

LES GRANDS CLASSIQUES GAUTHIER-VILLARS

Frédéric RIESZ & Béla SZ.-NAGY

LEÇONS
D'ANALYSE FONCTIONNELLE

TROISIÈME ÉDITION



ÉDITIONS
JACQUES GABAY

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

THÉORIES MODERNES DE LA DÉRIVATION ET DE L'INTÉGRATION

CHAPITRE I. DÉRIVATION

	Page
THÉORÈME DE LEBESGUE SUR LA DÉRIVÉE D'UNE FONCTION MONOTONE	3
1. Exemple d'une fonction continue non dérivable. — 2. Théorème de Lebesgue sur la dérivée d'une fonction monotone. Ensembles de mesure nulle. — 3. Démonstration du théorème de Lebesgue. — 4. Fonctions à variation bornée.	
QUELQUES CONSÉQUENCES IMMÉDIATES DU THÉORÈME DE LEBESGUE	11
5. Théorème de Fubini sur la dérivation des séries à termes monotones. — 6. Points de densité des ensembles linéaires. — 7. Fonctions des sauts. — 8. Fonctions à variation bornée quelconques. — 9. Théorème de Denjoy—Young—Saks sur les nombres dérivés des fonctions les plus générales.	
FONCTIONS D'INTERVALLE	19
10. Préliminaires. — 11. Premier théorème fondamental. — 12. Second théorème fondamental. — 13. Les intégrales de Darboux et celle de Riemann. — 14. Théorème de Darboux. — 15. Fonctions à variation bornée et rectification des courbes.	

CHAPITRE II. INTÉGRALE DE LEBESGUE

DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES	29
16. Intégrale des fonctions en escalier. Deux lemmes. — 17. Intégrale des fonctions sommables. — 18. Intégration terme à terme d'une suite croissante (théorème de Beppo Levi). — 19. Intégration terme à terme d'une suite majorée (théorème de Lebesgue). — 20. Théorèmes affirmant l'intégrabilité d'une fonction limite. — 21. Inégalités de Schwarz, de Hölder et de Minkowski. — 22. Ensembles et fonctions mesurables.	
INTÉGRALES INDÉFINIES; FONCTIONS ABSOLUMENT CONTINUES	47
23. Variation totale et dérivée de l'intégrale indéfinie. — 24. Exemple d'une fonction monotone continue dont la dérivée s'annule presque partout. — 25. Fonctions absolument continues. Décomposition canonique des fonctions monotones. — 26. Intégration par parties et intégration par substitution. — 27. L'intégrale comme fonction d'ensemble.	
L'ESPACE L^2 ET SES FONCTIONNELLES LINÉAIRES. LES ESPACES L^p	57
28. L'espace L^2 ; convergence en moyenne; théorème de Riesz—Fischer. — 29. Convergence faible. — 30. Fonctionnelles linéaires. — 31. Suites de fonctionnelles linéaires; un théorème d'Osgood. — 32. Séparabilité de L^2 . Théorème du choix. — 33. Systèmes orthonormaux. — 34. Sous-espaces de L^2 . Théorème de décomposition. — 35. Une autre démonstration du théorème du choix; prolongement des fonctionnelles. — 36. L'espace L^p et ses fonctionnelles linéaires. — 37. Un théorème sur la convergence en moyenne. — 38. Un théorème de Banach et Saks.	
FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES	81
39. Définitions. Principe de transition. — 40. Intégrations successives; théorème de Fubini. — 41. Dérivées, sur un réseau, d'une fonction additive non-négative de rectangle. Déplacement parallèle du réseau. — 42. Fonctions de rectangle à variation bornée. Réseaux conjugués. — 43. Fonctions additives d'ensemble. Ensembles mesurables (B).	



**ÉDITIONS
JACQUES GABAY**

RÉIMPRESSIONS

Niels Henrik ABEL

- Œuvres complètes (2 tomes)

Jean D'ALEMBERT

- Traité de dynamique

André-Marie AMPÈRE

- Théorie mathématique des phénomènes électro-dynamiques

Paul APPELL

- Traité de Mécanique rationnelle (5 tomes)

Paul BARBARIN

- La Géométrie non euclidienne

Ludwig BOLTZMANN

- Leçons sur la théorie des gaz

Émile BOREL

- Leçons sur les séries divergentes

Léon BRILLOUIN

- Les tenseurs en mécanique et en élasticité
- La science et la théorie de l'information

Louis de BROGLIE

- Ondes et mouvements

Georg CANTOR

- Sur les fondements de la théorie des ensembles transfinis

Sadi CARNOT

- Réflexions sur la puissance motrice du feu

Élie CARTAN

- Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann

Augustin-Louis CAUCHY

- Analyse algébrique

Michel CHASLES

- Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie
- La dualité et l'homographie

Rudolph CLAUDIUS

- Théorie mécanique de la chaleur (2 tomes)

R. DELTHEIL & D. CAIRE

- Géométrie et Compléments de géométrie

Paul A.M. DIRAC

- Les principes de la Mécanique quantique

Pierre FERMAT

- Précis des Œuvres mathématiques et de l'Arithmétique de Diophante

Joseph FOURIER

- Théorie analytique de la chaleur

Maurice FRÉCHET

- Les espaces abstraits

Évariste GALOIS

- Œuvres mathématiques

Carl Friedrich GAUSS

- Recherches arithmétiques

Jacques HADAMARD

- Leçons de géométrie élémentaire (2 tomes)

Hermann von HELMHOLTZ

- Optique physiologique (2 tomes)
- Théorie physiologique de la musique

Camille JORDAN

- Traité des substitutions et des équations algébriques
- Cours d'Analyse de l'École Polytechnique (3 tomes)

Stephen C. KLEENE

- Logique mathématique

Joseph-Louis LAGRANGE

- Mécanique analytique

Trajan LALESCO

- La géométrie du triangle

Henri LEBESGUE

- Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives
- Les coniques
- Leçons sur les constructions géométriques

C. LEBOSSE & C. HÉMERY

- Géométrie (classe de Mathématiques)

Tullio LEVI-CIVITA

- Caractéristiques des systèmes différentiels et propagation des ondes

Alexandre LIAPOUNOFF

- Problème général de la stabilité du mouvement

André LICHNEROWICZ

- Éléments de calcul tensoriel

Ernst LINDELÖF

- Le calcul des résidus et ses applications à la théorie des fonctions

Ernst MACH

- La Mécanique

James Clerk MAXWELL

- Traité d'Electricité et de Magnétisme (2 tomes)

Gaspard MONGE

- Géométrie descriptive

John von NEUMANN

- Les fondements mathématiques de la Mécanique quantique

Isaac NEWTON

- Principes mathématiques de la philosophie naturelle (2 tomes)

Julius PETERSEN

- Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de géométrie

Émile PICARD

- Traité d'Analyse (3 tomes)

Henri POINCARÉ

- Calcul des probabilités
- La Mécanique nouvelle (Théorie de la Relativité)
- Théorie du potentiel newtonien
- Théorie des tourbillons
- Figures d'équilibre d'une masse fluide
- Electricité et Optique

George POLYA

- Comment poser et résoudre un problème

Bernhard RIEMANN

- Œuvres mathématiques

F. RIESZ & B. SZ.-NAGY

- Leçons d'analyse fonctionnelle

Erwin SCHRÖDINGER

- Mémoires sur la Mécanique ondulatoire

Paul TANNERY

- Pour l'histoire de la science hellène
- La géométrie grecque

François TISSERAND

- Traité de Mécanique céleste (4 tomes)
- Leçons sur la détermination des orbites

Georges VALIRON

- Équations fonctionnelles - Applications

Vito VOLTERRA

- Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie

Diffusion-Distribution : JACQUES GABAY

151 bis, rue Saint-Jacques 75005 PARIS

Téléphone : (1) 43 54 64 64 - Télex : 203 521

Fax : (1) 43 54 87 00

ISBN 2-87647-078-0

ISSN 0989-0602