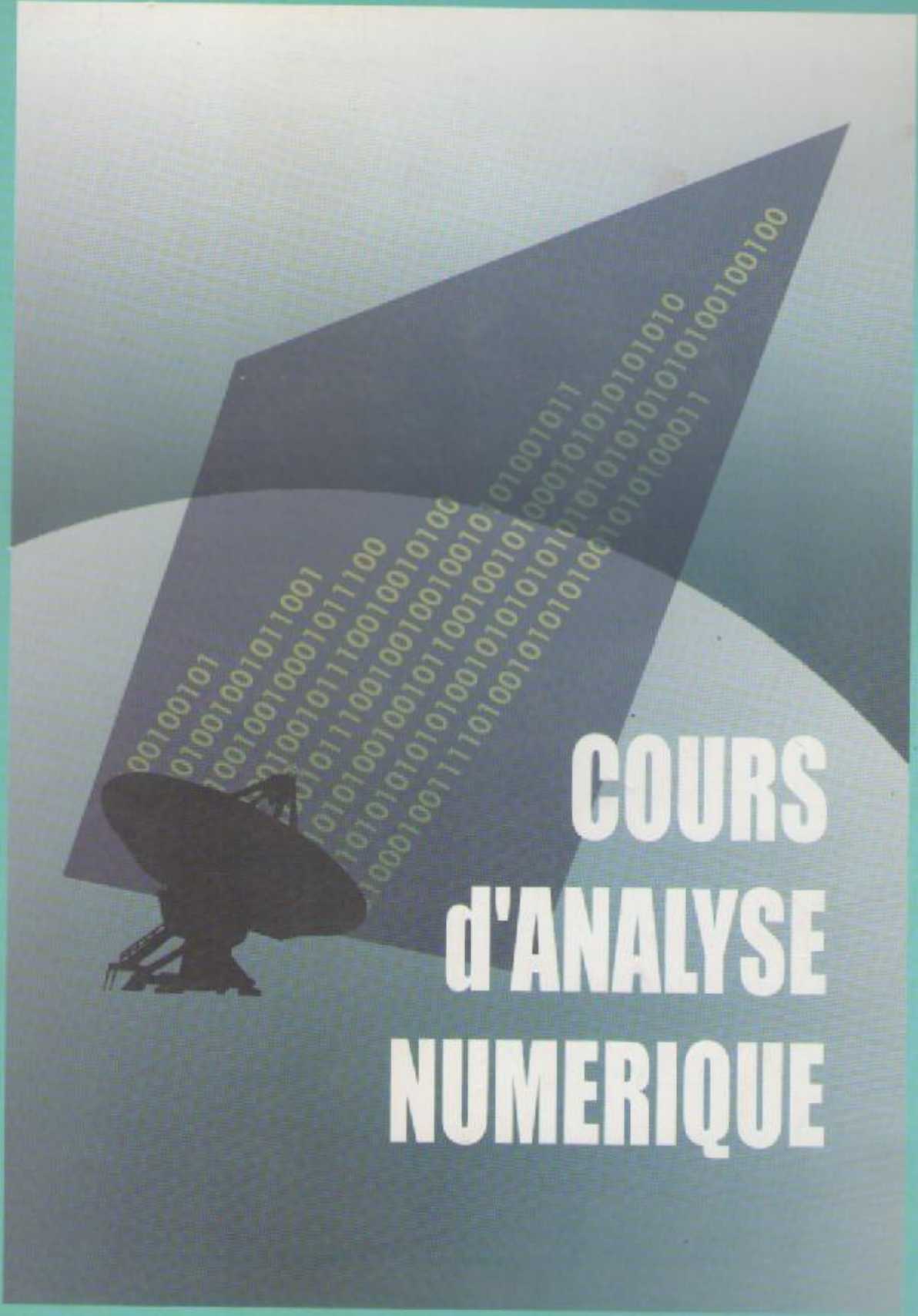


Mustapha LAKRIB

The cover features a central graphic with a light blue background. A large, dark blue triangle points towards the top right. Overlaid on this triangle are several lines of binary code (0s and 1s) in a lighter blue color, arranged in a way that suggests depth and movement. In the bottom left corner of the central graphic, there is a silhouette of a satellite dish. The title 'COURS d'ANALYSE NUMERIQUE' is printed in large, bold, white capital letters on the right side of the central graphic.

COURS d'ANALYSE NUMERIQUE

Office des Publications Universitaires

Table des Matières

1 Erreurs	5
1.1 Erreurs absolue et relative	5
1.1.1 Erreur absolue	5
1.1.2 Erreur relative	6
1.1.3 Majorants des erreurs absolue et relative	6
1.2 Propagation des erreurs	7
1.3 Représentation décimale des nombres approchés	10
1.4 Chiffres exacts d'un nombre décimal approché	11
1.5 Troncature et Arrondissement d'un nombre	12
1.6 Relation entre erreur relative et c.s.e	13
1.7 Exercices	14
* 2 Résolution d'équations non linéaires $f(x) = 0$	15
2.1 Racines de l'équation $f(x) = 0$	15
2.2 Séparation des racines	16
2.2.1 Méthode graphique	16
2.2.2 Méthode de balayage	17
2.3 Approximation des racines: Méthodes itératives	18
2.3.1 Méthode de Newton-Raphson	19
2.3.2 Méthode de Newton-Raphson pour deux inconnues	21
2.3.3 La méthode de Newton-Raphson et les polynômes	23
2.3.4 Méthode du point fixe	25
2.3.5 Accélération de la convergence	28
2.3.6 Convergence de la méthode de Newton-Raphson	30
2.3.7 Méthode de la sécante	32
2.3.8 Méthode de dichotomie	33
2.4 Exercices	34
3 Méthodes numériques de l'algèbre linéaire	37
3.1 Introduction	37
3.2 Méthodes directes	39
3.2.1 Méthode de Gauss	39
3.2.2 Méthode de Gauss-Jordan	44
3.2.3 Stratégie du choix du pivot	47

3.2.4	Décomposition de A en LU	52
3.2.5	Méthode de Cholesky	54
3.3	Méthodes itératives	55
3.3.1	Méthode de Jacobi	56
3.3.2	Méthode de Gauss-Seidel	59
3.3.3	Réduction à la forme commode pour l'itération	61
3.4	Exercices	62
4	Polynômes et Interpolation	67
4.1	Evaluation d'un polynôme et de ses dérivées en un point	67
4.2	Interpolation	69
4.2.1	Méthode de Lagrange	69
4.2.2	Méthode de Newton	72
4.2.3	Erreur d'interpolation	75
4.2.4	Cas des points équidistants	76
4.2.5	Polynômes d'Hermite	81
4.3	Exercices	82
5	Approximation Au Sens Des Moindres Carrés	85
5.1	Formulation du problème	85
5.2	Polynômes orthogonaux	85
5.3	Construction du meilleur approximant	86
5.4	Utilité des poids	92
5.5	Exercices	92
6	Approximation de fonctionnelles linéaires	95
6.1	Formulation du problème	95
6.2	approximation de fonctionnelles linéaires	96
6.3	Dérivation approchée	98
6.3.1	Une méthode de dérivation numérique	99
6.4	Intégration approchée	101
6.4.1	Méthode des trapèzes ($n=1$)	101
6.4.2	Méthode de Simpson ($n=2$)	103
6.4.3	Méthode de Newton ($n=3$)	104
6.4.4	Méthode de Newton-Cotes ($n>3$)	105
6.4.5	Erreur dans la formule des trapèzes	105
6.4.6	Erreur dans la formule de Simpson	105
6.4.7	Méthode de Gauss	107
6.4.8	Erreur dans l'approximation de Gauss	108
6.5	Exercices	108
7	Résolution d'équations différentielles	111
7.1	Introduction	111
7.2	Méthodes numériques à un pas	112
7.2.1	Méthode d'Euler	112

7.2.2	Méthode de Taylor (d'ordre 2)	113
7.2.3	Méthode du point milieu	115
7.2.4	Méthode De Runge-Kutta	116
7.3	Méthodes numériques à pas multiples	118
7.3.1	Méthode d'Adams-Bashforth	118
7.3.2	Méthode d'Adams-Moulton	120
7.3.3	Méthode de prédiction-correction	121
7.4	Méthode d'Adams	121
7.5	Méthode des approximations successives (Picard)	124
7.6	Exercices	126

1.1 Erreurs absolue et relative

• Quantité exacte π , $1/4$, $3\sqrt{2}$, π , $\log 2$, e . . .

• Quantité approximative ou valeur approchée: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\pi \approx 3.14$,
 $e \approx 2.718$. . .

Soient x une quantité exacte et x' une valeur approchée de x .

• Si $x' > x$, x' est dite valeur approchée par excès.

• Si $x' < x$, x' est dite valeur approchée par défaut.

Exemple 1.1. Considérons le nombre $\sqrt{2}$, 1.4142 est valeur approchée de $\sqrt{2}$.

Ce travail est une synthèse des méthodes numériques nécessaires dans une formation d'ingénieur et rejoint le programme officiel du cours d'*Analyse numérique* des filières d'ingénieurs et de DES. Il présente les différentes méthodes avec les fondements théoriques sans tomber dans l'excès de la formalisation et les exemples d'utilisation de ces méthodes facilitent la conception de leurs diagrammes et leur programmation avec les différents langages. Des exercices d'application suivent chaque chapitre.



OPU 4274



150 DA