

A. LICHNEWSKY (ÉD.)

Modélisation mathématique : un autre regard

SCOPOS



Springer

Table des matières

Avant-propos	V
Liste des auteurs	VIII

Première partie. Localisation par GPS

Chapitre 1. Localisation par GPS : Texte	3
§1. Introduction	3
§2. Le problème statique	4
§3. Le problème dynamique	5
§4. Application	9
§5. Annexe : Un calcul explicite	11
Chapitre 2. GPS : Commentaire de l'auteur	14

Deuxième partie. Modèle simplifié de mélange liquide-gaz

Chapitre 3. Modèle simplifié de mélange liquide-gaz : Texte	19
§1. Modélisation	19
§2. Vitesse de propagation	20
§3. Simulation numérique	21
Chapitre 4. Mélange liquide-gaz : Commentaire de l'auteur	25
Chapitre 5. Mélange liquide-gaz : Commentaire d'agrégation	27
§1. Cas d'une température affine	27
§2. Juxtaposition de deux milieux liquides différents	28
Chapitre 6. Mélange liquide-gaz : Commentaire d'agrégation	31
§1. Un problème d'interaction liquide-gaz très simplifié	31
§2. L'équation d'évolution et ses variantes	33
§3. Le schéma numérique d'Euler et quelques variantes	35
§4. Validation de l'approche asymptotique	41
§5. Évolution en milieu adiabatique	44
§6. En guise de conclusion	47
§7. Annexe (calcul de $U, \partial_t^2 U, \partial_x^2 U$)	49

Chapitre 7. Mélange liquide-gaz : Commentaire de TIPE	50
§1. Modélisation	50
§2. Annexe : utilisation de Maple	51

Troisième partie. Trafic routier

Chapitre 8. Trafic Routier : Texte	59
§1. Modéliser la circulation automobile	59
§2. Exploitation du modèle	65
Chapitre 9. Trafic routier : Commentaire de l'auteur	69
§1. La modélisation	69
§2. Modèle Numérique	74
Chapitre 10. Trafic routier : Commentaire d'agrégation	76
§1. Position du problème	76
§2. Implémentation du schéma numérique	77
§3. Approximation polynomiale	78
§4. Approximation polynomiale avec contraintes	79
§5. Code Maple (Maple 6)	81
§6. Commentaire	88
Chapitre 11. Trafic routier : Commentaire de TIPE	90
§1. Plan	90
§2. Proposition d'exposition de la part du candidat	90
§3. Propositions de questions	90
§4. Conclusion	91

Quatrième partie. Logarithme discret et cryptographie

Chapitre 12. Logarithme discret et cryptographie : Texte	95
§1. Introduction	95
§2. RSA	95
§3. Signatures sécurisées	97
§4. Le logarithme discret	97
§5. Preuves sans apport d'information	98
Chapitre 13. Logarithme discret : Commentaire de l'auteur	100

Chapitre 14. Logarithme discret : Commentaire d'agrégation	102
Chapitre 15. Logarithme discret : Commentaire d'agrégation	104
Chapitre 16. Logarithme discret : Commentaire de TIPE	108

Cinquième partie. Configurations centrales de quatre corps dans le plan

Chapitre 17. Configurations centrales de 4 corps dans le plan : Texte ...	115
§1. Introduction	115
§2. Configurations centrales de quatre corps	115
§3. Déterminants de Cayley	116
§4. Configurations planes	117
§5. Détermination des configurations centrales	119
§6. Résolution des équations	120
Chapitre 18. Quatre corps : Commentaire de l'auteur	125
Chapitre 19. Quatre corps : Commentaire d'agrégation	129
Chapitre 20. Quatre corps : Commentaire d'agrégation	136
§1. Parallélépipèdes et simplexes	136
§2. Déterminants de Cayley	137
§3. Configurations planes	141

Sixième partie. Modélisation du système ALOHA

Chapitre 21. Modélisation du système ALOHA : Texte	145
§1. Présentation d'ALOHA.	145
§2. Un modèle mathématique très simple : ALOHA non stabilisé.	146
§3. Estimation par simulation	148
Chapitre 22. ALOHA : Commentaire de l'auteur	150
Chapitre 23. ALOHA : Commentaire d'agrégation	154
§1. Les probabilités de transition	154
§2. Dynamique et équilibres	156
§3. Une simulation	157
§4. Temps moyen de saturation	158

§5. Nombre infini d'utilisateurs	159
§6. Appendice : Les programmes Matlab	161
Chapitre 24. ALOHA : Commentaire d'agrégation	164
§1. Description du système ALOHA	164
§2. Présentation du modèle mathématique pour un nombre fini d'utilisateurs	164
§3. Évolution du système pour un très grand nombre d'utilisateurs	165
§4. Appendice : les programmes Matlab	168
Chapitre 25. ALOHA : Commentaire de TIPE	171

Septième partie. Détection d'un signal en télécommunications

Chapitre 26. Détection d'un signal en télécommunications : Texte	177
§1. Le texte proposé	177
Chapitre 27. Détection d'un signal : Commentaire de l'auteur	183
§1. Commentaire	183
Chapitre 28. Détection d'un signal : Commentaire d'agrégation	191
§1. Introduction	191
§2. Les définitions	191
§3. Le test de Neyman et Pearson	192
§4. Le test randomisé de Neyman et Pearson	196
Chapitre 29. Détection d'un signal : Commentaire d'agrégation	199

Huitième partie. Fonctions de Lyapounov et stabilité de réseaux de télécommunications

Chapitre 30. Fonctions de Lyapounov : Texte	205
§1. Critères de classification des chaînes de Markov à espace d'états dénombrable	205
§2. Application à la stabilité de certains protocoles de communication ..	207
§3. Classification des chaînes de Markov à espace d'états dénombrable ..	211
Chapitre 31. Fonctions de Lyapounov : Commentaire d'agrégation	213
§1. Plan	213
§2. Formulation du problème étudié	213

§3. Résultats mathématiques	214
§4. Expérimentations numériques	217
§5. Compléments	220
§6. Conclusion	220
§7. Programme Matlab pour expérimenter	221
Chapitre 32. Fonctions de Lyapounov : Commentaire de TIPE	227

Neuvième partie. Le cousin financier

Chapitre 33. Le cousin financier : Texte	233
§1. Introduction	233
§2. Notions et résultats	233
Chapitre 34. Le cousin financier : Commentaire de l'auteur	240
Chapitre 35. Le cousin financier : Commentaire d'agrégation	248
§1. Théorème de Lindeberg	248
§2. Approximation d'une binomiale	249
§3. Le cousin financier	250
Chapitre 36. Le cousin financier : Commentaire d'agrégation	252
Chapitre 37. Le cousin financier : Commentaire de TIPE	259

Modélisation mathématique: un autre regard

Cet ouvrage rassemble plusieurs textes qui ont été soumis aux candidats de l'épreuve de modélisation du concours d'agrégation de mathématiques. Il s'agit d'un ouvrage collectif écrit par des membres du jury. Les textes sont complétés par une présentation de l'auteur, et plusieurs propositions d'exploitation convenant soit à cette épreuve, soit au contexte des T.I.P.E. et T.P.E. sont proposés. Les connaissances mathématiques correspondant aux deux premiers cycles universitaires y sont appliquées dans des situations concrètes et simples aux prolongements multiples. Ce livre sera utile aussi bien aux étudiants préparant le concours qu'aux enseignants qui souhaitent développer la modélisation mathématique à travers des projets de T.I.P.E. et de T.P.E.

Alain Lichniewsky est Professeur à l'Université Paris 11 (Orsay). Il préside le jury d'agrégation externe de mathématiques depuis Janvier 2000.

ISSN: 1618-2537

ISBN 3-540-43136-5



9 783540 431367

<http://www.scopos.org>
<http://www.springer.de>