

CALCULABILITÉ, COMPLEXITÉ ET APPROXIMATION

B. 29
18

Jean-François Rey

Préface de Jean Berstel

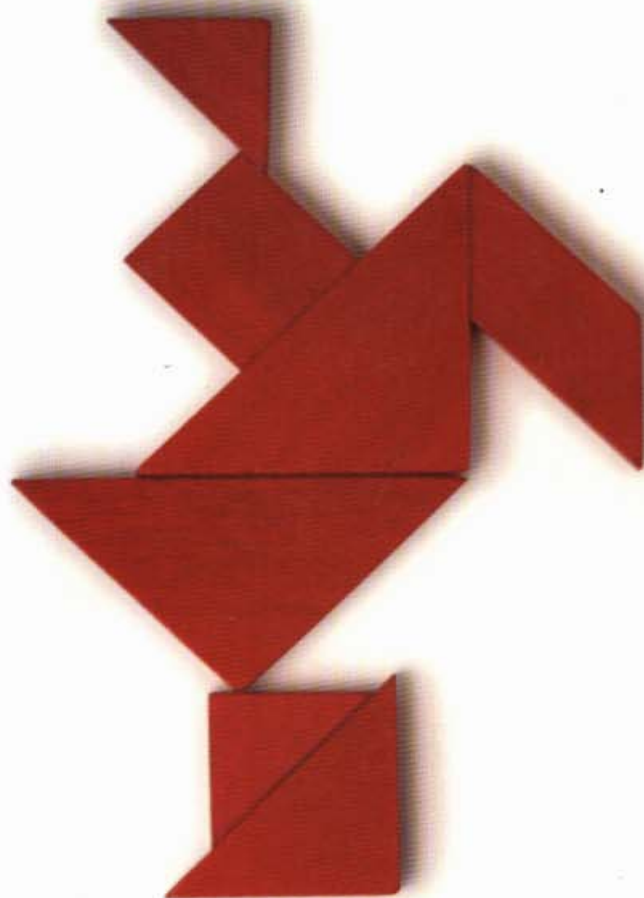


Table des matières

Préface	xi
Introduction	xv
Chapitre 1. La notion de calcul	1
1. Modèles de machines	1
2. Les machines à registres	4
3. Les fonctions élémentaires	13
4. Quantification, minimisation bornée	16
5. Récursion dominée et appariement	18
6. Les fonctions primitives récursives	27
7. Les fonctions récursives	32
8. Exercices	33
Chapitre 2. Les machines de Turing	37
1. Définitions et exemples	38
2. Types de calcul d'une machine de Turing	43
3. Variantes des machines de Turing	46
4. Machines de Turing et machines à registres	55
5. Machines de Turing et fonctions récursives	57
6. Caractérisation des fonctions récursives	67
7. Fonctions récursives sur A^*	72
8. Exercices	73
Chapitre 3. Décidabilité	77
1. Les prédicats indécidables de base	78
2. Les réductions de Karp et le théorème de Rice	79
3. Prédicats partiellement décidables	83
4. Les ensembles récursivement énumérables	88
5. Le théorème de Rice-Shapiro	91
6. Construction de fonctions récursives	95
7. Exercices	105
Chapitre 4. Complexité	109
1. Mesures de complexité	110
2. Temps et espace de calcul d'une machine de Turing	113
3. Les fonctions constructibles pour le temps ou pour l'espace	124

4. Les classes de complexité	128
5. Les théorèmes hiérarchiques	132
6. Complexité spatiale et non-déterminisme	139
7. Propriétés des classes usuelles	144
8. Exercices	148
Chapitre 5. Les classes de complexité polynômiale	151
1. La classe P	151
2. Les propriétés fondamentales de la classe NP	157
3. Exemples de problèmes NP -complets	166
4. Les machines de Turing avec oracle	186
5. La hiérarchie polynomiale	190
6. La classe PSPACE	196
7. Exercices	202
Chapitre 6. Approximation	207
1. Les problèmes de NP -optimisation	207
2. Les algorithmes d'approximation	210
3. Les classes de complexité probabilistes	222
4. Le théorème PCP	233
5. Approximation de CLIQUE	239
6. Exercices	241
Annexe A. La fonction d'Ackermann	245
1. Le principe d'induction noethérienne	245
2. La fonction d'Ackermann n'est pas primitive récursive	247
3. La fonction d'Ackermann est récursive	251
Annexe B. Décidabilité et théorie des langages	253
1. Systèmes de réécriture	253
2. Le problème des correspondances de Post	255
3. Problèmes indécidables des langages algébriques	259
4. Exercices	266
Annexe C. Compléments sur la complexité	269
1. Fonctions constructibles pour le temps et l'espace	269
2. Quelques théorèmes de la complexité abstraite	276
3. Liens entre l'espace et le temps	288
Annexe D. Solutions des exercices	301
1. Exercices du chapitre 1	301
2. Exercices du chapitre 2	308
3. Exercices du chapitre 3	319
4. Exercices du chapitre 4	323
5. Exercices du chapitre 5	328
6. Exercices du chapitre 6	345

7. Exercices de l'annexe B	352
Bibliographie	357
Glossaire	359
Index	361

L'algorithme est au cœur de l'informatique. S'il remonte à la plus haute antiquité, un algorithme désigne aujourd'hui la description d'une suite finie et organisée d'actions qui, appliquée à une donnée, permet d'aboutir de façon certaine à un résultat déterminé, solution d'un problème donné.

Quelle est la frontière entre un problème admettant une solution algorithmique et celui n'en possédant pas ? Un algorithme peut-il donner une solution exacte en un temps réaliste ? Peut-on trouver

une solution approchée quand les algorithmes exacts sont irréalisables et mesurer ces approximations ?

Voilà l'objet de cet ouvrage, qui se présente sous la forme d'un cours avec exercices corrigés et qui synthétise les notions fondamentales nécessaires pour répondre à ces questions. Sont notamment étudiées les notions de décidabilité et de calculabilité, les classes de complexité, y compris les classes probabilistes, les classes d'approximation, avec plusieurs exemples concrets d'algorithme d'approximation.

Jean-François Rey est agrégé de mathématiques et docteur en informatique. Il est directeur adjoint du département informatique de l'université de Cergy-Pontoise et responsable de la maîtrise d'informatique. Il enseigne la théorie de la complexité, la cryptographie et l'algorithmique dans les seconds cycles d'informatique et de mathématiques. Membre associé du laboratoire d'informatique de l'institut Gaspard Monge, ses recherches portent principalement sur les méthodes algébriques appliquées à l'informatique.



Vuibert

2-7117-4808-1



9 782711 748082