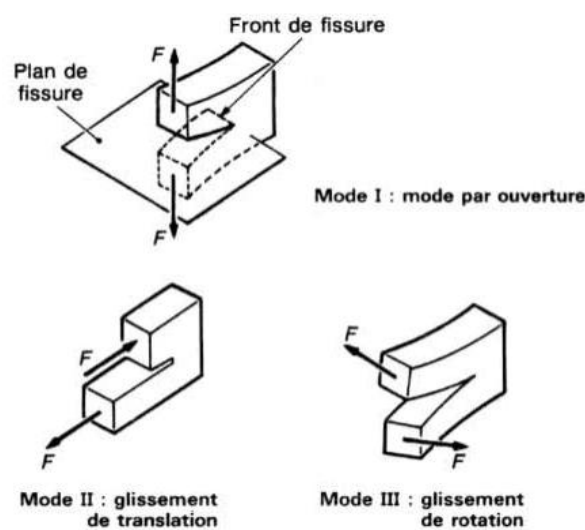


Figure 1- Modes d'ouvertures de fissures [2]

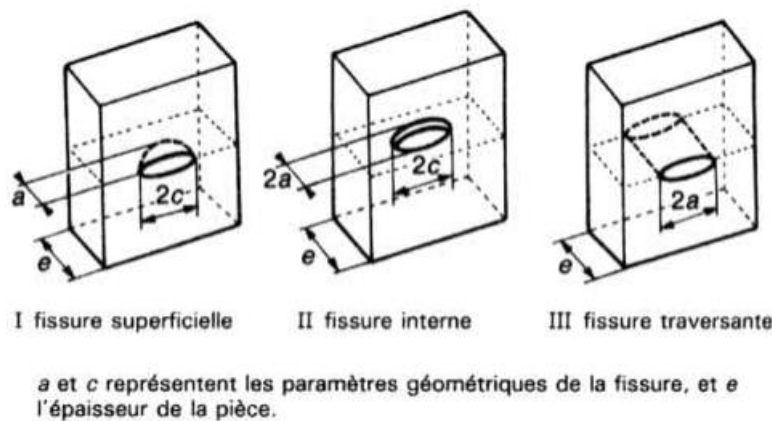


Figure 2 - Types de fissures [2]

1.2 Énergie de rupture

1.2.1 Théorie de Griffith (paramètre G)

Quand A.A. Griffith (1893-1963) a commencé ses études pionnières de fracture dans le verre dans les années, juste avant 1920, il était au courant du travail d'Inglis dans le calcul des concentrations de stress autour trous elliptiques, et naturellement considéré comment il pourrait être utilisé dans le développement d'un fondamental approche de prévision des forces de fracture. Cependant, la solution d'Inglis pose une mathématique difficulté : dans la limite d'une fissure parfaitement aiguisée, les contraintes s'approchent de l'infini à la fissure conseil.

C'est évidemment non physique (en fait, le matériel subit généralement un certain rendement local pour émousser l'extrémité de la fissure), et l'utilisation d'un tel résultat prédirait que les matériaux auraient une résistance proche de zéro : même pour de très petites charges appliquées, les contraintes près des extrémités de la fissure deviendraient infinies, et les liaisons là-bas serait rupture. Plutôt que de se concentrer sur les contraintes de bout de fissure directement, Griffith a employé une approche de bilan énergétique qui est devenu l'un des plus célèbres l'évolution de la science des matières. [3]

L'énergie de déformation par unité de volume de matériau stressé est :

$$U^* = \frac{1}{V} \int f dx = \int \frac{f}{A} \frac{dx}{L} = \int \sigma d\epsilon \dots\dots\dots(1)$$

Si le matériau est linéaire ($\sigma = E\epsilon$), l'énergie de déformation par unité de volume est :

$$U^* = \frac{E\epsilon^2}{2} = \frac{\sigma^2}{2E} \dots\dots\dots(2)$$

Lorsqu'une fissure est devenue un solide à une profondeur a , une région de matériau adjacente à la zone libre surface est déchargée, et son énergie de déformation libérée.

En utilisant la solution Inglis, Griffith a pu pour calculer la quantité d'énergie.

β peut être choisi de manière à correspondre à la solution d'Inglis, et il s'avère que pour la contrainte plane $\beta = \pi$.

Le total énergie de déformation U libérée est alors l'énergie de déformation par unité de volume multiplié par le volume dans les deux régions triangulaires [3] :

$$U = -\frac{\sigma^2}{2E} \cdot \pi a^2 \dots\dots\dots(3)$$

Ici la dimension normale au plan x-y est prise pour être unité, ainsi U est l'énergie de souche par unité d'épaisseur de l'échantillon. Cette énergie de souche est libérée par la croissance de fissure.

Mais dans formant la fissure, les liaisons doivent être rompues et l'énergie de liaison requise est en fait absorbée par le matériau. L'énergie de surface S associée à une fissure de longueur a (et de profondeur unitaire) est :

$$S = 2 \gamma a \dots\dots\dots(4)$$

Où γ est l'énergie de surface (e.g., Joules/meter²) et le facteur 2 est nécessaire puisque deux surfaces libres ont été formées. Comme le montre la figure 4, l'énergie totale associée à la fissure est alors la somme de l'énergie (positive) absorbée pour créer les nouvelles surfaces, plus la (négative) énergie de déformation libérée en permettant aux régions situées près des flancs de fissure de se décharger.

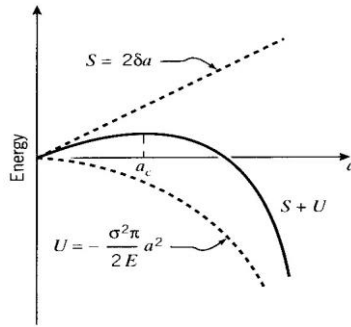


Figure 3 - Bilan énergétique de la fracture. [3]

Au fur et à mesure que la fissure s'allonge (a augmenté), la dépendance quadratique de l'énergie de déformation sur un finit par dominer l'énergie de surface, et au-delà d'une longueur de fissure critique a_c , le système peut réduire son énergie en laissant la fissure se développer encore plus longtemps. Jusqu'au point où $a = a_c$, la fissure ne grandira que si le stress augmente. Au-delà de ce point, la croissance de la fissure est spontanée et catastrophique.

La valeur de la longueur critique de fissure peut être trouvée en réglant le dérivé de l'énergie totale $S + U$ à zéro :

$$\frac{\partial(S+U)}{\partial a} = 2\gamma - \frac{\sigma^2}{E} \pi a = 0 \dots\dots\dots(5)$$

Puisque la fracture rapide est imminente quand cette condition est satisfaite, nous écrivons le stress comme σ_f . Résolution,

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} \dots\dots\dots(6)$$

Le travail original de Griffith portait sur des matériaux très fragiles, en particulier des tiges de verre. Lorsque le matériau présente plus de ductilité, la seule prise en compte de l'énergie de surface ne permet pas de fournir un modèle précis de la fracture. Cette lacune a été corrigée plus tard, du moins en partie, indépendamment par Irwin et Orowan . Ils ont suggéré que dans un matériau ductile, une bonne partie – en fait la grande majorité – de l'énergie de la souche libérée était absorbée non pas en créant de nouvelles surfaces, mais par une dissipation d'énergie due à l'écoulement du plastique dans le matériau près de l'extrémité de la fissure. Ils ont suggéré que la fracture catastrophique se produit lorsque l'énergie de déformation est libérée à un rythme suffisant pour répondre aux besoins de toutes ces sources d'énergie

« s'enfonce » et ont indiqué ce taux critique de libération d'énergie de déformation par le paramètre G_c ; l'équation de Griffith peut alors être réécrite sous la forme suivante [3]:

$$\sigma_f = \frac{EG_c}{\pi a} \dots \dots \dots (7)$$

1.2.1 Application a un cas simple

Un cas simple dans la mécanique de rupture est la rupture d'un matériau en traction uniaxiale.

Supposons que nous ayons un échantillon de matériau de forme allongée avec une section transversale constante. Nous appliquons une force de traction uniaxiale à l'échantillon en augmentant progressivement la force jusqu'à ce que le matériau se rompe.

La mécanique de rupture stipule que la rupture se produira lorsque la contrainte maximale atteinte dans le matériau dépasse sa résistance à la traction maximale. Cette contrainte maximale est souvent appelée "contrainte ultime" et est représentée par la lettre " σ_u ".

Ainsi, dans ce cas simple, la mécanique de rupture prédit que l'échantillon se rompra lorsque la contrainte de traction maximale appliquée atteindra la valeur de la résistance à la traction maximale du matériau. Cela peut être représenté par l'équation suivante :

$$\sigma_{\max} = \sigma_u$$

Il est important de noter que la mécanique de rupture ne prend pas en compte les effets de la fatigue, de la corrosion ou d'autres facteurs environnementaux qui peuvent affecter la résistance du matériau à la traction. Cependant, pour un cas simple de rupture en traction uniaxiale, la mécanique de rupture est un outil utile pour prédire le comportement du matériau. [4]

1.3 Mécanique élastique linéaire de la rupture

La mécanique linéaire de la rupture (MLR) est faite à partir de la méthode permettant de calculer le facteur « élastique » d'intensité des contraintes sous un chargement uniforme.

Le calcul du facteur d'intensité des contraintes (FIC), véritable moteur de la fissuration, permet à terme de prédire les cinétiques de propagation.

MLR considère l'évolution d'un défaut modélisé par une fissure dans une structure soumise à un chargement mécanique externe. La représentation géométrique d'une fissure ainsi que le système de coordonnées rattaché permettant de décrire l'état de contraintes en pointe de fissure sont donnés figure 5.

Dans le cas du problème plan en élasticité linéaire, les contraintes sont singulières à la pointe de la fissure. Suivant le problème étudié, trois types de propagations sont possibles (figure 6).

Système de coordonnées et champ de contrainte local près de la pointe de fissure

Figure 5 - Système de coordonnées et champ de contrainte local près de la pointe de fissure

Modes de propagation d'une fissure [5]

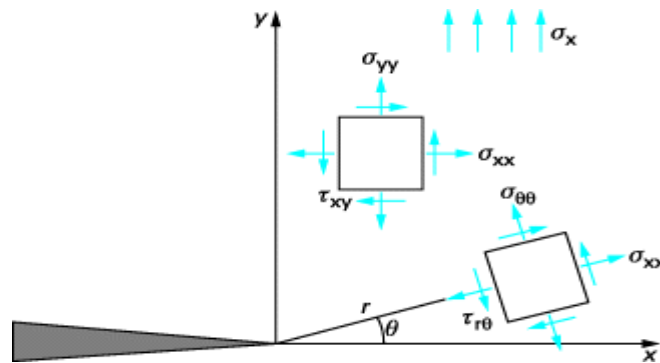


Figure 4 - Système de coordonnées et champ de contrainte local près de la pointe de fissure [5]

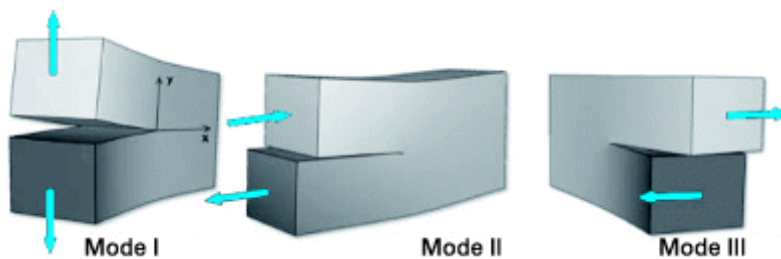


Figure 5 - Trois types de propagations sont possibles [5]

1.4 Mécanique élasto-plastique de la rupture

La plupart des matériaux d'ingénierie présentent un comportement élastique et inélastique non linéaire dans des conditions de fonctionnement impliquant des charges importantes. Dans de tels matériaux, les hypothèses de la mécanique linéaire de fracture élastique peuvent s'avérer inconsistantes :

La zone plastique en font de fissure peut avoir une taille de même ordre de grandeur que la taille de la fissure.

La taille et la forme de la zone plastique peuvent changer avec l'augmentation de la charge appliquée et aussi avec la propagation de la fissure.

C'est pourquoi il faut une théorie plus générale pour les matériaux élasto-plastiques, qui peut être expliquée :

Les conditions locales pour la croissance initiale de la fissure qui comprennent la nucléation, la croissance et la coalescence des vides (décohésion) au niveau d'un fond de fissure.

Un critère de bilan énergétique global pour une croissance de fissure supplémentaire et une rupture instable. [6]

1.5 Propagation brutale des fissures

La propagation brutale des fissures en mécanique est un phénomène complexe qui peut conduire à la défaillance soudaine et catastrophique des matériaux. Ce phénomène est principalement dû à l'amorçage et à la propagation de microfissures dans les matériaux sous l'effet de contraintes répétées ou de contraintes extrêmes. La recherche sur la propagation brutale des fissures en mécanique vise à comprendre les mécanismes de rupture des matériaux, ainsi qu'à développer des méthodes pour prévenir ou atténuer ce phénomène.

L'amorçage des fissures est souvent dû à des défauts ou des irrégularités dans les matériaux, tels que des inclusions, des porosités ou des défauts de surface. Sous l'effet de contraintes répétées, ces défauts peuvent conduire à la formation de microfissures qui se propagent progressivement dans le matériau. La propagation des fissures peut être influencée par plusieurs facteurs, tels que la géométrie de la fissure, la nature du matériau, les conditions de chargement et les environnements corrosifs.

Les chercheurs ont développé plusieurs méthodes pour étudier la propagation brutale des fissures en mécanique. Les techniques expérimentales, telles que les essais de traction, les essais de fatigue et les essais de flexion, sont couramment utilisées pour observer le comportement des matériaux sous différentes conditions de charge. Les chercheurs utilisent également des techniques d'imagerie, telles que la microscopie électronique à balayage et la tomographie par rayons X, pour observer la formation et la propagation des fissures à l'échelle microscopique. En plus des techniques expérimentales, les chercheurs utilisent des simulations numériques pour modéliser la propagation des fissures en mécanique. Les simulations numériques permettent aux chercheurs de comprendre les effets de différents paramètres, tels que la géométrie de la fissure et les conditions de charge, sur la propagation des fissures. Les simulations numériques peuvent également être utilisées pour concevoir des matériaux résistants à la rupture et pour développer des stratégies de prévention des fissures.

La recherche sur la propagation brutale des fissures en mécanique est importante pour de nombreuses applications industrielles, telles que la conception de structures de génie civil, d'aéronefs et de machines industrielles. Les résultats de cette recherche peuvent être utilisés pour améliorer la sécurité des structures et des machines, et pour réduire les risques de défaillance et d'accidents. [6]

1.6 Propagation lente des fissures

La propagation lente des fissures en mécanique est un phénomène qui se produit lorsque des fissures dans les matériaux se propagent à une vitesse très faible sous l'effet de contraintes appliquées. Contrairement à la propagation brutale des fissures, qui conduit à une rupture soudaine et catastrophique des matériaux, la propagation lente des fissures peut conduire à une défaillance progressive et à long terme des matériaux.

La propagation lente des fissures peut être influencée par plusieurs facteurs, tels que la géométrie de la fissure, la nature du matériau, les conditions de chargement et les environnements corrosifs. Les mécanismes de propagation des fissures lentes sont également différents de ceux des fissures brutales. Les fissures lentes se propagent généralement par un processus appelé "frottement et glissement", dans lequel les surfaces de la fissure se frottent et glissent les unes contre les autres, créant des microcavités qui peuvent se propager lentement dans le matériau.

La recherche sur la propagation lente des fissures en mécanique vise à comprendre les mécanismes de propagation des fissures lentes, ainsi qu'à développer des méthodes pour prévenir ou atténuer ce phénomène. Les chercheurs utilisent des techniques expérimentales, telles que les essais de traction et les essais de fatigue, pour observer le comportement des matériaux sous différentes conditions de charge. Les chercheurs utilisent également des simulations numériques pour modéliser la propagation des fissures lentes et pour comprendre les effets de différents paramètres sur ce phénomène.

La propagation lente des fissures en mécanique est un problème important pour de nombreuses applications industrielles. Les matériaux soumis à des contraintes répétées peuvent subir une propagation lente des fissures, conduisant à une défaillance progressive et à long terme des matériaux. Pour prévenir ce phénomène, les chercheurs développent des stratégies pour améliorer la résistance à la fatigue des matériaux, telles que l'utilisation de matériaux composites et de traitements de surface spécifiques. [7]

1.7 Application à la conception des structures aéronautiques

La conception des structures aéronautiques est un domaine complexe qui nécessite une approche multidisciplinaire et une connaissance approfondie de la mécanique des matériaux, de l'aérodynamique et de l'intégration des systèmes. Les ingénieurs en conception de structures aéronautiques sont confrontés à de nombreux défis, notamment la nécessité de concevoir des structures légères mais résistantes pour optimiser la performance de l'aéronef tout en garantissant la sécurité et la fiabilité.

La conception de structures aéronautiques commence par la définition des spécifications de conception, qui incluent les exigences en matière de performance, de coût, de poids, de sécurité et de réglementation. Les ingénieurs en conception de structures aéronautiques utilisent ensuite des outils de modélisation et d'analyse pour concevoir et évaluer des concepts de structures, tels que des ailes, des fuselages et des trains d'atterrissage.

Les logiciels de conception assistée par ordinateur (CAO) sont utilisés pour créer des modèles de structures et de composants, qui peuvent être analysés à l'aide de logiciels de simulation numérique, tels que les logiciels de mécanique des fluides (CFD) et les logiciels de mécanique des structures (FEM). Ces outils permettent aux ingénieurs de tester différentes configurations de structures, de valider leur performance et de prévoir leur comportement sous différentes conditions de charge et d'aérodynamique.

La conception de structures aéronautiques nécessite également une compréhension approfondie de la mécanique des matériaux, notamment des propriétés des matériaux utilisés dans la construction des structures, tels que les alliages d'aluminium, les composites et les matériaux avancés. Les ingénieurs en conception de structures aéronautiques doivent être en mesure de sélectionner les matériaux appropriés pour répondre aux exigences de la conception, tout en minimisant le poids et en maximisant la durabilité.

En outre, la conception de structures aéronautiques doit prendre en compte les considérations environnementales, notamment la réduction des émissions de gaz à effet de serre et de bruit, ainsi que la conformité aux normes et réglementations en vigueur dans l'industrie aéronautique.

En conclusion, la conception de structures aéronautiques est un domaine essentiel dans le développement des aéronefs, qui exige une approche multidisciplinaire et l'utilisation de technologies de pointe pour créer des structures sûres, légères et efficaces. Les ingénieurs en conception de structures aéronautiques doivent être en mesure de combiner leurs connaissances en mécanique, en aérodynamique et en matériaux pour créer des structures qui répondent aux exigences de performance et de sécurité tout en minimisant le poids et en maximisant la durabilité.

1.8 Méthodes de tolérance aux dommages

Les méthodes de tolérance aux dommages sont des techniques de conception qui permettent de garantir le fonctionnement continu d'un système, même en présence de défaillances ou de dommages. Ces méthodes sont utilisées dans une variété de domaines, tels que l'aérospatiale, l'automobile, l'électronique et les systèmes critiques de sécurité.

Voici quelques-unes des principales méthodes de tolérance aux dommages :

Redondance : La redondance consiste à ajouter des composants supplémentaires pour prendre le relais en cas de défaillance d'un composant principal. Cela peut être réalisé en utilisant des composants en parallèle, des circuits redondants ou des systèmes de sécurité doublés.

Diversité : La diversité consiste à utiliser des composants différents ou des techniques différentes pour réaliser une même fonction. Cela permet de réduire les risques de défaillance commune, c'est-à-dire lorsque plusieurs composants identiques ou similaires échouent simultanément.

Isolation : L'isolation consiste à séparer les composants critiques ou les fonctions importantes pour minimiser l'impact d'une défaillance. Par exemple, les fonctions de sécurité peuvent être isolées des fonctions non critiques, afin de minimiser les risques pour les personnes ou les biens.

Surdimensionnement : Le surdimensionnement consiste à utiliser des composants plus grands ou plus résistants que nécessaire pour assurer une marge de sécurité supplémentaire. Cela peut être utile dans des environnements extrêmes ou lorsque les risques de défaillance sont élevés.

Surveillance et diagnostic : La surveillance et le diagnostic consistent à surveiller en permanence le système pour détecter les défaillances et les anomalies, afin de pouvoir réagir rapidement. Des techniques telles que la surveillance des vibrations, la surveillance de la température ou la surveillance des signaux électriques peuvent être utilisées pour cette fin. [8]

1.8.1 Exemples d'application

Voici quelques exemples d'application des méthodes de tolérance aux dommages dans différents domaines :

Aérospatiale : Les avions et les satellites sont des exemples d'applications de tolérance aux dommages. Les systèmes de vol et de communication sont conçus avec des redondances, des diversités et des isolations pour assurer un fonctionnement sûr en cas de défaillance.

Automobile : Les voitures modernes sont équipées de nombreux systèmes électroniques, tels que les systèmes de freinage, de direction et de propulsion. Ces systèmes sont conçus avec des redondances, des diversités et des isolations pour minimiser les risques de défaillance.

Électronique : Les circuits électroniques critiques, tels que les systèmes de contrôle de la centrale nucléaire, les systèmes de communication pour les services d'urgence ou les équipements médicaux, utilisent souvent des méthodes de tolérance aux dommages pour garantir une fonctionnalité continue en cas de défaillance.

Systèmes de sécurité : Les systèmes de sécurité, tels que les systèmes d'alarme incendie, les systèmes de contrôle d'accès ou les systèmes de surveillance vidéo, sont conçus avec des redondances et des isolations pour assurer un fonctionnement fiable en cas de défaillance.

Infrastructure critique : Les ponts, les barrages et les centrales électriques sont des exemples d'infrastructure critique qui utilisent des méthodes de tolérance aux dommages pour garantir leur fonctionnement en toute sécurité. Les systèmes de contrôle, les équipements de sécurité

et les éléments structurels sont conçus avec des redondances, des diversités et des isolations pour minimiser les risques de défaillance.

En somme, les méthodes de tolérance aux dommages sont largement utilisées dans de nombreux domaines pour garantir la fiabilité, la sécurité et la disponibilité des systèmes. [8]

2.5 Facteur D'intensité de contrainte (K_{IC})

Le facteur d'intensité de contrainte (K_{IC}) est un paramètre clé dans l'étude de la mécanique de la rupture des matériaux. Il permet de quantifier la résistance d'un matériau à la propagation des fissures sous des conditions de chargement spécifiques. Le K_{IC} est calculé à partir des dimensions de l'échantillon, des propriétés du matériau et de la taille de la fissure, en utilisant des méthodes mathématiques spécifiques telles que la théorie de la fracture élastique linéaire.

La valeur du K_{IC} est importante pour évaluer la résistance à la rupture d'un matériau et garantir la sécurité et la fiabilité des structures dans divers domaines de l'ingénierie. Il est utilisé dans l'aérospatiale, l'énergie, l'automobile, la construction navale, etc., pour optimiser la conception des structures et garantir leur performance sous des conditions de chargement critiques.

Comprendre le K_{IC} est essentiel pour évaluer la sécurité des structures et assurer leur performance dans des conditions de chargement réelles. Les applications du K_{IC} dans l'industrie sont nombreuses et il est largement utilisé pour garantir la sécurité et la fiabilité des structures dans divers domaines de l'ingénierie. [9]

Une rupture se produit lorsque la contrainte appliquée est supérieure à une certaine valeur critique σ_c , alors on a :

$$K_c = \alpha \sigma_c \sqrt{\pi a} \dots\dots\dots(8)$$

Cette valeur critique de K_c , appelée parfois ténacité, porte le nom de facteur critique d'intensité de contrainte.

- Irwin introduit la notion de ténacité d'un matériau en postulant qu'il existe une valeur critique K_{IC} du facteur d'intensité des contraintes K_I du mode d'ouverture qui ne peut jamais être dépassée et en deçà de laquelle la fissure ne peut pas se propager.

Tableau 1 - Ténacité de quelques matériaux courants.

Matériau	$K_{IC}(MPa.m^{1/2})$
- Alliage d'Aluminium	30
- Alliage de Titane	100
- Acier trempé	120
- Polymère	3
- Bois	2
- Béton	1

1.9.1 Exemples d'application de facteur d'intensité

Le facteur d'intensité de contrainte K_{IC} est une mesure de la résistance à la fissuration d'un matériau. Il est souvent utilisé dans l'analyse de la rupture des matériaux, en particulier des matériaux fragiles tels que la céramique ou le verre. Voici quelques exemples d'application de K_{IC} :

Analyse de la fissuration des céramiques : K_{IC} est utilisé pour mesurer la résistance à la fissuration des céramiques. Les céramiques sont souvent utilisées dans des applications exigeantes telles que l'aérospatiale, l'automobile et l'électronique en raison de leur résistance à la corrosion et à la température. K_{IC} permet de déterminer la longueur de la fissure à partir de laquelle la céramique pourrait se rompre sous une charge donnée.

Conception de structures en verre : K_{IC} est également utilisé pour la conception de structures en verre, telles que les fenêtres et les façades de bâtiments. Le verre étant un matériau fragile, K_{IC} permet de déterminer la résistance à la fissuration du matériau et donc de garantir la sécurité des structures en verre.

Analyse de la rupture des matériaux composites : K_{IC} est utilisé pour mesurer la résistance à la rupture des matériaux composites, qui sont souvent utilisés dans l'aérospatiale et l'industrie automobile. Les matériaux composites sont constitués de fibres de carbone ou de verre incorporées dans une matrice de polymère. K_{IC} permet de déterminer la résistance à la rupture de la matrice de polymère, qui est souvent la partie la plus fragile du matériau composite.

Détermination de la durée de vie des matériaux : K_{IC} peut être utilisé pour prédire la durée de vie des matériaux dans des applications exigeantes telles que les turbines d'avion. En utilisant des tests de fatigue pour mesurer la résistance à la fissuration et en combinant ces données avec des modèles de contraintes, il est possible de prédire la durée de vie des matériaux sous des conditions données.

Conception de pièces en acier : K_{IC} est également utilisé dans la conception de pièces en acier pour garantir la résistance à la rupture du matériau. En utilisant des tests de contrainte pour mesurer la résistance à la fissuration et en combinant ces données avec des modèles de contraintes, il est possible de déterminer la résistance à la rupture de l'acier sous une charge donnée. **[10]**

2.6 Conclusion de chapitre I

Ce chapitre est une notion de base sur la mécanique de la rupture, le premier volet donne : des définitions et principes de la mécanique de la rupture et catégorie et mode de rupture ; le deuxième volet est consacré au facteur d'intensité de contraintes et énergie de rupture.

Pour pouvoir comprendre et faire une comparaison entre la flexion trois et quatre points d'une poutre à la rupture.

Chapitre II

Etude de la flexion de la poutre sans fissure avec RDM6

Chapitre II : Etude de la flexion de la poutre sans fissure avec RDM6

2.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à l'étude la flexion trois et quatre points de la poutre sans fissure avec le logiciel RDM6 pour mieux comprendre ce type de chargement ; et nous soulignerons les titres suivants :

- Modélisation numérique en utilisant le logiciel RDM6
- Modèle mécanique et géométrique de la poutre flexion 3 points sans fissure
 - Matériau et propriétés mécaniques de la poutre
 - Géométrie de la poutre
 - Les appuis
 - Effort appliqué
 - Modélisation de la poutre en flexion 3 points sans fissure par RDM6
 - Rapport de calcul de la flexion 3 points par RDM6
 - Calcul théorique de la flexion 3 points sans fissure
- Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion 4 points sans fissure
 - Matériau et propriétés mécaniques de la poutre
 - Géométrie de la poutre
 - Les appuis
 - Effort appliqué
 - Modélisation de la poutre en flexion 4 points sans fissure par RDM6
 - Rapport de calcul de la flexion 4 points par RDM6
 - Calcul théorique de la flexion 4 pts sans fissure

2.2 Modélisation numérique en utilisant le logiciel RDM6

Le logiciel RDM6 est un logiciel destiné à l'enseignement du calcul des structures par la méthode des éléments finis, figure 5

Le logiciel RDM6 comprend les modules suivants :

1- RDM – Flexion

Calcul et optimisation des poutres droites sollicitées en flexion simple.

2- RDM – Ossatures

Analyse statique et dynamique des ossatures planes ou tridimensionnelles :

- Modélisation de la géométrie.
- Interface IGES « International Graphics Exchange Standard ».
- Bibliothèque de sections droites paramétrées.
- Bibliothèque de profilés.
- Évaluation des caractéristiques des sections droites par intégration sur le contour de la section (aire, moments quadratiques, ...) ou par la méthode des éléments finis après maillage automatique de la section (constante de torsion, centre de cisaillement, aires cisillées...).
- Sections droites définies par l'opérateur : fichier IGES.
- Bibliothèque de matériaux.
- Combinaisons de cas de charges.
- Éditions des données et des résultats.
- Analyse statique linéaire.
- Flambement linéaire (eulérien) : calcul des coefficients de charge critiques.
- Calcul des fréquences propres.
- Diagrammes : effort normal, effort tranchant, moment fléchissant, ...
- Évaluation des contraintes sur une section droite : normales, tangentielles, contraintes équivalentes de Von Mises, ...

3- RDM – Éléments finis

- Création de la géométrie.
- Interface IGES.
- Maillage automatique de la structure en triangles à 3 ou 6 nœuds (méthode de Delaunay).

- Maillage par blocs de la structure en triangles à 3 ou 6 nœuds et/ou quadrilatères à 4, 8 ou 9 nœuds.
- Analyse statique et dynamique dans l'une des hypothèses suivantes :

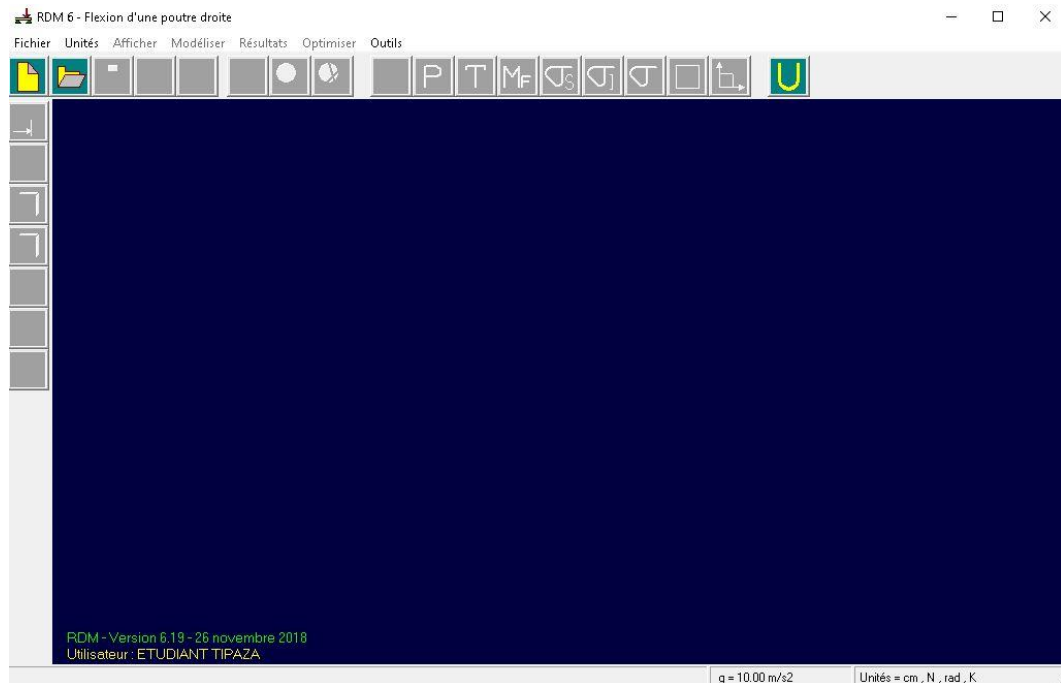


Figure 6 - L'interface de logiciel RDM6 (flexion d'une poutre droite).

L'étude et la modélisation de la flexion d'une poutre sans fissure avec RDM6, qui est un logiciel de calcul de structures basé sur la méthode des éléments finis, peuvent être réalisées en suivant les étapes générales suivantes :

Il faut définir les dimensions de la poutre, tels que sa longueur, sa hauteur, sa largeur et les sections transversales éventuellement variables le long de la poutre. On peut également définir les conditions aux limites, c'est-à-dire les appuis et les charges appliquées à la poutre.

Il faut attribuer les propriétés mécaniques du matériau de la poutre, telles que la module d'élasticité, le coefficient de Poisson, et éventuellement la résistance à la flexion, à partir des données disponibles sur le matériau réel de la poutre.

Il faut subdiviser la poutre en un certain nombre d'éléments finis pour permettre la résolution numérique du problème. On peut choisir différents types d'éléments finis pour représenter la géométrie de la poutre, tels que des éléments finis unidimensionnels pour modéliser la flexion, et des éléments finis bidimensionnels pour modéliser la torsion éventuelle.

Il faut appliquer les charges spécifiées à la poutre, telles que les charges uniformes, les charges concentrées, les moments, etc., en tenant compte des conditions aux limites définies précédemment.

Le logiciel RDM6 résout numériquement les équations d'équilibre et d'élasticité pour obtenir les déformations, les contraintes et les réactions d'appui de la poutre sous les charges appliquées.

Une fois que la solution numérique est obtenue, on peut analyser les résultats, tels que les déformations, les contraintes, et les réactions d'appui, pour évaluer le comportement de la poutre en flexion. On peut également comparer les résultats avec les critères de résistance à la flexion du matériau pour vérifier si la poutre est sécuritaire et peut supporter les charges appliquées. [11]

2.3 Modèle mécanique et géométrique de la poutre flexion 3 points sans fissure

La flexion trois points est un essai mécanique classique. Il représente le cas d'une poutre posée sur deux appuis, appui double et appui simple, soumise à une charge concentrée, appliquée au milieu de la poutre avec elle aussi un contact simple. On modélise souvent un des appuis comme un pivot afin d'avoir une poutre qui ne se déplace pas horizontalement.

2.3.1 Matériau et propriétés mécaniques de la poutre

La poutre de notre étude est en acier non allié XC48 à faible teneur en carbone. Il est souvent utilisé pour la fabrication de pièces mécaniques et de pièces de machines. Les caractéristiques typiques de l'acier XC48 sont :

- Résistance à la traction : $R_m = 750 \text{ N/mm}^2$,
- Limite d'élasticité : $R_e = 490 \text{ N/mm}^2$,
- Dureté Brinell d'environ 150,
- Facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$,
- Module d'Young : $E = 210000 \text{ MPa}$,
- Coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$

-Densité : $\rho=7850 \text{ Kg/m}^3$

2.3.2 Géométrie de la poutre

La géométrie de la poutre est un parallélépipède de longueur 140 mm, de largeur 20 mm, et d'épaisseur 10 mm. Voir figure 7.

2.3.3 Les appuis

On introduit deux appuis aux extrémités de la poutre l'une simple et l'autre double. Voir figure 7.

2.3.4 Effort appliqué

L'effort est appliqué au milieu et perpendiculaire à la poutre, et égale à 5000N. Voir figure 7.

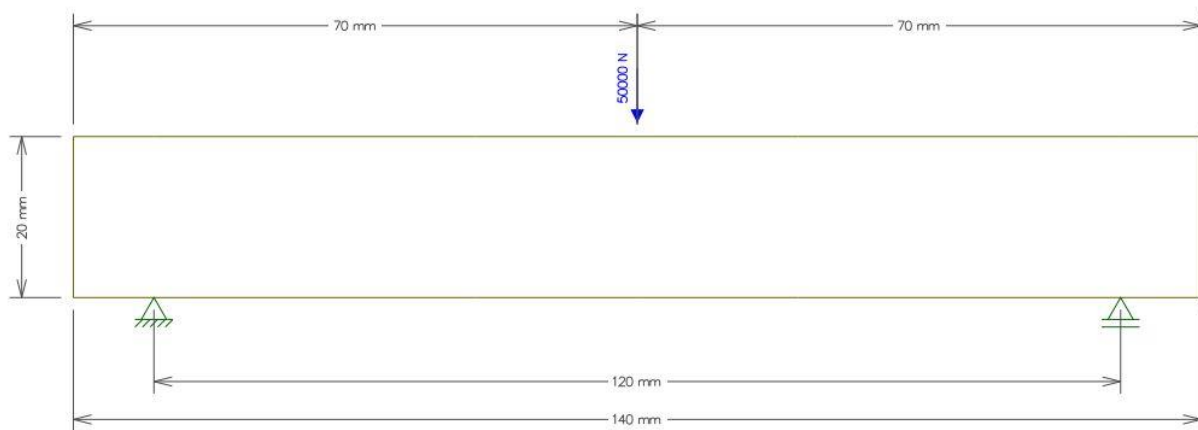


Figure 7 - Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion 3 points sans fissure.

2.3.5 Modélisation de la poutre en flexion 3 points sans fissure par RDM6

Les principaux résultats de la simulation de la poutre en flexion 3 points sans fissure par RDM6 sont illustrés dans les figures suivantes :

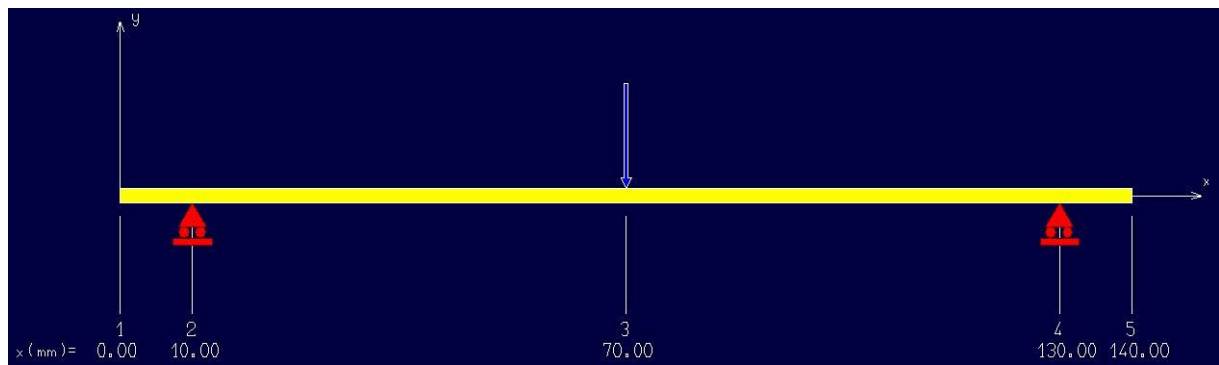


Figure 8 - Modélisation de la poutre en flexion 3 points sans fissure par RDM6



Figure 9 - Efforts tranchant [N] en flexion 3 points

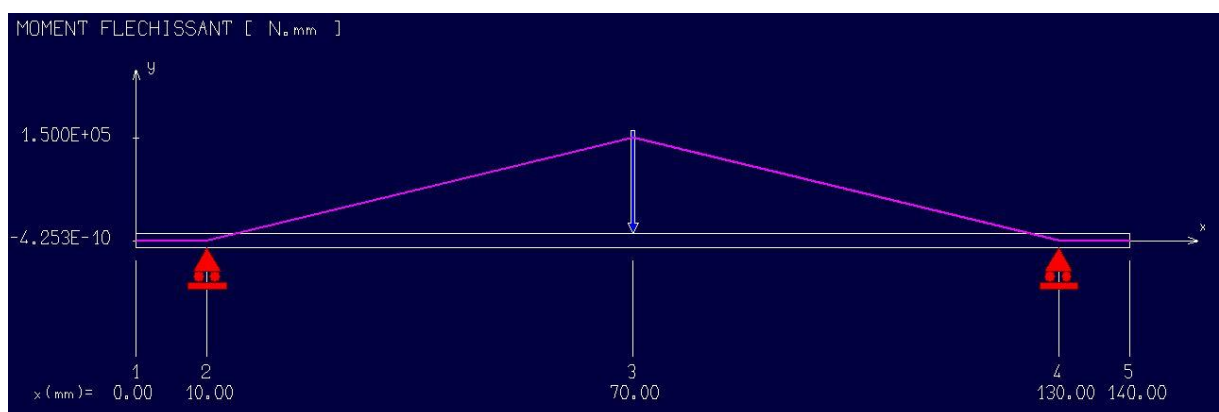


Figure 10 - Moment fléchissant [N.mm] en flexion 3 points

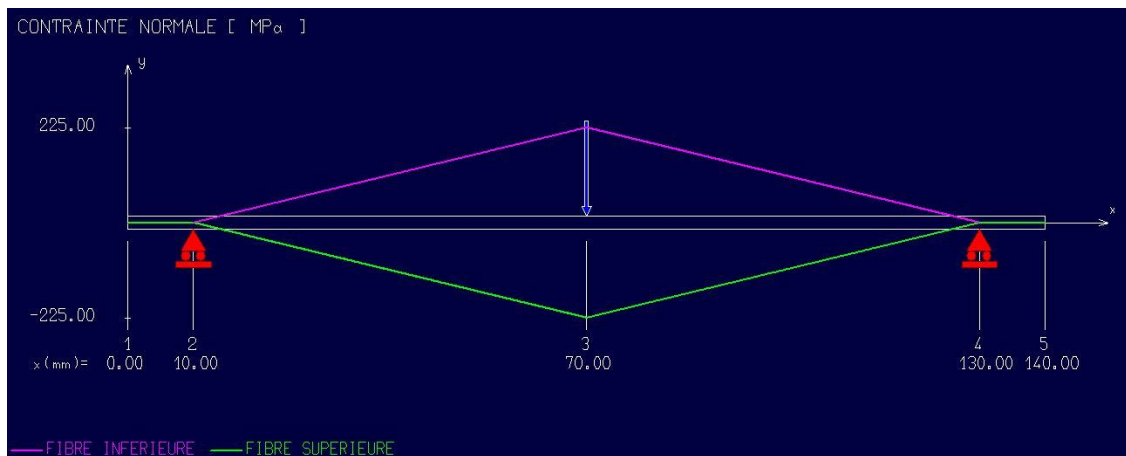


Figure 11 - Contrainte Normale [MPa] en flexion 3 points

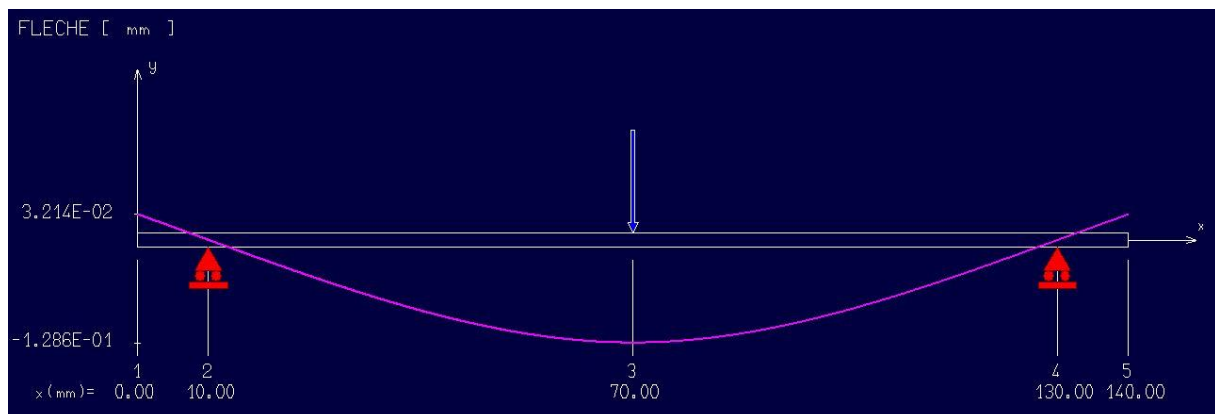


Figure 12 - Flèche [mm] en flexion 3 points

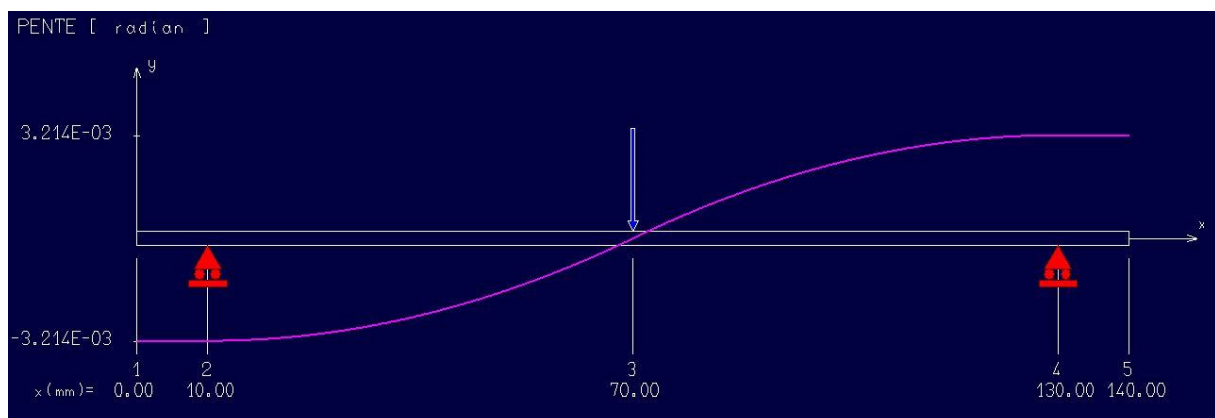


Figure 13 - Pente [radian] en flexion 3 points

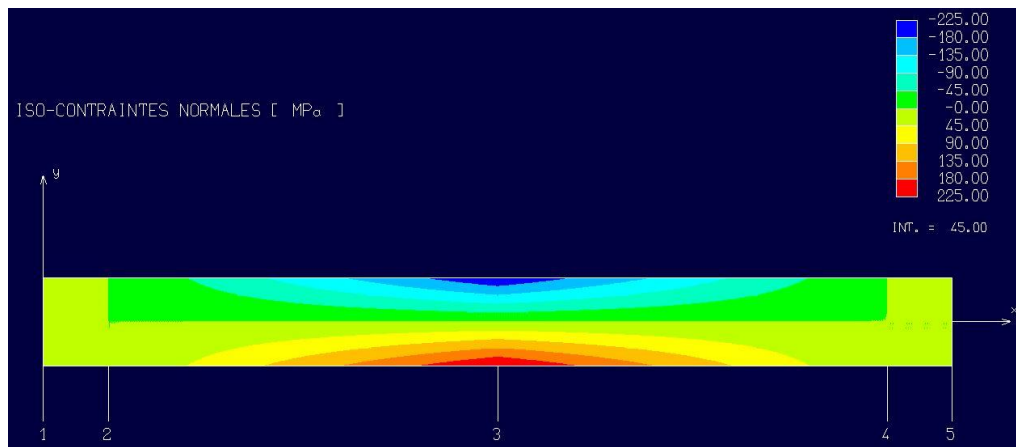


Figure 14 - Iso-contraintes normales en flexion 3 points

2.3.6 Rapport de calcul de la flexion 3 points par RDM6

+-----+
| Flexion d'une poutre droite |
+-----+

Utilisateur : ETUDIANT TIPAZA

Nom du projet : E:\A 2022 2023\MASTER\MASTER 2\image F3\flexion 3

Date : 23 avril 2023

+-----+
| Données du problème |
+-----+

+-----+
| Matériau |
+-----+

Nom du matériau = Acier

Module de Young = 210000 MPa

Masse volumique = 7850 kg/m³

Limite élastique = 490 MPa

+-----+
| Nœuds [mm] |
+-----+

Nœud 1 : x = 0.000

Nœud 2 : x = 10.000

Nœud 3 : x = 70.000

Nœud 4 : x = 130.000

Nœud 5 : x = 140.000

+-----+
| Section(s) droite(s) |
+-----+

Nœuds 1 --> 5

Rectangle plein : LY = 20.0 LZ = 10.0 (mm)

Aire = 2.00 cm²

Moment quadratique : Iz = 0.67 cm⁴

Fibre supérieure : $v_y = 10.00 \text{ mm}$ $W_{el.z} = 0.67 \text{ cm}^3$
Fibre inférieure : $v_y = 10.00 \text{ mm}$ $W_{el.z} = 0.67 \text{ cm}^3$
Poids de la structure = 2.20 N ($g = 10.00 \text{ m/s}^2$)
 +-----+
| Liaison(s) nodale(s) |
 +-----+
Noeud 2 : Flèche = 0
Noeud 4 : Flèche = 0
 +-----+
| Cas de charge(s) |
 +-----+
Charge nodale : Noeud = 3 $F_y = -5000.00 \text{ N}$ $M_z = 0.00 \text{ N.mm}$

2.4 Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion 4 points sans fissure

La flexion 4 points implique l'application de forces sur une poutre placée sur deux points de chargement et de soutien, à une distance fixe, appelée portée. Les points de chargement appliquent une force vers le bas, tandis que les points de soutien maintiennent la poutre en place. Lorsque la poutre est soumise à une charge, elle fléchit et subit une contrainte.

2.4.1 Matériau et propriétés mécaniques de la poutre

La poutre de notre étude est en acier non allié XC48 à faible teneur en carbone. Il est souvent utilisé pour la fabrication de pièces mécaniques et de pièces de machines. Les caractéristiques typiques de l'acier XC48 sont :

- Résistance à la traction : $R_m = 750 \text{ N/mm}^2$,
- Limite d'élasticité : $R_e = 490 \text{ N/mm}^2$,
- Dureté Brinell d'environ 150,
- Facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$,
- Module d'Young : $E = 210000 \text{ MPa}$,
- Coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$
- Densité : $\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$

2.4.2 Géométrie de la poutre

La géométrie de la poutre est un parallélépipède de longueur 140 mm, de largeur 20 mm, et d'épaisseur 10 mm. Voir figure 16.

2.4.3 Les appuis

On introduit deux appuis aux extrémités de la poutre l'une simple et l'autre double. Voir figure 16.

2.4.4 Effort appliqué

On applique deux charge 2500 N perpendiculaire à la poutre. Voir figure 16.

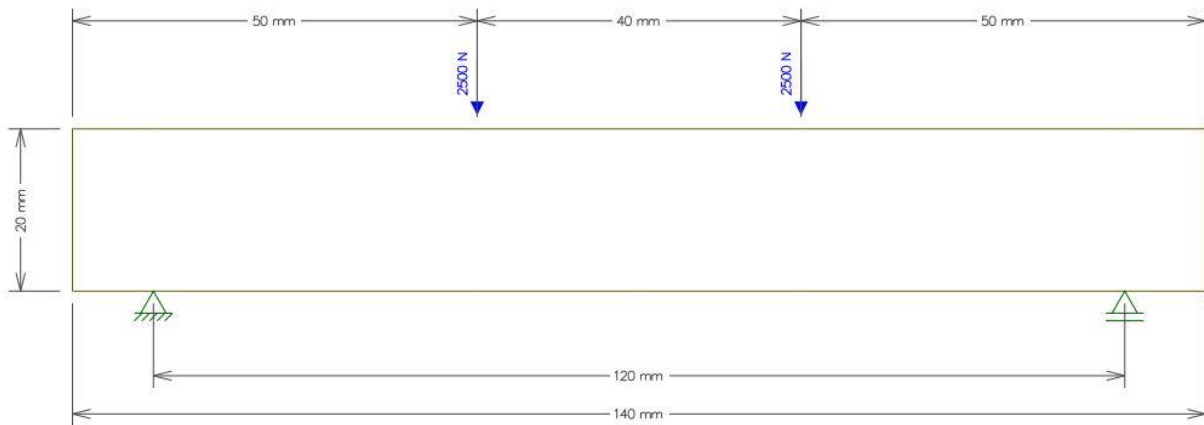


Figure 15 – Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion 4 points sans fissure.

2.4.5 Modélisation de la poutre en flexion 4 points sans fissure par RDM6

Les principaux résultats de la simulation de la poutre en flexion 4 points sans fissure par RDM6 sont illustrés dans les figures suivantes :

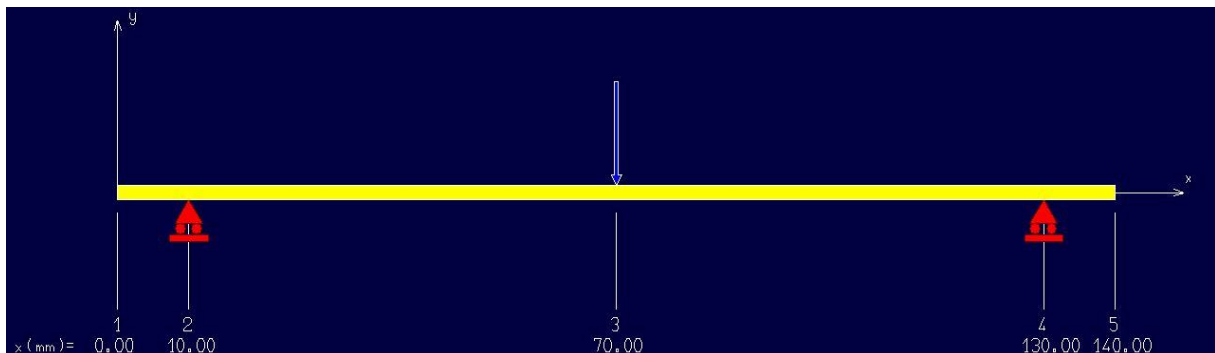


Figure 16 – Modélisation de la poutre en flexion 4 points sans fissure par RDM6

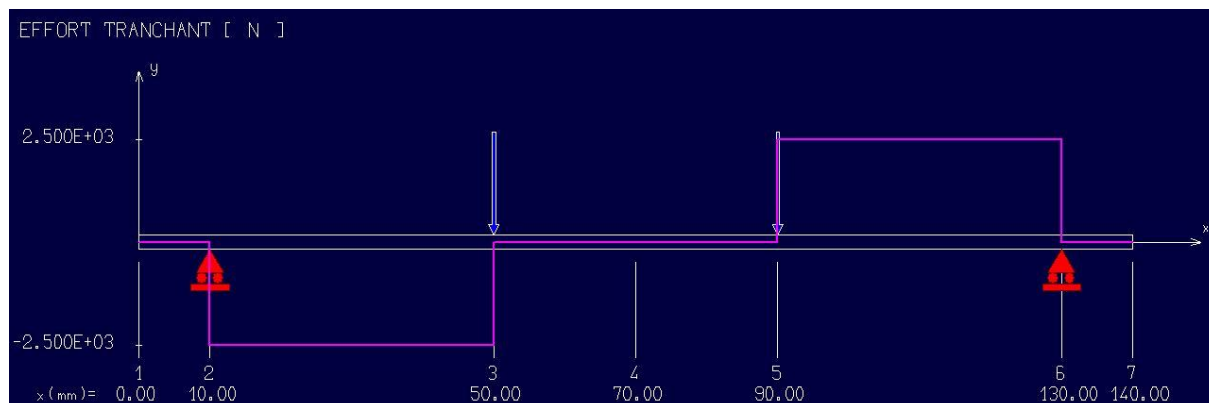


Figure 17 – Efforts tranchant [N] en flexion 4 points

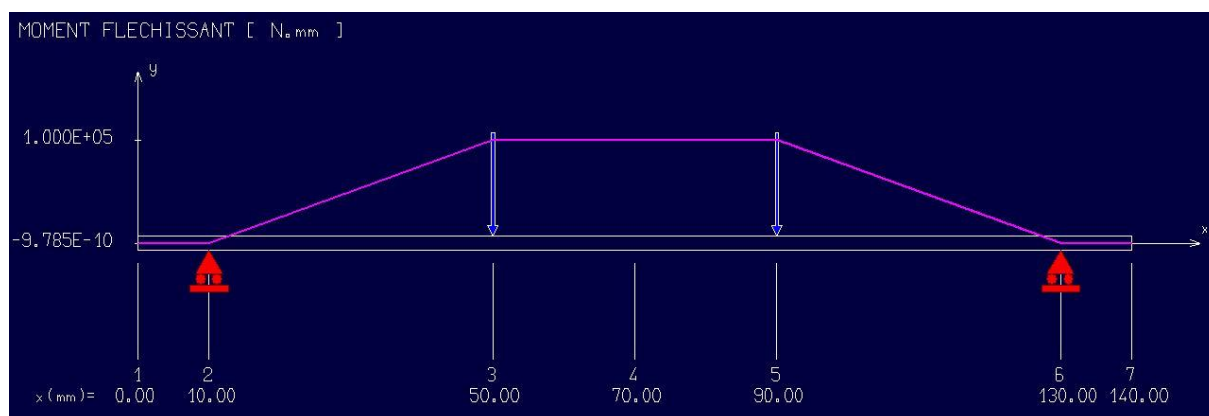


Figure 18 – Moment fléchissant [N.mm] en flexion 4 points

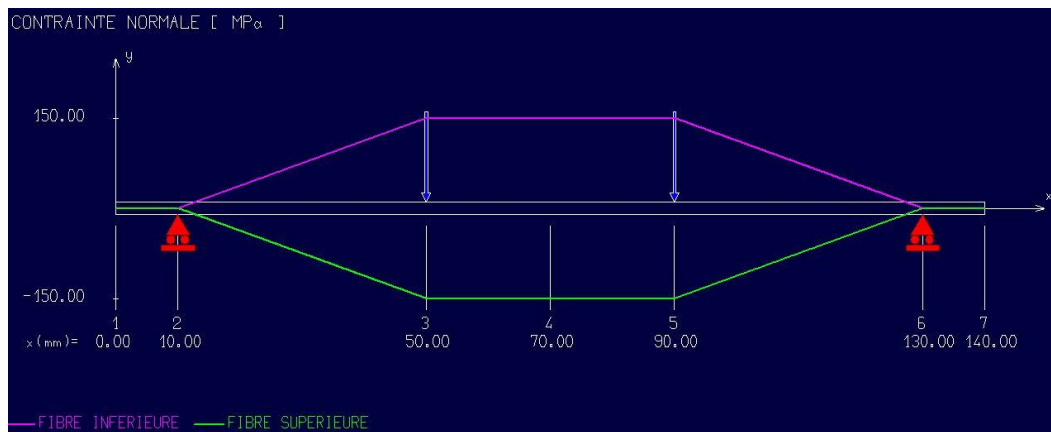


Figure 19 – Contrainte Normale [MPa] en flexion n 4 points

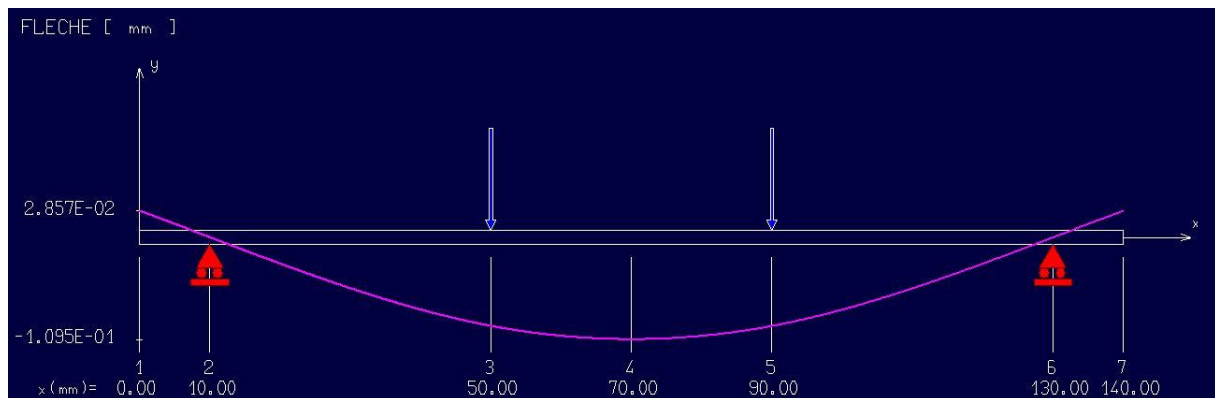


Figure 20 – Flèche [mm] en flexion 4 points

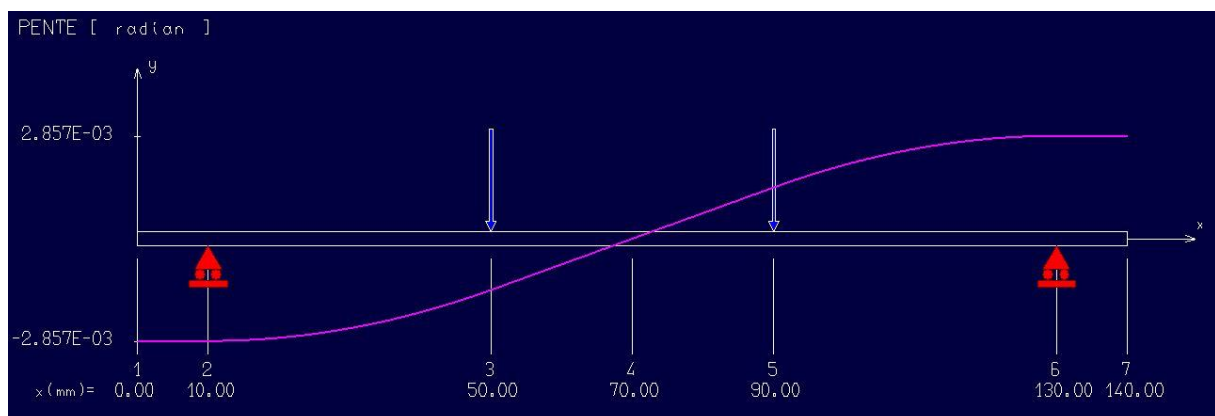


Figure 21 – Pente [radian] en flexion 4 points

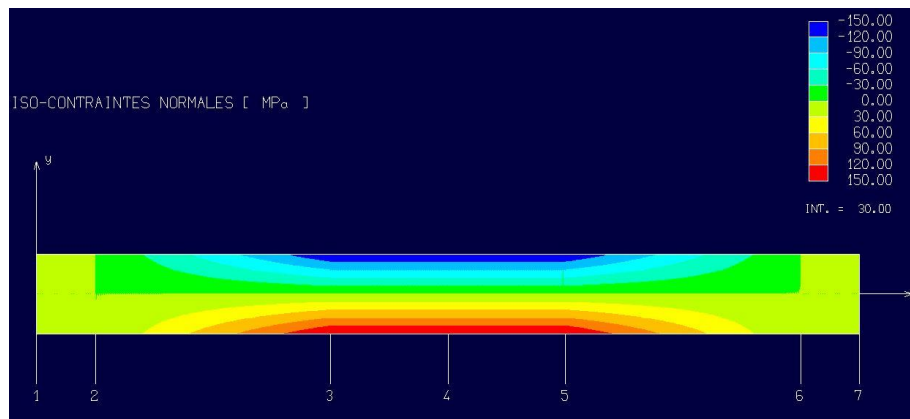


Figure 22 – Iso-constraint normale en flexion 4 points

2.4.6 Rapport de calcul de la flexion 4 points par RDM6

+-----+

| Flexion d'une poutre droite |

+-----+

Utilisateur : ETUDIANT TIPAZA

Nom du projet : E:\A 2022 2023\MASTER\MASTER 2\image F4\flexion 4

Date : 23 avril 2023

+-----+

| Données du problème |

+-----+

+-----+

| Matériau |

+-----+

Nom du matériau = Acier

Module de Young = 210000 MPa

Masse volumique = 7850 kg/m³

Limite élastique = 490 MPa

+-----+

| Nœuds [mm] |

+-----+

Nœud 1 : x = 0.000

Nœud 2 : x = 10.000

Nœud 3 : x = 50.000

Nœud 4 : x = 70.000

Nœud 5 : x = 90.000

Nœud 6 : x = 130.000

Nœud 7 : x = 140.000

+-----+

| Section(s) droite(s) |

+-----+

Nœuds 1 --> 7

Rectangle plein : LY = 20.0 LZ = 10.0 (mm)

Aire = 2.00 cm²

Moment quadratique : Iz = 0.67 cm⁴

Fibre supérieure : vy = 10.00 mm Wel.z = 0.67 cm³

Fibre inférieure : $v_y = 10.00 \text{ mm}$ $W_{el.z} = 0.67 \text{ cm}^3$
Poids de la structure = 2.20 N ($g = 10.00 \text{ m/s}^2$)
 +-----+
| Liaison(s) nodale(s) |
 +-----+
Noeud 2 : Flèche = 0
Noeud 6 : Flèche = 0
 +-----+
| Cas de charge(s) |
 +-----+
Charge nodale : Noeud = 3 $F_y = -2500.00 \text{ N}$ $M_z = 0.00 \text{ N.mm}$
Charge nodale : Noeud = 5 $F_y = -2500.00 \text{ N}$ $M_z = 0.00 \text{ N.mm}$

2.5 Conclusion de chapitre II (Comparaison sans fissure-Approche RDM)

A la fin de ce chapitre on constate deux résultats importants des deux chargements étudiés (flexion trois et quatre points) :

- 1- Les résultats obtenus avec le logiciel RDM6 des deux chargements étudiés (flexion trois et quatre points) sont conformes aux résultats obtenus théoriquement.
- 2- En comparant les diagrammes des efforts tranchants et des moments fléchissant des deux chargements étudiés (flexion trois et quatre points), on trouve :
 - La flexion trois points a seulement deux zones de flexion simple, tandis que :
 - La flexion quatre points a trois zones : deux zones de flexion simple aux deux côtés gauche et droit, et zone de flexion pure au milieu de diagramme, ce qui nous mène à faire l'étude suivante de la flexion trois et quatre points à la rupture en utilisant le logiciel Franc2D.

Chapitre III

Etude de la flexion de la poutre a la rupture avec Franc2D

Chapitre III : Etude et modélisation de la flexion a la rupture avec Franc2D

3.1 Introduction

Dans ce chapitre on présente la méthode de simulation de la flexion trois et quatre point de la poutre à la rupture par le logiciel Franc2D (**Fracture Analysis Code 2D**) et les principaux résultats trouvés, en suivant les points suivants :

- Modélisation numérique en utilisant le logiciel CASCA et Franc2D
- Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion
- CASCA
 - Dessin avec CASCA
 - Le maillage avec CASCA
 - Sauvegarde de fichier.csc avec CASCA
- Simulation de la flexion 3 point avec Franc2D
 - Ouverture de fichier.inp avec Franc2D
 - Condition aux limites
 - Simulation sans fissure avec Franc2D (flexion 3 point)
 - Simulation avec fissure avec Franc2D (flexion 3 point)
 - Propagation de la fissure
 - Calcul de $K_I(a)$
 - Courbe $K_I(a)$ et longueur de fissure critique

- Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 3 points
 - ETAPE 1 : fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm
 - ETAPE 2 : fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm
 - ETAPE 3 : fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm
 - ETAPE 4 : fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm
 - Variation de la longueur de fissure critique en fonction (e_m)
- Simulation de la flexion 4 point à la rupture avec Franc2D
 - Chargement
 - Propagation de la fissure
 - Calcule $K_I(a)$
 - Courbe $K_I(a)$ et longueur de fissure critique a_c au milieu de la poutre 4 points.
 - Contraintes σ_y de la poutre en flexion 4 pts avec une fissure au milieu
 - Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 4 points
 - E TAPE 1 : fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm
 - E TAPE 2 : fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm
 - ETAPE 3 : fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm
 - ETAPE 4 : fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm
 - Variation de la longueur de fissure critique (a_c) en fonction de (e_m)

3.2 Modélisation numérique en utilisant le logiciel CASCA et Franc2D

-CASCA

Signifier « **Computer-Aided System for Concurrent Analysis** », qui est un logiciel de simulation et d'analyse de systèmes mécaniques complexes.

CASCA permet aux ingénieurs et aux concepteurs de systèmes mécaniques de simuler le comportement d'un système en réponse à des conditions de charge différentes, d'identifier les zones de contrainte et de déformation élevées, et de prendre des décisions de conception éclairées pour optimiser la performance du système.

Le logiciel CASCA utilise des techniques avancées de modélisation par éléments finis pour analyser les structures mécaniques, ainsi que des outils de visualisation 3D pour aider les utilisateurs à comprendre la réponse du système aux différentes conditions de charge. Les fonctionnalités avancées de CASCA incluent la modélisation dynamique, la simulation d'impact et de perte de contact, et l'analyse de la fatigue.

En résumé, CASCA pour la mécanique est un logiciel de simulation et d'analyse avancé qui permet aux ingénieurs de concevoir et d'optimiser des systèmes mécaniques complexes en évaluant leur comportement sous différentes conditions de charge. [12]

-Franc2D

Signifier « Fracture analysis code 2 Dimensions », est un logiciel de modélisation et de simulation numérique qui permet d'analyser le comportement mécanique de matériaux et de structures en deux dimensions. Le logiciel a été développé par l'École nationale supérieure des arts et industries textiles (ENSAIT) de Roubaix, en France, et il est utilisé dans le domaine de la recherche scientifique et de l'industrie.

Franc2D utilise la méthode des éléments finis pour résoudre les problèmes de mécanique des solides et des structures. Il permet de modéliser des structures complexes telles que des assemblages de pièces, des structures composites et des matériaux anisotropes.

Le logiciel Franc2D est capable de résoudre des problèmes de statique et de dynamique, y compris les analyses de vibration et de fatigue. Il est également utilisé pour la modélisation de l'endommagement et de la rupture des matériaux, ainsi que pour l'analyse de la propagation des fissures.

Le logiciel Franc2D dispose d'une interface utilisateur conviviale qui permet aux utilisateurs de définir les paramètres de simulation et de visualiser les résultats sous forme de graphiques et d'animations.

Le logiciel est également extensible grâce à une bibliothèque de modules complémentaires qui permettent de personnaliser et d'adapter l'outil en fonction des besoins spécifiques des utilisateurs.

En résumé, Franc2D est un logiciel de simulation numérique puissant qui permet de modéliser et d'analyser le comportement mécanique de structures et de matériaux en deux dimensions. Il est largement utilisé dans le domaine de la recherche et de l'industrie pour résoudre des problèmes complexes de mécanique des solides et des structures. **[12]**

3.3 Modèle mécanique et géométrique de la poutre en flexion

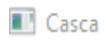
La poutre de notre étude est en acier non allié XC48 à faible teneur en carbone. Il est souvent utilisé pour la fabrication de pièces mécaniques et de pièces de machines. Les caractéristiques typiques de l'acier XC48 sont :

-Résistance à la traction : $R_m = 750 \text{ N/mm}^2$,

- Limite d'élasticité : $R_e=490 \text{ N/mm}^2$,
- Dureté Brinell d'environ 150,
- Facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$,
- Module d'Young : $E=210000 \text{ MPa}$,
- Coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$
- Densité : $\rho=7850 \text{ Kg/m}^3$

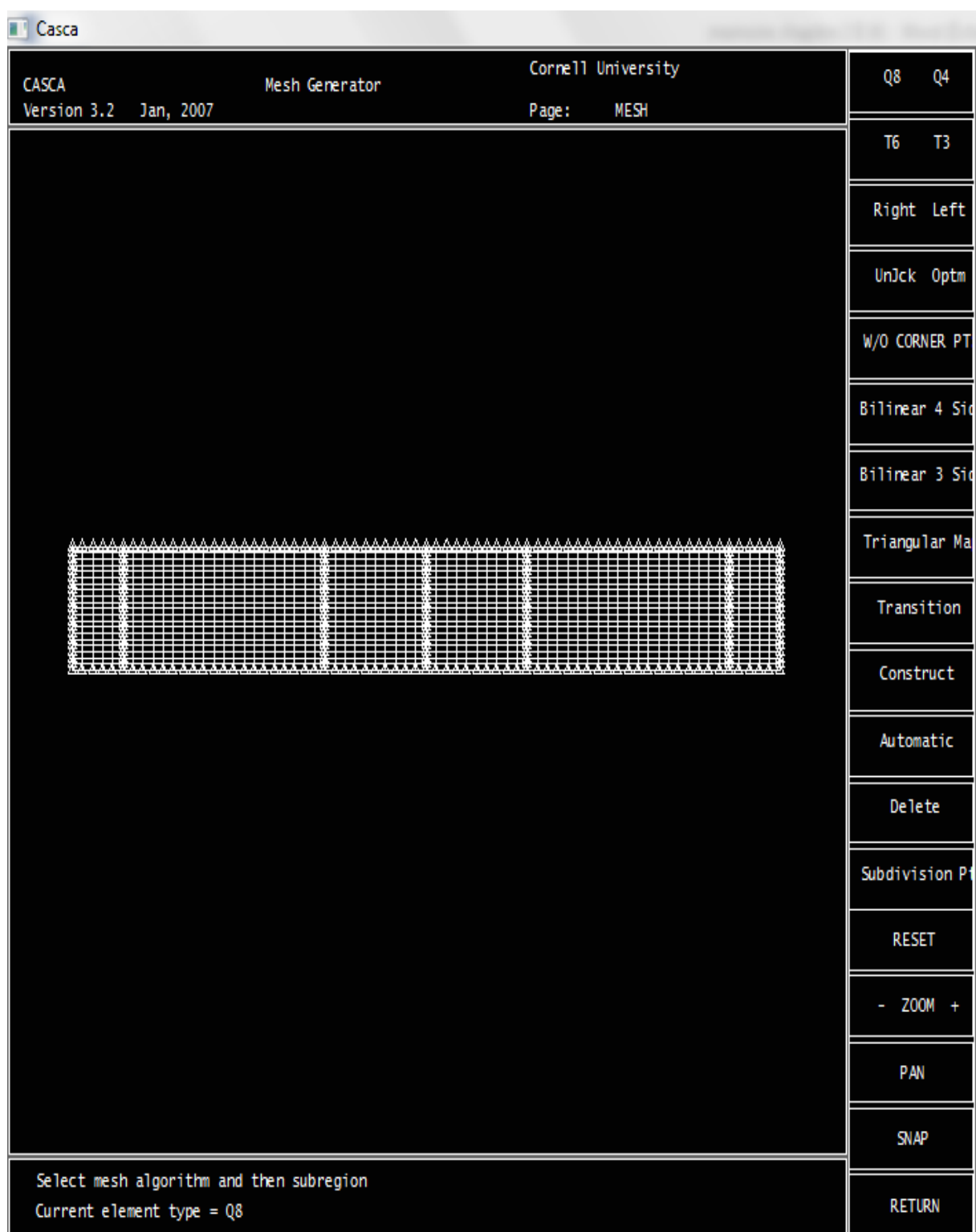
3.4 CASCA

3.4.1 Dessin avec CASCA

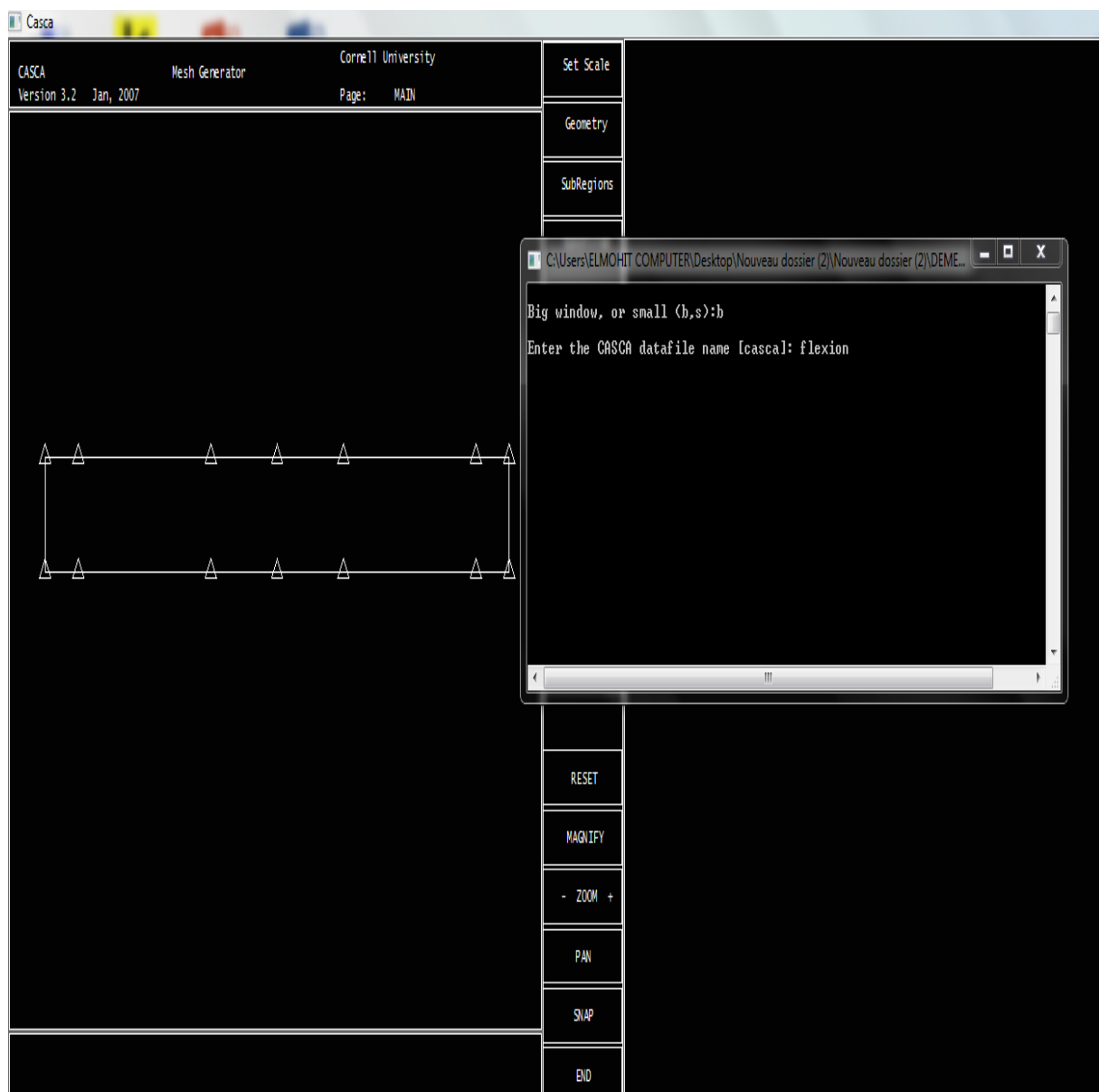


CASCA		Mesh Generator		Cornell University		
Version 3.2	Jan, 2007			Page:	MAIN	
						Set Scale
						Geometry
						SubRegions
						Subdivide
						Mesh
						Mesh Boundary
						Write Mesh
						Read
						Write
						Grid
						Read Grid
						RESET
						MAGNIFY
						- ZOOM +
						PAN
SNAP						
END						

3.4.2 Le maillage avec CASCA

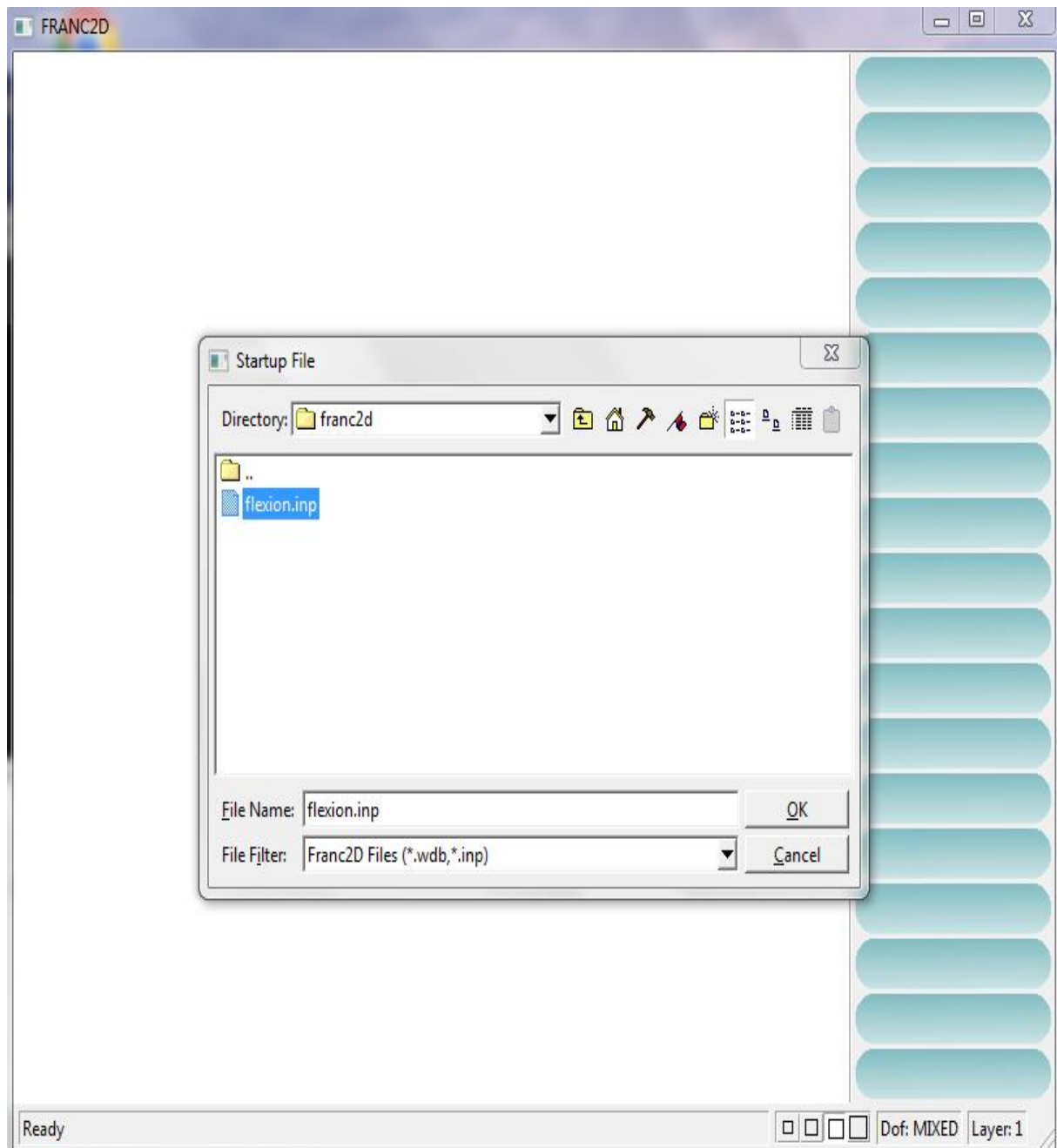


3.4.3 Sauvegarde de fichier.csc avec CASCA :

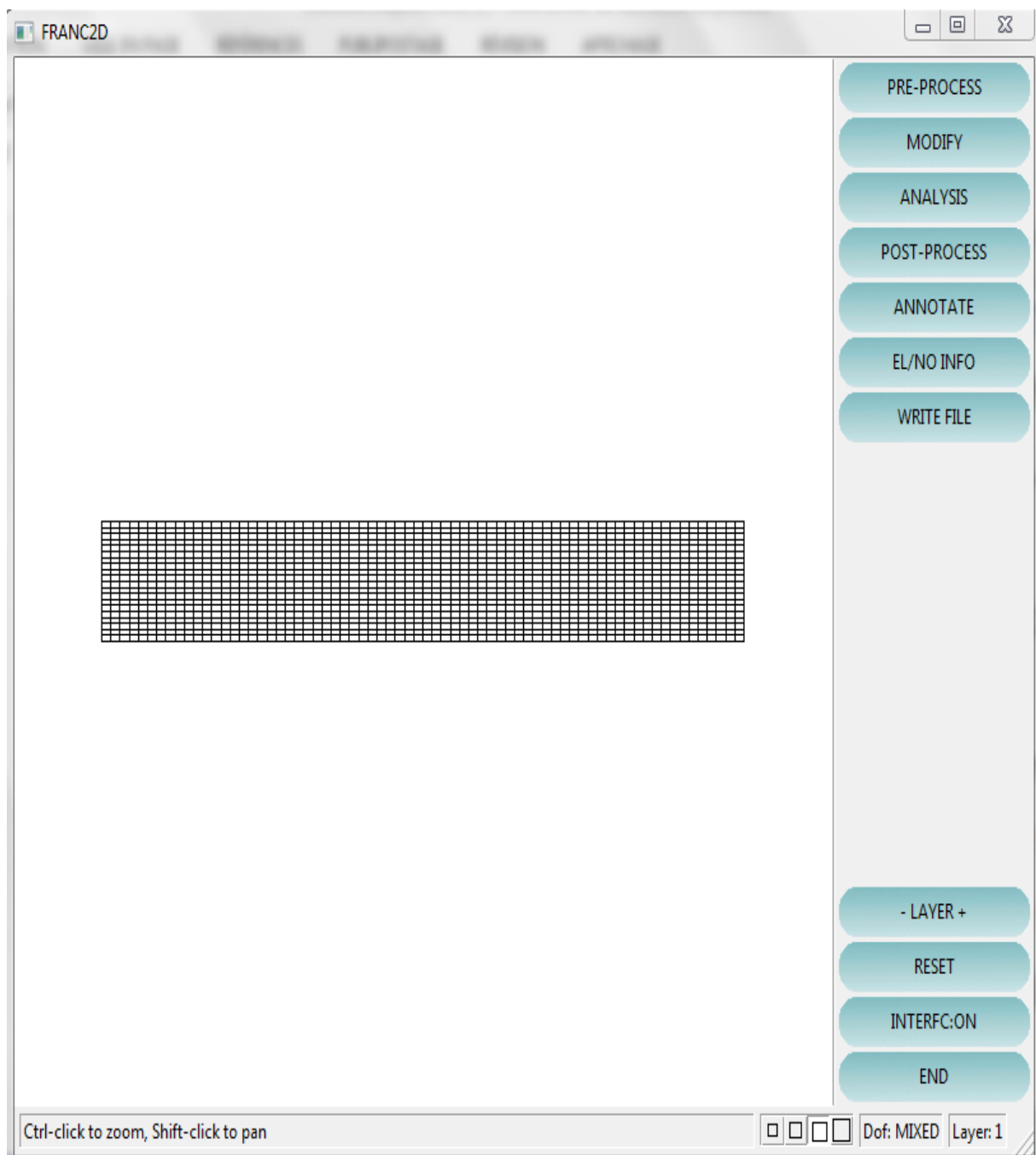


3.5 Simulation de la flexion 3 point avec Franc2D

3.5.1 Ouverture de fichier.inp avec Franc2D

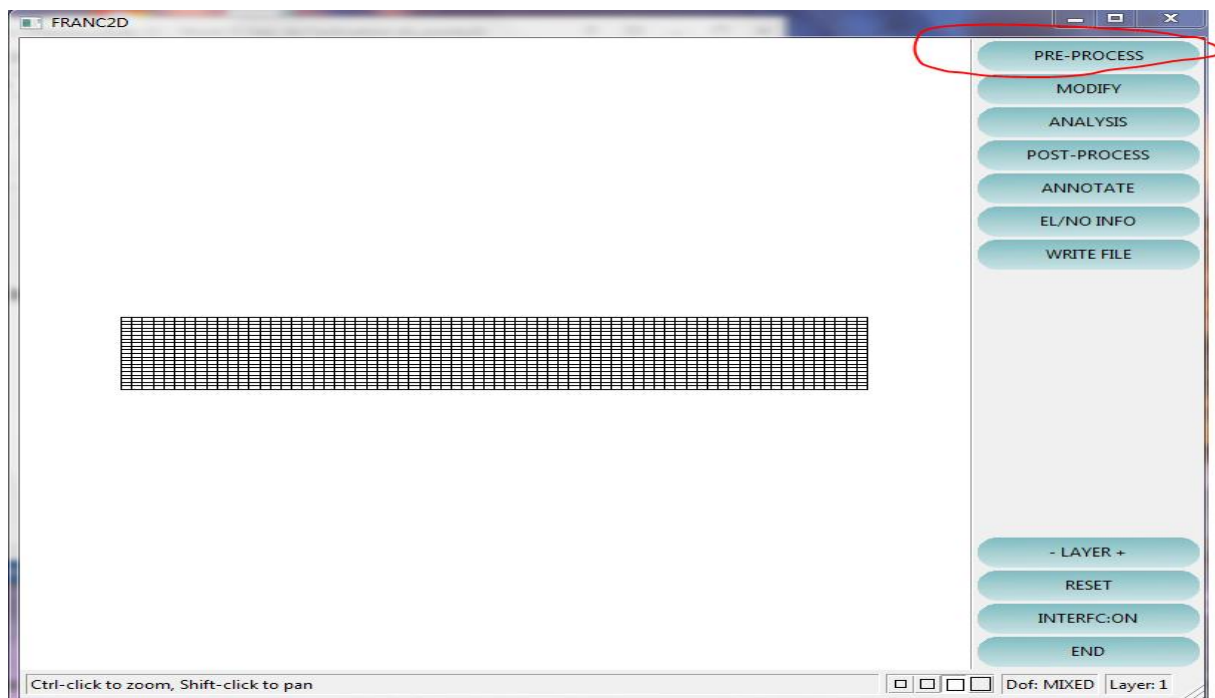


3.5.2 Chargement



3.5.3 Condition aux limites (appuis)

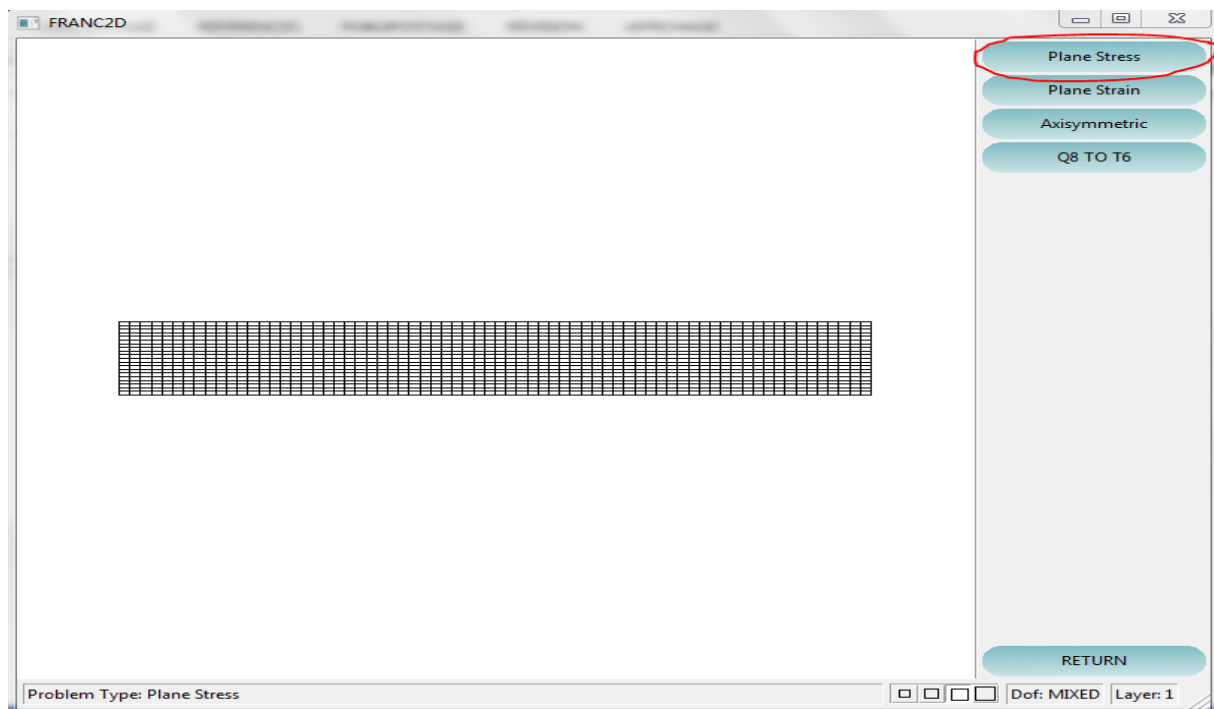
*ETAPE 1 :



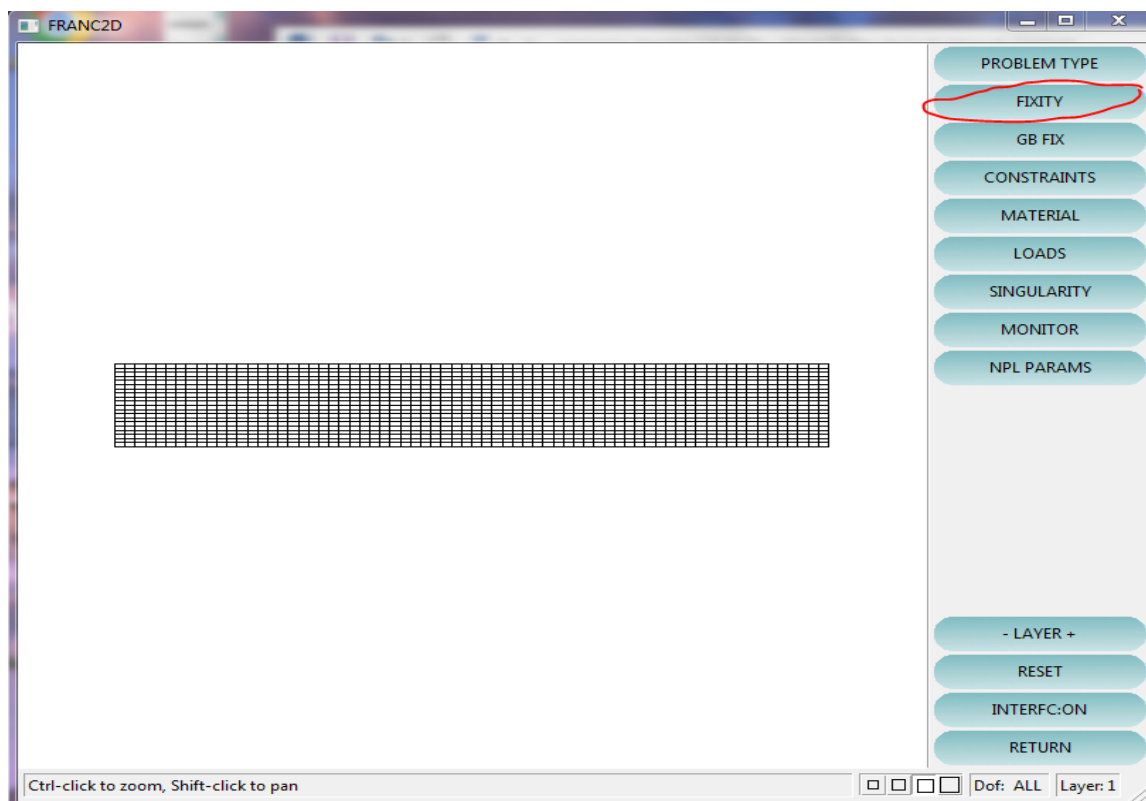
*ETAPE 2 :



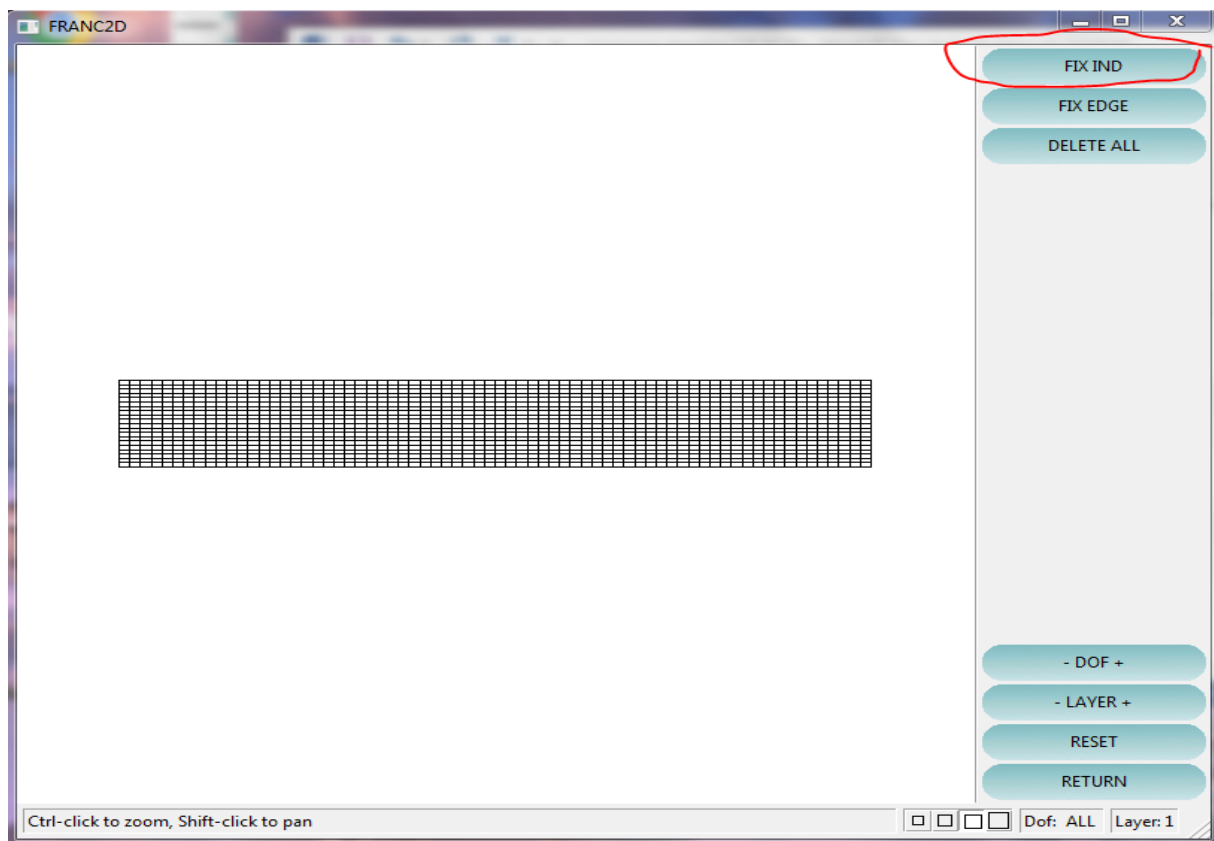
***ETAPE 3 :**



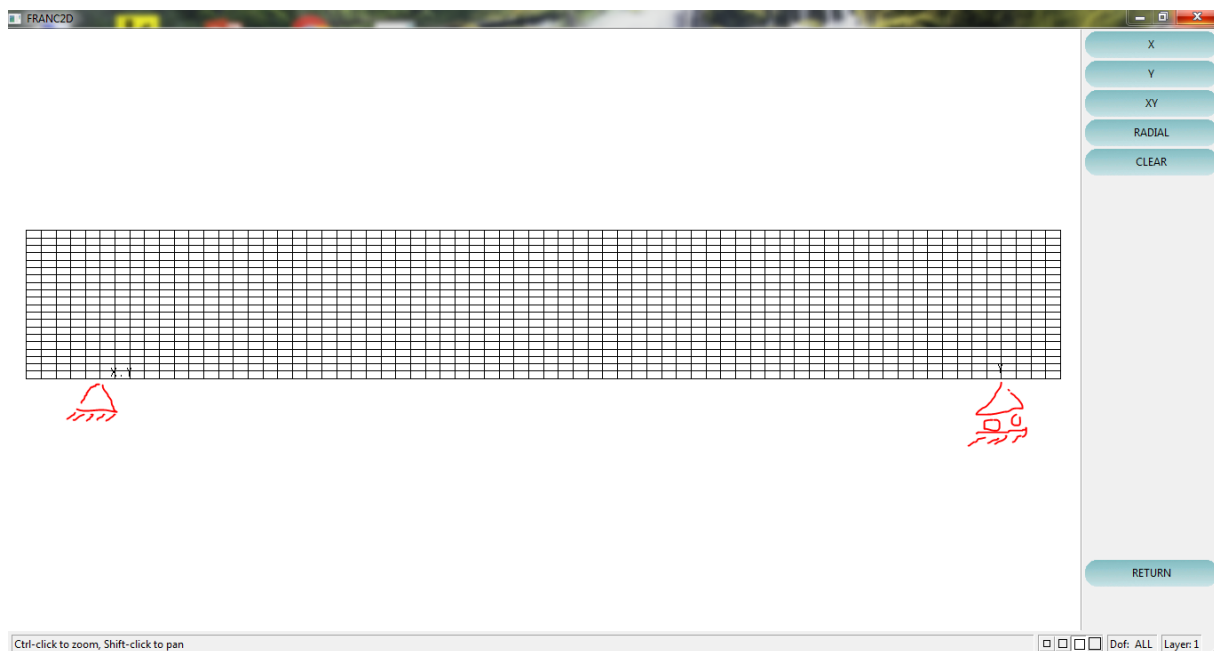
***ETAPE 4 :**



***ETAPE 5 :**

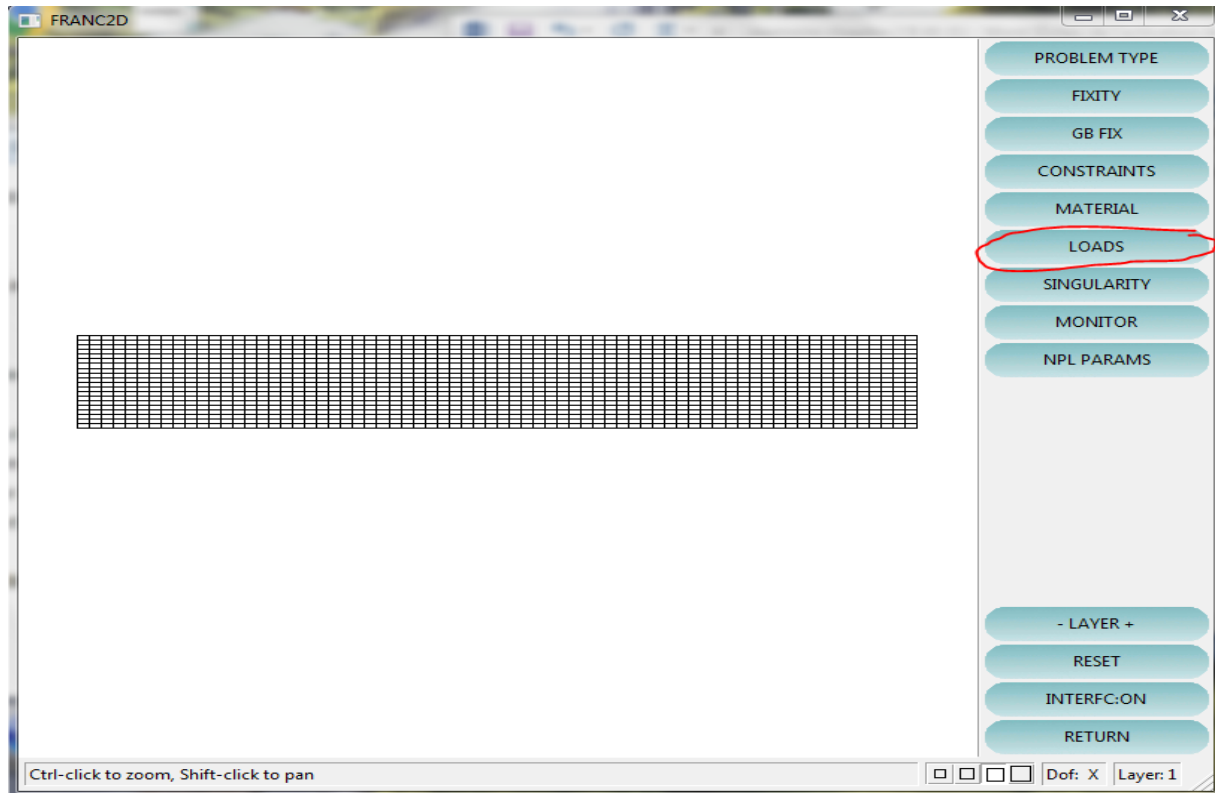


***ETAPE 6 :**

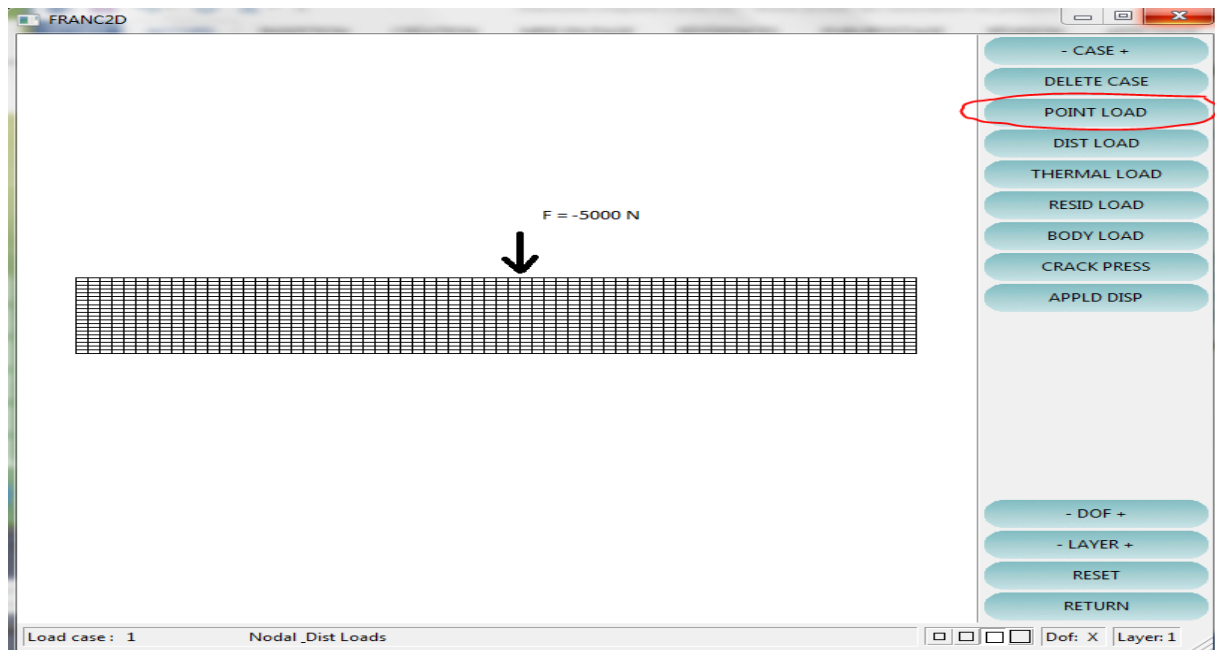


3.5.4 Simulation sans fissure avec Franc2d (flexion 3 point)

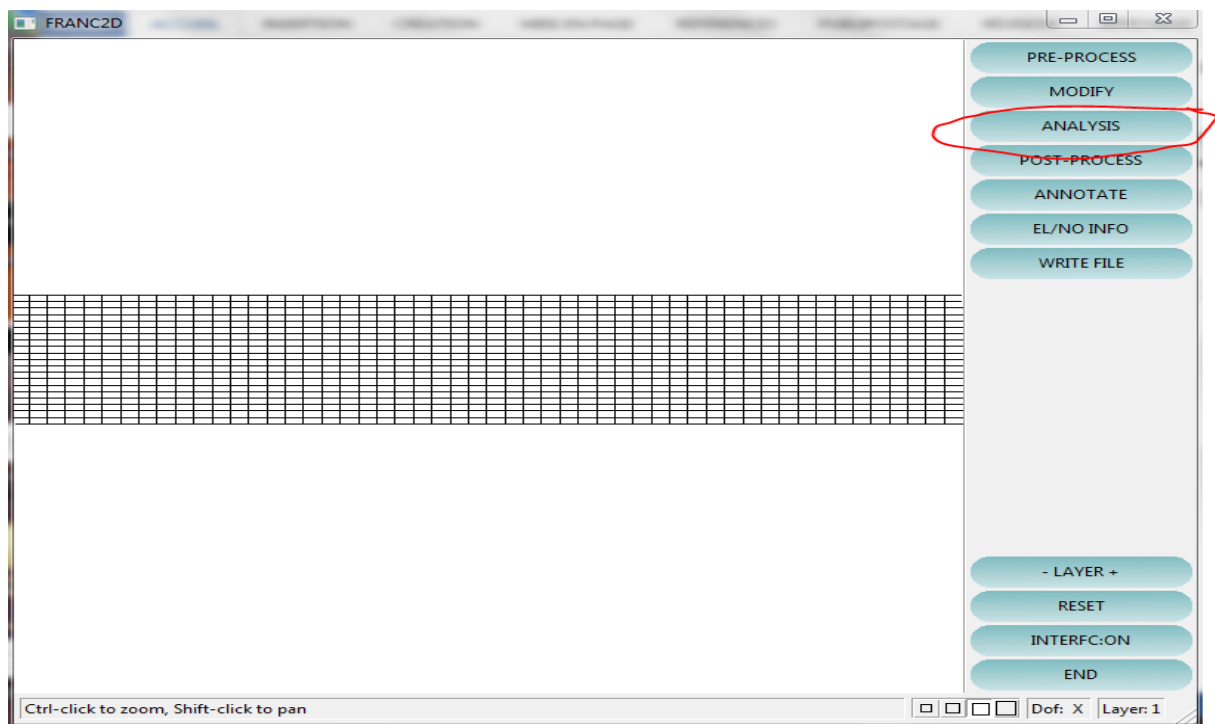
*ÉTAPE 1 :



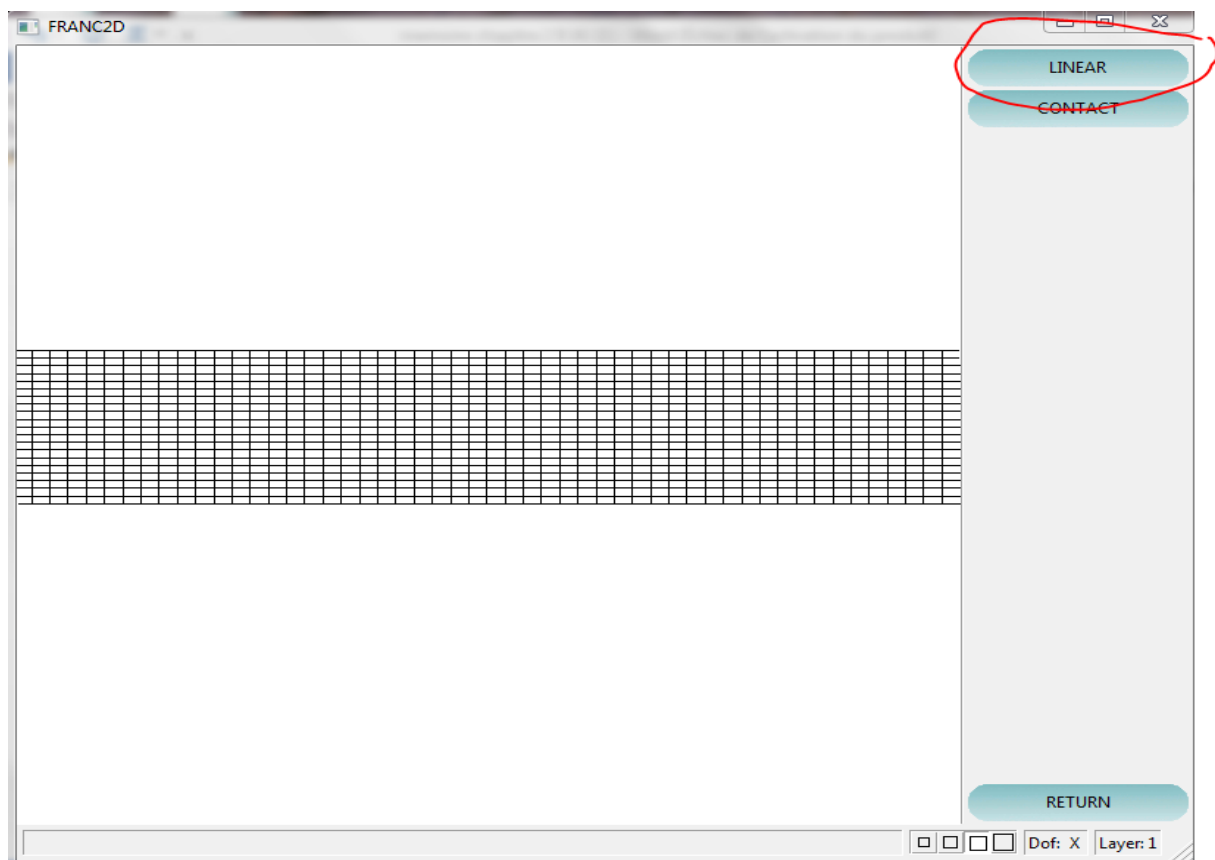
*ÉTAPE 2 :



***ÉTAPE 3 :**



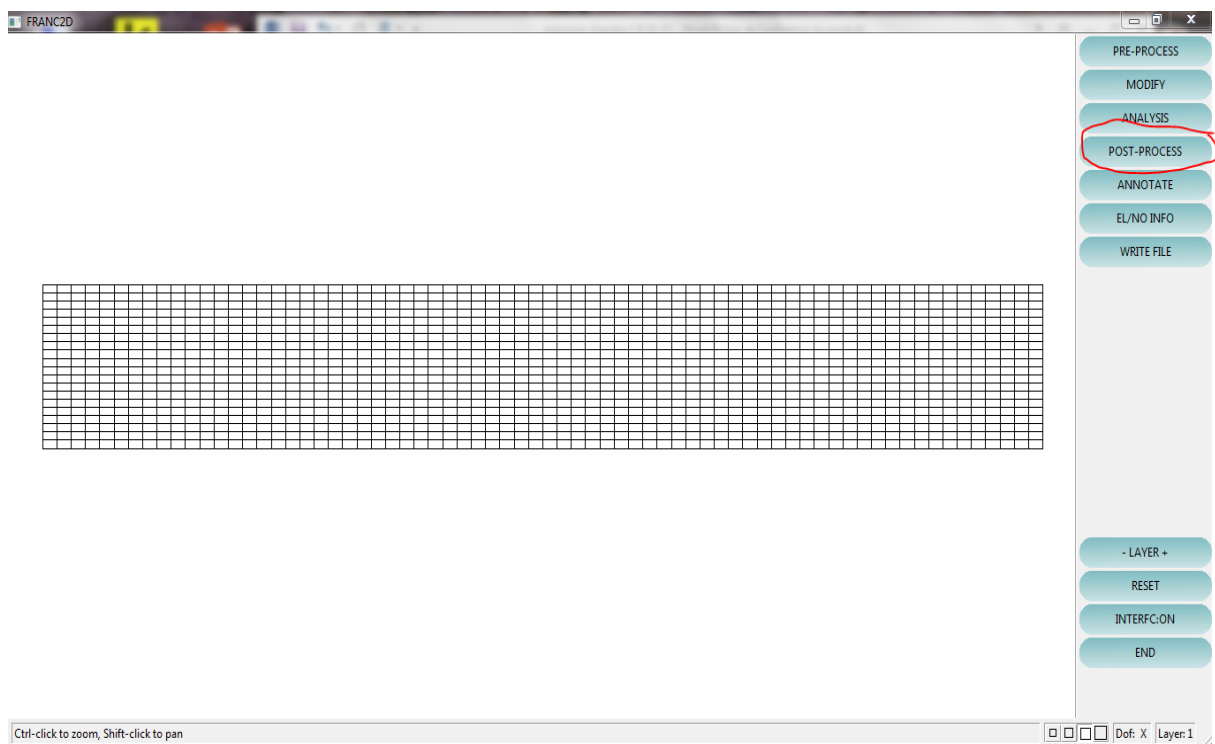
***ÉTAPE 4 :**



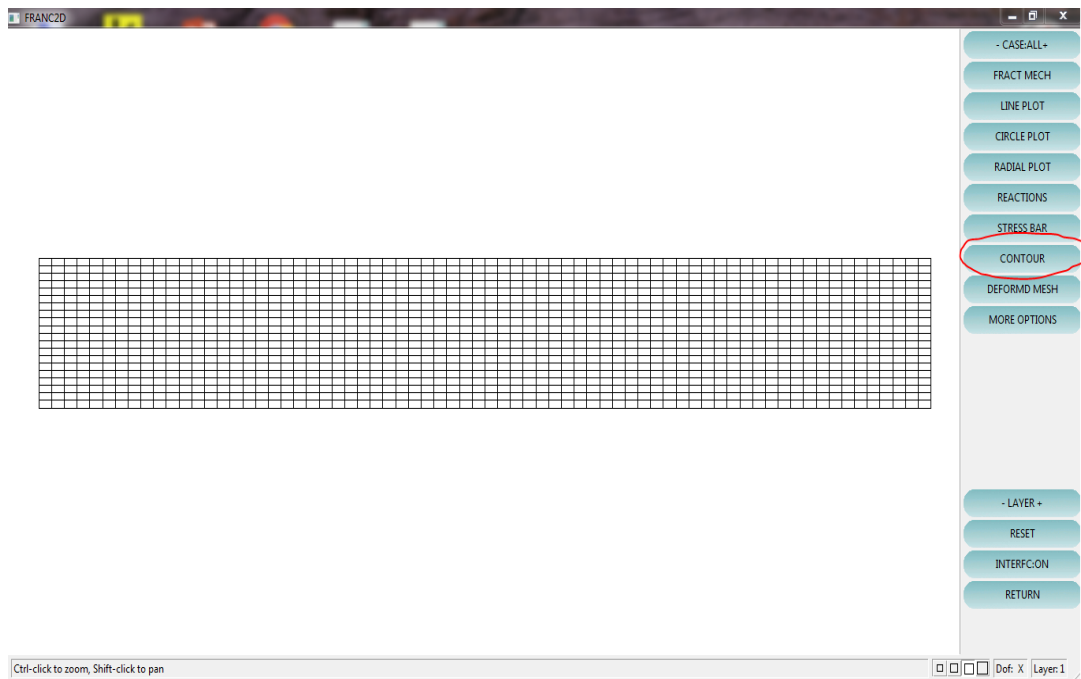
***ÉTAPE 5 :**



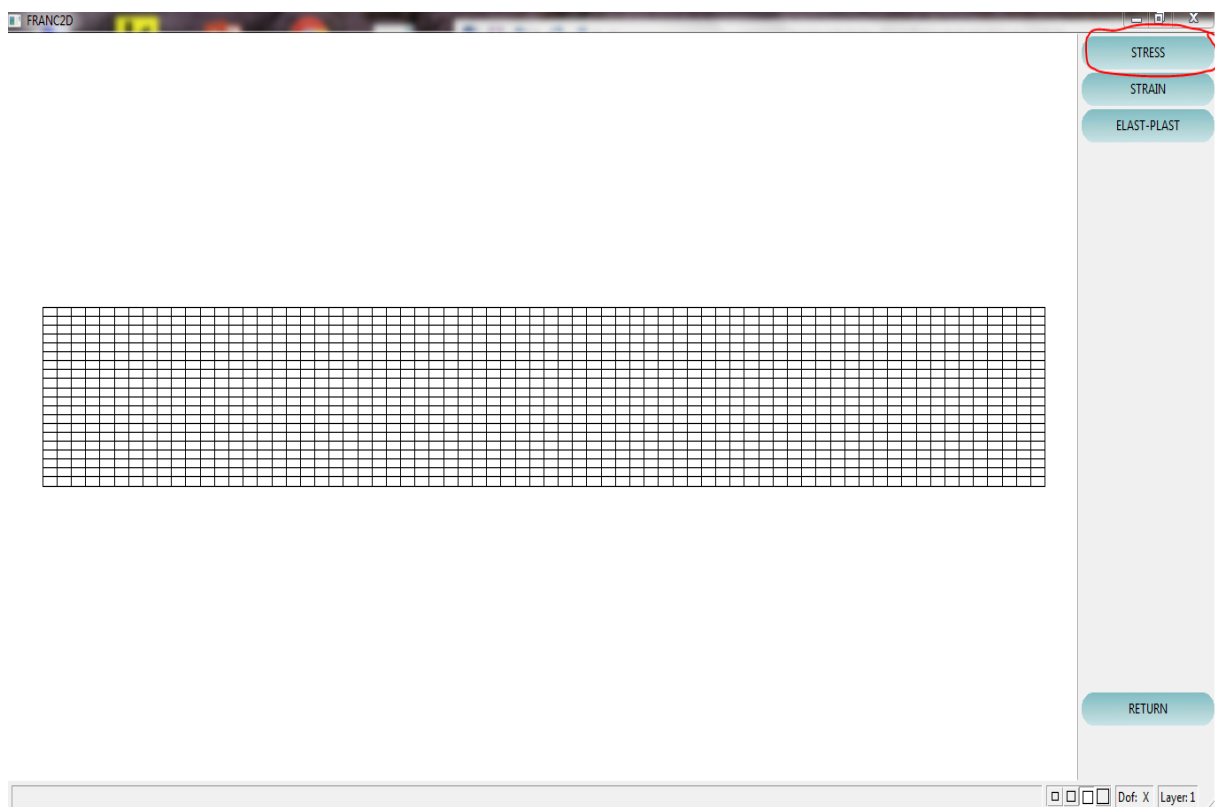
***ÉTAPE 6 :**



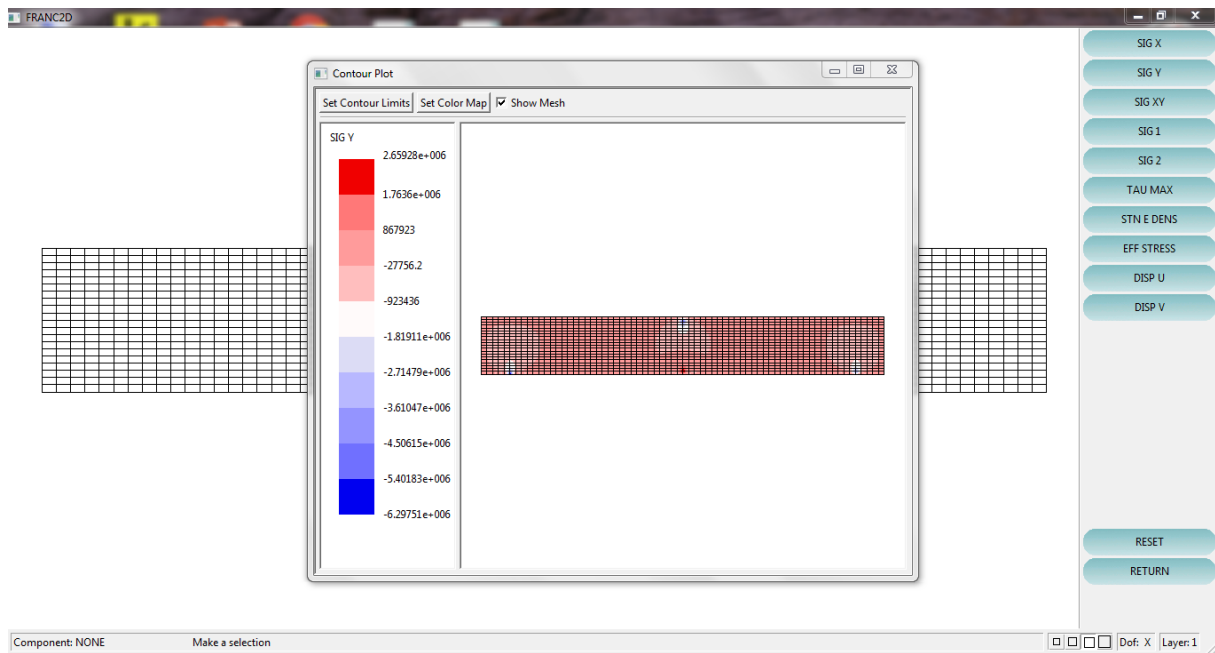
***ÉTAPE 7 :**



***ÉTAPE 8 :**

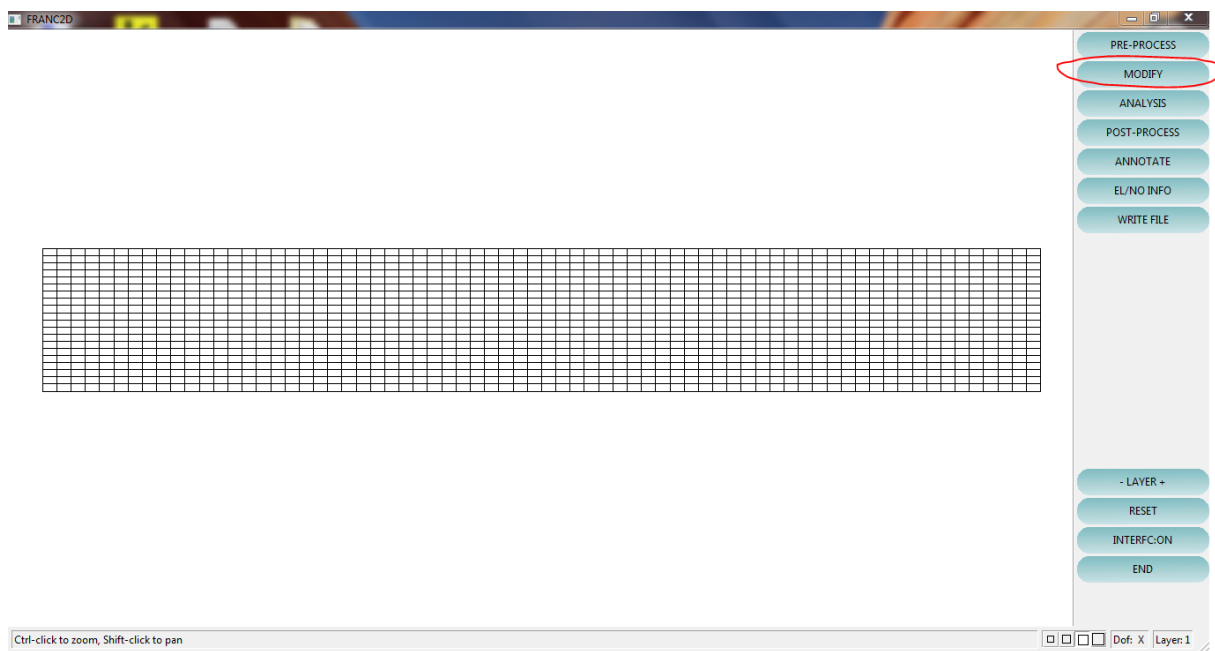


***ÉTAPE 9 :**

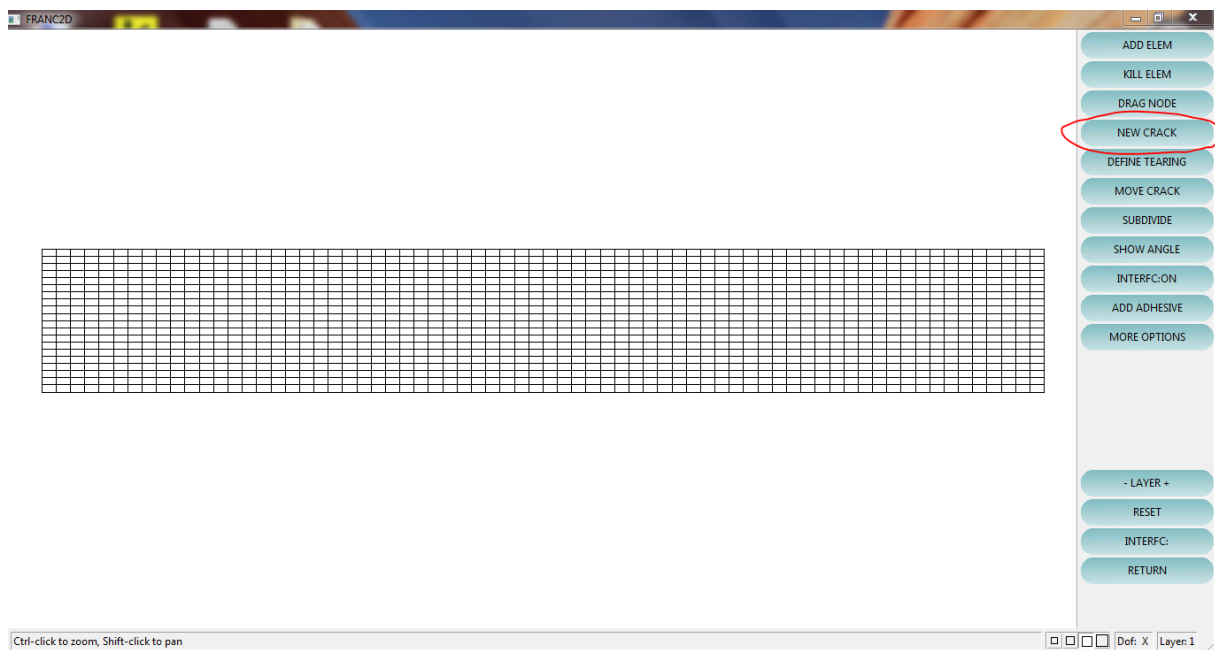


3.5.5 Simulation avec fissure avec Franc2d (flexion 3 point)

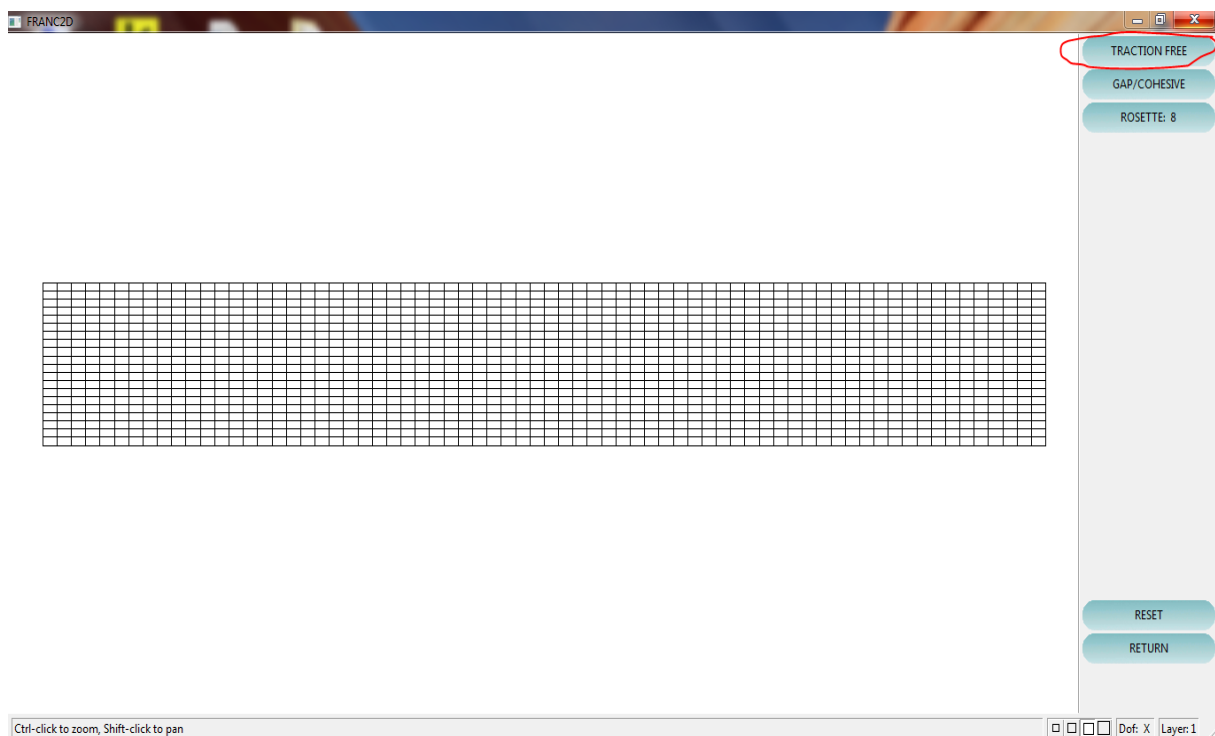
*ÉTAPE 1 :



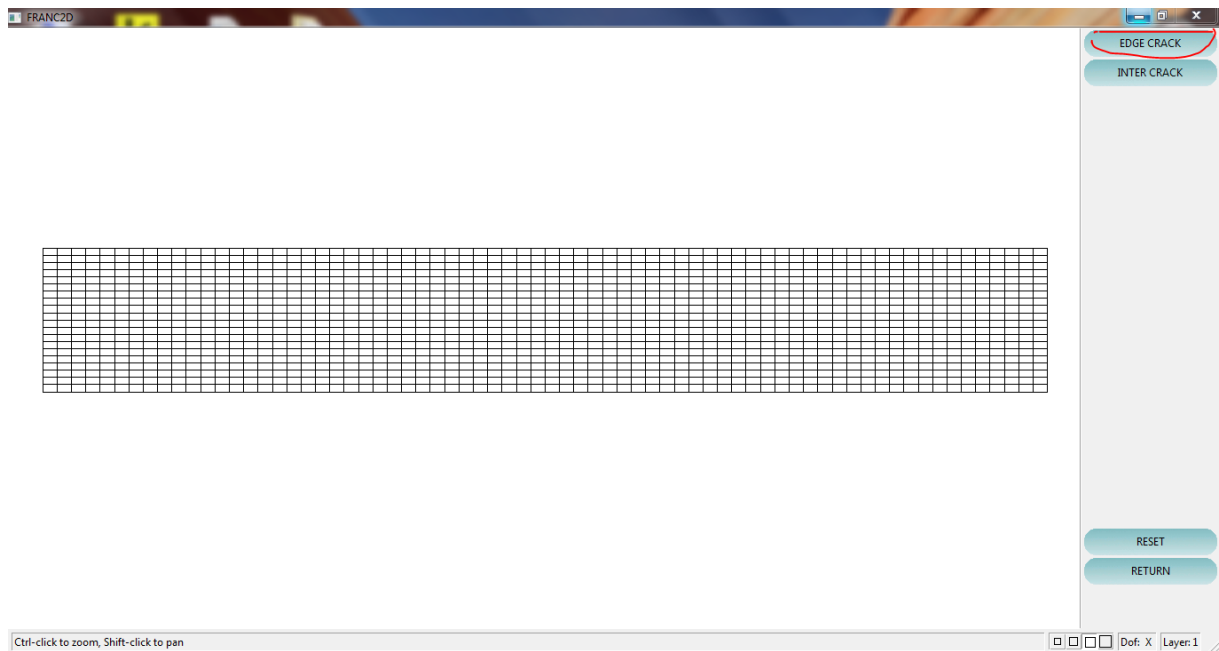
***ÉTAPE 2 :**



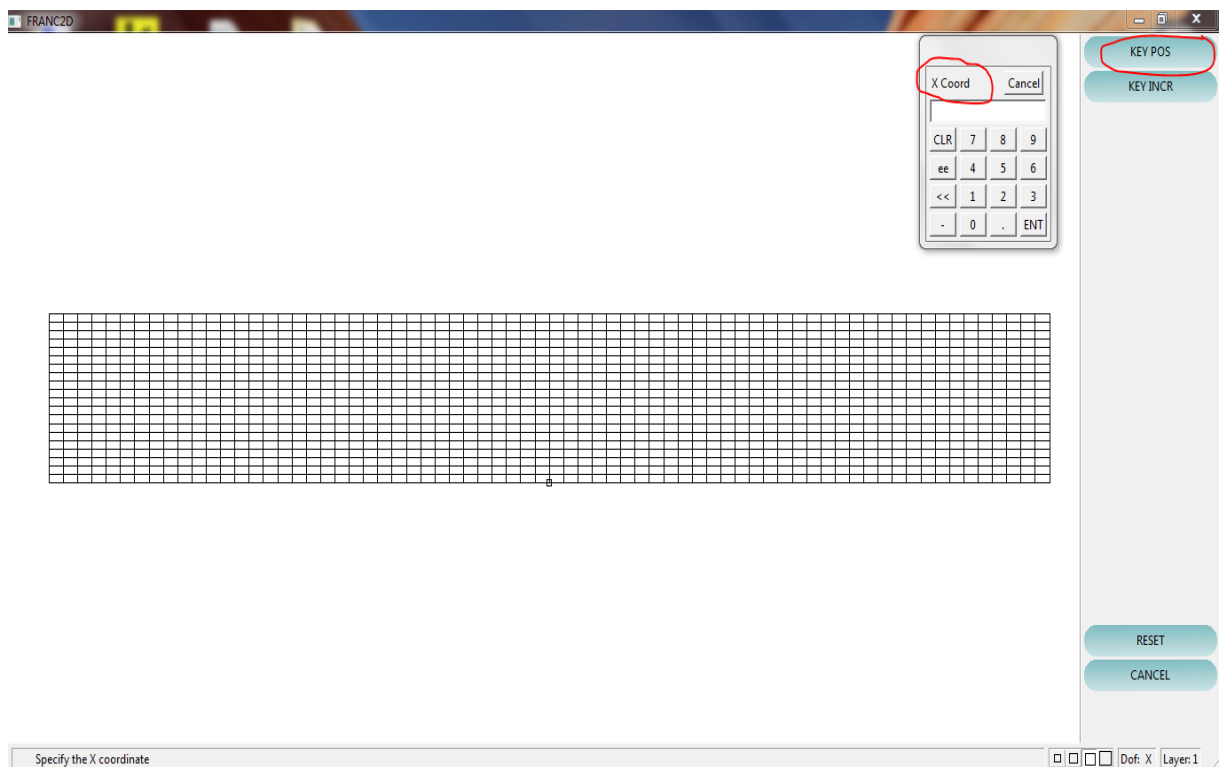
***ETAPE 3 :**



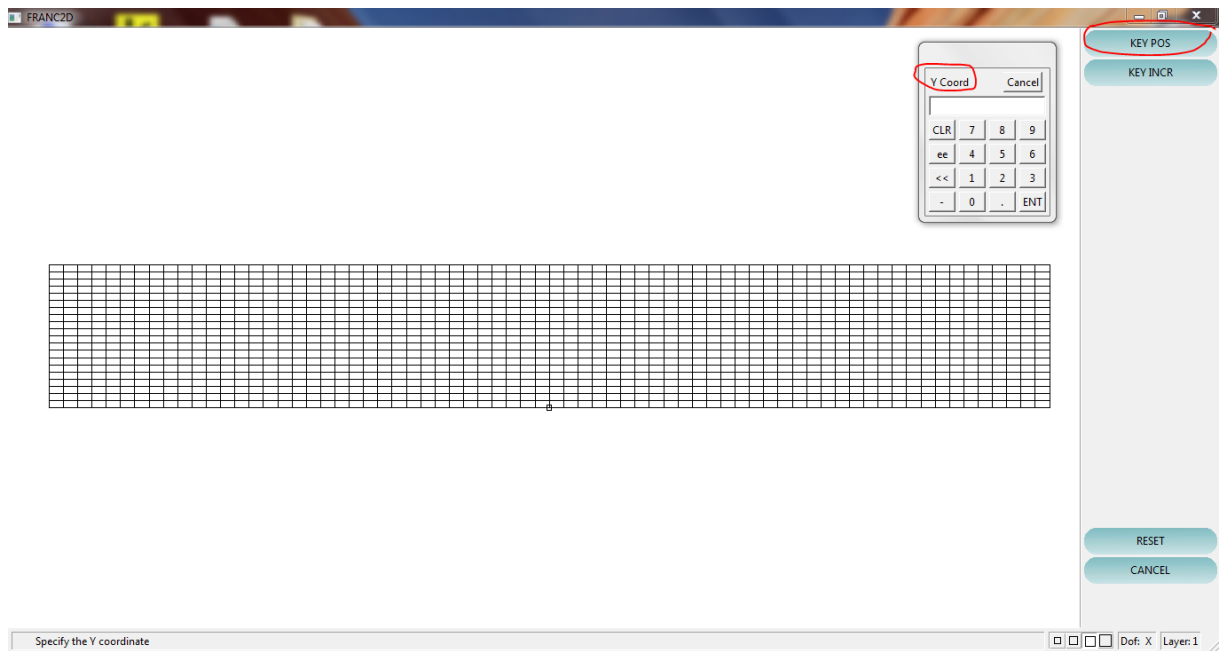
***ÉTAPE 4 :**



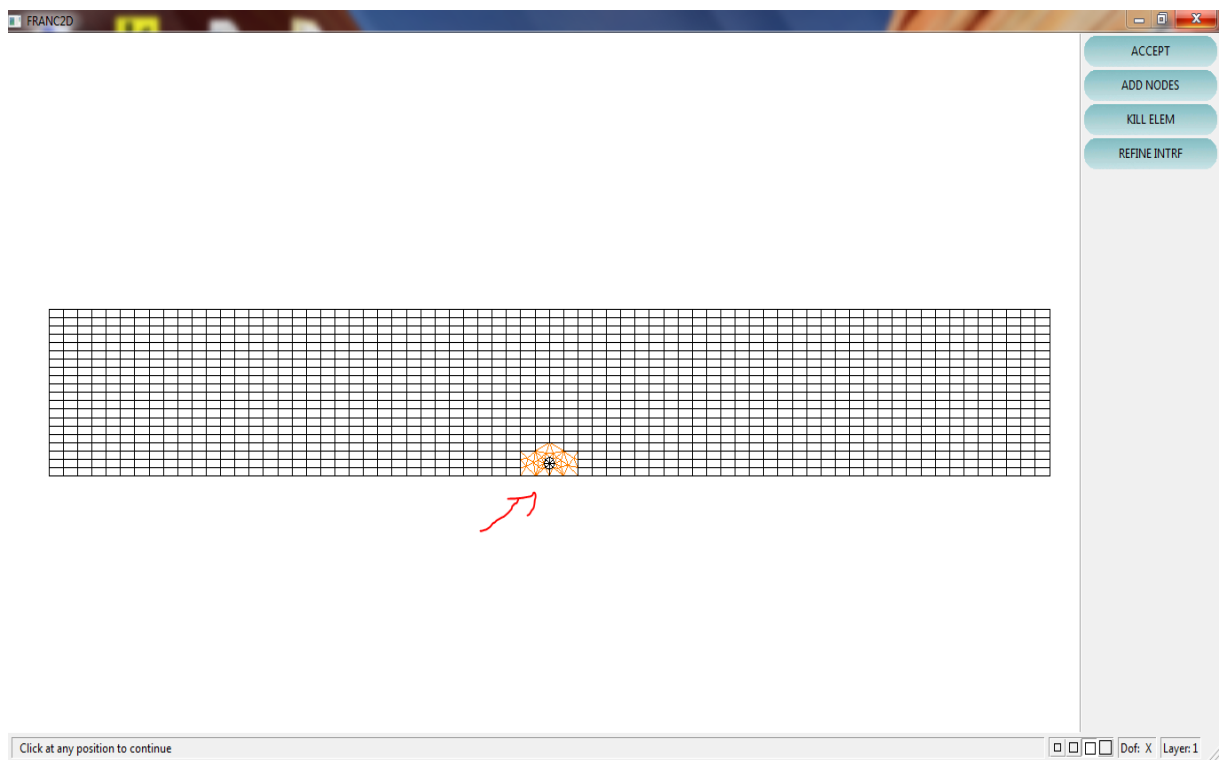
***ÉTAPE 5 :**



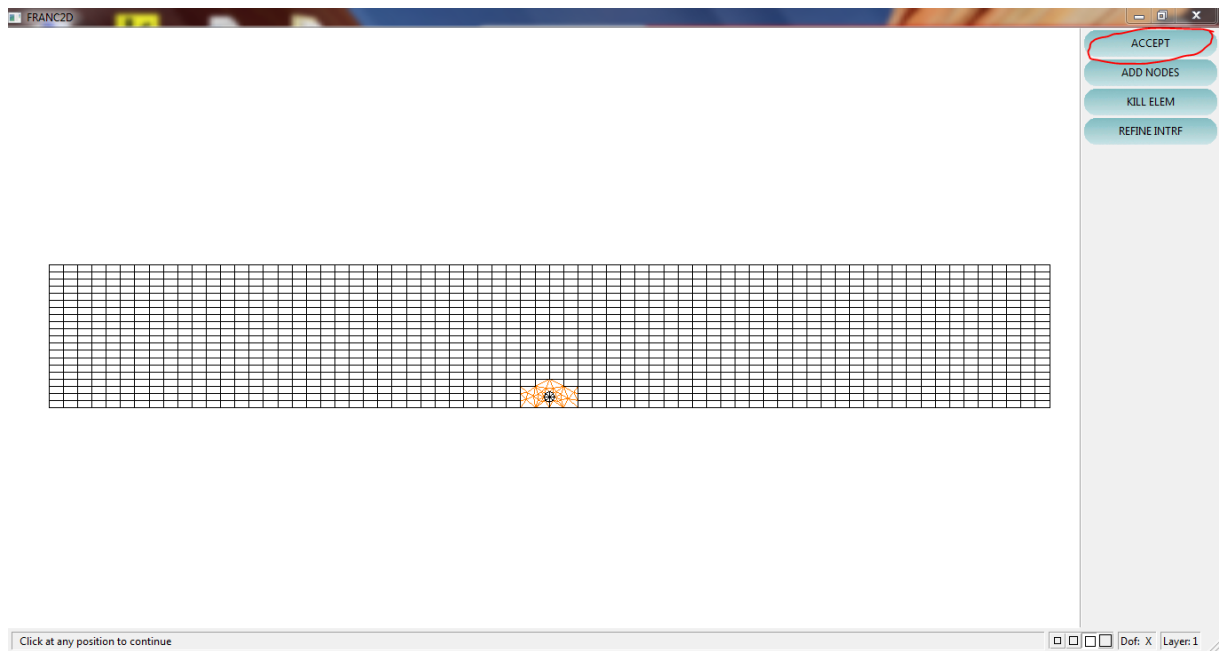
***ÉTAPE 6 :**



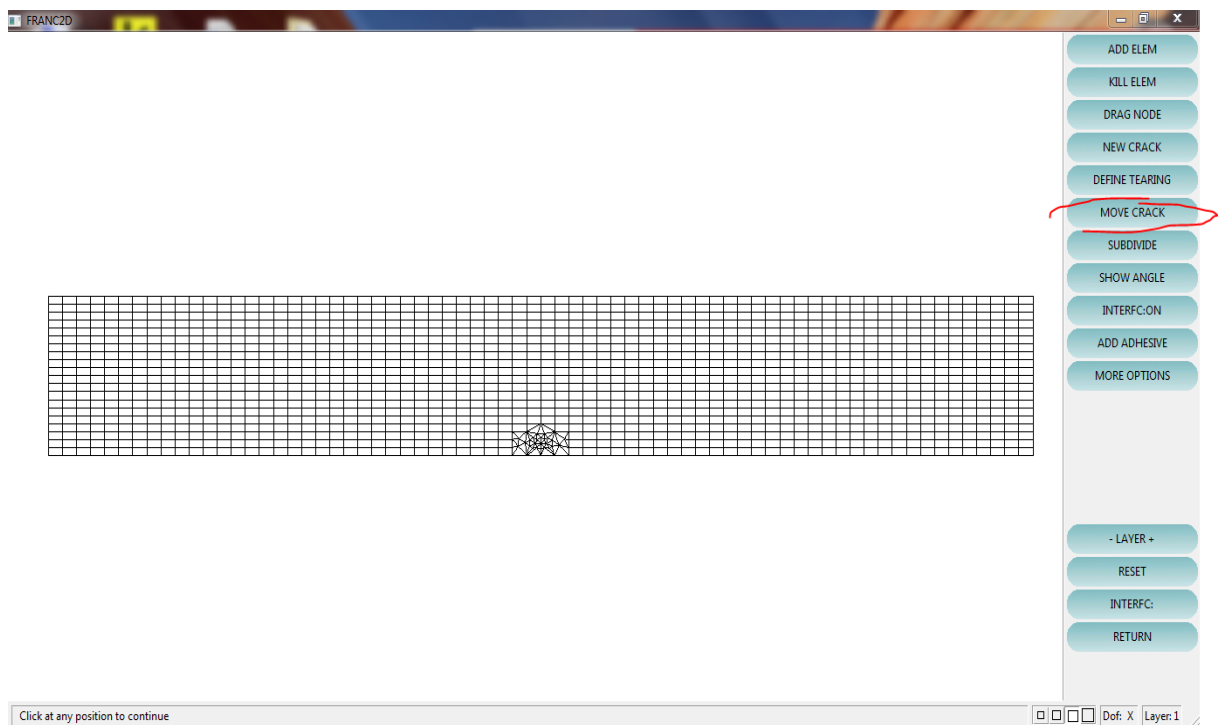
***ÉTAPE 7 :**



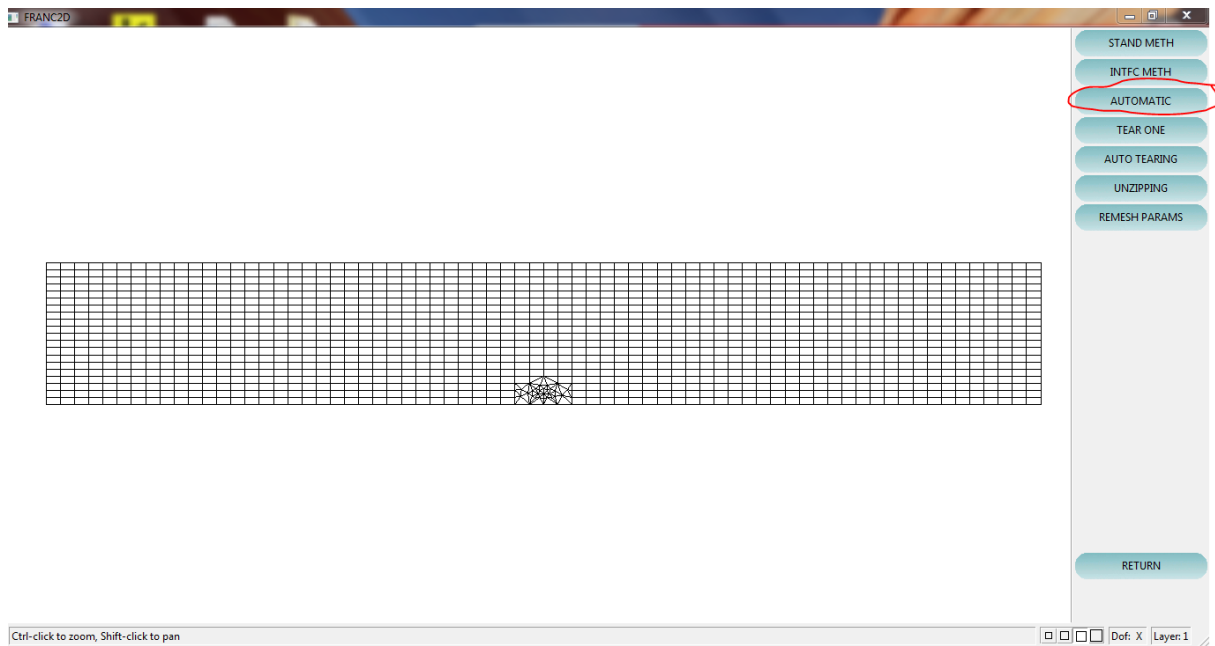
***ÉTAPE 8 :**



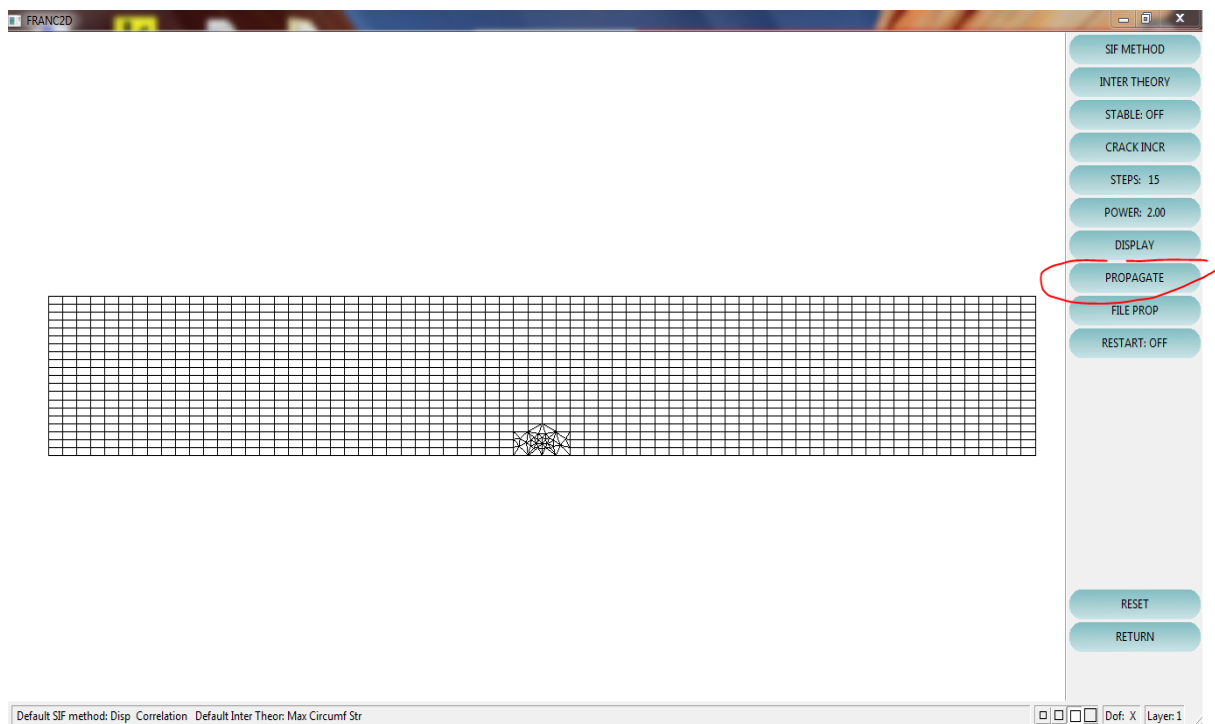
***ÉTAPE 9 :**



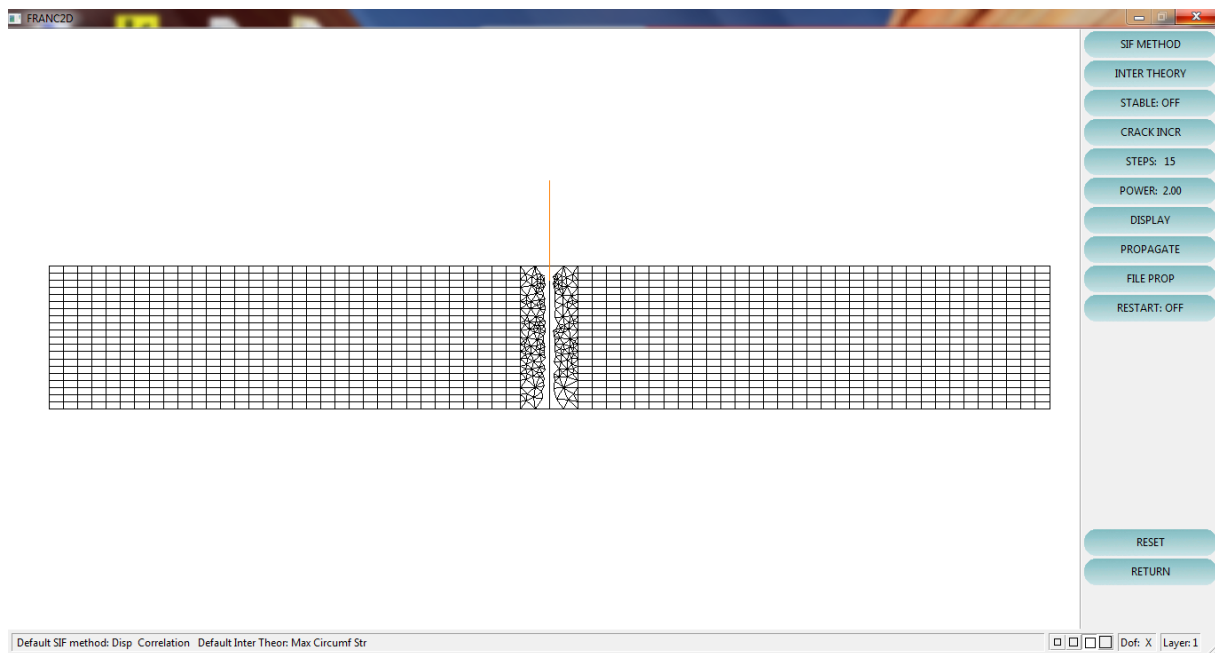
***ÉTAPE 10 :**



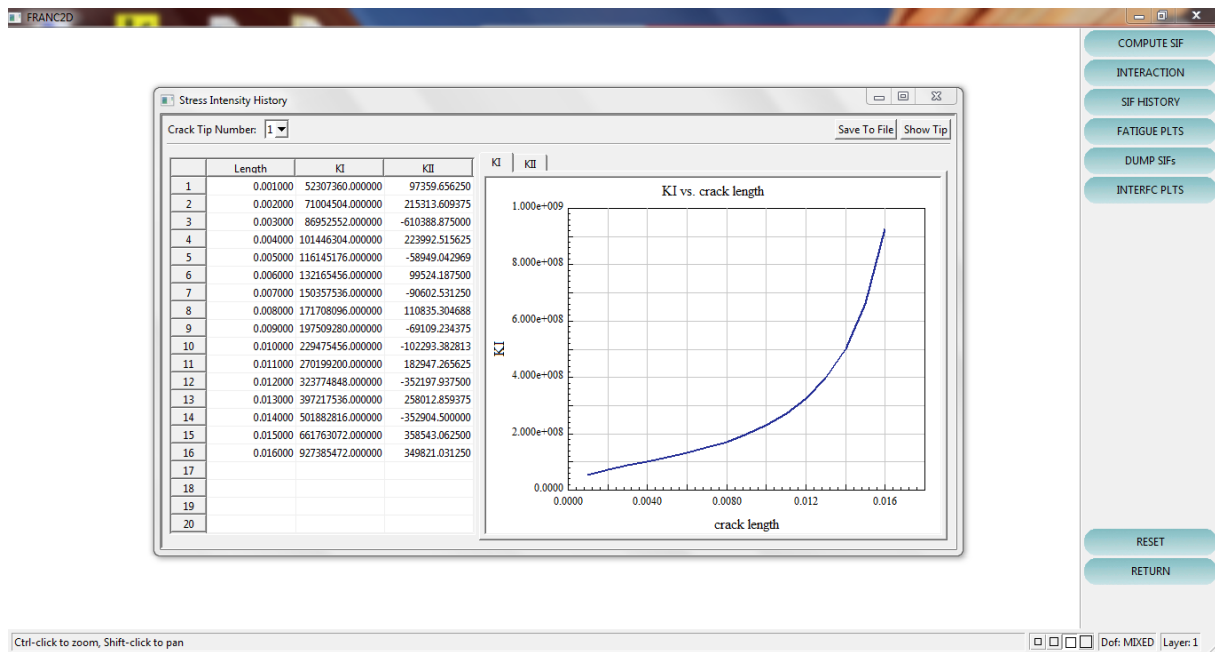
***ÉTAPE 11 :**



3.5.6 Propagation de la fissure



3.5.7 Calcul de $K_I(a)$



3.5.8 Courbe $K_I(a)$ et longueur de fissure critique a_c

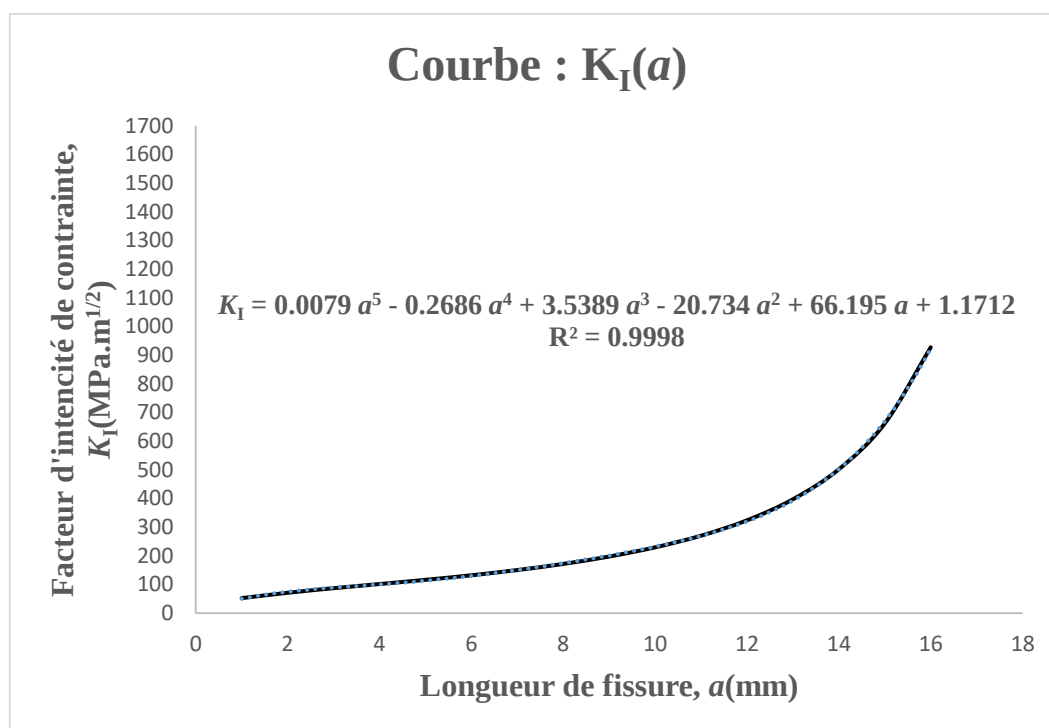


Figure 23 – Courbe $K_I(a)$ d'une fissure au milieu de la poutre en flexion 3points

Tableau 2 – Résultats de $K_I(a)$ d'une fissure au milieu de la poutre en flexion 3points

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1	52.3
2	71
3	87
4	101.4
5	116.1
6	132.1
7	150.3
8	171.7
9	197.5
10	229.5
11	270.2
12	323.8
13	397.2
14	501.9
15	661.8
16	927.4

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 5 comme suit :

$$K_I = 0.0079 a^5 - 0.2686 a^4 + 3.5389 a^3 - 20.734 a^2 + 66.195 a + 1.1712 \dots \dots \dots (9)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 0.9998$

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 0.0079 a_c^5 - 0.2686 a_c^4 + 3.5389 a_c^3 - 20.734 a_c^2 + 66.195 a_c + 1.1712 = 50,6 \dots \dots \dots (10)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$a_c = 1.01 \text{ mm}$$

3.5.9 Contrainte σ_y de la poutre en flexion 3 pts avec une fissure au milieu

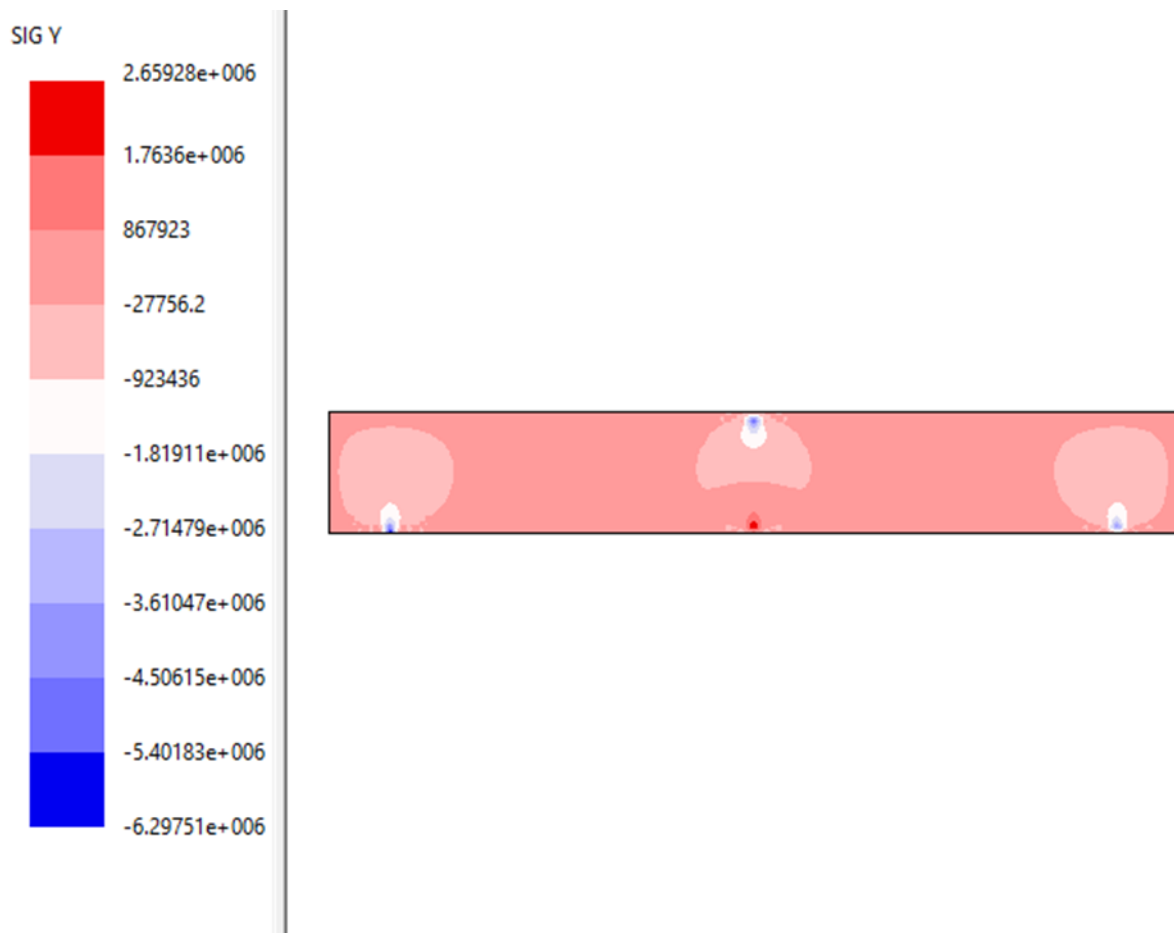


Figure 24 – Contrainte σ_y (Pa) de la poutre en flexion 3 pts avec une fissure au milieu

3.5.10 Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 3 points

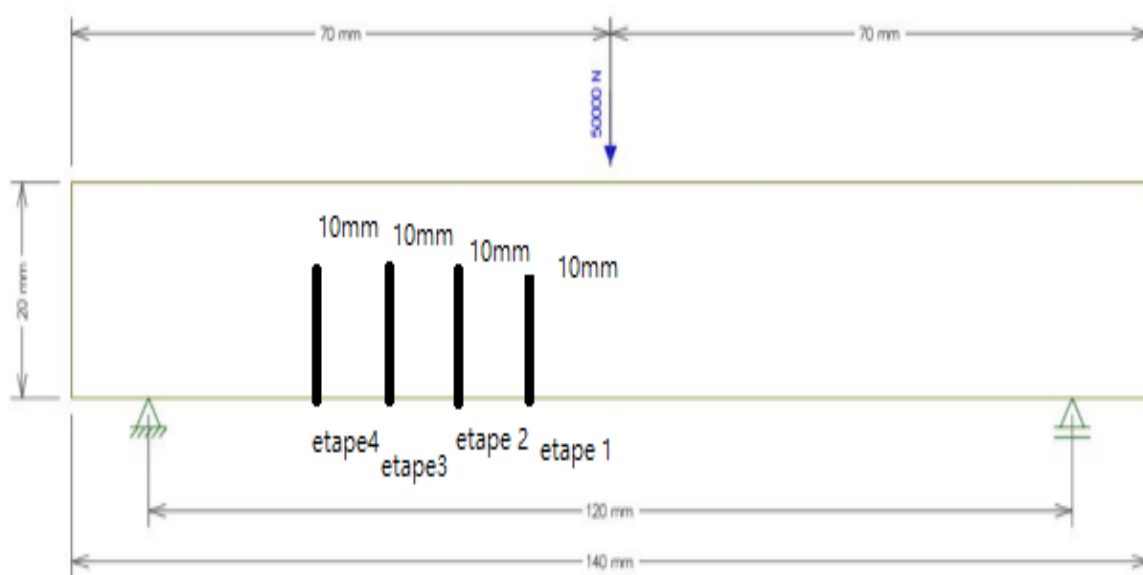


Figure 25 – Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 3 points

3.5.10.1 ETAPE 1 : fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

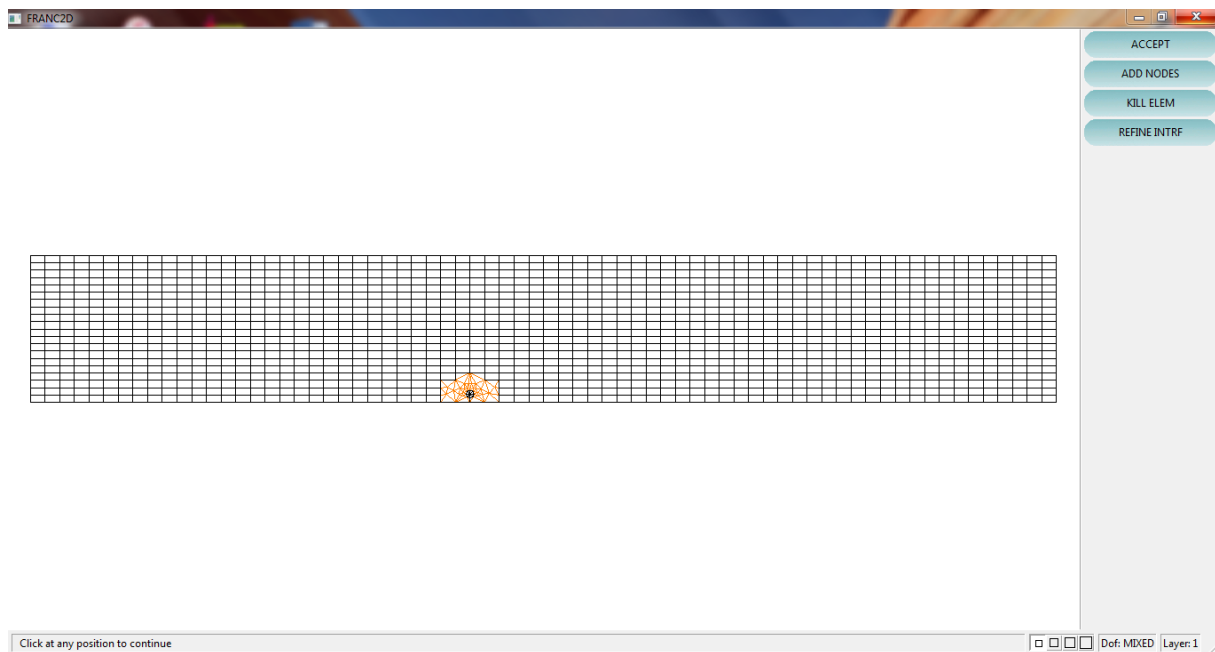


Figure 26 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

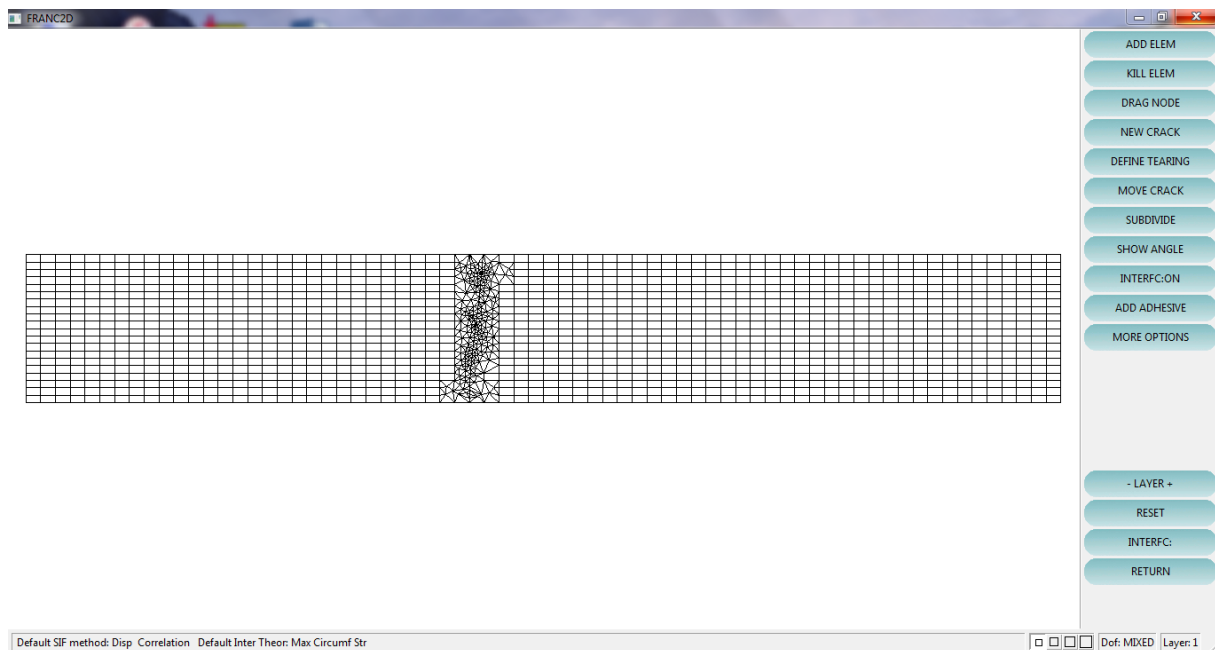


Figure 27 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

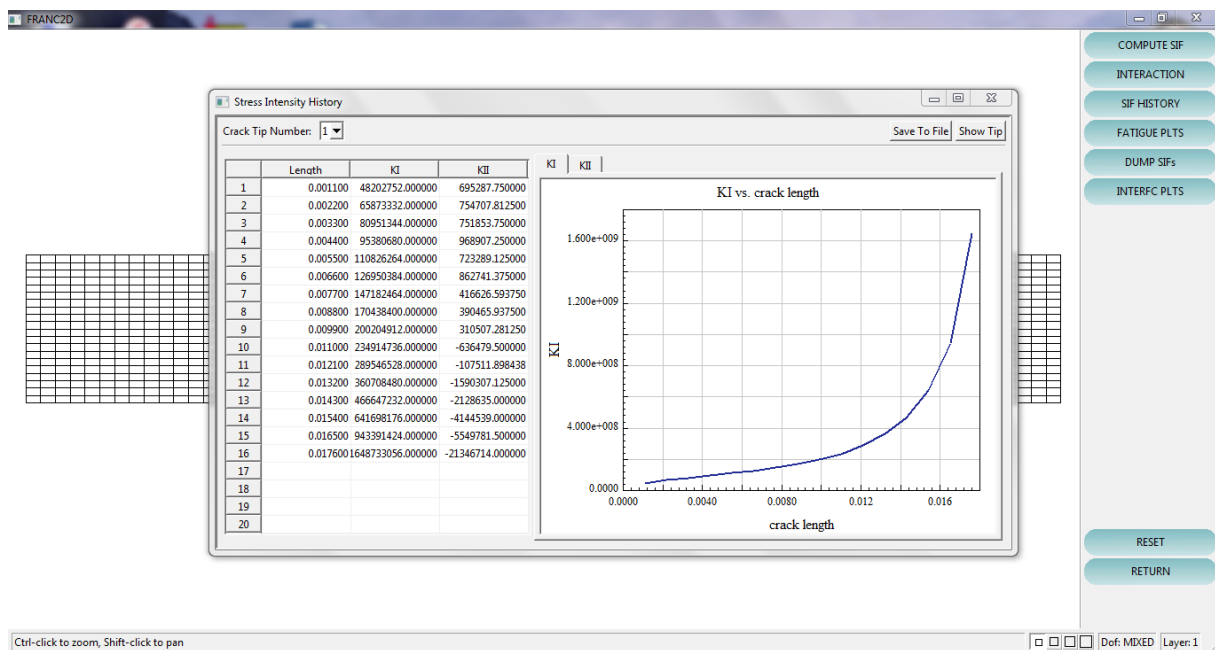


Figure 28 – Calcul de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

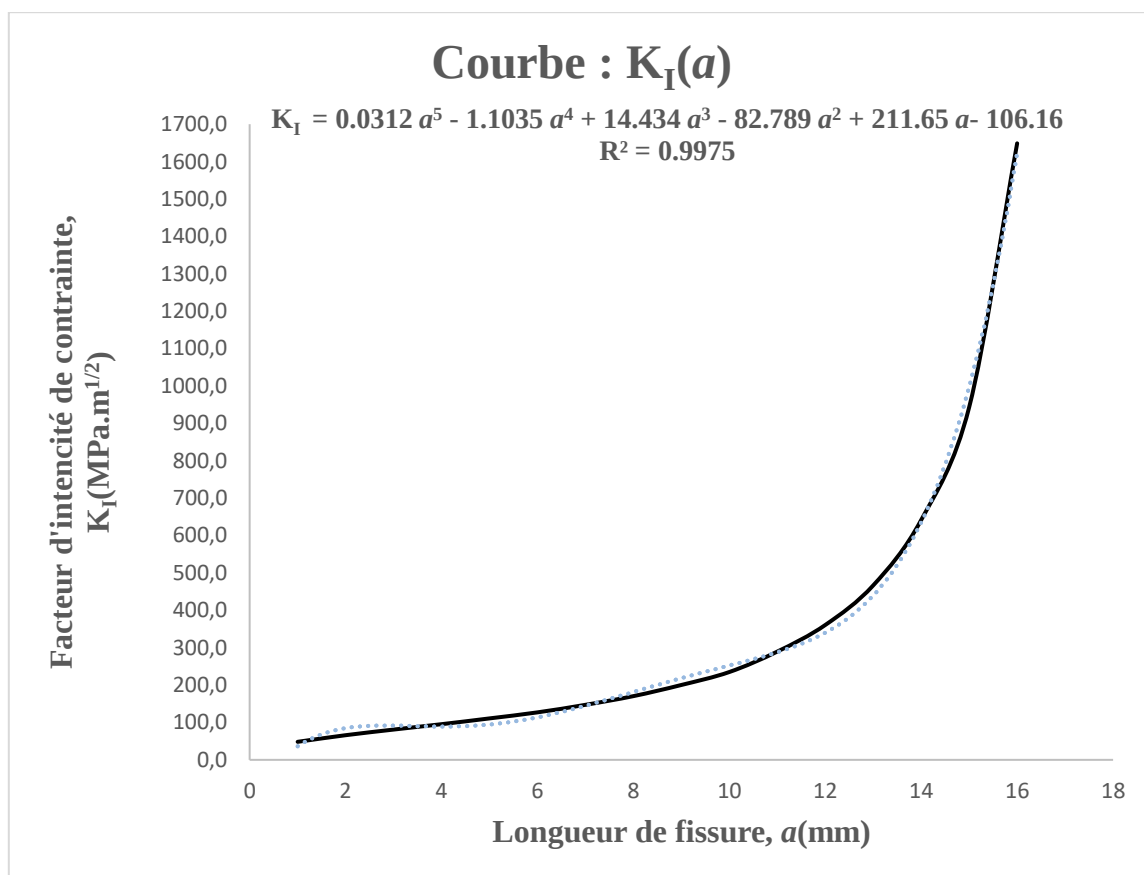


Figure 29 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

Tableau 3 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1.1	48.2
2.2	65.9
3.3	81.0
4.4	95.4
5.5	110.8
6.6	127.0
7.7	147.2
8.8	170.4
9.9	200.2
11	234.9
12.1	289.5
13.2	360.7
14.3	466.6
15.4	641.7
16.5	943.4
17.6	1648.7

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 5 comme suit :

$$K_I = 0.0312 a^5 - 1.1035 a^4 + 14.434 a^3 - 82.789 a^2 + 211.65 a - 106.16 \dots \dots \dots (11)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 0.9975$

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 0.0312 a^5 - 1.1035 a^4 + 14.434 a^3 - 82.789 a^2 + 211.65 a - 106.16 = 50,6 \dots \dots \dots (12)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$a_c = 1.05 \text{ mm}$$

3.5.10.2 ETAPE 2 : fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

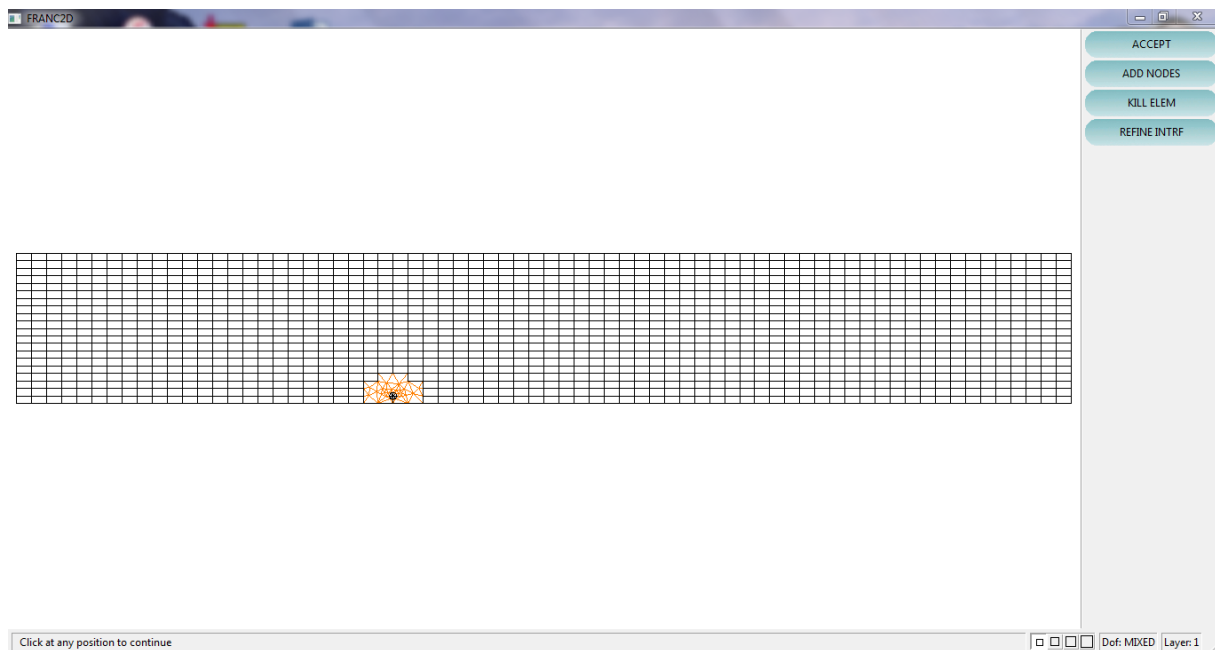


Figure 30 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

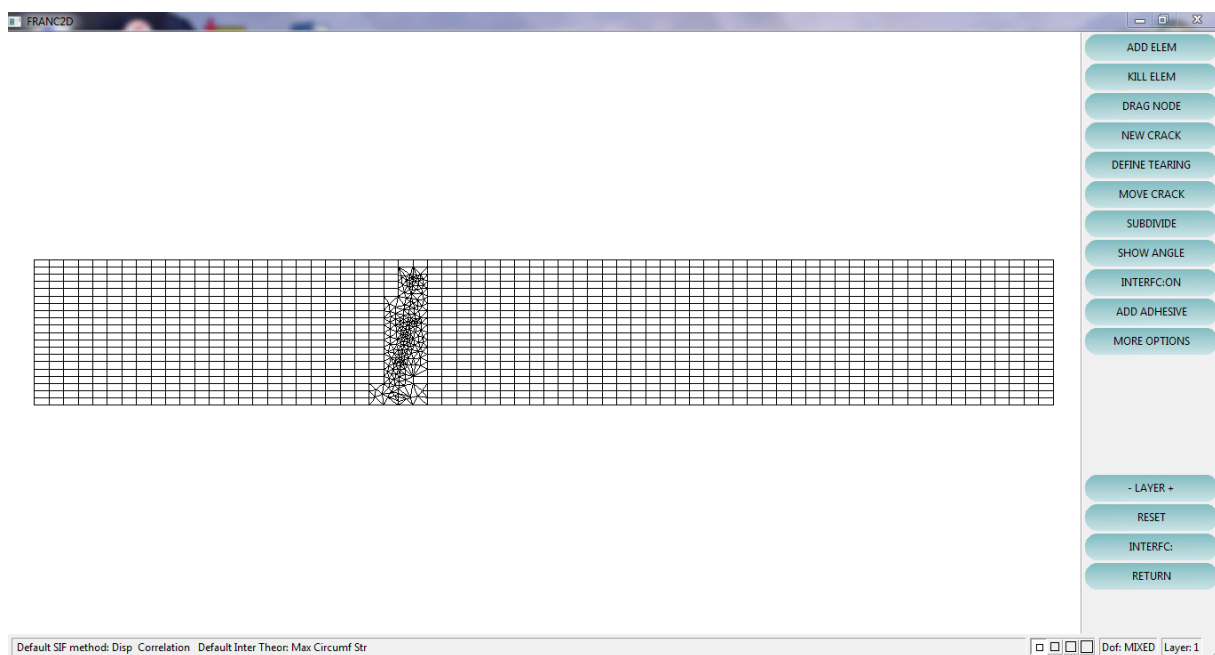


Figure 31 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

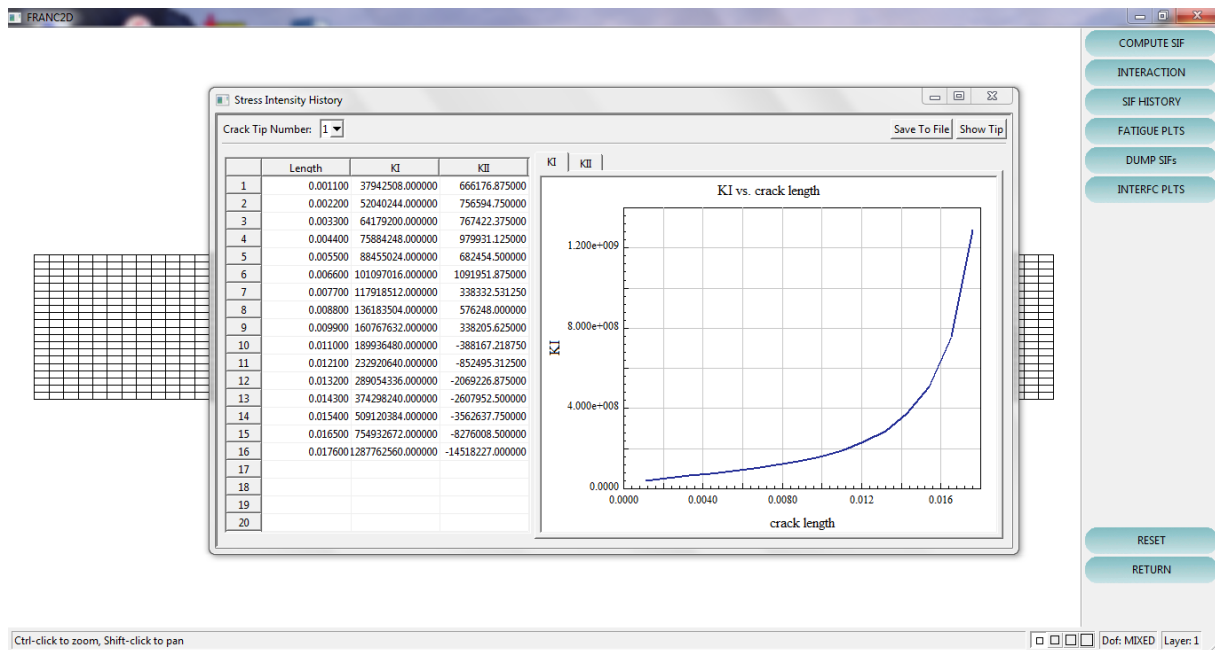


Figure 32 – Calcul de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

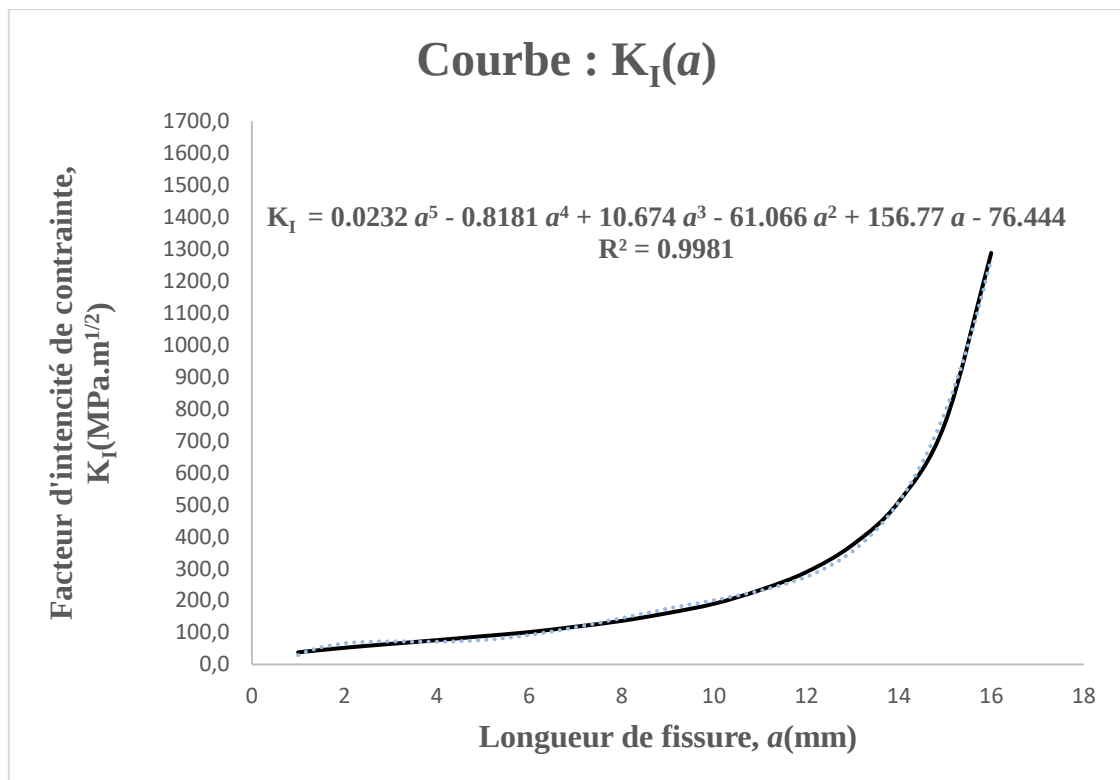


Figure 33 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

Tableau 4 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1.1	37.9
2.2	52.0
3.3	64.2
4.4	75.9
5.5	88.5
6.6	101.1
7.7	117.9
8.8	136.2
9.9	160.8
11	189.9
12.1	232.9
13.2	289.1
14.3	374.3
15.4	509.1
16.5	754.9
17.6	1287.8

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 5 comme suit :

$$K_I = 0.0232 a^5 - 0.8181 a^4 + 10.674 a^3 - 61.066 a^2 + 156.77 a - 76.444 \dots \dots \dots (13)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 0.9981$

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 0.0232 a^5 - 0.8181 a^4 + 10.674 a^3 - 61.066 a^2 + 156.77 a - 76.444 = 50,6 \dots \dots \dots (14)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$a_c = 1.42 \text{ mm}$$

3.5.10.3 ETAPE 3 : fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

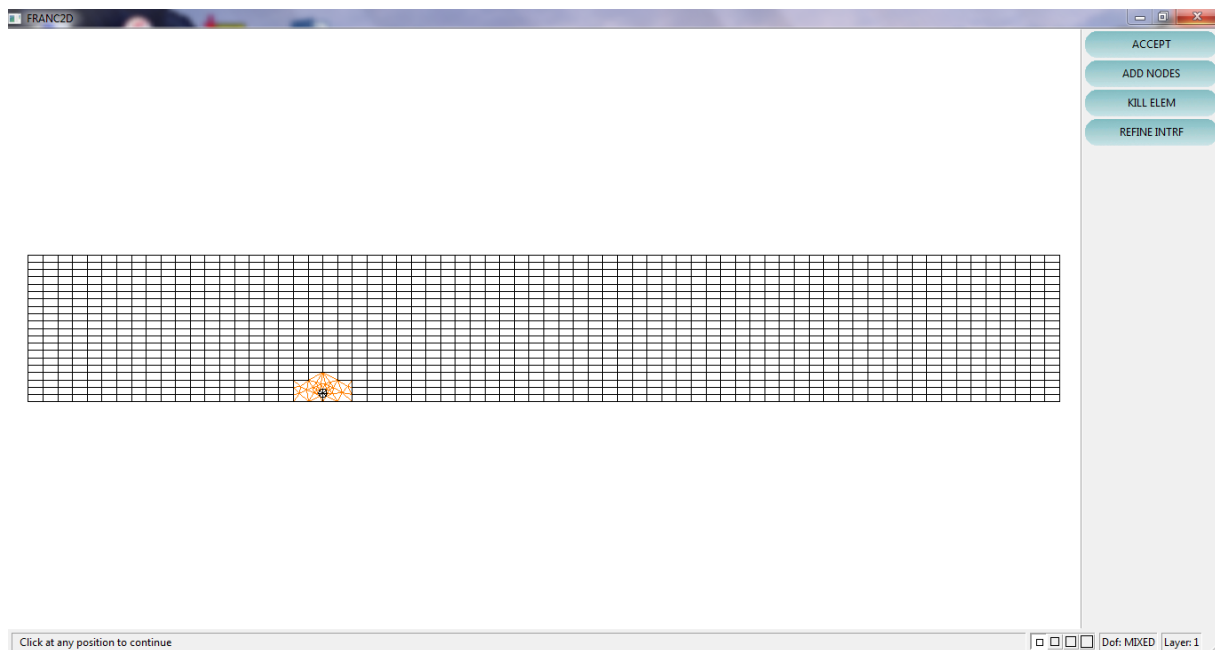


Figure 34 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

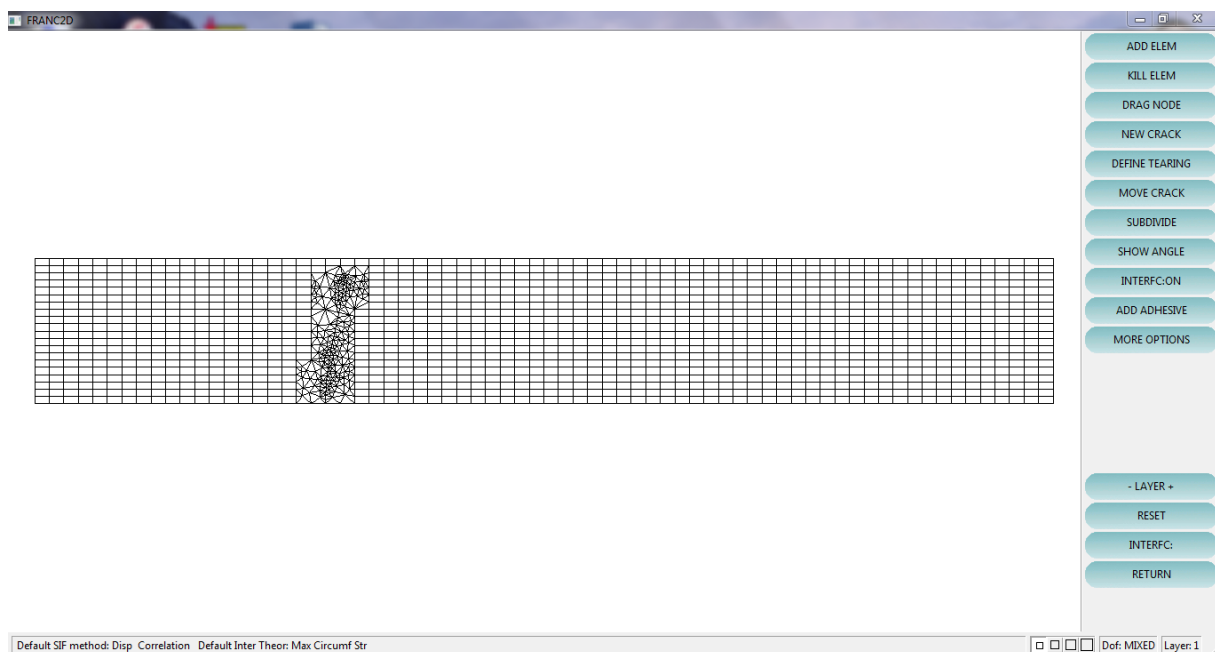


Figure 35 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

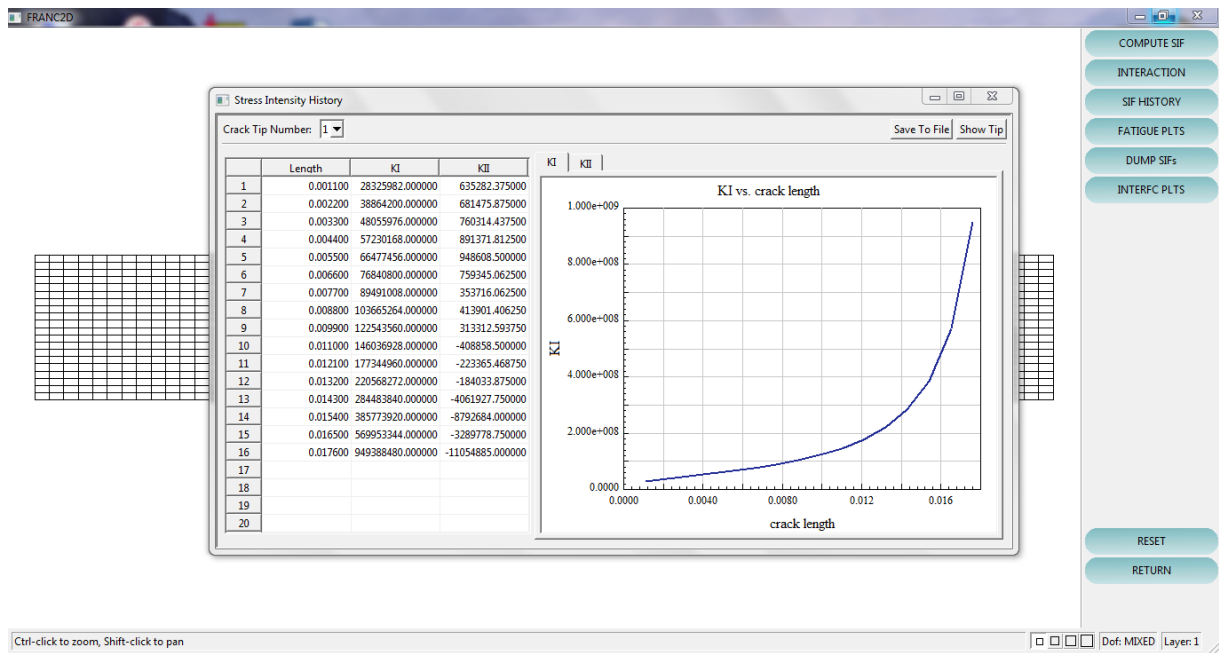


Figure 36 – Calcul de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

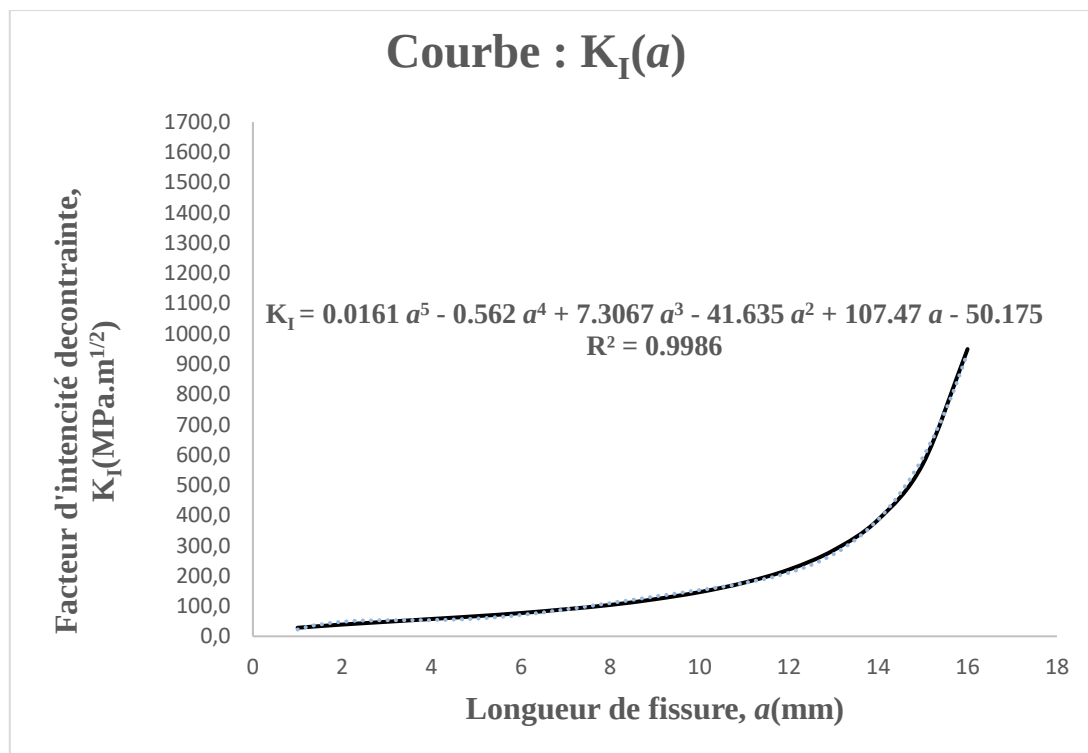


Figure 37 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

Tableau 5 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1.1	28.3
2.2	38.9
3.3	48.1
4.4	57.2
5.5	66.5
6.6	76.8
7.7	89.5
8.8	103.7
9.9	122.5
11	146.0
12.1	177.3
13.2	220.6
14.3	284.5
15.4	385.8
16.5	570.0
17.6	949.4

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 5 comme suit :

$$K_I = 0.0161 a^5 - 0.562 a^4 + 7.3067 a^3 - 41.635 a^2 + 107.47 a - 50.175 \dots \dots \dots (15)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 0.9986$

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 0.0161 a^5 - 0.562 a^4 + 7.3067 a^3 - 41.635 a^2 + 107.47 a - 50.175 = 50,6 \dots \dots \dots (16)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$a_c = 2.25 \text{ mm}$$

3.5.10.4 ETAPE 4 : fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

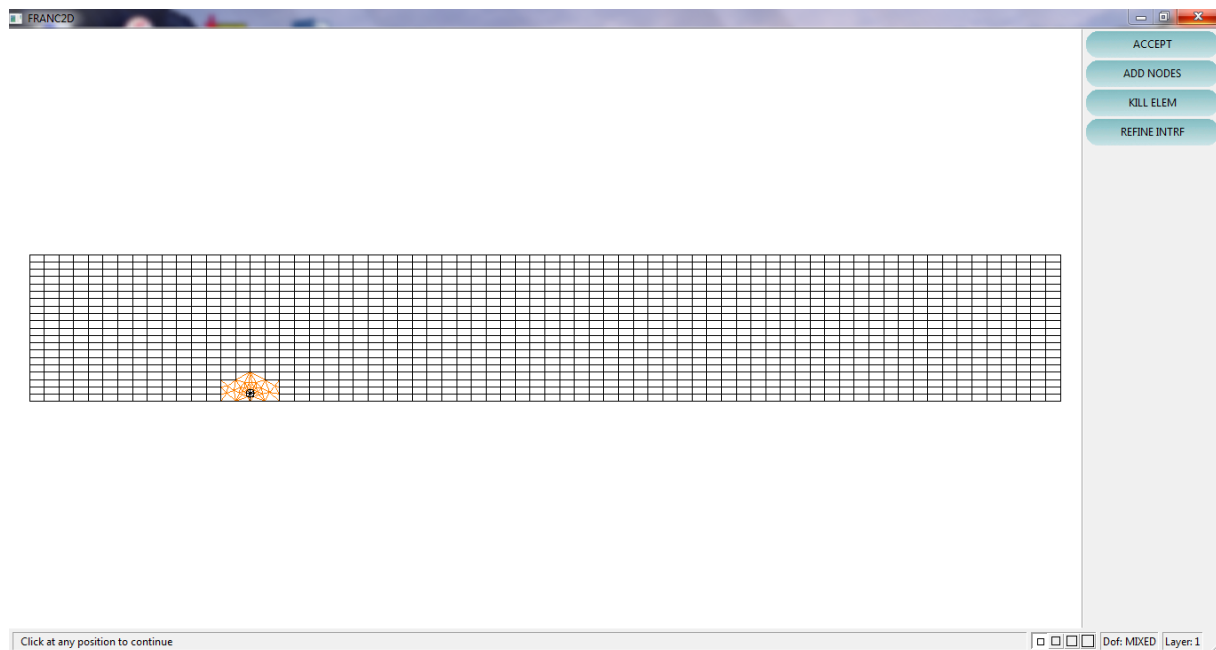


Figure 38 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

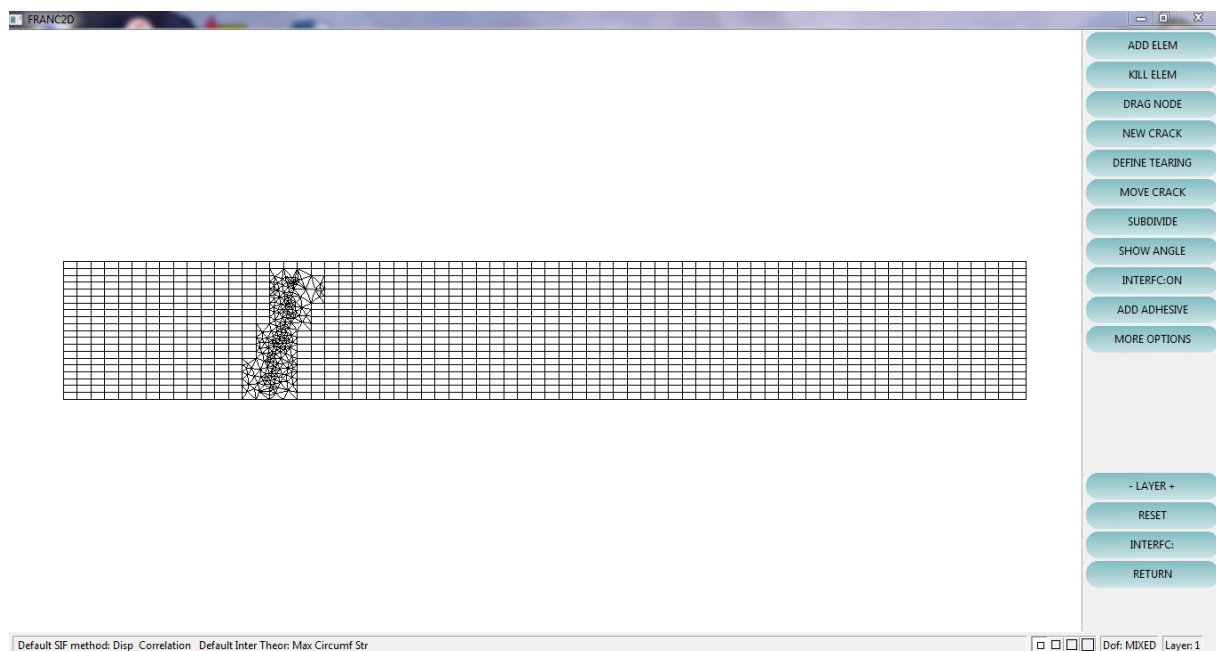


Figure 39 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

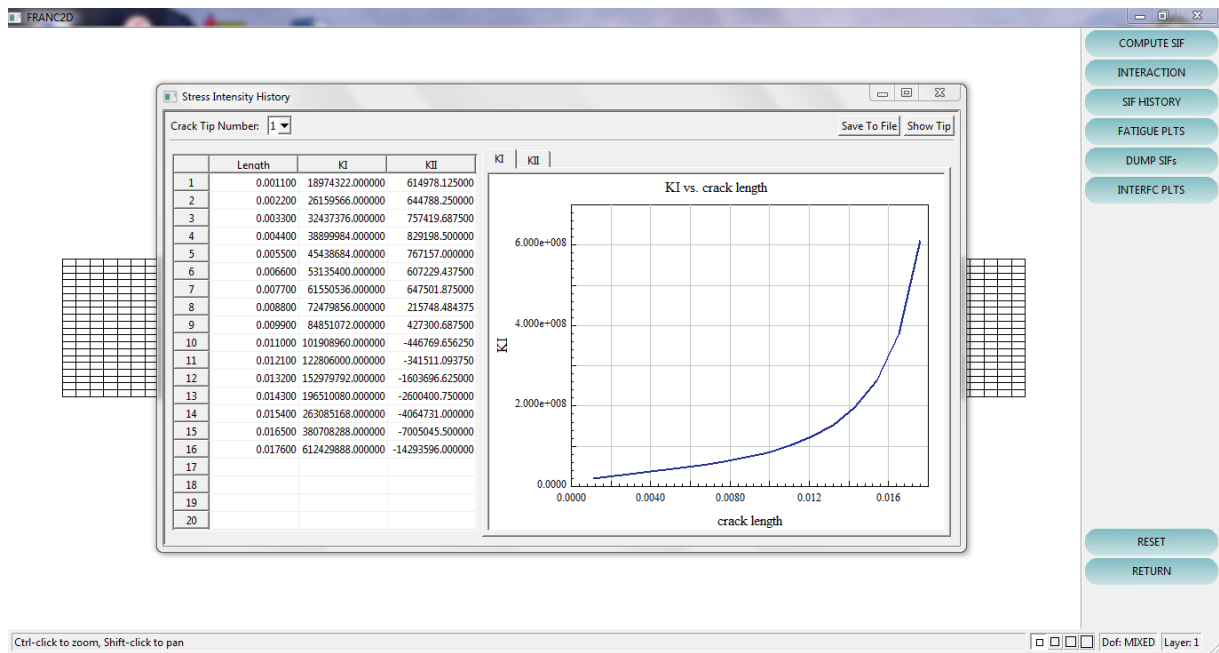


Figure 40 – Calcul de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

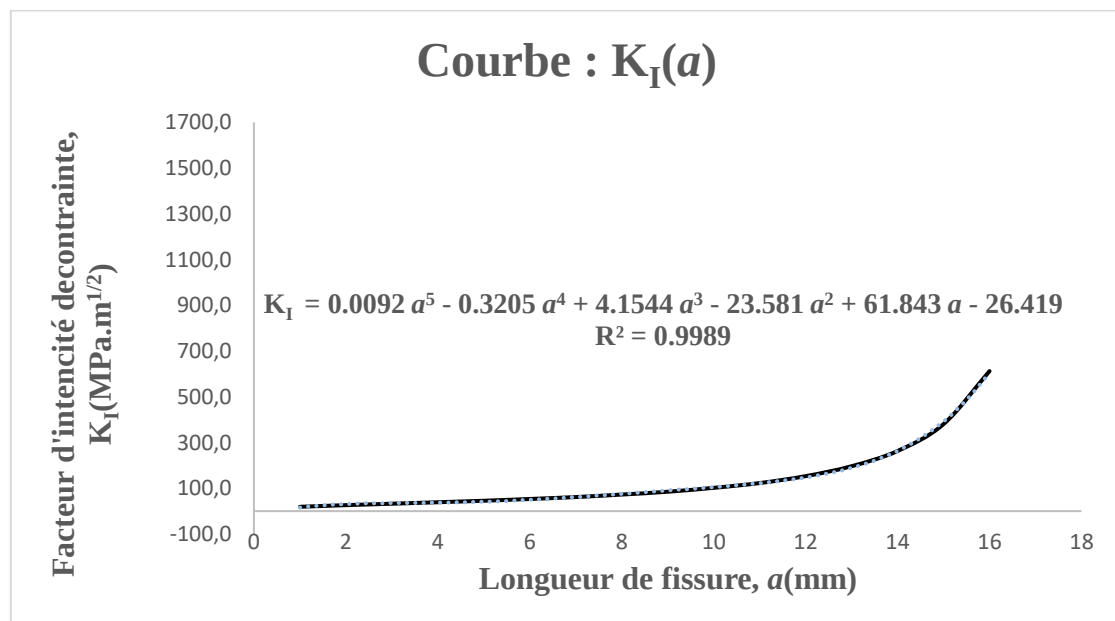


Figure 41 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

Tableau 6 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1.1	19.0
2.2	26.2
3.3	32.4
4.4	38.9
5.5	45.4
6.6	53.1
7.7	61.6
8.8	72.5
9.9	84.9
11	101.9
12.1	122.8
13.2	153.0
14.3	196.5
15.4	263.1
16.5	380.7
17.6	612.4

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 5 comme suit :

$$K_I = 0.0092 a^5 - 0.3205 a^4 + 4.1544 a^3 - 23.581 a^2 + 61.843 a - 26.419 \dots \dots \dots (17)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 0.9989$

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 0.0092 a^5 - 0.3205 a^4 + 4.1544 a^3 - 23.581 a^2 + 61.843 a - 26.419 = 50,6 \dots \dots \dots (18)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$a_c = 6.13 \text{ mm}$$

3.5.10.5 Variation de la longueur de fissure critique (a_c) en fonction de (e_m)

Pour les cas précédents on a le tableau suivant qui résume la variation de la longueur de fissure critique a_c en fonction d'éloignement de milieu e_m :

Tableau 7 – Variation de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement de milieu

Etat	$e_m (\text{mm})$	$a_c(\text{mm})$
0	0	1.01
1	10	1.05
2	20	1.42
3	30	2.25
4	40	6.13

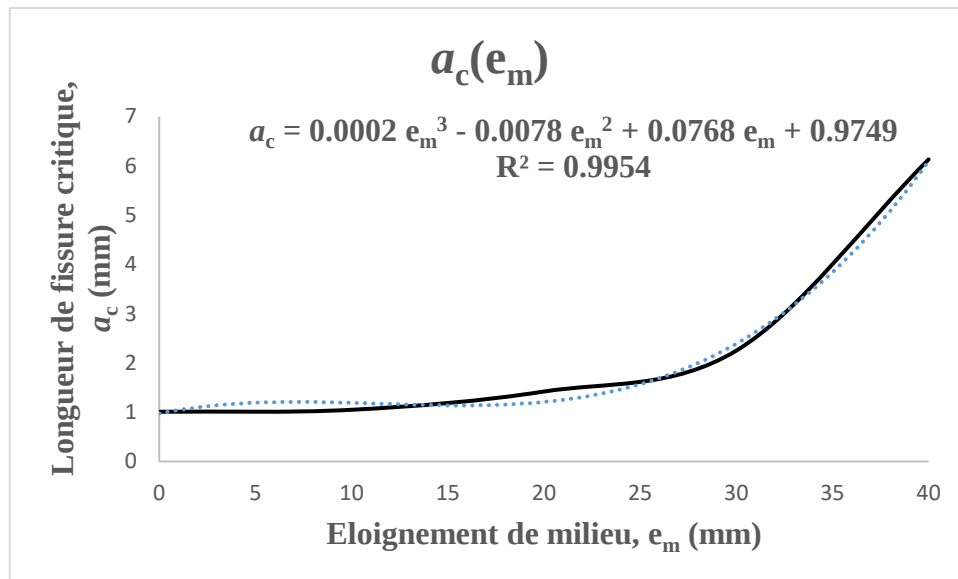


Figure 42 – Courbe de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement de milieu

L'équation de tendance de la courbe $a_c(e_m)$ est polynomiale d'ordre 3 comme suit :

$$a_c = 0.0002 e_m^3 - 0.0078 e_m^2 + 0.0768 e_m + 0.9749 \dots \dots \dots (19)$$

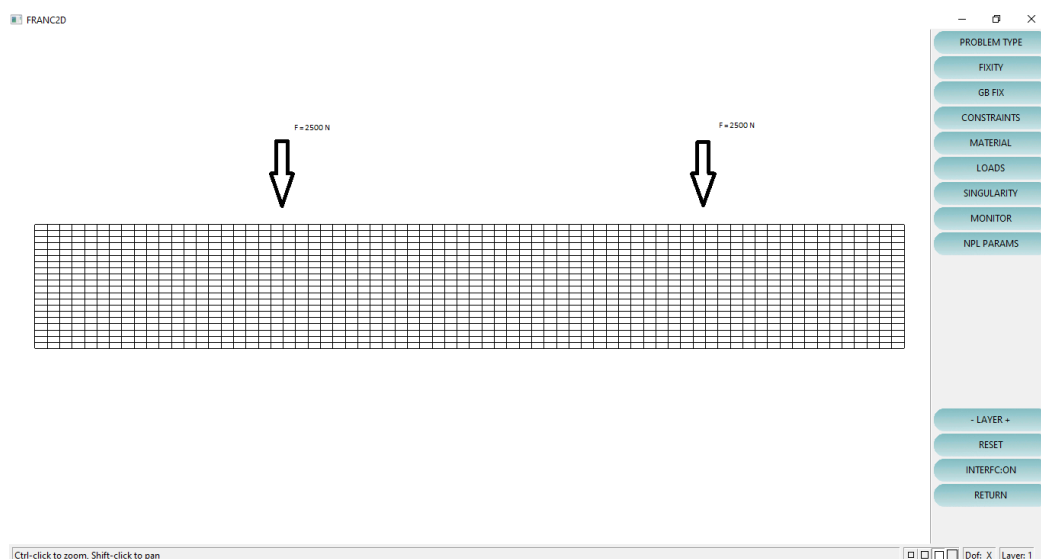
Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : **$R^2 = 0.9954$**

3.6 Simulation de la flexion 4 point à la rupture avec Franc2D

On va faire la simulation de la flexion 4 point avec Franc2D avec et sans fissure comme suit :

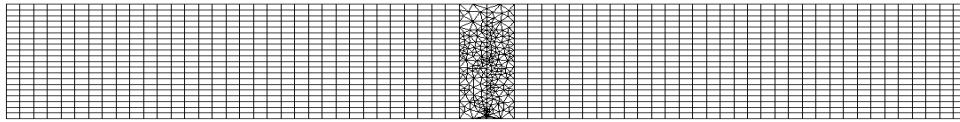
3.6.1 Chargement

Dans cette phase on a la même étape au lieu d'une force de 5000 N, nous mettons deux forces $F_1 = 2500$ N et $F_2 = 2500$ N.



3.6.2 Propagation de la fissure

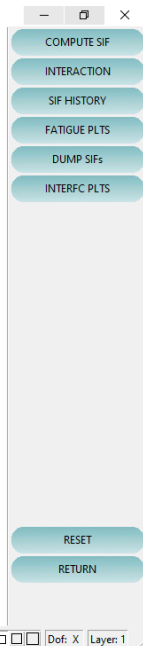
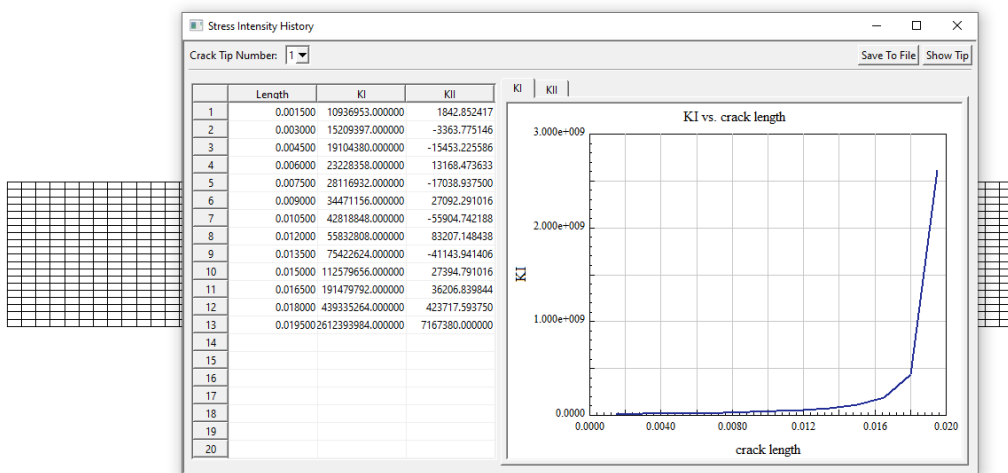
FRANC2D



Crack tip is close to a discontinuity Go Step by Step [Icons] Dof: X Layer: 1

3.6.3 Calcule $K_I(a)$

FRANC2D



Ctrl-click to zoom, Shift-click to pan [Icons] Dof: X Layer: 1

3.6.4 Courbe $K_I(a)$ et longueur de fissure critique a_c au milieu de la poutre 4 points

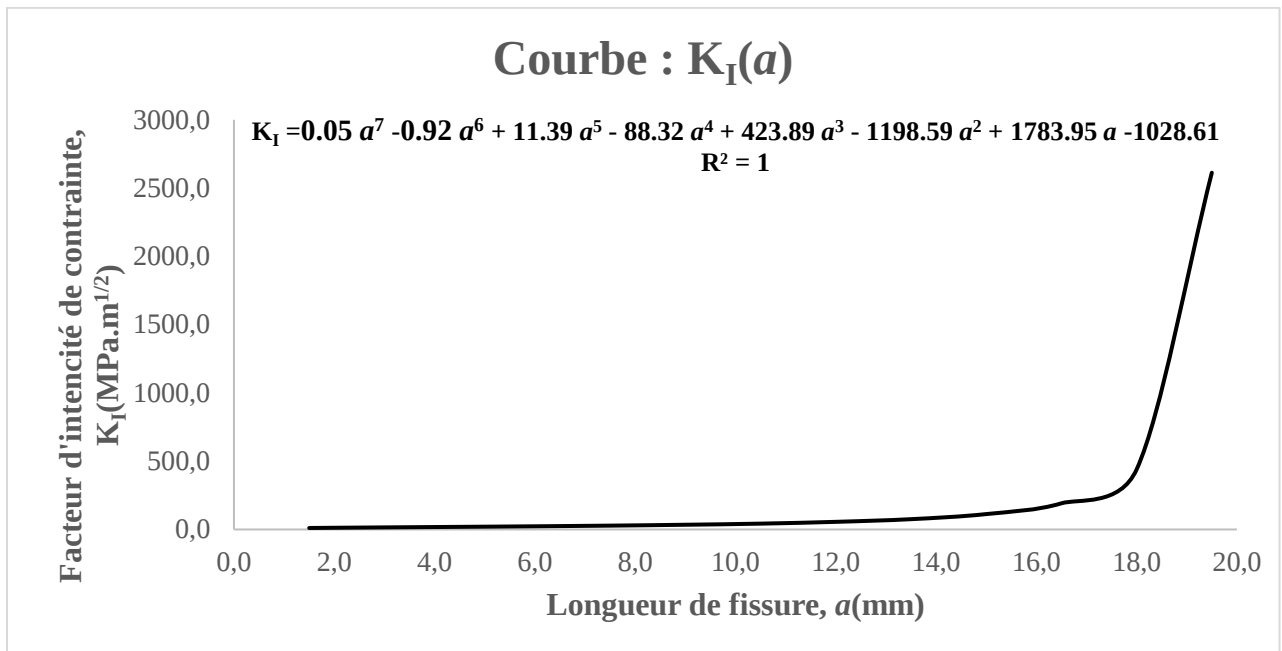


Figure 43 – Courbe $K_I(a)$ d'une fissure au milieu de la poutre en flexion 4 points

Tableau 8 – Résultats de $K_I(a)$ d'une fissure au milieu de la poutre en flexion 4 points

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1.5	10.9
3.0	15.2
4.5	19.1
6.0	23.2
7.5	28.1
9.0	34.5
10.5	42.8
12.0	55.8
13.5	75.4
15.0	112.6
16.5	191.5
18.0	439.3
19.5	2612.4

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 7 comme suit :

$$K_I = 0.05 a^7 - 0.92 a^6 + 11.39 a^5 - 88.32 a^4 + 423.89 a^3 - 1198.59 a^2 + 1783.95 a - 1028.61 \quad (20)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 1$

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 0.05 a^7 - 0.92 a^6 + 11.39 a^5 - 88.32 a^4 + 423.89 a^3 - 1198.59 a^2 + 1783.95 a - 1028.61 = 50,6 \text{ ..(21)}$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$a_c = 3.34 \text{ mm}$$

3.6.5 Contraintes σ_y de la poutre en flexion 4 pts avec une fissure au milieu

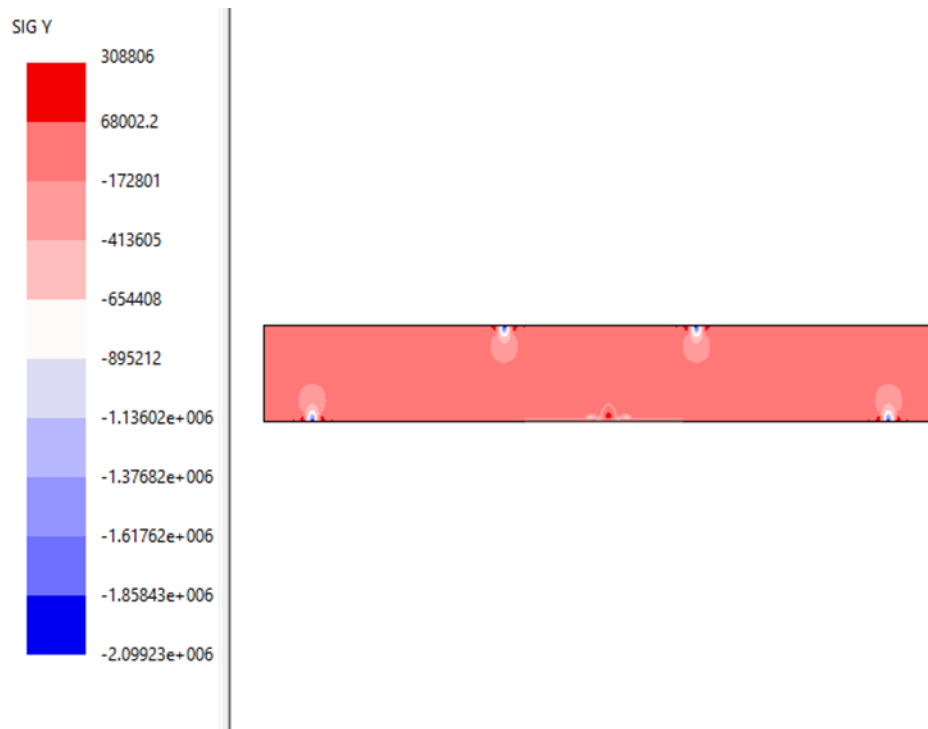


Figure 44 – Contrainte σ_y (Pa) de la poutre en flexion 4 pts avec une fissure au milieu

3.6.6 Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 4 points

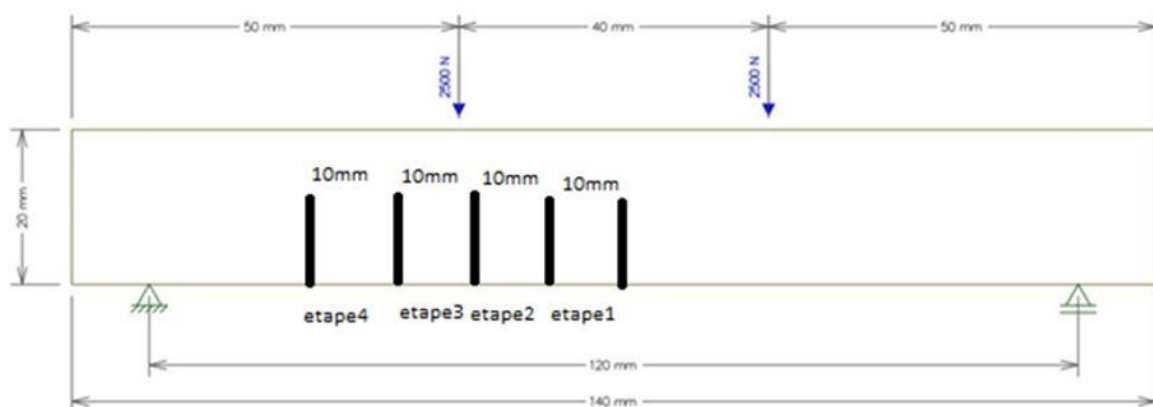


Figure 45 – Changement de position de la fissure sur la poutre en flexion 4 points

3.6.6.1 ETAPE 1 : fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

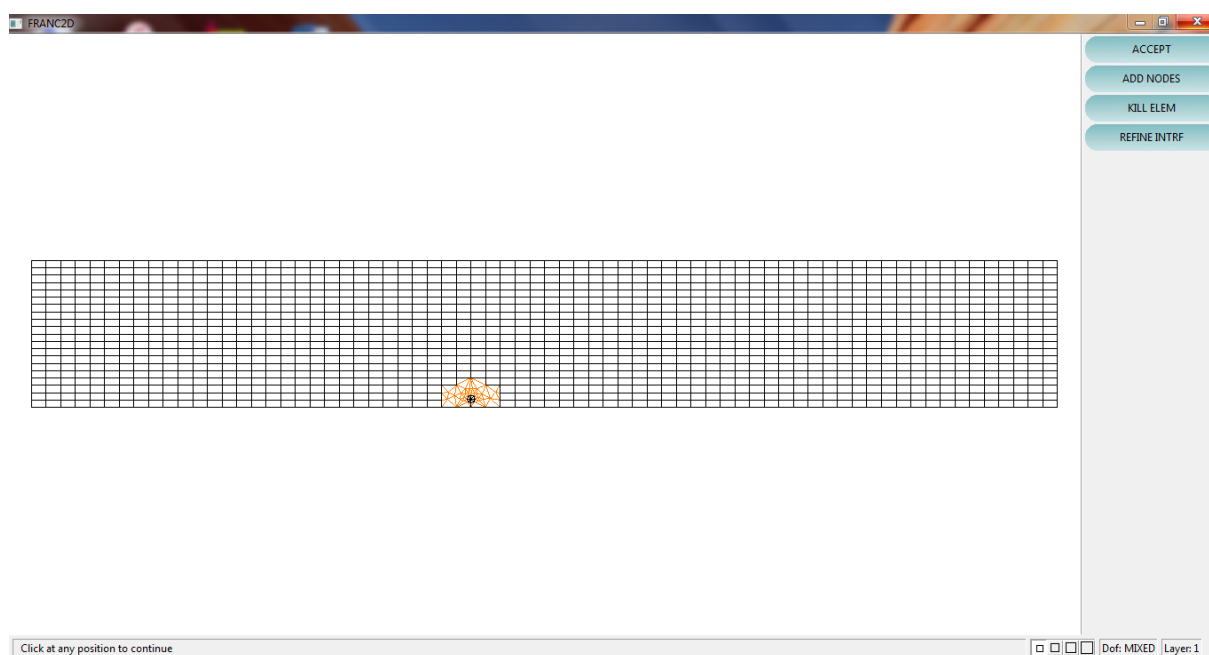


Figure 46 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

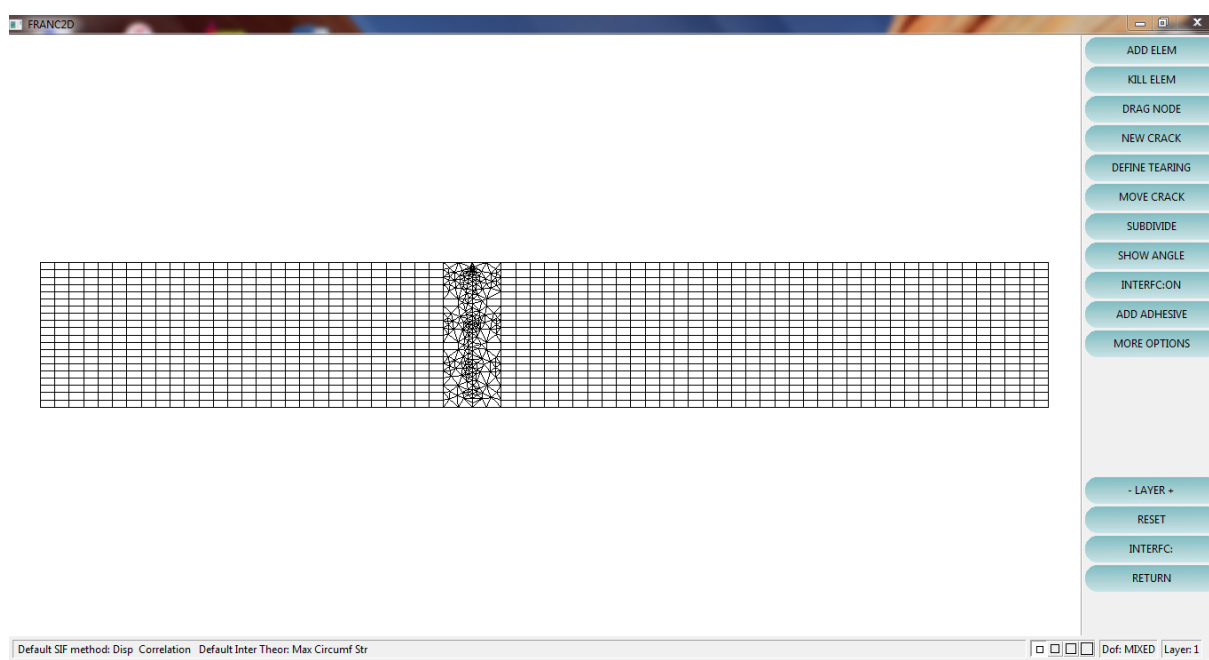


Figure 47 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

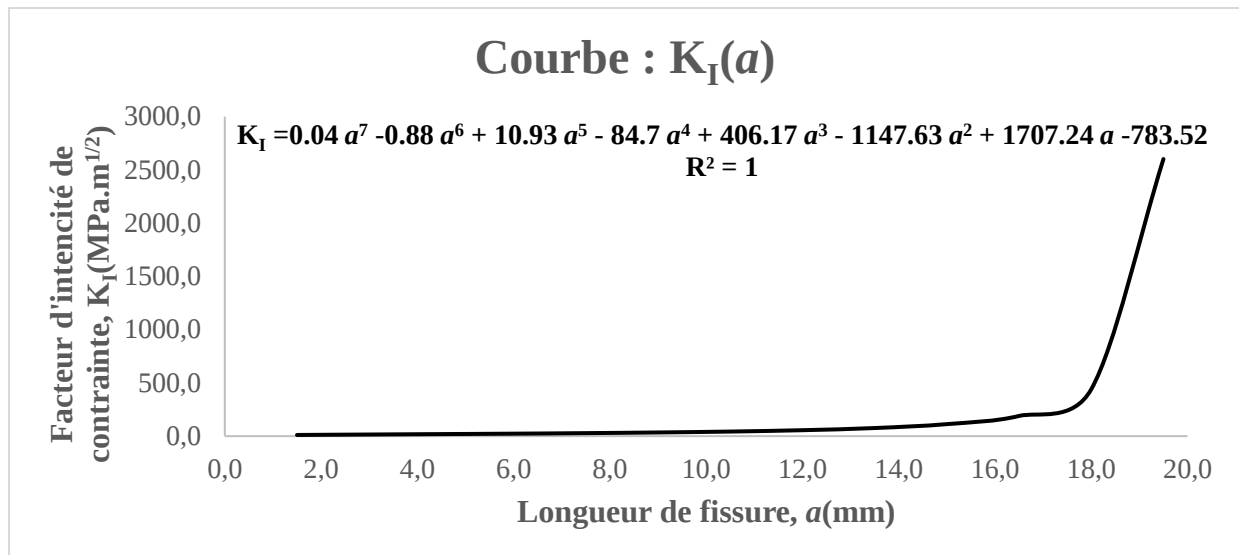


Figure 48 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

Tableau 9 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 10$ mm

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1.5	11.0
3.0	15.3
4.5	19.2
6.0	23.3
7.5	28.2
9.0	34.5
10.5	43.2
12.0	55.9
13.5	76.1
15.0	112.8
16.5	189.5
18.0	439.8
19.5	2601.4

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 7 comme suit :

$$K_I = 0.04 a^7 - 0.88 a^6 + 10.93 a^5 - 84.7 a^4 + 406.17 a^3 - 1147.63 a^2 + 1707.24 a - 783.52 \quad (22)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 1$

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 0.04 a^7 - 0.88 a^6 + 10.93 a^5 - 84.7 a^4 + 406.17 a^3 - 1147.63 a^2 + 1707.24 a - 783.52 = 50,6 \quad (23)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$a_c = 4.15 \text{ mm}$$

3.6.6.2 ETAPE 2 : fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

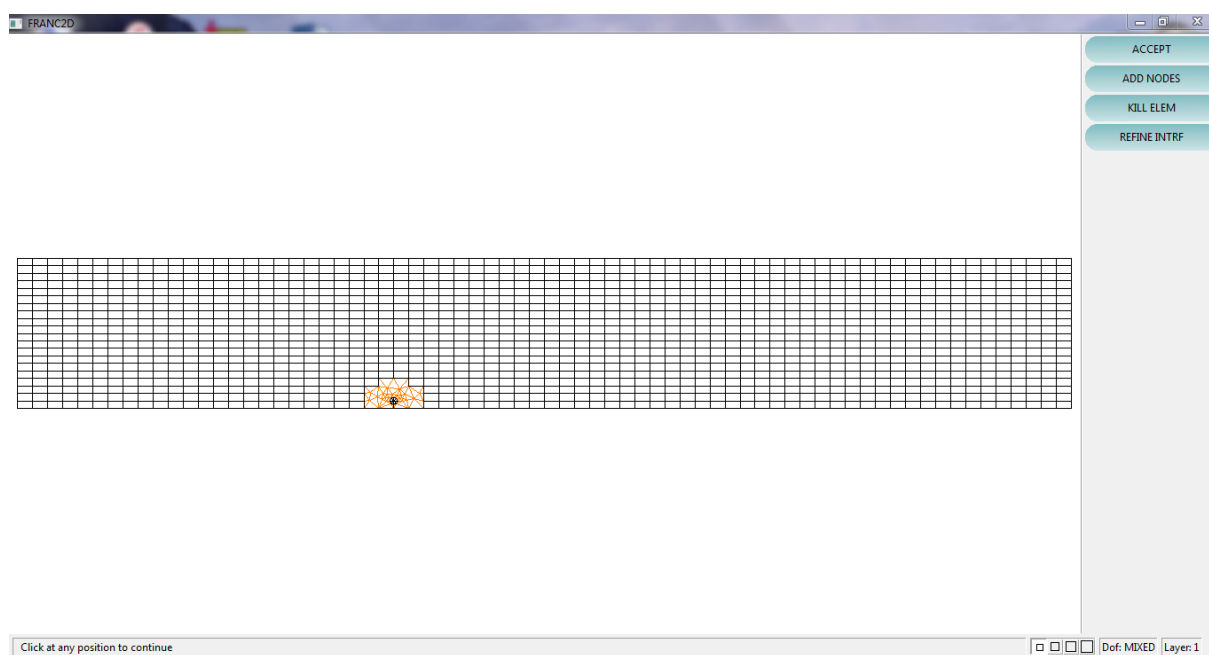


Figure 49 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

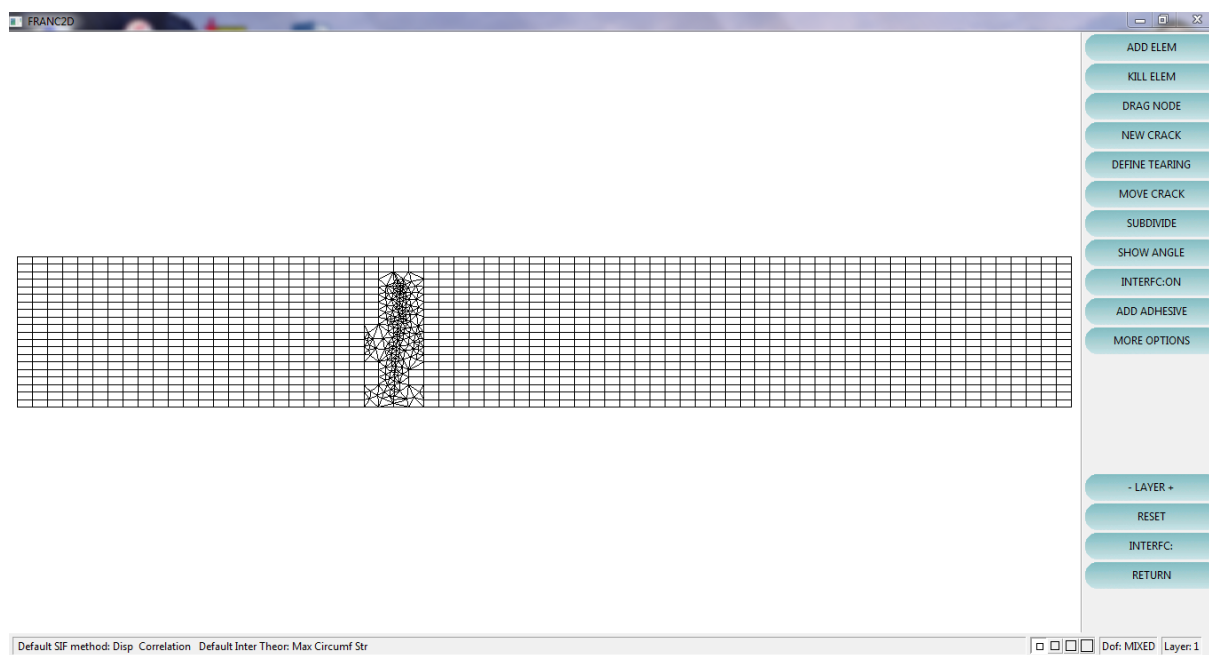


Figure 50 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

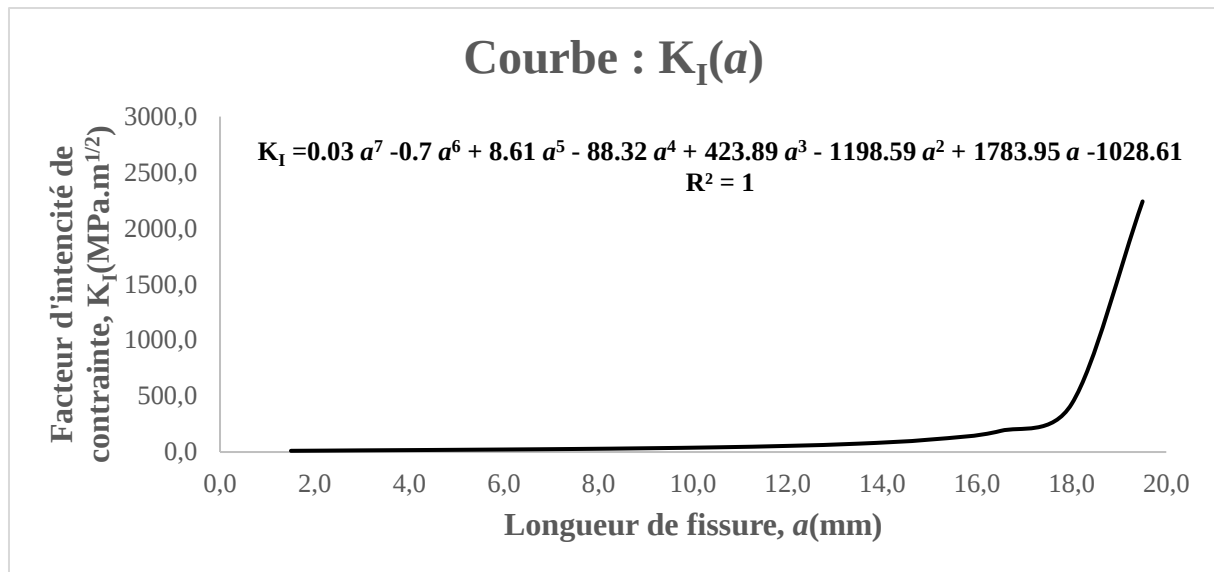


Figure 51 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

Tableau 10 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 20$ mm

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1.5	10.6
3.0	14.6
4.5	18.4
6.0	22.4
7.5	27.2
9.0	33.5
10.5	41.9
12.0	54.7
13.5	74.7
15.0	111.0
16.5	188.8
18.0	429.8
19.5	2241.3

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 7 comme suit :

$$K_I = 0.03 a^7 - 0.7 a^6 + 8.61 a^5 - 88.32 a^4 + 423.89 a^3 - 1198.59 a^2 + 1783.95 a - 1028.61 \quad (24)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 1$

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 0.03 a^7 - 0.7 a^6 + 8.61 a^5 - 88.32 a^4 + 423.89 a^3 - 1198.59 a^2 + 1783.95 a - 1028.61 = 50,6 \quad (25)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$a_c = 5.88 \text{ mm}$$

3.6.6.3 ETAPE 3 : fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

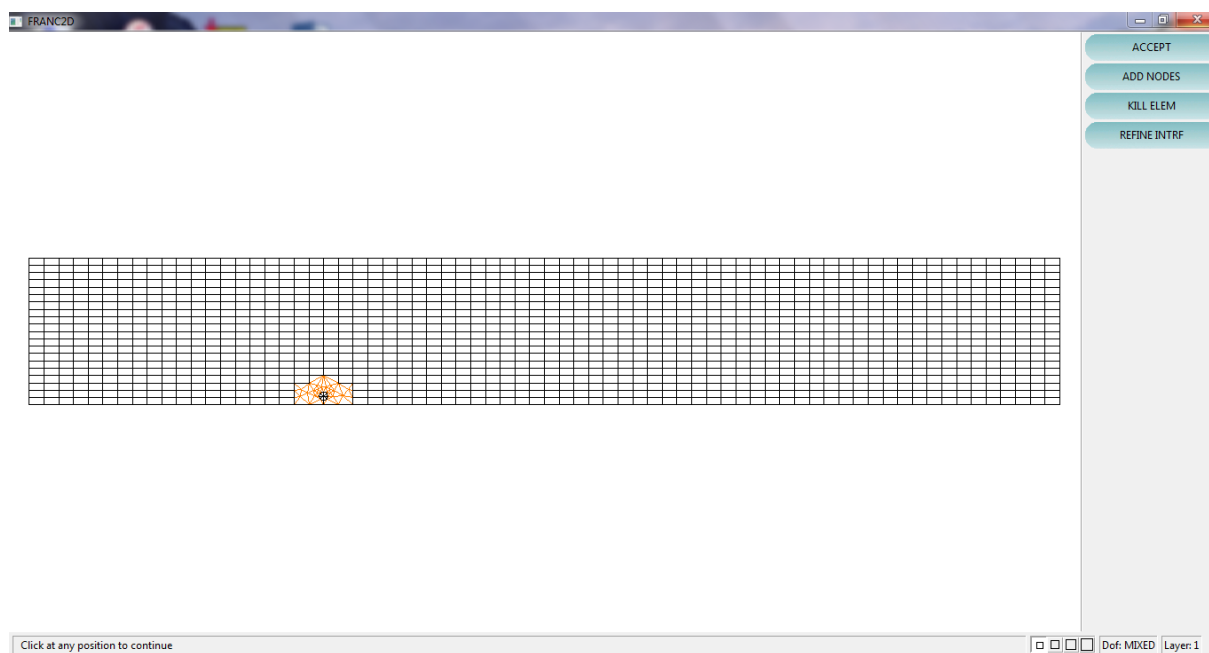


Figure 52 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

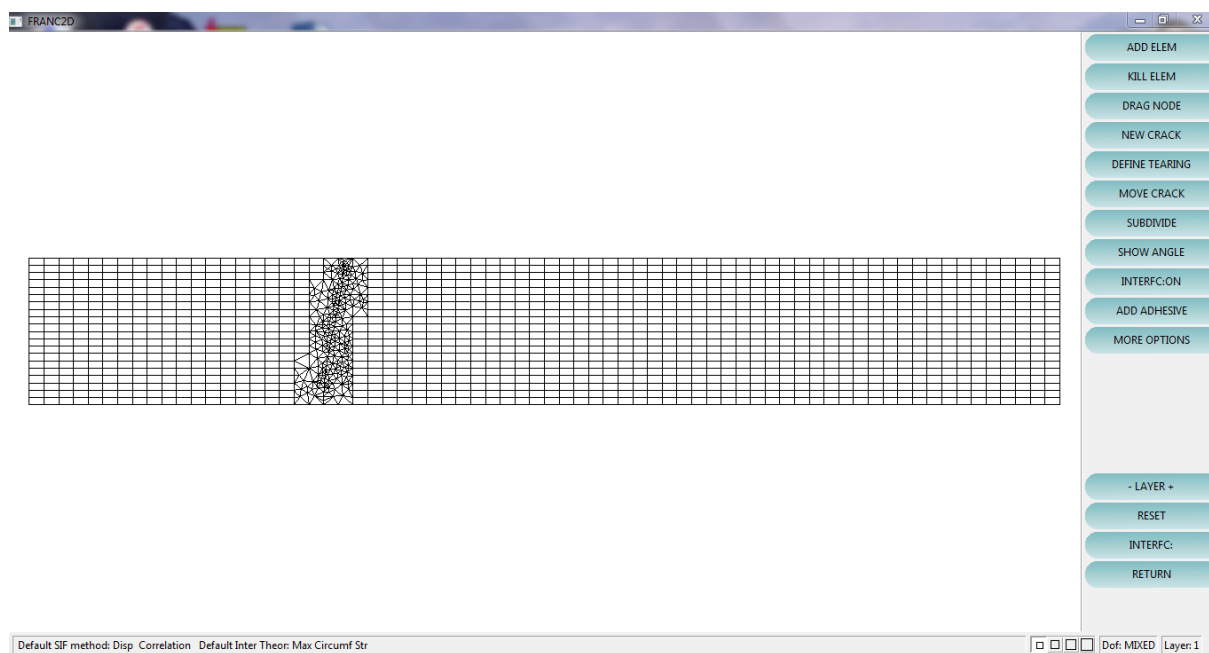


Figure 53 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

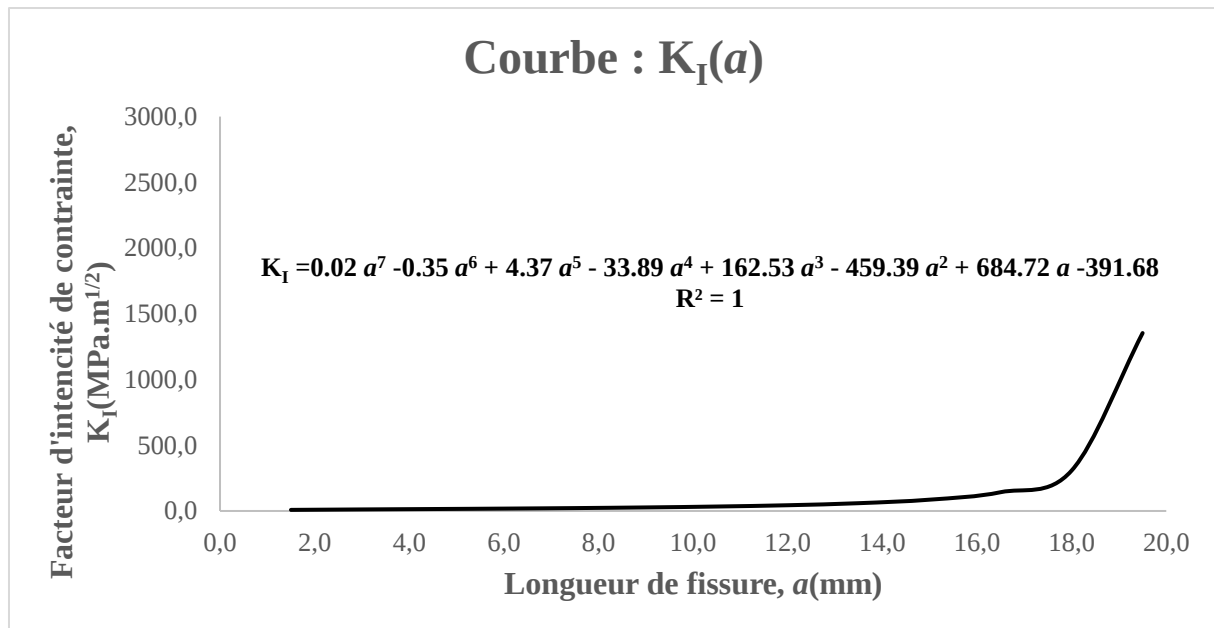


Figure 54 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

Tableau 11 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 30$ mm

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1.5	8.3
3.0	11.6
4.5	14.7
6.0	17.9
7.5	21.9
9.0	26.8
10.5	33.8
12.0	43.6
13.5	59.2
15.0	85.9
16.5	142.8
18.0	307.4
19.5	1353.3

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 7 comme suit :

$$K_I = 0.02 a^7 - 0.35 a^6 + 4.37 a^5 - 33.89 a^4 + 162.53 a^3 - 459.39 a^2 + 684.72 a - 391.68 \quad (26)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 1$

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 0.02 a^7 - 0.35 a^6 + 4.37 a^5 - 33.89 a^4 + 162.53 a^3 - 459.39 a^2 + 684.72 a - 391.68 = 50,6 \quad (27)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$a_c = 3.64 \text{ mm}$$

3.6.6.4 ETAPE 4 : fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

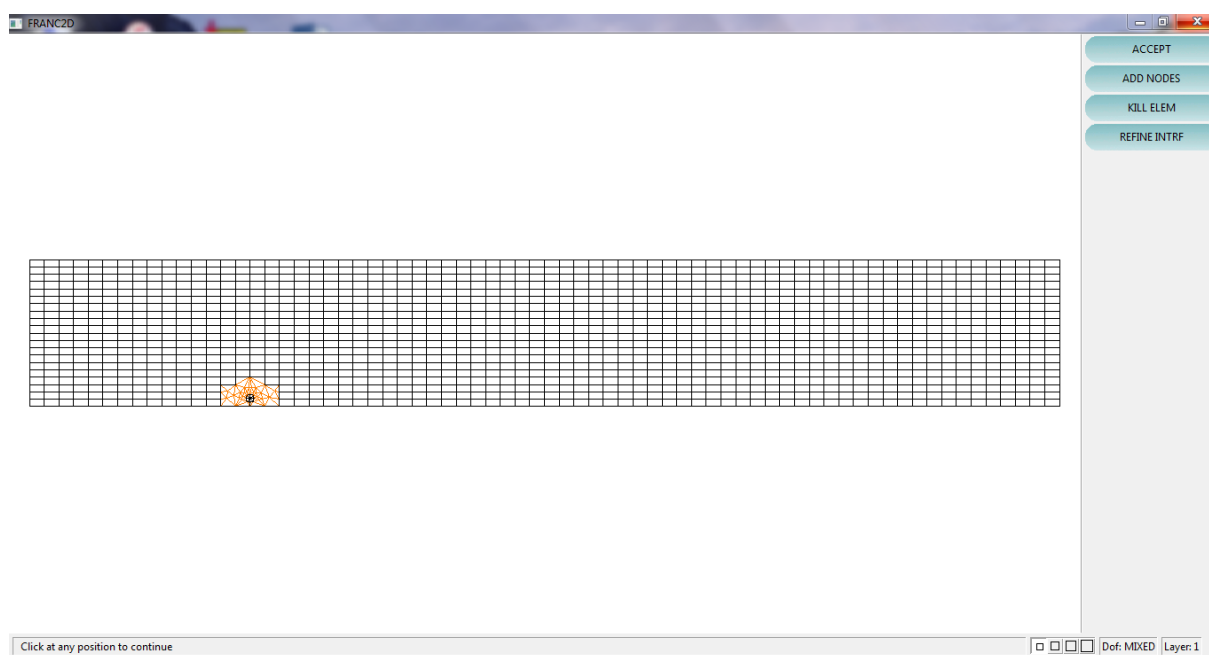


Figure 55 – Fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

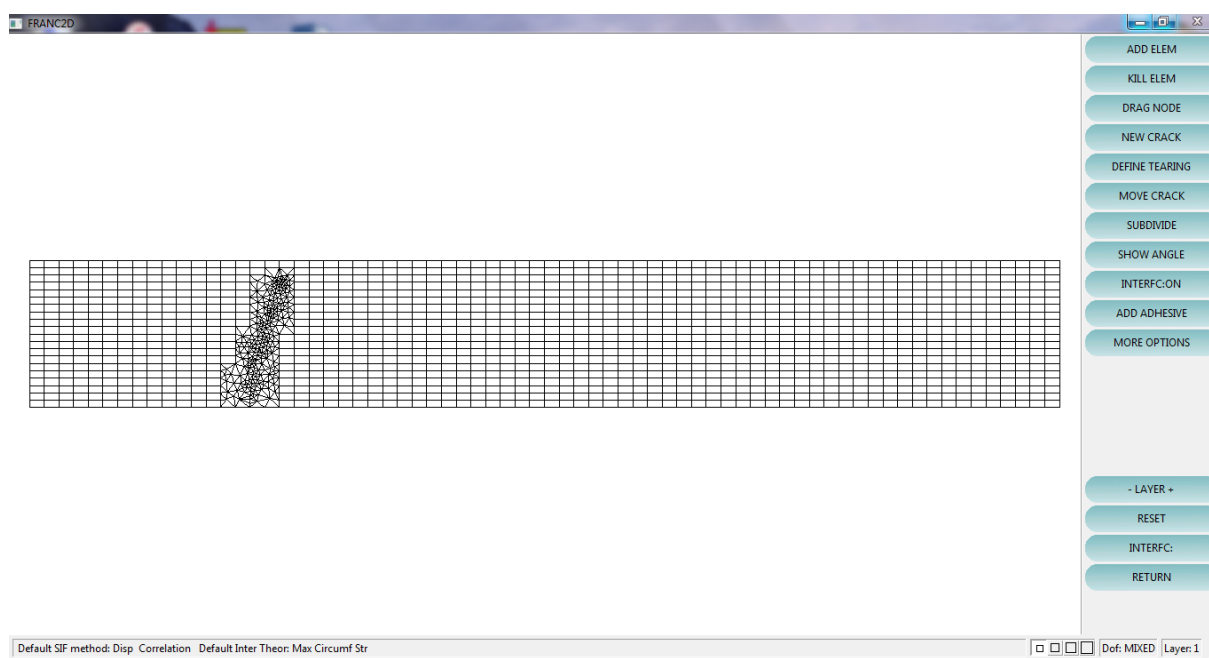


Figure 56 – Propagation fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

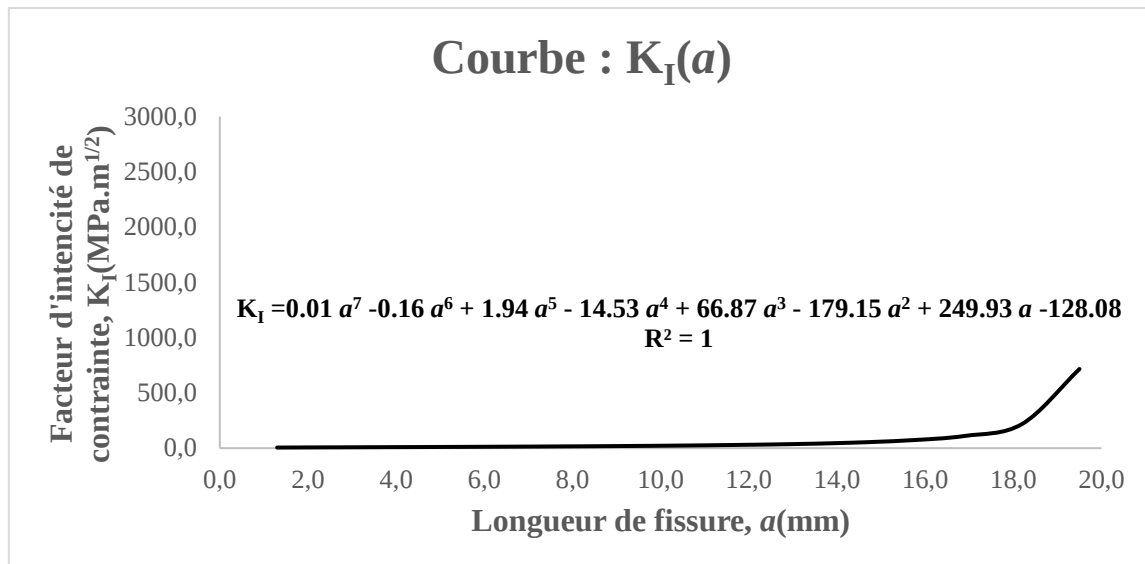


Figure 57 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

Tableau 12 – Résultats de $K_I(a)$ de la fissure éloignée de centre par $e_m = 40$ mm

$a(\text{mm})$	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
1.3	5.1
2.6	7.2
3.9	9.0
5.2	11.0
6.5	13.1
7.8	15.7
9.1	18.8
10.4	23.1
11.7	28.7
13.0	36.6
14.3	48.9
15.6	70.0
16.9	110.3
18.2	218.7
19.5	716.1

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 7 comme suit :

$$K_I = 0.01 a^7 - 0.16 a^6 + 1.94 a^5 - 14.53 a^4 + 66.87 a^3 - 179.15 a^2 + 249.93 a - 128.08 \quad (28)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : **$R^2 = 1$**

Si le facteur d'intensité de contrainte critique : **$K_{IC} = 50,6 \text{ MPa.m}^{1/2}$** , donc on a :

$$K_{IC} = 0.01 a^7 - 0.16 a^6 + 1.94 a^5 - 14.53 a^4 + 66.87 a^3 - 179.15 a^2 + 249.93 a - 128.08 = 50,6 \quad (29)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$$**$a_c = 3.89 \text{ mm}$**$$

3.6.6.5 Variation de la longueur de fissure critique (a_c) en fonction de (e_m)

Pour les cas précédents on a le tableau suivant qui résume la variation de la longueur de fissure critique a_c en fonction d'éloignement de milieu e_m :

Tableau 13 – Variation de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement de milieu

Etat	e_m (mm)	a_c (mm)
0	0	3.34
1	10	4.15
2	20	5.88
3	30	3.44
4	40	3.89

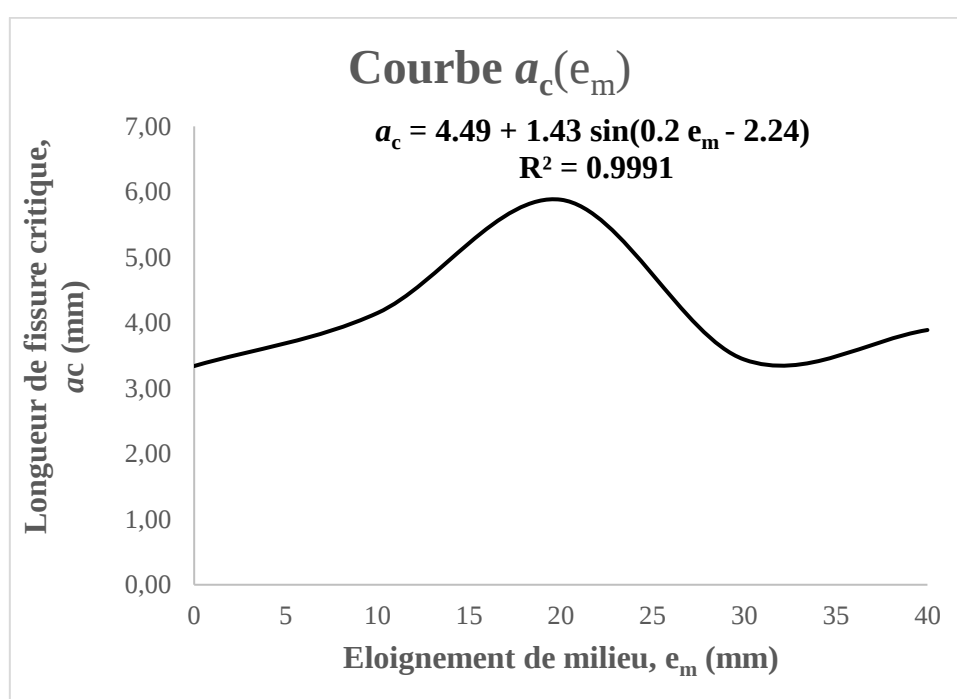


Figure 58 – Courbe de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement de milieu

L'équation de tendance de la courbe $a_c(e_m)$ est de la forme sinus comme suit :

$$a_c = 4.49 + 1.43 \sin(0.2 e_m - 2.24) \dots\dots\dots(30)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : **$R^2 = 0.9991$**

3.7 Conclusion de chapitre III (Comparaison à la rupture-Approche MDR)

La simulation de la flexion poutre 3 et 4 points à la rupture nous a donné une idée sur le comportement mécanique du matériau, nous donnons en dessous les principales conclusions des deux parties de l'étude (flexion poutre 3 et 4 points à la rupture) :

1- Flexion poutre 3 et 4 points à la rupture :

-Courbes $K_I(a)$:

Variation de facteur d'intensité de contrainte K_I en fonction de longueur de fissure a .

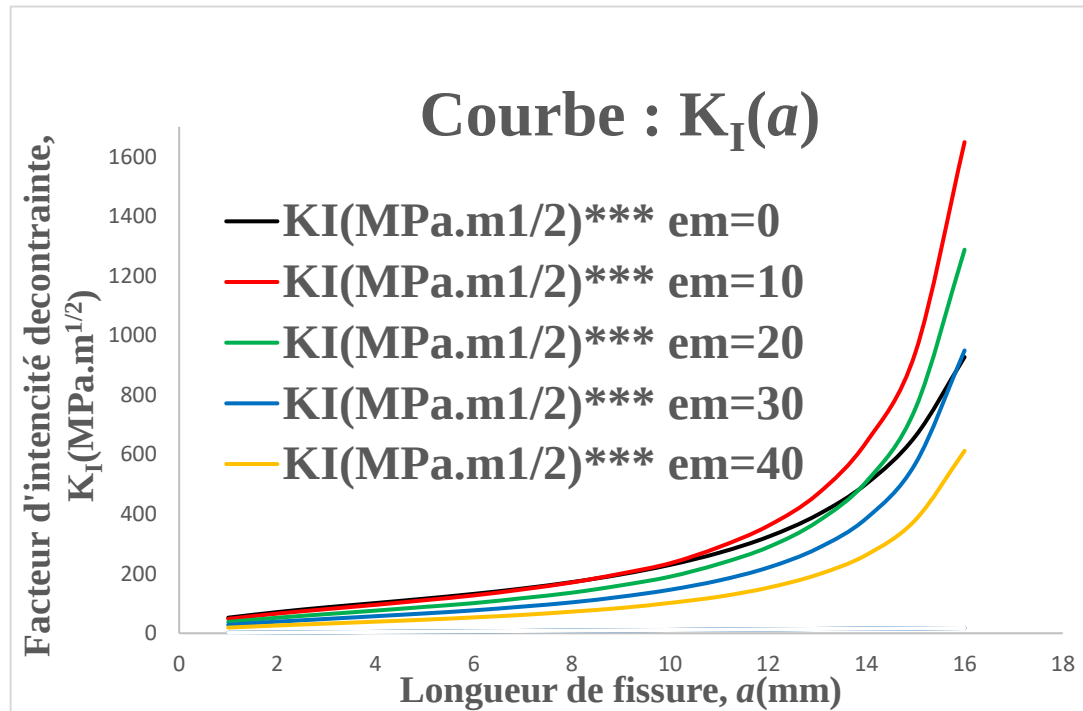


Figure 59 – Résultats des courbes $K_I(a)$

Tableau 14 – Résumé des résultats : e_m , $K_I(a)$ et a_c .

e_m (mm)	$K_I(a)$ ($\text{MPa.m}^{1/2}$)	a_c (mm)
0	$K_I(a) = 0.0079 a^5 - 0.2686 a^4 + 3.5389 a^3 - 20.734 a^2 + 66.195 a + 1.1712$	1.01
10	$K_I(a) = 0.0312 a^5 - 1.1035 a^4 + 14.434 a^3 - 82.789 a^2 + 211.65 a - 106.16$	1.05
20	$K_I(a) = 0.0232 a^5 - 0.8181 a^4 + 10.674 a^3 - 61.066 a^2 + 156.77 a - 76.444$	1.42
30	$K_I(a) = 0.0161 a^5 - 0.562 a^4 + 7.3067 a^3 - 41.635 a^2 + 107.47 a - 50.175$	2.25
40	$K_I(a) = 0.0092 a^5 - 0.3205 a^4 + 4.1544 a^3 - 23.581 a^2 + 61.843 a - 26.419$	6.13

-Courbe $a_c(e_m)$:

Variation de la longueur de fissure critique a_c en fonction d'éloignement de milieu e_m .

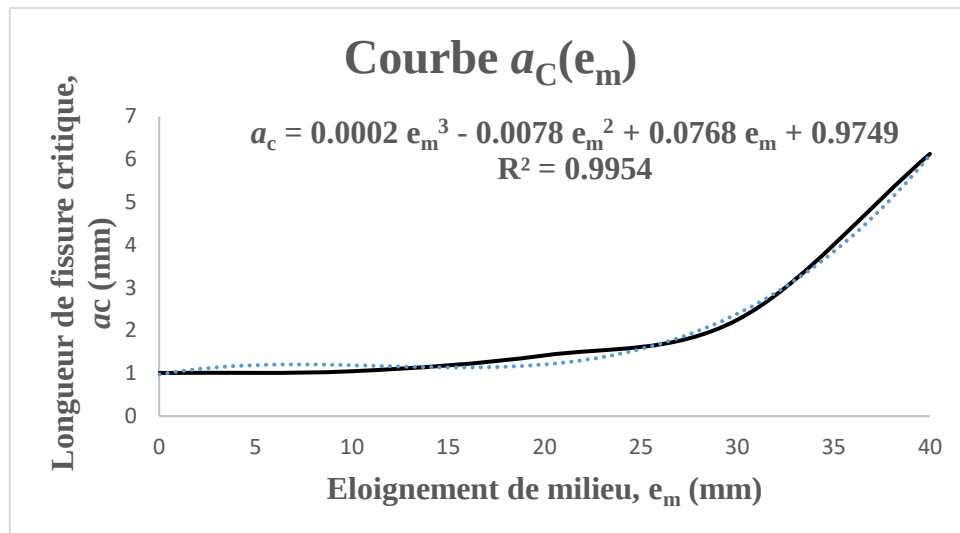


Figure 60 – Courbe de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement

2- Flexion poutre 3 et 4 points à la rupture :

-Courbes $K_I(a)$:

Variation de facteur d'intensité de contrainte K_I en fonction de longueur de fissure a .

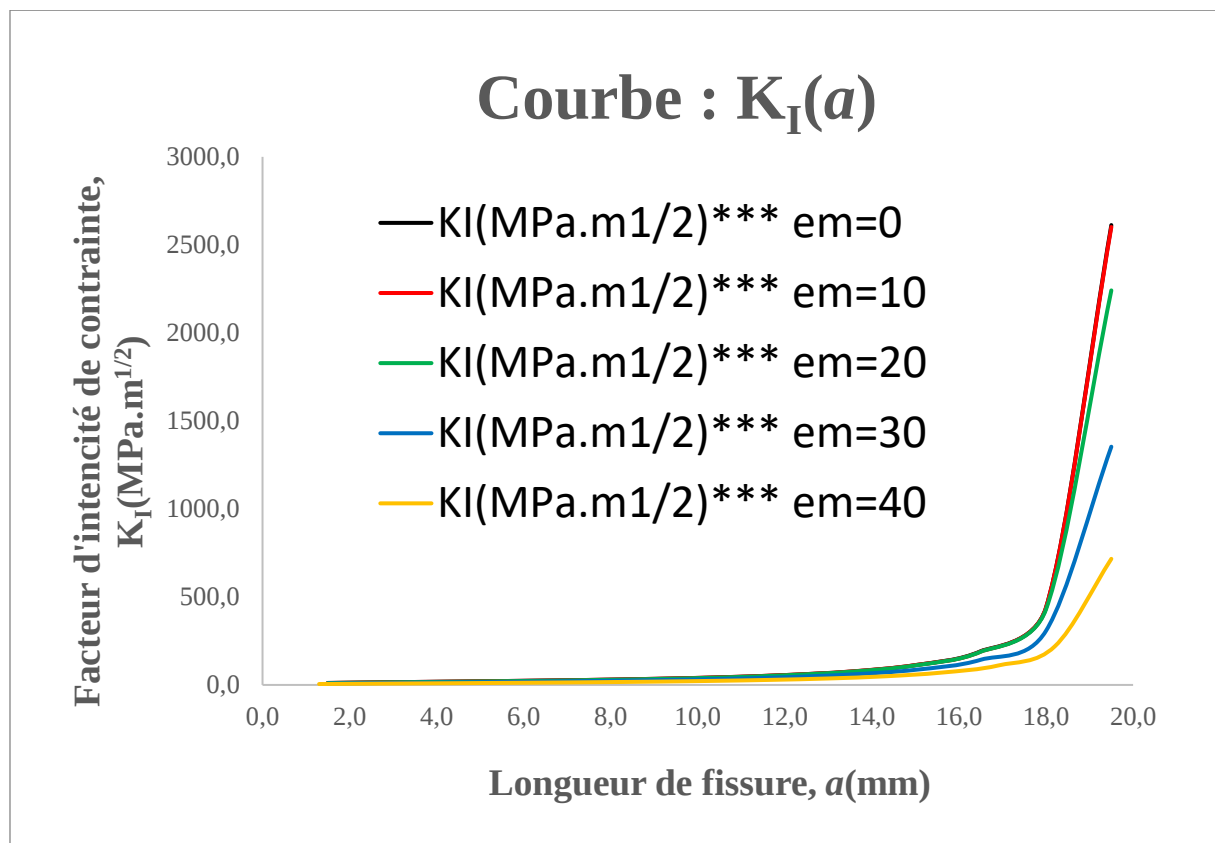


Figure 61 – Résultats des courbes $K_I(a)$

Tableau 15 – Résumé des résultats : e_m , $K_I(a)$ et a_c .

e_m (mm)	$K_I(a)$ (MPa.m ^{1/2})	a_c (mm)
0	$K_I = 0.05 a^7 - 0.92 a^6 + 11.39 a^5 - 88.32 a^4 + 423.89 a^3 - 1198.59 a^2 + 1783.95 a - 1028.61$	3.34
10	$K_I = 0.04 a^7 - 0.88 a^6 + 10.93 a^5 - 84.7 a^4 + 406.17 a^3 - 1147.63 a^2 + 1707.24 a - 783.52$	4.15
20	$K_I = 0.03 a^7 - 0.7 a^6 + 8.61 a^5 - 88.32 a^4 + 423.89 a^3 - 1198.59 a^2 + 1783.95 a - 1028.61$	5.88
30	$K_I = 0.02 a^7 - 0.35 a^6 + 4.37 a^5 - 33.89 a^4 + 162.53 a^3 - 459.39 a^2 + 684.72 a - 391.68$	3.64
40	$K_I = 0.01 a^7 - 0.16 a^6 + 1.94 a^5 - 14.53 a^4 + 66.87 a^3 - 179.15 a^2 + 249.93 a - 128.08$	3.89

-Courbe $a_c(e_m)$:

Variation de la longueur de fissure critique a_c en fonction d'éloignement de milieu e_m .

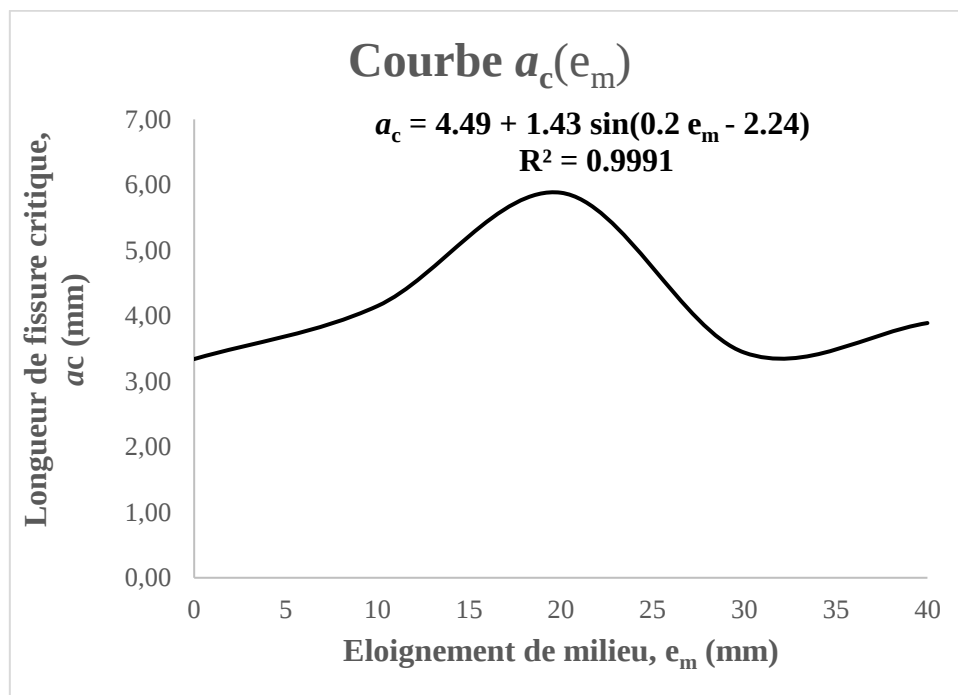


Figure 62 – Courbe de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement

Conclusion générale

La simulation de la poutre en flexion trois et quatre points, sans fissure par RDM6 et à la rupture par Franc2D est faite avec succès, nous donnons en dessous les principales conclusions des deux parties de l'étude :

1/ première partie :

- Les résultats obtenus avec le logiciel RDM6 des deux chargements étudiés (flexion trois et quatre points) sont conformes aux résultats obtenus théoriquement.
- En comparant les diagrammes des efforts tranchants et des moments fléchissant des deux chargements étudiés (flexion trois et quatre points), on trouve :
 - La flexion trois points a seulement deux zones de flexion simple, tandis que :
 - La flexion quatre points a trois zones : deux zones de flexion simple aux deux cotés gauche et droit, et zone de flexion pure au milieu de diagramme.

2/ deuxième partie :

La simulation de la poutre en flexion trois et quatre points, à la rupture par Franc2D, nous a aidé à la détermination le facteur d'intensité de contraintes K_I pour des différents éloignements de milieu e_m de la poutre étudiée, ce qui nous a mené à calculer les longueurs de fissure critiques pour chaque cas des éloignements précédents.

Références

- [1] Irwin GR, « Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate », Journal of Applied Mechanics, 1957, vol.24, pp. 361-364.
- [2] Naman recho. « Rupture par fissuration des structures ». Edition Hermès, Paris, 1995
- [3] Dominique François, andrés Pineau, andré Zaoui. « Comportement mécanique des matériaux ». Edition Hermès, Paris.
- [4] Jia li, Naman Recho , « Méthodes asymptotique en mécanique de la rupture ». Edition Hermès Lavoisier, paris, 1996
- [5] Claude Bathias, André Pineau. « Fatigue des matériaux et des structures 2 ».
- [6] Sander M, Richard HA, « Effects of block loading and mixed mode loading on the fatigue crack growth». In: Blom AF, editor. Fatigue, vol. 5. Stockholm: EMAS; 2002. p. 2895–902.
- [7] H.D.BUI : « Mécanique de la rupture fragile » - Masson, 1978.
- [8] Richard HA, Linnig W, Henn K. «Fatigue crack propagation under combined loading». Forensic Eng 1991;3:99–109.
- [9] Richard H.A. and Benitz K, «A loading device for the creation of mixed mode in fracture mechanics». Int. J. Fractures, 22, R55, 1983
- [10] Biner SB. « Fatigue crack growth studies under mixed-mode loading ». Int J Fatigue 2001;23(Suppl.):S259–S63.
- [11] https://iut.univ-lemans.fr/ydlogi/rdm_version_6.html