

J. M. Arnaudiès
H. Fraysse

Cours de mathématiques -2

Analyse

Classes préparatoires
1^{er} cycle universitaire

DUNOD

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE I. Les nombres réels	1
§ 1 Insuffisance des nombres rationnels	1
§ 2 Groupes abéliens totalement ordonnés	3
§ 3 Groupes archimédiens	6
§ 4 Le théorème d'isomorphisme	14
§ 5 Les nombres réels	18
§ 6 Puissances, exponentielles, logarithmes	27
CHAPITRE II. Suites, introduction aux séries	32
§ 1 Limites de suites réelles	32
§ 2 Suites à valeurs dans $\mathbb{R}^p$ ou à valeurs dans $\mathbb{C}$	41
§ 3 Exponentielle naturelle, logarithme népérien	47
§ 4 Comparaison des suites	52
§ 5 Premières notions sur les séries	62
§ 6 Développement de base donnée d'un réel positif	73
CHAPITRE III. Topologie de $\mathbb{R}$	88
§ 1 Ensembles adjacents et coupures dans $\mathbb{R}$	88
§ 2 Ouverts, fermés et voisinages dans $\mathbb{R}$	89
§ 3 Ensembles de réels	98
§ 4 Continuité des fonctions de variable réelle	108
§ 5 Les théorèmes de Heine	118
§ 6 La droite numérique achevée	124
CHAPITRE IV. Fonctions d'une variable réelle	133
§ 1 Limites	133
§ 2 Fonctions monotones	144
§ 3 Valeurs d'adhérence d'une fonction	152
§ 4 Limites de fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^p$ ou $\mathbb{C}^p$	155
§ 5 Fonctions périodiques	161
§ 6 Dérivées	164
§ 7 Dérivées successives	175
CHAPITRE V. Variation des fonctions, fonctions usuelles	181
§ 1 Egalités et inégalités d'accroissements finis	181
§ 2 Variation des fonctions	194
§ 3 L'exponentielle complexe ; fonctions hyperboliques et circulaires complexes	206
§ 4 Fonctions circulaires d'une variable réelle	215
§ 5 Fonctions convexes	228

VI *Table des matières*

CHAPITRE VI. Formules de Taylor, développements limités	247
§ 1 Propriétés locales d'une fonction	247
§ 2 Comparaison des fonctions au voisinage d'un point ; notations de Landau	250
§ 3 Formules de Taylor	262
§ 4 Développements limités	273
§ 5 Développements limités et séries formelles	289
§ 6 Développements asymptotiques	292
CHAPITRE VII. Notions sur l'intégration	305
Introduction	305
§ 1 Convergence simple, convergence uniforme	305
§ 2 Intégration des fonctions en escalier	314
§ 3 Fonctions bornées intégrables	325
§ 4 Ensembles mesurables bornés dans $\mathbb{R}$	341
§ 5 Sommes de Riemann	347
§ 6 Primitives	354
§ 7 Théorèmes de la moyenne	365
§ 8 Inégalités de Schwarz, Minkowski et Hölder	369
CHAPITRE VIII. Primitives, intégrales généralisées et intégrales à paramètres	377
Convention	377
§ 1 Primitives de fonctions rationnelles	378
§ 2 Fonctions rationnelles en certaines fonctions usuelles	385
§ 3 Intégrales généralisées	398
§ 4 Intégrales généralisées : compléments	422
§ 5 Intégrales à paramètres	430
CHAPITRE IX. Séries numériques	447
§ 1 Comparaison de séries à termes positifs	447
§ 2 Règles usuelles de convergence	457
§ 3 Comparaison séries-intégrales	468
✱ § 4 Séries à termes quelconques	473
§ 5 Produit de deux séries	486
§ 6 Notions sur les produits infinis	490
§ 7 Notions sur les familles sommables de nombres complexes	505
CHAPITRE X. Topologie, espaces métriques, espaces normés	518
§ 1 Distances et normes	518
§ 2 Topologie d'un espace métrique	529
§ 3 Sous-ensembles remarquables	538
§ 4 Limites	542
§ 5 Continuité	553
§ 6 Continuité dans les evn	562

CHAPITRE XI. Compacité, complétude, connexité	572
§ 1 Espaces compacts	572
§ 2 Espaces métriques complets	588
§ 3 Connexité	602
× § 4 Séries dans un evn	608
§ 5 Dérivation des fonctions à valeurs dans un K -evn	620
CHAPITRE XII. Suites et séries de fonctions	628
§ 1 Généralités	628
§ 2 Continuité et limites uniformes	635
§ 3 Dérivation et passage à la limite	641
× § 4 Séries de fonctions, produits infinis de fonctions	645
§ 5 Exemples et applications	660
BIBLIOGRAPHIE	675
INDEX ALPHABÉTIQUE	676

Ce volume du *COURS DE MATHÉMATIQUES* développe les bases de l'analyse indispensables tant aux concours d'entrée aux grandes écoles que pour entreprendre des études scientifiques à dominante mathématique.

La conception de cet ouvrage est celle d'un outil de travail utilisable immédiatement et permettant d'obtenir des résultats concrets et pratiques : les bases de l'analyse y sont définies et exploitées de manière approfondie.

Plus de 930 exercices jalonnent le texte et permettent ainsi une lecture active et une assimilation progressive.

Les futurs élèves des grandes écoles, mais aussi les candidats à l'agrégation et les professeurs de lycées trouveront, en petits caractères, tous les approfondissements désirables.

Ce cours de mathématiques se compose de 4 tomes :

1. Algèbre
2. Analyse
3. Compléments d'analyse
4. Algèbre bilinéaire et géométrie

4 volumes d'exercices complètent ce cours :

- *Exercices résolus d'analyse, 1993 ;*
- *Exercices résolus d'algèbre, 1994 ;*
- *Exercices résolus d'analyse (compléments), 1995, à paraître ;*
- *Exercices résolus d'algèbre bilinéaire et géométrie, 1996, à paraître.*



Code 016501

ISBN 2-04-016501-0

