

Exercices

l'intégrale

Daniel Fredon
Danièle Penot-Catus
Claude Morin

Algèbre et géométrie avec *Maple*

155 exercices et problèmes corrigés
dont 47 à l'aide de *Maple*
rappels de cours

MPSI, PCSI, PTSI

DUNOD



Table des matières

CHAPITRE 1 - ENSEMBLES, APPLICATIONS	1
RAPPELS DE COURS	1
1.1. Ensembles, opérations sur les parties	1
1.2. Applications	2
1.3. Lois de composition interne	4
1.4. Relations d'équivalence	5
1.5. Relations d'ordre	6
EXERCICES	7
A. Applications directes du cours	7
B. Problèmes	9
CORRECTION DES EXERCICES	9
CHAPITRE 2 - ENTIERS NATURELS	19
RAPPELS DE COURS	19
2.1. Nombres entiers naturels	19
2.2. Ensembles finis	19
2.3. Sommes et produits	20
2.4. Dénombrement	21
EXERCICES	23
A. Applications directes du cours	23
B. Problèmes	25
CORRECTION DES EXERCICES	26
CHAPITRE 3 - STRUCTURES ALGÈBRIQUES USUELLES	37
RAPPELS DE COURS	37
3.1. Groupes	37
3.2. Sous-groupe engendré par un élément	38
3.3. Groupe symétrique	39
3.4. Anneaux et corps	40
3.5. Espaces vectoriels et algèbres	42
EXERCICES	42
A. Applications directes du cours	42
B. Problèmes	44
CORRECTION DES EXERCICES	45

CHAPITRE 4 • NOMBRES COMPLEXES 53

RAPPELS DE COURS

- 4.1. Corps des nombres complexes
- 4.2. Forme trigonométrique
- 4.3. Exponentielle complexe
- 4.4. Racines n -ièmes d'un nombre complexe
- 4.5. Nombres complexes et géométrie plane

EXERCICES

- A. Applications directes du cours
- B. Problèmes

CORRECTION DES EXERCICES

CHAPITRE 5 • ARITHMÉTIQUE

RAPPELS DE COURS

- 5.1. Divisibilité dans l'anneau \mathbb{Z}
- 5.2. Numération

EXERCICES

- A. Applications directes du cours
- B. Problèmes

CORRECTION DES EXERCICES

CHAPITRE 6 • POLYNÔMES ET FRACTIONS RATIONNELLES 83

RAPPELS DE COURS

- 6.1. Algèbre $K[X]$ et corps $K(X)$
- 6.2. Fonctions polynomiales et rationnelles
- 6.3. Polynômes scindés
- 6.4. Divisibilité dans l'anneau $K[X]$
- 6.5. Décomposition d'une fraction rationnelle

EXERCICES

- A. Applications directes du cours
- B. Problèmes

CORRECTION DES EXERCICES

CHAPITRE 7 • ESPACES VECTORIELS 113

RAPPELS DE COURS

- 7.1. Définition et premières propriétés
- 7.2. Sous-espaces vectoriels
- 7.3. Espaces vectoriels de dimension finie
- 7.4. Applications linéaires

EXERCICES	120
A. Applications directes du cours	120
B. Problèmes	123
CORRECTION DES EXERCICES	126
CHAPITRE 8 - CALCUL MATRICIEL	
RAPPELS DE COURS	
8.1. Définitions	147
8.2. Opérations sur les matrices	148
8.3. Matrices et applications linéaires	149
8.4. Opérations élémentaires sur les matrices	151
8.5. Systèmes d'équations linéaires	152
8.6. Déterminants	153
EXERCICES	
A. Applications directes du cours	156
B. Problèmes	158
CORRECTION DES EXERCICES	160
CHAPITRE 9 - GÉOMÉTRIE AFFINE RÉELLE	
RAPPELS DE COURS	
9.1. Sous-espaces affines	175
9.2. Applications affines	175
9.3. Repères cartésiens	176
9.4. Barycentres	177
EXERCICES	
A. Applications directes du cours	178
B. Problèmes	179
CORRECTION DES EXERCICES	181
CHAPITRE 10 - ESPACES VECTORIELS EUCLIDIENS	
RAPPELS DE COURS	
10.1. Produit scalaire	191
10.2. Espaces euclidiens	191
10.3. Automorphismes orthogonaux	193
10.4. Automorphismes orthogonaux du plan	194
10.5. Automorphismes orthogonaux de l'espace	196
	197

EXERCICES	198
A. Applications directes du cours	198
B. Problèmes	200
CORRECTION DES EXERCICES	203
CHAPITRE 11 - GÉOMÉTRIE EUCLIDIENNE DU PLAN ET DE L'ESPACE	219
RAPPELS DE COURS	219
11.1. Distances et angles	219
11.2. Isométries du plan et de l'espace	220
11.3. Similitudes directes du plan	221
11.4. Cercles et sphères	222
11.5. Coniques	223
EXERCICES	225
A. Applications directes du cours	225
B. Problèmes	227
CORRECTION DES EXERCICES	228
CHAPITRE 12 - COURBES PLANES	241
RAPPELS DE COURS	241
12.1. Fonctions vectorielles	241
12.2. Courbes planes	242
12.3. Propriétés métriques d'une courbe plane paramétrée	245
EXERCICES	246
A. Applications directes du cours	246
B. Problèmes	248
CORRECTION DES EXERCICES	248
Index	262