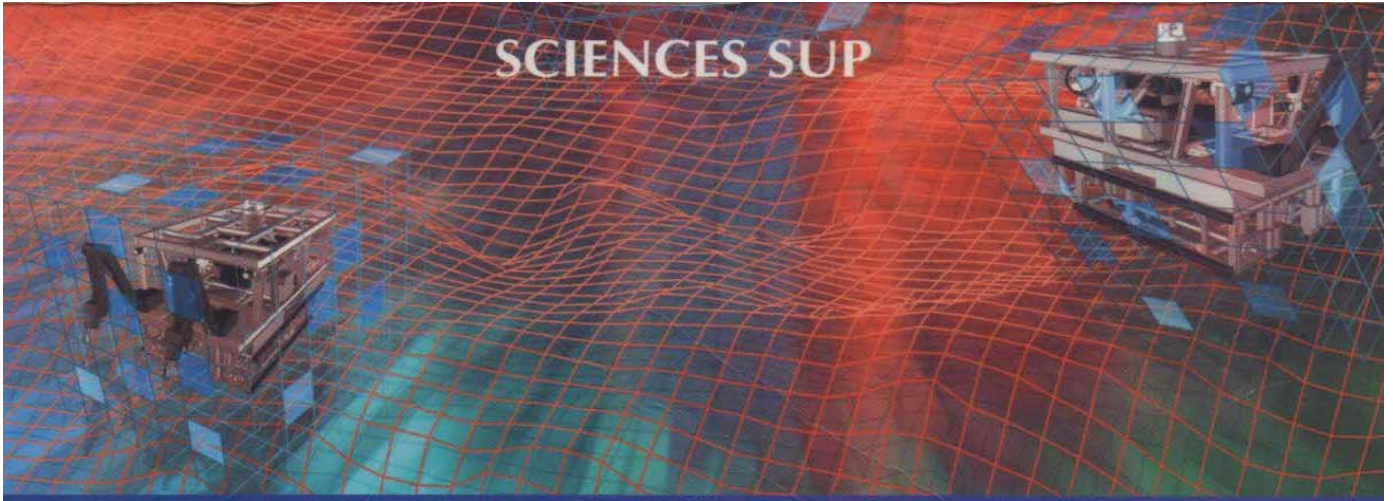




SCIENCES SUP

Cours et exercices corrigés

Licence • Master • Écoles d'ingénieurs

AUTOMATIQUE

**Systemes linéaires,
non linéaires, à temps continu,
à temps discret, représentation d'état**

Yves Granjon

DUNOD

Table des matières

AVANT-PROPOS

XV

PREMIÈRE PARTIE

MODÉLISATION DES SIGNAUX ET DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS

CHAPITRE 1 • MODÉLISATION DES SYSTÈMES LINÉAIRES. NOTION DE FONCTION DE TRANSFERT

3

1.1 Introduction

3

1.2 Notion de signal

4

1.2.1 Signaux temporels

4

1.2.2 Principe de causalité

4

1.2.3 Signaux non temporels

4

1.3 Le cas des systèmes linéaires

5

1.4 La transformation de Laplace

5

1.4.1 Définition

5

1.4.2 Propriétés fondamentales de la transformation de Laplace

5

1.4.3 Transformée de Laplace inverse

8

1.5 Transformées de Laplace de quelques signaux usuels

9

1.5.1 Échelon unité

9

1.5.2 Rampe ou échelon de vitesse

9

1.5.3 Impulsion unitaire

10

1.5.4 Signal sinusoïdal

10

1.5.5 Signaux quelconques

11

1.6 Fonction de transfert d'un système

11

1.6.1 Définition

11

1.6.2 Mise en cascade de deux systèmes

12

1.6.3 Original d'une fonction de transfert

12

1.7 Résolution d'un problème à l'aide de la fonction de transfert

12

1.7.1 Principe

12

1.7.2 Exemples

13

EXERCICES

15

SOLUTIONS

17

CHAPITRE 2 • MODÉLISATION FRÉQUENTIELLE DES SIGNAUX TEMPORELS. NOTION DE SPECTRE

23

2.1 Description des signaux

23

2.1.1 L'exemple du signal sinusoïdal

23

2.1.2 Représentation d'un signal composé

24

2.1.3 Notion de spectre

24

2.2	Cas des signaux périodiques	25
2.2.1	Décomposition en série de Fourier	25
2.2.2	Exemple de calcul d'un spectre : signal en dents de scie	26
2.3	Cas des signaux non périodiques à énergie finie	27
2.3.1	Définition	27
2.3.2	Transformée de Fourier et spectre des signaux non périodiques à énergie finie	27
2.3.3	Exemple de calcul du spectre d'un signal non périodique à énergie finie	28
2.3.4	Relation entre la transformée de Fourier et la transformée de Laplace	29
2.3.5	Égalité de Parseval	30
EXERCICES		30
SOLUTIONS		33
CHAPITRE 3 • MODÉLISATION FRÉQUENTIELLE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS		40
3.1	Définitions	40
3.2	Diagrammes de Bode	41
3.2.1	Définition	41
3.2.2	Exemple : diagramme de Bode d'un système du premier ordre	41
3.3	Approche méthodique du tracé des Diagrammes de Bode	43
3.3.1	Objectif	43
3.3.2	Construction d'un diagramme de gain asymptotique	43
3.3.3	Méthode rapide	45
3.3.4	Cas particuliers	46
3.4	Diagramme de Nyquist	49
3.4.1	Définition	49
3.4.2	Méthode de tracé rapide	49
EXERCICES		50
SOLUTIONS		52
CHAPITRE 4 • ÉTUDE SYSTÉMATIQUE DES SYSTÈMES DU PREMIER ET DU SECOND ORDRE		63
4.1	Méthodes d'étude et définitions	63
4.2	Étude des systèmes du premier ordre	63
4.2.1	Mise en équation	63
4.2.2	Réponse à une impulsion de Dirac	64
4.2.3	Réponse indicielle	64
4.2.4	Réponse à une entrée en rampe	65
4.2.5	Étude fréquentielle d'un système d'ordre 1	66
4.3	Étude des systèmes du second ordre	69
4.3.1	Mise en équation	69
4.3.2	Réponse indicielle	69
4.3.3	Diagramme de Bode	74
4.3.4	Diagramme de Nyquist	81
EXERCICES		81
SOLUTIONS		83

DEUXIÈME PARTIE AUTOMATIQUE DES SYSTÈMES LINÉAIRES

CHAPITRE 5 • PROBLÉMATIQUE GÉNÉRALE DE L'AUTOMATIQUE.

MISE EN ÉQUATION DES ASSERVISSEMENTS LINÉAIRES

5.1	Introduction	91
5.2	Inconvénients de la commande en boucle ouverte	91
5.3	Principe de la commande en boucle fermée	92
5.4	Modélisation d'une boucle de régulation	94
5.5	Le problème de la stabilité	95
5.6	Les performances d'un système régulé	95

EXERCICES

SOLUTIONS

CHAPITRE 6 • STABILITÉ DES SYSTÈMES LINÉAIRES ASSERVIS

6.1	Critère mathématique de stabilité	106
6.1.1	Énoncé du critère de stabilité	106
6.1.2	Inconvénients du critère mathématique	108
6.2	Critère algébrique de Routh	108
6.2.1	Principe	108
6.2.2	Exemple	109
6.3	Critère de Nyquist	110
6.4	Critère du revers	115
6.5	Marges de stabilité	115
6.5.1	Concept de marge de stabilité	115
6.5.2	Marge de gain	116
6.5.3	Marge de phase	118
6.6	Influence du gain sur la stabilité	120

EXERCICES

SOLUTIONS

CHAPITRE 7 • PERFORMANCES DES SYSTÈMES LINÉAIRES ASSERVIS

7.1	Problématique générale	129
7.2	Précision d'un système asservi	130
7.2.1	Erreur statique ou erreur de position	130
7.2.2	Erreur de vitesse ou erreur de traînage	132
7.3	Rapidité des systèmes régulés	133
7.3.1	Définitions	133
7.3.2	Temps de montée d'un système du second ordre	135
7.3.3	Généralisation	137

7.4	Limitation du dépassement	138
7.4.1	Dépassement pour un système du second ordre	138
7.4.2	Relation entre la marge de phase et le dépassement en boucle fermée pour un système du second ordre	138
7.4.3	Généralisation	139
7.5	Influence du gain statique en boucle ouverte sur les performances en boucle fermée	139
7.6	Étude de cas	141
7.6.1	Énoncé du problème. Cahier des charges	141
7.6.2	Étude de la stabilité	141
7.6.3	Réglage du gain	142
7.6.4	Prédiction du temps de montée en boucle fermée	142
7.6.5	Conclusion	143
EXERCICES		143
SOLUTIONS		145
CHAPITRE 8 • CORRECTION DES SYSTÈMES LINÉAIRES ASSERVIS		149
8.1	Cahier des charges d'un asservissement	149
8.2	Principe général de la correction d'un système	150
8.3	Actions correctives élémentaires	150
8.3.1	Correcteur proportionnel	150
8.3.2	Correcteur intégral	151
8.3.3	Correcteur à action dérivée	152
8.4	Inconvénient fondamental des actions correctives élémentaires	154
8.5	Action proportionnelle intégrale. Correcteur à retard de phase	155
8.6	Action proportionnelle dérivée. Correcteur à avance de phase	158
EXERCICES		161
SOLUTIONS		163
TROISIÈME PARTIE		
AUTOMATIQUE DES SYSTÈMES CONTINUS NON LINÉAIRES		
CHAPITRE 9 • ANALYSE DES ASSERVISSEMENTS CONTINUS NON LINÉAIRES		175
9.1	Introduction	175
9.1.1	Généralités	175
9.1.2	Différents types de non-linéarités	175
9.2	Étude du domaine de linéarité d'un système	176
9.2.1	Le phénomène de saturation	176
9.2.2	Détermination du domaine de linéarité d'un système asservi	177

9.3	Caractéristiques de certains organes non linéaires	179
9.3.1	Systèmes tout ou rien	179
9.3.2	Systèmes à hystérésis	180
9.3.3	Caractéristiques complexes	180
9.4	Asservissements non linéaires séparables	181
9.5	Étude d'un système séparable par la méthode du premier harmonique	183
9.5.1	Principe	183
9.5.2	Gain complexe équivalent	183
9.5.3	Notion de lieu critique	184
9.5.4	Exemple	184
9.5.5	Justification de la méthode du premier harmonique	185
9.5.6	Méthode de calcul approché du gain complexe équivalent	185
EXERCICES		185
SOLUTIONS		187
CHAPITRE 10 • MÉTHODES D'ÉTUDE DES ASSERVISSEMENTS CONTINUS NON LINÉAIRES		191
10.1	Stabilité des systèmes non linéaires	191
10.1.1	Fonction de transfert généralisée	191
10.1.2	Principe de l'étude	192
10.1.3	Exemple	192
10.2	Méthode d'étude par le lieu de Cypkin	194
10.2.1	Principe	194
10.2.2	Exemple	195
10.3	Méthode du plan de phase	197
10.3.1	Principe	197
10.3.2	Tracé des trajectoires	197
10.3.3	Analyse des trajectoires et diagnostic du système	199
EXERCICES		200
SOLUTIONS		201
QUATRIÈME PARTIE		
AUTOMATIQUE DES SYSTÈMES ÉCHANTILLONNÉS		
CHAPITRE 11 • MODÉLISATION DES SIGNAUX ET DES SYSTÈMES ÉCHANTILLONNÉS		207
11.1	Introduction	207
11.2	Principes fondamentaux de l'échantillonnage des signaux	208
11.2.1	Définition	208
11.2.2	Spectre d'un signal échantillonné	209
11.2.3	Théorème de Shannon	210
11.3	Exemples de signaux échantillonnés simples	210
11.3.1	Impulsion unité	210
11.3.2	Échelon unité	211

11.4	Transformée en z des signaux échantillonnés	212
11.4.1	Définition	212
11.4.2	Intérêt de la transformée en z	213
11.4.3	Propriétés de la transformée en z	213
11.4.4	Transformée en z de signaux usuels	214
11.5	Fonction de transfert en z	215
11.5.1	Relations entre échantillons de sortie et échantillons d'entrée	215
11.5.2	Définition de la fonction de transfert en z	216
11.5.3	Exemples de fonctions de transfert en z	218
11.6	Transformée de Fourier à temps discret	218
11.6.1	Définition	218
11.6.2	Exemple	219
11.7	Comportement fréquentiel des systèmes échantillonnés	220
11.7.1	Principes généraux	220
11.7.2	Exemple	221
11.8	Relations entre les modèles à temps continu et à temps discret	222
11.8.1	Problématique	222
11.8.2	Équivalence à la dérivation	222
11.8.3	Équivalence à l'intégration	224
11.8.4	Équivalence à la réponse impulsionnelle. Équivalence modale	225
11.8.5	Équivalence d'une association de plusieurs systèmes	226
EXERCICES		227
SOLUTIONS		230
CHAPITRE 12 • STABILITÉ ET PERFORMANCES DES SYSTÈMES ÉCHANTILLONNÉS ASSERVIS		241
12.1	Mise en équation des asservissements échantillonnés	241
12.1.1	Fonction de transfert en boucle fermée	241
12.1.2	Relation temps continu – temps discret en boucle fermée	242
12.2	Stabilité des asservissements échantillonnés	243
12.2.1	Critère mathématique de stabilité	243
12.2.2	Critère algébrique de Jury	245
12.2.3	Utilisation du critère de Routh	247
12.2.4	Influence de la fréquence d'échantillonnage sur la stabilité	247
12.3	Asservissements continus commandés ou corrigés en temps discret	249
12.3.1	Définition	249
12.3.2	Interfaçage entre un système discret et un système continu	249
12.3.3	Première méthode d'étude simple : recherche d'un système à temps continu équivalent	250
12.3.4	Deuxième méthode d'étude simple : recherche d'un système à temps discret équivalent	251
12.4	Précision des asservissements échantillonnés	251
12.4.1	Erreurs de position et de vitesse	251
12.4.2	Précision d'un système échantillonné du premier ordre	252
12.5	Performances dynamiques d'un système échantillonné	254
12.5.1	Fonction de transfert échantillonnée équivalente à un système du second ordre	254
12.5.2	Prévision des performances dynamiques	255