

Exercices corrigés avec rappels de cours

Licence 3^e année • Master 1^{re} et 2^e années

EXERCICES ET PROBLÈMES D'ALGORITHMIQUE

144 énoncés avec solutions détaillées

***Bruno Baynat • Philippe Chrétienne
Claire Hanen • Safia Kedad-Sidhoum
Alix Munier-Kordon • Christophe Picouleau***

Table des matières

AVANT-PROPOS	IX
CHAPITRE 1 • PREUVE ET COMPLEXITÉ	1
1.1 Généralités sur les notations asymptotiques	2
1.2 Somme des éléments d'un tableau	6
1.3 Fonctions F et G mystères	8
1.4 Produit matriciel	10
1.5 Complexité en fonction de deux paramètres	12
1.6 Polynômes	13
1.7 Recherche séquentielle	15
1.8 Recherche dichotomique	18
1.9 Facteurs premiers	23
1.10 Suite de Fibonacci	26
1.11 Calcul récursif du PGCD	29
1.12 PGCD de n entiers	31
1.13 Coïncidences	35
1.14 Recherche séquentielle : complexité moyenne	36
1.15 Partition	38
CHAPITRE 2 • STRUCTURES LINÉAIRES	47
2.1 Piles, Files, Listes	48
2.1 Un type de données abstrait	49
2.2 Un type de données abstrait pour les polynômes	50
2.3 Extraction d'un chemin élémentaire	54
2.4 Gestion d'ordres de fabrication	57
2.5 Différence symétrique	59

2.6	Extraction d'une sous-liste	61
2.7	Notation polonaise postfixée	65
2.8	Complexité amortie de la gestion d'une file gérée par deux piles	70
2.2	Tables de hachage	73
2.9	Hachage en adressage ouvert	73
2.10	Hachage avec chaînage	74
2.11	Hachage par division	76
2.12	Hachage quadratique	77
2.13	Analyse de l'adressage ouvert	78
CHAPITRE 3 • STRUCTURES ARBORESCENTES		83
3.1	Arbre binaire de recherche	84
3.1	Généralités sur les arbres binaires de recherche	85
3.2	Complexité moyenne d'une recherche	91
3.3	Arbres d'intervalles	94
3.4	Arbres binaires de recherche chaînés	96
3.5	Arbres binaires dénombrés	103
3.6	Scission d'un arbre binaire de recherche	106
3.7	Introduction aux rotations	109
3.8	Enracinement	112
3.2	Arbres bicolores	114
3.9	Rangs et couleurs	116
3.10	Rotations dans un arbre bicolore	120
3.11	Insertion et suppression dans un arbre bicolore	125
3.12	Jonction d'arbres bicolores	129
3.3	Arbres AVL	133
3.13	Équilibre et rotations	133
3.14	Hauteur d'un AVL	139
3.15	Insertion et suppression dans un AVL	140
3.16	Clé la plus proche	145
3.4	B-Arbres	148
3.17	Reconnaissance des arbres $a-b$ et recherche	150
3.18	Éclatement dans un arbre balisé	151
3.19	Fusion et balance dans un arbre balisé	154
3.20	Insertion et suppression dans les arbres $a-b$	159
3.21	Jonction de B-arbres	162
3.22	Analyse amortie des arbres $a-2a$	166

3.5	Files de priorité	169
3.23	Généralités sur les tas	170
3.24	Modification de la priorité d'un élément	175
3.25	Suppression d'un élément dans un tas	178
3.26	Forêts binomiales	181
3.27	Tournois binaires	188
3.6	Autres utilisations des arborescences	192
3.28	Calcul de classes d'équivalence	192
3.29	De la notation préfixée à la notation postfixée	201
CHAPITRE 4 • TRIS		207
4.1	Tri par sélection	208
4.2	Tri bulle	211
4.3	Tri par insertion	216
4.4	Tri fusion	218
4.5	Tri rapide	222
4.6	Tri rapide : analyse de l'arbre des appels récurifs	227
4.7	Tri par insertion avec pile	234
4.8	Tri rapide avec listes	236
4.9	Tri par champs	240
4.10	Tri par tas	242
CHAPITRE 5 • BASE DES GRAPHS		247
5.1	Initiation aux graphes et propriétés fondamentales	249
5.1	Degrés	249
5.2	Chaîne élémentaire et plus courte chaîne	250
5.3	Composantes connexes, forte connexité et circuits	251
5.2	Arbres, arborescences et graphes particuliers	254
5.4	Généralités sur les arbres et arborescences	254
5.5	Généralités sur les arborescences binaires	257
5.6	Généralités sur les arbres couvrants	260
5.7	Arbre binaire complet et arborescence	261
5.8	Dénombrement des feuilles d'une arborescence	267
5.9	k -arbres	269
5.10	Arbres et graphes bipartis	270
5.11	Graphes d'intervalles	272

5.3	Représentation des graphes	275
5.12	Représentation des graphes et primitives élémentaires	275
5.4	Accessibilité	280
5.13	Algorithme de Roy-Warshall	280
5.14	Recherche du plus court chemin entre deux sommets	282
5.15	Fermeture transitive d'un graphe sans circuit	284
CHAPITRE 6 • PARCOURS DE GRAPHES		289
6.1	Parcours génériques	289
6.1	Exemples de parcours génériques	290
6.2	Parcours dans un graphe non orienté	293
6.3	Nombre de points de régénération	295
6.2	Parcours en largeur	298
6.4	Exemples de parcours en largeur	298
6.5	Parcours en largeur dans un graphe non orienté	300
6.6	Propriétés des parcours en largeur	301
6.7	Distances dans un graphe orienté	304
6.8	Composantes connexes	305
6.3	Parcours en profondeur	306
6.9	Exemples de parcours en profondeur	307
6.10	Parcours en profondeur et suppression d'arêtes	309
6.11	Points de régénération dans un graphe non orienté	310
6.12	Parcours en profondeur dans un graphe non orienté	312
6.13	Descendants dans l'arborescence du parcours	314
6.14	Détection de circuits	316
6.15	Tri topologique dans un graphe sans circuit	322
6.16	Nombre de parcours en profondeur d'une arborescence	325
6.17	Arborescences couvrantes sous-jacentes	326
CHAPITRE 7 • GRAPHES VALUÉS		331
7.1	Plus courts chemins pour tout couple de sommets	332
7.1	Algorithme de Floyd	332
7.2	Détection de circuit absorbant	334

7.2	Plus courts chemins à origine unique	335
7.3	Algorithme de Ford	335
7.4	Détection de circuit absorbant	337
7.5	Complexité exponentielle de l'algorithme de Ford	339
7.6	Algorithme de Bellman	341
7.7	Calcul des plus long chemins	344
7.8	Potentiel d'un graphe	345
7.9	Problème central de l'ordonnement	347
7.10	Algorithme de Dijkstra	350
7.11	Circuit de longueur minimum	354
7.12	Plus courtes chaînes dans un graphe non orienté	355
7.13	Algorithme de Dijkstra et valuations négatives	357
7.14	Chemins de capacité maximale	358
7.15	Un tas pour l'algorithme de Dijkstra	359
7.3	Arbres couvrants de poids minimum	364
7.16	Algorithmes de Prim et de Kruskal	364
7.17	Approximant-Algorithmes de Prim et de Kruskal	368
7.18	Suppression ou insertion d'une arête	371
7.19	Un algorithme polynomial avec garantie de performance pour le problème du voyageur de commerce euclidien	373
CHAPITRE 8 • ALGORITHMES SUR LES MOTS		377
8.1	Manipulation des automates	379
8.1	Automate déterministe	379
8.2	Déterminisation d'un automate	379
8.3	Construction d'un automate déterministe	381
8.4	Synchronisation d'un automate	382
8.5	Opérations ensemblistes sur les automates	384
8.6	Équivalence d'automates	386
8.7	Automate des sous-mots	389
8.2	Langages rationnels	393
8.8	Intersection de langages rationnels	394
8.9	Démontrer qu'un langage est rationnel	396
8.10	Opérations ensemblistes sur les langages rationnels	397
8.11	Démontrer qu'un langage n'est pas rationnel	398
8.12	Langage miroir et palindromes	399
8.13	Langage quotient	401
8.14	Application de l'algorithme de Floyd-Warshall	402

8.3	Systèmes d'équations	404
8.15	Résoudre un système d'équations	404
8.16	Système d'équations associé à un automate	405
8.17	Calcul du langage reconnu par un automate	406
8.4	Recherche de motifs	407
8.18	Étude de l'algorithme naïf	407
8.19	Automate des occurrences	410
8.20	Algorithme de Morris et Pratt	414
8.21	Algorithme de Knuth, Morris et Pratt	419
CHAPITRE 9 • GÉOMÉTRIE ALGORITHMIQUE		423
9.1	Deux plus proches points	425
9.2	Intersection de segments	428
9.3	Diamètre d'un ensemble de points	432
9.4	Algorithme de Graham	435
9.5	Marche de Jarvis	440
BIBLIOGRAPHIE		444
INDEX		447

Bruno Baynat • Philippe Chrétienne
 Claire Hanen • Safia Kedad-Sidhoum
 Alix Munier-Kordon • Christophe Picouleau

EXERCICES ET PROBLÈMES D'ALGORITHMIQUE

Les 144 exercices et problèmes corrigés et commentés de ce recueil vous permettront :

- d'étudier et d'analyser les algorithmes et structures de données les plus fréquemment enseignés ;
- de les mettre en application à travers différents exemples afin d'en comprendre intuitivement le fonctionnement ;
- d'assimiler les concepts fondamentaux de l'algorithmique par la rédaction guidée de preuves de validité et de complexité ;
- d'apprendre à concevoir de nouveaux algorithmes permettant ensuite l'écriture de programmes efficaces dans n'importe quel langage.

Contenu : L'ouvrage aborde un large éventail de domaines de l'algorithmique : Analyse d'algorithmes, preuve et complexité – Structures de données linéaires et arborescentes – Tris – Algorithmes sur les graphes valués et non valués – Automates et mots – Géométrie algorithmique.

Chaque chapitre débute par un rappel des principales notions de cours utiles dans les exercices et problèmes qui suivent en ordre progressif de difficulté.

Public : les étudiants en Licence et Master de mathématiques et d'informatique, ou en cursus universitaires équivalents de Bac+3 à Bac+5, ainsi que les élèves en écoles d'ingénieurs.

Les auteurs sont enseignants-chercheurs des universités : Bruno Baynat, Philippe Chrétienne et Safia Kedad-Sidhoum à l'université P. et M. Curie, Claire Hanen à l'université Paris X-Nanterre, Alix Munier-Kordon à l'université de Paris XII-Crétail, et Christophe Picouleau au CNAM.

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE

CHIMIE

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE

SCIENCES DE LA VIE

SCIENCES DE LA TERRE



9 782100 069583