

M. Arnaudiès P. Delezoide
H. Fraysse

**Exercices résolus
d'analyse
du cours
de mathématiques - 2**

Classes préparatoires
1^{er} année

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	V
CHAPITRE I. Les nombres réels	1
§ I.2 Groupes abéliens totalement ordonnés, exercice 2	1
§ I.3 Groupes archimédiens, exercices 1, 2, 5	2
§ I.4 Le théorème d'isomorphisme, exercice 2	4
§ I.5 Les nombres réels, exercices 1, 2, 5, 6	4
§ I.6 Puissances, exponentielles, logarithmes, exercices 5, 7, 8, 10	7
CHAPITRE II Suites, introduction aux séries	11
§ II.1 Limites de suites réelles, exercices 2, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 19, 23, 24, 25	11
§ II.2 Suites à valeurs dans $\mathbb{R}^p$ ou à valeurs dans $\mathbb{C}$, exercices 1, 2, 8	24
§ II.3 Exponentielle naturelle, logarithme népérien, exercices 1, 2, 5	26
§ II.4 Comparaison des suites, exercices 1, 2, 5, 6, 9	29
§ II.5 Premières notions sur les séries, exercices 3, 8, 11, 12, 13, 18, 19	39
§ II.6 Développement de base donnée d'un réel positif, exercices 1, 4, 5, 8, 11	44
CHAPITRE III Topologie de $\mathbb{R}$	51
§ III.1 Ensembles adjacents et coupures dans $\mathbb{R}$, exercice 3	51
§ III.2 Ouverts, fermés et voisinages dans $\mathbb{R}$, exercices 3, 5, 8, 10	52
§ III.3 Ensembles de réels, exercices 1, 4, 5, 7, 10, 12	59
§ III.4 Continuité des fonctions de variable réelle, exercices 6, 8, 11, 16	65
§ III.5 Les théorèmes de Heine, exercices 2, 7, 11, 15	70
§ III.6 La droite numérique achevée, exercice 5	74
CHAPITRE IV Fonctions d'une variable réelle	77
§ IV.1 Limites, exercices 2, 6, 8, 12	77
§ IV.2 Fonctions monotones, exercices 1, 3, 11, 12	81
§ IV.3 Valeurs d'adhérence d'une fonction, exercices 2, 3, 7, 9	91
§ IV.5 Fonctions périodiques, exercices 5, 7	95
§ IV.6 Dérivées, exercices 3, 4	97
§ IV.7 Dérivées successives, exercices 3, 5	100

CHAPITRE V	Variation des fonctions, fonctions usuelles	105
§ V.1	Égalités et inégalités d'accroissements finis, exercices 2, 3, 12	105
§ V.2	Variation des fonctions, exercices 2, 6e, 7, 14, 50, 20	109
§ V.3	L'exponentielle complexe ; fonctions hyperboliques et circulaires complexes, exercice 1	117
§ V.4	Fonctions circulaires d'une variable réelle, exercices 2e, 3, 5, 8, 14, 23, 29	117
§ V.5	Fonctions convexes, exercices 2, 3, 9, 15	136
CHAPITRE VI	Formules de Taylor, développements limités	141
§ VI.2	Comparaison des fonctions au voisinage d'un point ; notations de Landau, exercices 5, 7, 13	141
§ VI.3	Formules de Taylor, exercices 1, 2, 3, 4, 8	146
§ VI.4	Développements limités, exercices 1c, 1g, 4d, 6, 8d	160
§ VI.6	Développements asymptotiques, exercices 4, 5	167
CHAPITRE VII	Notions sur l'intégration	171
§ VII.1	Convergence simple, convergence uniforme, exercices 1c, 1e, 5, 10, 11	171
§ VII.2	Intégration des fonctions en escalier, exercices 3, 6, 9	177
§ VII.3	Fonctions bornées intégrables, exercices 5, 3	182
§ VII.4	Ensembles mesurables bornés dans $\mathbb{R}$, exercices 1, 4, 6	185
§ VII.5	Sommes de Riemann, exercices 1, 9, 11	188
§ VII.6	Primitives, exercices 1, 3, 9, 13, 16	198
§ VII.8	Inégalités de Schwarz, Minkowski et Hölder, exercices 1, 8	207
CHAPITRE VIII	Primitives, intégrales généralisées et intégrales à paramètres	213
§ VIII.1	Primitives de fonctions rationnelles, exercices 1, 2, 5	213
§ VIII.2	Fonctions rationnelles en certaines fonctions usuelles, exercices 1, 3e, 3h, 4d, 4h, 5h, 5i, 11i, 13	225
§ VIII.3	Intégrales généralisées, exercices 3c, 4c, 4g, 5, 9, 12, 23c, 23f, 32, 35, 37	237
§ VIII.4	Intégrales généralisées : compléments, exercice 1a	267
§ VIII.5	Intégrales à paramètres, exercices 2, 5, 12, 14, 19	268
CHAPITRE IX	Séries numériques	289
§ IX.1	Comparaison de séries à termes positifs, exercices 5, 6 7f	289
§ IX.2	Règles usuelles de convergence, exercices 4, 6, 7	295
§ IX.3	Comparaison séries-intégrales, exercices 2, 4b, 7	299
§ IX.4	Séries à termes quelconques, exercices 1a, 1g, 1l, 2a, 6a, 11, 1g, 21, 23	305
§ IX.6	Notions sur les produits infinis, exercices 1, 3f, 3lh, 8, 16	327
§ IX.7	Notions sur les familles sommables de nombres complexes exercices 4, 9	335

CHAPITRE X	Topologie, espaces métriques, espaces normés	335
§ X.1	Distances et normes, exercices 3, 9, 11, 12	339
§ X.2	Topologie d'un espace métrique, exercices 1, 2	345
§ X.3	Sous-ensembles remarquables, exercices 1a, c, d, 3, 9	348
§ X.4	Limites, exercice 6	352
§ X.5	Continuité, exercices 1, 6, 10, 11	356
§ X.6	Continuité dans les evn, exercices 1, 2, 8	368
CHAPITRE XI	Compacité, complétude, connexité	377
§ XI.1	Espaces compacts, exercices 2, 4, 5, 8, 15, 16, 18, 23	377
§ XI.2	Espaces métriques complets, exercices 5, 6, 20, 21	388
§ XI.3	Connexité, exercices 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 23, 28	397
§ XI.4	Séries dans un evn, exercice 7	405
§ XI.5	Dérivation des fonctions à valeurs dans un K -evn, exercices 2, 3	407
CHAPITRE XII	Suites et séries de fonctions	415
§ XII.1	Généralités, exercices 2, 5, 8	415
§ XII.2	Continuités et limites uniformes, exercices 2, 4, 5	418
§ XII.3	Dérivation et passage à la limite, exercices 3, 5	424
§ XII.4	Séries de fonctions, produits infinis de fonctions, exercices 1, 8d, 9, 1	428
§ XII.5	Exemples et applications, exercices 2, 5, 9, 10, 12	441
Bibliographie		452

J.M. Arnaudiès

P. Delezoide

H. Fraysse

Exercices résolus d'analyse du cours de mathématiques - 2

Ce recueil contient 260 exercices résolus choisis parmi les énoncés les plus représentatifs du cours d'analyse.

Très détaillées et de niveau varié, les solutions ont été rédigées avec le souci constant d'approfondir les notions abordées et d'élargir la portée des exercices.

Dans la lignée du cours avec lequel il forme un ensemble sans égal (J.M. Arnaudiès et H. Fraysse, *cours de mathématiques*, tome 2, *analyse*), ce recueil est un outil de travail complet et vivant qui ouvre la voie aux résultats concrets et pratiques.

L'ensemble comportera 4 volumes :

- *Exercices résolus d'analyse*, 1993 ;
- *Exercices résolus d'algèbre*, 1994, à paraître ;
- *Exercices résolus d'analyse (compléments)*, 1995, à paraître ;
- *Exercices résolus d'algèbre bilinéaire et géométrie*, 1996, à paraître.



Code 041471
ISBN 2 10 001471 4

