

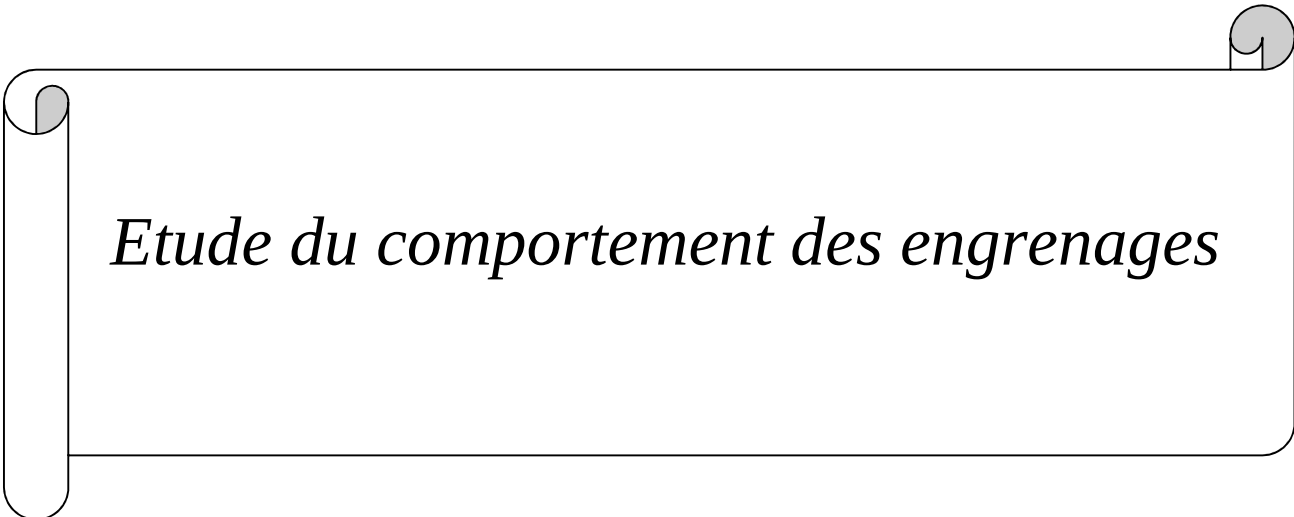
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB – BLIDA –  
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

**Option :**  
**Construction mécanique**

**Thèse :**  
**Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master**

**Par :**  
**Lemoussi Somia**

A decorative scroll frame with a vertical scroll on the left and a horizontal scroll on the top right, enclosing the title text.

*Etude du comportement des engrenages*

**Directeur de la thèse : Temmar Mustapha**

Année universitaire : 2015 / 2016

## ***Remerciements***

J'ai tiens à remercier mon directeur de thèse **Mr.Temmar Mustapha** où j'ai apprécié la liberté et la confiance, que m'a laissé dans la conduite de ma recherche. Je tiens à lui exprimer toute ma gratitude. En outre, j'ai beaucoup appris en observant sa grande classe.

Je tiens également à remercier toutes personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

## ***Résumé***

Pour transmettre la puissance et adapter les vitesses de rotation entre organes moteurs et récepteurs on utilise toujours les systèmes de transmission par engrenages, il sont fréquemment les organes parmi les plus sensibles de la chaîne cinématique et peuvent être soumis à un grand nombre d'avaries (fatigue de contact, fatigue de flexion, usure...etc.) apparaissant lors du fonctionnement et dont les causes sont multiples.

L'objectif de ce travail est, d'étudier ces avaries d'une façon générale puis nous avons pris en considération le type d'avarie le plus courant, qui est l'usure abrasive, cette dernière est un processus continu accompagné d'un ensemble complexe de phénomènes amenant une émission de débris avec perte de masse et changements de forme au cours de l'engrènement.

La simulation d'usure s'effectue en s'appuyant sur le modèle d'Archard modifié afin de tenir compte de l'influence du régime de lubrification. Les usures obtenues après un certain nombre de cycles de chargement sont considérées comme des écarts initiaux additionnels par rapport à la géométrie idéale du flanc de denture. Les sollicitations dynamiques fournies par le modèle dynamique d'engrenages sont utilisées comme données d'entrée pour la simulation des périodes d'initiation puis de propagation.

**Mots clefs :** transmission par engrenages ; engrenages cylindrique à denture droite ; usure ; fatigue.

# ***Abstract***

In order to transfer the power and adapt the rotation speed between engines and receptors, we always utilize transmission systems. These are usually the most sensitive of the cinematic chain and could be submitted to a big damages number (wear, contact fatigue, bending fatigue, etc.) that appear during functioning, and which has multiple causes.

The aim of this work is to study these damages in a general way, then we took into consideration the most common damages type which is abrasive wear. The latter is a continuous process that goes along a set of complex phenomena which brings a flow of debris with mass loss and shape change while gearing up.

The simulation of wear operates relying on modified Archard's model, in order to take into account, the influence of the lubrication regime. The wear obtained after a certain number of changing cycles are considered additional initial splits in regards to the ideal geometry to the teeth side. The dynamic solicitations offered by the gear dynamic model are used as entry data for the simulation of periods of initiation then of propagation.

**Key words:** geared transmission, cylindrical gear with right teeth, wear; fatigue.

## ملخص

من أجل نقل الحركة وضبط سرعة الدوران بين الأعضاء المحركة والمستقبلة نستعمل دائما أنظمة النقل بالمسننات فهم الأعضاء الأكثر حساسية في سلسلة الحركة فيكونون بذلك الأكثر تضررا (اجهاد الاتصال، اجهاد الانحناء، التآكل....) تظهر أثناء العمل والأسباب متعددة.

الهدف من هذا العمل هو دراسة هذه الأضرار بشكل عام وبشكل خاص الضرر الأكثر شيوعا والمتمثل في التآكل، هذا الأخير هو عملية متواصلة مصحوبة بمجموعة من الظواهر المعقدة التي تسبب ظهور فتات من المعدن مع فقدان أجزاء من السطح وتغيرات في الشكل أثناء الحركة.

تتم محاكاة التآكل حسب نموذج Archard المعدل لنعكس تأثير نظام التشحيم، حيث أن التآكل يحدث بعد عدد من الدورات الشحن كما في الانحرافات الأولية إضافة الى الهندسة المثالية لسطح السن.

القوى الديناميكية المقدمة من طرف نموذج ديناميكي من المسننات استعملناها كمدخل لمحاكاة فترات البدء ثم النشر.

كلمات البحث : نقل الحركة بالمسننات، المسننات الأسطوانية ذات الأسنان المستقيمة، التآكل، الإجهاد.

# *Liste des figures*

## **CHAPITRE I :**

|                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure I.1 transmission par roues de friction (étude préliminaire).....                                      | 20 |
| Figure I.2 : Le dessins de Léonard de Vinci (fin du XVème).....                                              | 21 |
| Figure I.3 le contact entre les plots et les rainures.....                                                   | 22 |
| Figure I.4 Schéma de deux roues dentées engrainée.....                                                       | 23 |
| Figure I.5 Engrenages parallèles à roues cylindriques.....                                                   | 24 |
| Figure I.6 Engrenages coniques à axes concourants.....                                                       | 25 |
| Figure I.7 Roues cylindriques : orientation des lignes de flanc de la denture.....                           | 26 |
| Figure I.8 Roues coniques : orientation des lignes de flanc sur la roue plate.....                           | 26 |
| Figure I.9.1 : Fonctionnement avec jeu.....                                                                  | 27 |
| Figure I.9.2 : Fonctionnement sans jeu.....                                                                  | 27 |
| Figure I.10 ligne d'action.....                                                                              | 28 |
| Figure I.11 angle de pression (interférence extérieur à T1T2).....                                           | 29 |
| Figure I.12 angle de pression (interférence entre T1T2).....                                                 | 29 |
| Figure I.13 le cercle primitif du pignon et la droite primitive de la crémaillère, qui sont invariables..... | 29 |
| Figure I.14 dentures déportées avec variations d'entraxe.....                                                | 30 |
| Figure I.15 la denture courte.....                                                                           | 31 |
| Figure I.16 : Détail de l'engrènement.....                                                                   | 32 |
| Figure I.17 Les différents modes de traitement thermique des engrenages.....                                 | 34 |

## **CHAPITRE II :**

|                                                            |    |
|------------------------------------------------------------|----|
| Figure II.1 Différents types d'engrenage.....              | 36 |
| Figure II.2 : Engrenage cylindrique à denture droite.....  | 37 |
| Figure II.3 engrenages cylindriques extérieur.....         | 38 |
| Figure II.4 engrenage cylindrique intérieur.....           | 38 |
| Figure II.5 schéma d'une dent de pignon.....               | 39 |
| Figure II.6 Caractéristiques géométriques principales..... | 40 |
| Figure II.7 Engrenage cylindrique intérieur.....           | 41 |
| Figure II.8 début de l'engrènement.....                    | 43 |
| Figure II.9 Début du contact unique.....                   | 43 |

|                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure II.10 fin de contact unique.....                                        | 44 |
| Figure II.11 : Fin de l'engrènement.....                                       | 44 |
| Figure II.12 le profil conjugué.....                                           | 45 |
| Figure II.13 Développante de cercle.....                                       | 45 |
| Figure II.14 Schématisation de la développante de cercle.....                  | 46 |
| Figure II.15 Propriétés de la développante de cercle.....                      | 47 |
| Figure II.16 efforts dans un engrenage extérieur à denture droite.....         | 48 |
| Figure II.17 : Distribution de la force transmise sur la ligne de contact..... | 49 |

### **CHAPITRE III :**

|                                                                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure III.1: Les différents types d'usure : (a) courante, (b) adhésion, (c) abrasion.....                                                                     | 52 |
| Figure III.2 : Pique évolutive.....                                                                                                                            | 53 |
| Figure III.3 : Écaillage.....                                                                                                                                  | 54 |
| Figure III.4 : Défaut de grippage.....                                                                                                                         | 54 |
| Figure III.5 : Fissuration au pied de la dent.....                                                                                                             | 55 |
| Figure III.6 : Usure de dentures des engrenages à dentures droites.....                                                                                        | 55 |
| Figure III.7 : Aspect caractéristique de la déformation du profil d'une dent sous l'action de l'usure.....                                                     | 57 |
| Figure III.8 : Usure normale.....                                                                                                                              | 57 |
| Figure III.9 : Usure modérée.....                                                                                                                              | 59 |
| Figure III.10 : Usure excessive d'un pignon.....                                                                                                               | 59 |
| Figure III.11 : La classification de modes d'usure.....                                                                                                        | 63 |
| Figure III.12 : Illustration du modèle d'Archard.....                                                                                                          | 64 |
| Figure III.13 : Schéma de principe du modèle de fondation élastique de Winkler (FN : charge normale ; R : Rayon équivalente ; H : Hauteur des ressorts).....   | 65 |
| Figure III.14 : Cinématique au contact entre dentures d'engrenage. a: au premier point de contact ; b: au point primitif ; c: au dernier point de contact..... | 66 |
| Figure III.15 : Faciès d'usure sur dentures droites.....                                                                                                       | 66 |

### **CHAPITRE IV :**

|                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure IV.1 : Le modèle dynamique utilisé dans nos travaux.....                               | 70 |
| Figure IV.2 : Modélisation de l'élément d'arbre.....                                          | 70 |
| Figure IV.3 : Caractéristiques géométriques d'un engrenage extérieur.....                     | 72 |
| Figure IV.4 : Discrétisation des lignes de contact.....                                       | 73 |
| Figure IV.5 : Configuration, à un instant donné, du point de contact entre corps rigides..... | 74 |

|                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure IV.6 : Point de contact dans les conditions des corps rigides.....             | 74 |
| Figure IV.7 : Discrétisation des lignes de contact sur le plan d'action.....          | 75 |
| Figure IV.8 : Modélisation d'une tranche mince j du pignon et de la roue.....         | 76 |
| Figure IV.9 : Modèle à 2 degrés de liberté.....                                       | 78 |
| Figure IV.10 : Schéma de résolution de Newmark couplé à un algorithme de contact..... | 78 |
| Figure IV.11 : Abaques pour la détermination du facteur de forme de Lewis.....        | 82 |
| Figure IV.12 : Profil développante d'engrenage circulaire engrenage droit.....        | 86 |
| Figure IV.13 : La construction de la première dent du pignon.....                     | 86 |
| Figure IV.14 : Le pignon de 36 dents.....                                             | 87 |
| Figure IV.15 : La roue de 153 dents.....                                              | 87 |
| Figure IV.16 : Engrenement de la roue/pignon.....                                     | 88 |
| Figure IV.17 : Les déplacements imposés.....                                          | 88 |
| Figure IV.18 : Maillage d'une dent d'engrenage droit.....                             | 90 |
| Figure IV.19 : Conditions aux limites imposées.....                                   | 91 |
| Figure IV.20 : Résultat de contrainte.....                                            | 91 |



## ***Liste des tableaux***

|                                                                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tableau I.1 : Instructions pour le choix des matériaux pour les engrenages cylindriques et coniques.....            | 33 |
| Tableau II.1 : Caractéristique géométrique des engrenages Cylindriques à denture droite intérieur et extérieur..... | 41 |
| Tableau IV.1 : Les caractéristiques d’engrenage étudié.....                                                         | 85 |
| Tableau IV.2 : Caractéristiques physique du matériau.....                                                           | 89 |
| Tableau IV.3 : Information sur le maillage.....                                                                     | 90 |

## ***Nomenclature :***

$\alpha$  : angle de pression.

$d$  : diamètre primitif.

$d_a$  : diamètre de tête.

$d_f$  : diamètre de pied.

$h_a$  : saillie.

$h_f$  : creux.

$h$  : hauteur de dent.

$b$  : largeur de denture.

$a$  : entraxe entre deux roues.

$m$  : module.

$Z$  : nombre de dents.

$p$  : pas au primitif.

$T$  : centre instantané de rotation du mouvement de  $D$  par rapport à  $C$ .

$C$  : base de ce mouvement (centre de base).

$D$  : roulante de ce mouvement.

$\theta$  : définit la position du point  $M$  sur le profil en développante de cercle.

$H$  : définit la position du point  $T$  sur le cercle de base.

$\alpha$  : repère la position angulaire du point  $T$  par rapport au point  $M$ .

$F_t$  : la force tangentielle.

$F_r$  : la force radiale.

$C_m$  : le couple moteur.

$r_{b1}$  : le rayon de base.

$P_1$  : la puissance transmise.

$V_t$  : la vitesse tangentielle.

$\varepsilon_\alpha$  : le rapport de conduite.

$F$  : la force transmise sur la zone de contact constante.

$Q$  : représente le volume d'usure ( $V$ ) par unité de distance glissée ( $s$ ).

$W$  : charge normale appliquée.

$H$  : dureté du matériau.

$h$  : la profondeur d'usure.

$k$  : coefficient d'usure ( $\text{m}^2/\text{N}$ ).

$P$  : pression de contact ( $\text{N}/\text{m}^2$ ).

$s$  : distance de glissement (m).

$v$  : vitesse de glissement (m/s).

$t$  : temps de glissement (s).

$F_n$  : charge normale.

$R$  : rayon équivalente.

$H$  : hauteur des ressorts.

$\Omega_1$  : vitesse de rotation du pignon.

$R_{b1}$  : rayon de base du pignon.

$M_{ij}$  : le point de contact potentiel.

$e_1(M_{ij})$  : écart au point  $M_{ij}$  sur le pignon.

$e_2(M_{ij})$  : écart au point  $M_{ij}$  sur la roue.

$e(M^*)$  : l'écart normal maximal.

$\delta e(M_{ij})$ , est défini comme la différence entre l'écart normal maximum  $e(M^*)$  et l'écart normal en ce point.

$\tau_{mj}$  : le torseurs de déplacement infinitésimal.

$O_{mj}$  : le centre de la tranche  $j$  élémentaire du corps  $m$ .

$\vec{n}_1$  : normale unitaire extérieure au profil du pignon.

$V(M_{ij})$  : le vecteur de structure.

$[M_{glob}]$  : matrice masse globale du système.

$[C]$  : matrice amortissement équivalent supposée constante.

$[K_{glob}(t(q))]$  : matrice de rigidité globale du réducteur.

$(q)$  : vecteur des variables d'état constitué par les coordonnées généralisées du système.

$[F_{0,1}(t)] = [F_0(t) + F_1(t)]$  : vecteur des efforts extérieurs généralisés.

$[F_2(t, \delta e(M_{ij}), (q))]$ : vecteur dépendant du temps introduisant l'effet des écarts géométriques et les écarts de forme générés par l'usure.

$L_c$  : longueur de contact.

$Y$  : facteur de forme (facteur de Lewis).

$V_2$  : la vitesse linière de la charge.

$\omega_2$  : la vitesse de rotation de la poulie et la roue.

$d$  : le diamètre de la poulie.

$N_s$  : la vitesse de sortie (tr/min).

$N_e$  : la vitesse d'entrée (tr/min).

$R$  : le rapport de transmission.

$Z1$  et  $Z2$  : les nombres de dents du pignon et de roue.

$Rpe$  : la résistance pratique à la traction.

$C_2$  : le couple de la poulie.

$F$  : la charge.

$r$  : le rayon de la poulie.

# TABLE DES MATIERES

|                            |    |
|----------------------------|----|
| Liste des figures.....     | 05 |
| Liste des tableaux.....    | 08 |
| Nomenclature.....          | 09 |
| Introduction générale..... | 16 |

## CHAPITRE I : THEORIE GENERALE SUR LES ENGRENAGES

|                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------|----|
| I.1. Introduction .....                                               | 20 |
| I.2 Historique .....                                                  | 21 |
| I.3 Transmission par engrenages .....                                 | 22 |
| I.4 Définition d'un engrenage .....                                   | 22 |
| I.5 Avantages et inconvénients des engrenages .....                   | 23 |
| I.6 Classification des engrenages .....                               | 24 |
| I.6.1 La position relative des axes .....                             | 24 |
| I.6.1.1 Engrenages cylindriques parallèles .....                      | 24 |
| I.6.1.2 Engrenages à axes concourants .....                           | 24 |
| I.6.1.3 Direction des flancs de la denture .....                      | 25 |
| A / Roues cylindriques .....                                          | 25 |
| B / Roues coniques .....                                              | 26 |
| I.7 Jeu de fonctionnement .....                                       | 27 |
| I.8 Ligne d'engrènement (ligne d'action) et l'angle de pression ..... | 28 |
| I.9 Correction de denture .....                                       | 28 |
| I.10 Interférences de fonctionnement .....                            | 31 |
| I.10.1 Principe de l'interférence .....                               | 31 |
| I.11 Matériaux de fabrication .....                                   | 32 |
| I.12 Les traitements thermiques .....                                 | 34 |

## **CHAPITRE II : LES ENGRNAGES CYLINDRIQUE A DENTIRE DROITE**

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| II.1 Introduction .....                                                         | 36 |
| II.2 Les engrenages cylindriques à denture droite .....                         | 37 |
| II.3 Caractéristiques des dentures .....                                        | 37 |
| II.4 Engrenage cylindrique à denture droite (à contact extérieur) .....         | 37 |
| II.5 Engrenage cylindrique droit à contact intérieur .....                      | 38 |
| II.6 Géométrie d'une dent d'un pignon cylindrique à denture droite .....        | 39 |
| II.7 Les dimensions géométriques des roues à dentures normales .....            | 39 |
| II.7.1 denture extérieur .....                                                  | 39 |
| II.7.2 denture intérieur .....                                                  | 41 |
| II.8 Avantages et inconvénients d'un engrenage cylindrique à denture droite ... | 42 |
| II.9 Fonctionnement des engrenages à dentures droites .....                     | 42 |
| II.10 Profils conjugués .....                                                   | 45 |
| II.10.1 Définition .....                                                        | 45 |
| II.10.2 Profil à développante de cercle .....                                   | 45 |
| II.10.3 Principe de la développante de cercle (cas de denture droite) .....     | 46 |
| II.10.4 Propriétés de la développante de cercle .....                           | 46 |
| II.11 Efforts sur les dentures .....                                            | 47 |

## ***CHAPITRE III : USURE DES ENGRENAGES***

|                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| III.1 Introduction .....                                                    | 51 |
| III.2 Les différents types de détérioration des dentures d'engrenages ..... | 51 |
| III.2.1 Défauts répartis sur toutes les dents .....                         | 52 |
| a) Usure abrasive et adhésive .....                                         | 52 |
| b) Pitting (piques) .....                                                   | 53 |
| III.2.2 Les défauts localisés sur certaines dents .....                     | 53 |
| a) Ecaillage .....                                                          | 53 |
| b) Le grippage .....                                                        | 54 |

|                                                      |    |
|------------------------------------------------------|----|
| c) Fissure .....                                     | 54 |
| III.3 Les types d'usures .....                       | 56 |
| III.3.1 Usure normale .....                          | 56 |
| III.3.2 L'usure anormale .....                       | 58 |
| III.3.3 Usure modérée .....                          | 58 |
| III.3.4 Usure excessive et destructive .....         | 59 |
| III.3.5 Le rodage .....                              | 60 |
| III.4 Les mécanismes d'usure .....                   | 61 |
| III.4.1 Usure par abrasion .....                     | 61 |
| III.4.2 Usure par transfert ou adhésion .....        | 61 |
| III.4.3 Usure par fatigue .....                      | 62 |
| III.4.4 Usure par réactions tribochimiques .....     | 62 |
| III.5 La loi d'usure .....                           | 63 |
| III.6 Les lubrifiants et l'usure .....               | 63 |
| III.7 Les faciès d'usure (étude expérimentale) ..... | 65 |
| III.8 Usure abrasive et la fatigue de flexion .....  | 67 |

## ***CHAPITRE IV : SIMULATION D'USURE DANS LES ENGRENAGES DROITS***

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| IV.1 Introduction .....                                           | 69 |
| IV.2 Modélisation dynamique de transmissions par engrenages ..... | 69 |
| IV.2.1 Modélisation des d'arbres .....                            | 70 |
| IV.2.2 Modélisation des paliers .....                             | 71 |
| IV.2.3 Modèle de moteur et de charge .....                        | 71 |
| IV.2.4 Modélisation d'engrenage .....                             | 71 |
| IV.2.4.1 Géométrie des engrenages rigides .....                   | 71 |
| IV.2.4.2 Ecart géométriques .....                                 | 72 |
| IV.2.4.3 Détermination de champs de déplacements .....            | 75 |
| IV.2.4.4 Ecrasement au point de contact .....                     | 76 |

|                                                        |           |
|--------------------------------------------------------|-----------|
| IV.3 Condition de contact .....                        | 77        |
| IV.4 Résolution des équations du mouvement .....       | 78        |
| IV.4.1 Equations du mouvement .....                    | 78        |
| IV.4.2 Résolution numérique .....                      | 80        |
| IV.5 Simulation de l'usure par fatigue des dents ..... | 82        |
| IV.6 Caractéristiques des engrenages étudiés .....     | 83        |
| IV.7 La simulation avec SolidWorks .....               | 85        |
| IV.8 Les étapes de la simulation .....                 | 88        |
| IV.8.1 Etude statique .....                            | 88        |
| IV.8.2 Les déplacements imposés .....                  | 88        |
| IV.8.3 Le choix du matériau (42 CD4) .....             | 89        |
| IV.8.4 Le maillage .....                               | 90        |
| IV.8.5 L'application des chargements externe .....     | 91        |
| IV.8.6 Le résultat de la simulation .....              | 91        |
| <b>Conclusions générale .....</b>                      | <b>93</b> |
| <b>Références bibliographiques .....</b>               | <b>96</b> |



# ***INTRODUCTION GENERALE***

## **Introduction générale :**

Lorsqu'il s'agit de transmettre des couples importants et de réaliser des réductions de vitesse ou de changer les directions de rotation, les transmissions de puissance par engrenages constituent le meilleur compromis d'un point de vue rendement et précision. Les domaines d'application sont aussi variés que la mécanique générale, le secteur de la production d'énergie, les transports, l'électronique, ...etc. Dans ce contexte, les engrenages sont l'un des composants les plus critiques dans la majorité des machines tournantes industrielles comme le montrent les statistiques sur les causes de défaillance et la localisation des avaries dans les transmissions mécaniques, [40], [29], Leur bon fonctionnement impacte donc fortement la durée de vie et la qualité d'un grand nombre de systèmes mécaniques, justifiant ainsi une demande croissante en termes d'analyse et contrôle des sollicitations et de la résistance de ces organes.

Lors du fonctionnement les engrenages peuvent être soumis à de nombreuses avaries apparaissant dont les origines peuvent être multiples et, parfois, difficilement identifiables : défauts de fabrication, défaut d'assemblage ou de montage, défauts de matériaux, le type d'avarie le plus courant concernant le phénomène de contact est l'usure. Il est, en général, admis que le risque d'apparition d'avarie de surface est lié aux conditions de fonctionnement du contact entre les dentures. Les paramètres mécaniques caractérisant ce fonctionnement dépendent des conditions géométriques et cinématiques, et de la charge transmise aux engrenages.

Dans ce mémoire, nous nous préoccupons de l'usure abrasive caractérisée par des enlèvements de matière dus au mouvement relatif entre deux surfaces et qui constitue une source importante de défauts géométriques pour des dentures non traitées, susceptible d'interagir avec la fatigue de contact, pour cela nous avons partagé notre travail en quatre chapitre :

Le premier chapitre présente une théorie générale sur les engrenages, après un bref historique sur la naissance de ce moyen de transmission, nous avons définis l'engrenage, cités ces avantages et ces inconvénients, les grandes classes de ce dernier, qui sont divisées selon la position relative des axes des arbres en rotation et la direction des flancs de la denture : La première classe concerne les engrenages aux axes parallèles on inclut dans cette catégorie les engrenages cylindriques droits et les engrenages cylindriques hélicoïdaux, et aux axes concourants : ces surfaces primitives sont des troncs de cône qui roulent l'une sur l'autre sans glisser. La deuxième classe inclut les roues cylindriques et les roues coniques ainsi le fonctionnement, les matériaux de fabrication, ...etc.

Le second chapitre est consacré aux études approfondies sur un seul type, qui sont les engrenages cylindriques à denture droite : (définition, caractéristique des dentures, dimensions géométrique de la roue, les avantages et les inconvénients, le fonctionnement, les efforts sur les dents, ...etc.).

Ces efforts qui sont exercés sur la denture provoquent des avaries qui seront étudiées dans le troisième chapitre, ce chapitre comporte les différents types de détérioration des dentures d'engrenages puis nous avons pris en considération le type d'avarie le plus courant, qui est l'usure abrasive (ces types, ces modes, ces lois, ...etc.).

Une étude expérimentale de l'usure sur un modèle créé sera représentée dans le quatrième chapitre.

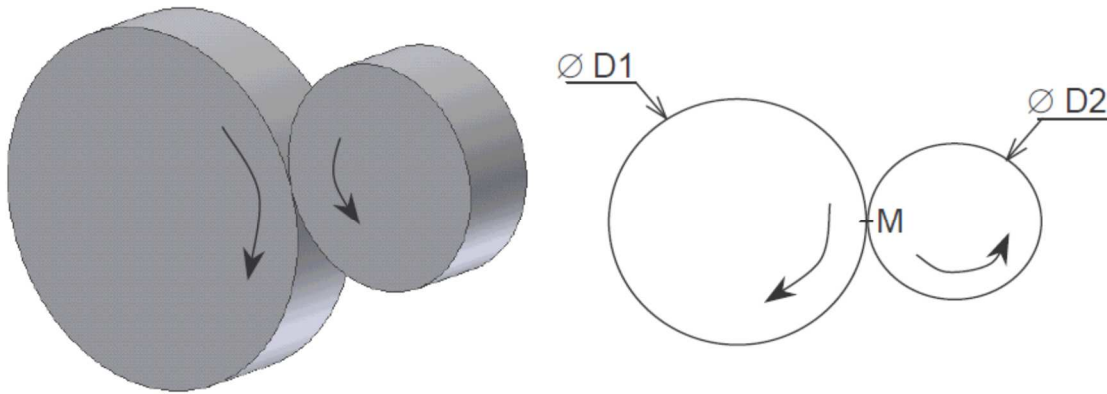
Ce travail s'est terminé par une conclusion générale.

# ***CHAPITRE I***

## ***THEORIE GENERALE SUR LES ENGRENAGES***

## **I.1. Introduction :**

Le principe de tout système mécanique est de transmettre et d'adapter une énergie mécanique depuis une source d'énergie vers une application donnée. Les premières machines construites afin de modifier des vitesses angulaires étaient des roues de friction ; ces roues étaient lisses et construites dans une matière qui avait un fort coefficient de frottement.



**Figure I.1 : Transmission par roues de friction (étude préliminaire). [1]**

Elles étaient maintenues en pression l'une contre l'autre, et le frottement qui se créait entre ces deux roues assurait la rotation des roues. Mais ce système ne permettait pas de contrôler correctement le rapport qui existait entre les vitesses angulaires d'entrée et de sortie. En effet les frottements qui existaient entre les roues n'étaient pas constants et le rapport entre les deux vitesses variait lui aussi. D'où l'idée de mettre autour de la roue des " obstacles ", des dents pour augmenter la précision de la transmission de l'effort entre les roues. Ainsi naissent les engrenages dotés de dents et qui permettent d'obtenir des rapports de transmission très précis.

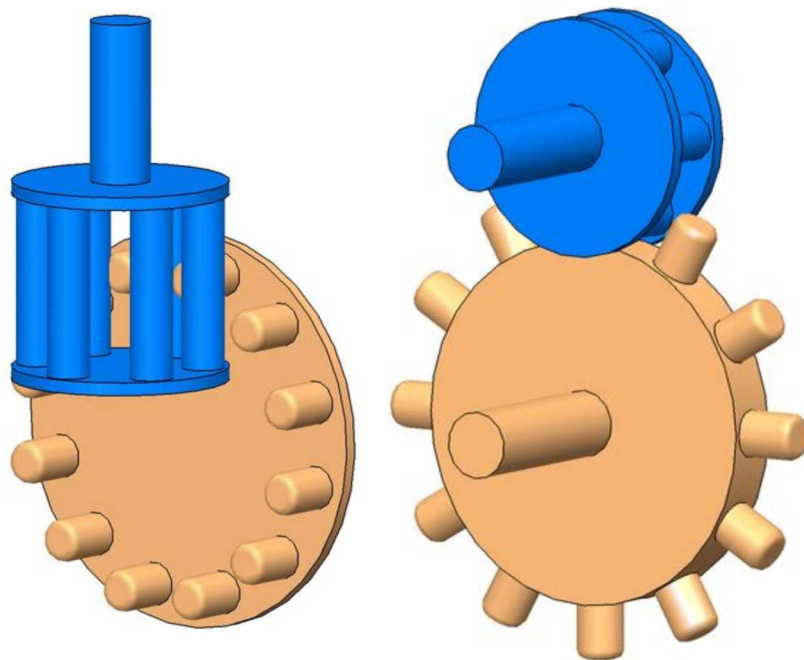
Les engrenages constituent des organes de transmission et de puissance qui se sont largement répandus dans les domaines les plus variés de la construction mécanique. Dans les nombreuses machines, telles que les machines-outils, les véhicules, les appareils de levage, les installations de puissance des navires, ...etc. Les engrenages font partie des mécanismes principaux et auxiliaires.

La large extension des engrenages est favorisée par leur rendement élevé, leur faible encombrement, leur sécurité de service, leur simplicité d'exploitation. Du fait de la diversité des conditions d'exploitation, la forme des éléments des engrenages et la construction des transmissions est très variée.

La forme du profil de la denture dans la section perpendiculaire à l'axe de rotation permet de distinguer la denture à développante de cercle, la plus usitée et d'autres dentures auxquelles sont associés notamment les profils circulaires établis par M. Novikov. Généralement, les engrenages à développante de cercle sont obtenus par taillage sur des machines-outils spéciales par un des deux procédés : taillage par reproduction ou taillage par génération.

## **I.2 Historique :**

Léonard de Vinci dessinait déjà au XV<sup>ème</sup> siècle des systèmes de transmission de puissance par obstacles. Voici leur principe :

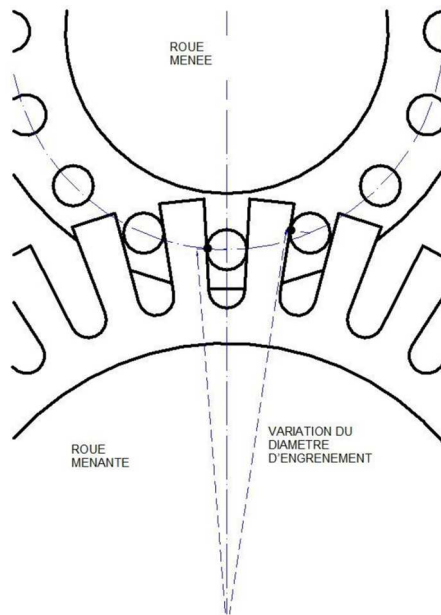


**Figure I.2 : Le dessins de Léonard de Vinci (fin du XV<sup>ème</sup>).**

La variation du diamètre d'engrènement lors du fonctionnement implique une transmission de puissance non homocinétiq (vitesse de sortie non constante pour une vitesse d'entrée constante).

Le glissement important au niveau des contacts entre les plots et les rainures provoque une usure prématurée.

Cette solution n'est donc envisageable que dans le cas de faibles vitesses et d'efforts peu importants



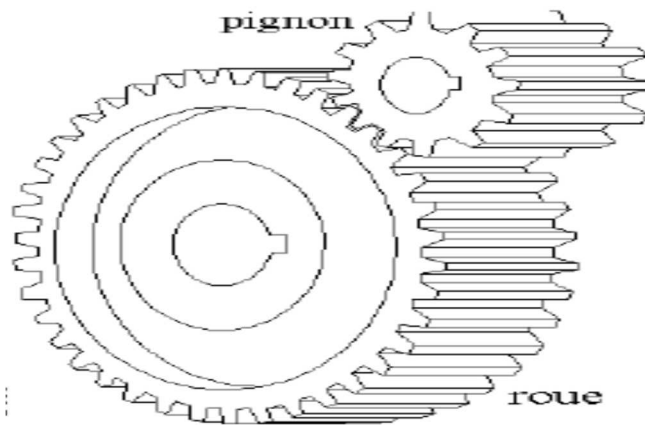
**Figure I.3 : Le contact entre les plots et les rainures.**

### **I.3 Transmission par engrenages :**

Les transmissions par engrenage sont très répandues dans l'industrie. Elles sont d'une grande utilité lorsqu'il s'agit de transmettre des couples importants, de produire de grandes vitesses de rotation, d'effectuer un changement de direction du mouvement de rotation. Le rapport de vitesses obtenu entre l'entrée et la sortie ne dépend que des nombres de dents des roues en contact. Ils sont transmis la puissance entre deux arbres rapprochés, avec modification du couple transmis et de la vitesse de rotation, le rapport des vitesses étant rigoureux et constant ; les deux arbres peuvent être parallèles, concourants, orthogonaux, ou même occuper une position relative quelconque.

### **I.4 Définition d'un engrenage :**

Un engrenage est un mécanisme composé de deux roues dentées mobiles autour d'axes de position fixe et dont l'une entraîne l'autre par l'action de dents successivement en contact et on dit que les deux roues sont conjuguées. La plus petite roue est appelée pignon, la plus grande est la roue. [2]



**Figure I.4 : Schéma de deux roues dentées engrainées. [3]**

### **I.5 Avantages et inconvénients des engrenages :**

#### ***A / Les avantages :***

- Transmission de puissances élevées sous fréquences de rotation élevées.
- Transmission à rapport rigoureusement constante (transmission synchrone).
- Transmission parfaitement homocinétique.
- Possibilités de transmissions entre plusieurs arbres.
- Bon rendement général, suivant classe de qualité.
- Durée de vie importante.
- Bonne fiabilité.

#### ***B / Les inconvénients :***

- Nécessité d'un entraxe précis et constant.
- Niveau sonore variable suivant type d'engrenage.
- Transmission des à-coups et vibrations.
- Nécessité d'une lubrification, souvent par fluide.
- Réversibilité possible suivant type d'engrenage.
- Coût très variable suivant type d'engrenage et classe de qualité.



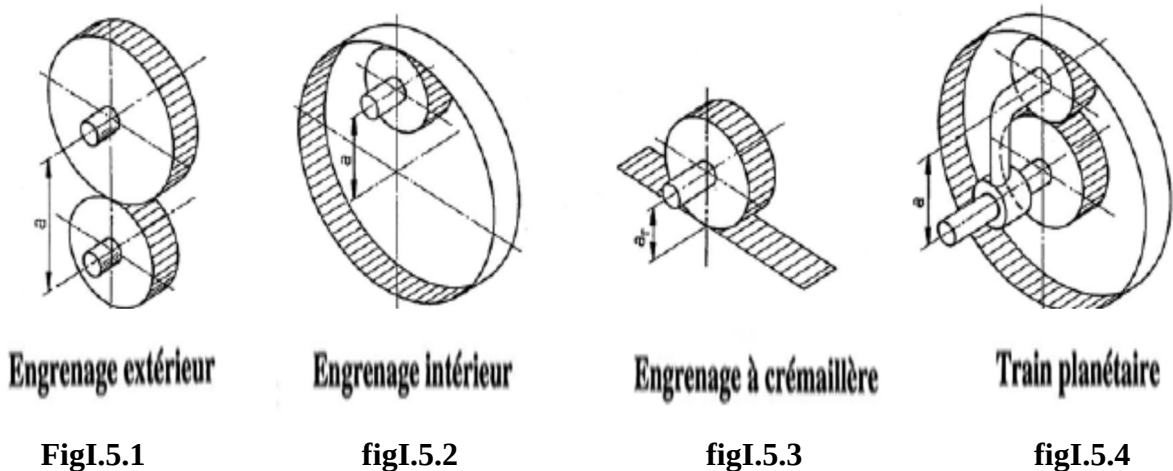
## **I.6 Classification des engrenages :**

### **I.6.1 La position relative des axes :**

#### **I.6.1.1 Engrenages cylindriques parallèles :**

Suivant la disposition des roues et la fonction des axes, l'engrenage parallèle peut se subdiviser en quatre groupes [4] :

1. **Engrenage cylindrique extérieur** constitué par deux roues dentées extérieures : un pignon et une roue, figure I.5.1.
2. **Engrenage cylindrique intérieur** constitué par deux roues, l'une extérieure, l'autre intérieure : un pignon et une couronne, figure I.5.2.
3. **Engrenage à crémaillère** composé d'une roue cylindrique extérieure et d'une crémaillère. La crémaillère peut être considérée comme une roue cylindrique extérieure de diamètre infiniment grand, figure I.5.3.
4. **Train planétaire simple** se composant de quatre éléments : une roue solaire, une couronne de train planétaire, une ou plusieurs roues planétaires et d'un châssis, figure I.5.4



**Figure I.5 : Engrenages parallèles à roues cylindriques.**

#### **I.6.1.2 Engrenages à axes concourants :**

Dans les engrenages à axes concourants, les surfaces primitives sont des troncs de cône qui roulent l'une sur l'autre sans glisser. Les dispositions usuelles des roues sont :

1. **engrenage conique extérieur** constitué de deux roues dentées coniques extérieures : un pignon et une roue, figure I.6.1.
2. **engrenage conique intérieur** composé de deux roues coniques, l'une extérieure, l'autre intérieure : un pignon et une couronne, figure I.6.2.

**3. engrenage conique à roue plate** constitué de deux roues dentées coniques : un pignon et une roue plate, figure I.6.3. Cette roue plate est une roue dont l'angle primitif de référence est  $90^\circ$ . Elle peut être considérée comme le pendant de la crémaillère dans les engrenages coniques.

**4. train planétaire conique** constitué par trois roues dentées coniques au moins et un châssis, l'une des roues ayant un axe mobile par rapport aux deux autres, figure I.6.4

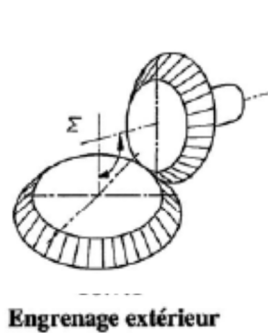


Fig I.6.1

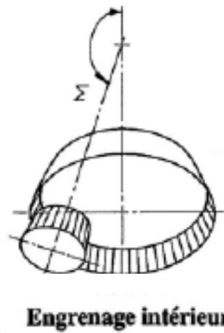


Fig I.6.2

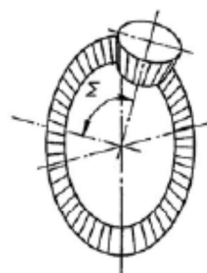


Fig I.6.3

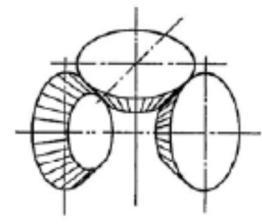


Fig I.6.4

**Figure I.6 : Engrenages coniques à axes concourants.**

L'étude de la géométrie de ces engrenages et des conditions d'engrènement s'effectue dans un plan perpendiculaire aux génératrices communes des roues.

#### **I.6.1.3 Direction des flancs de la denture :**

##### **A / Roues cylindriques :**

Suivant l'orientation des lignes de flanc des dentures sur les roues cylindriques, nous pouvons distinguer :

- 1. roues cylindriques à denture droite**, dites *roues droites*. Sur les cylindres primitifs de référence, les lignes de flanc sont des génératrices, figure I.7.1.
- 2. roues cylindriques à denture hélicoïdale**, dites *roues hélicoïdales*. Sur les cylindres primitifs de référence, les lignes de flanc sont des hélices, figure I.7.2.
- 3. roues cylindriques à denture en chevron**, dites *roues en chevron*. Sur les cylindres primitifs de référence, une portion de la largeur de denture est à denture hélicoïdale à droite, l'autre à gauche, avec ou sans solution de continuité, figure I.7.3.
- 4. roues cylindriques à denture spirale**, dites *roues spirales*. Sur les cylindres primitifs de référence, les lignes de flanc sont des lignes courbes autres que des hélices, figure I.7.4.

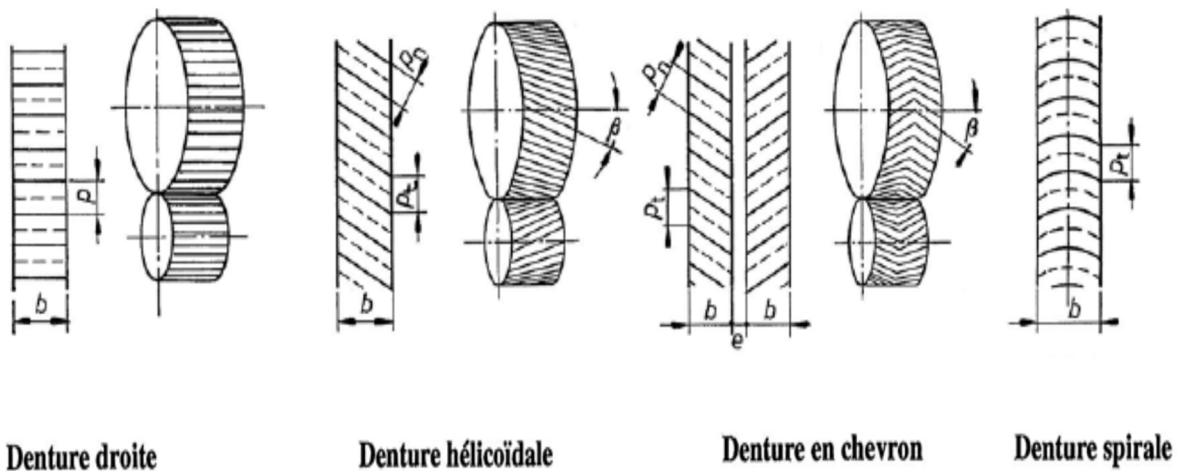


Fig I.7.1.

Fig I.7.2.

Fig I.7.3.

Fig I.7.4.

Figure I.7 : Roues cylindriques : orientation des lignes de flanc de la denture.

### B / Roues coniques :

Dans les engrenages coniques, la définition de l'orientation des lignes de flanc est facilitée par l'observation de la roue plate. Cette orientation se définit également sur la surface primitive de référence des roues coniques. Nous pouvons distinguer :

**1. roues coniques à denture droite**, dites *roues droites coniques*. Sur le cône primitif de référence, les lignes de flanc sont des génératrices et sur la roue plate des rayons, figure I.8.1

**2. roues coniques à denture inclinée**, dites aussi *roues hélicoïdales coniques*. Sur le plan de référence de la roue plate, les lignes de flanc sont des segments rectilignes différents des rayons, figure I.8.2.

**3. roues coniques à denture spirale**, dites *roues spirales coniques*. Sur le plan de référence de la roue plate, les lignes de flanc sont des courbes comme des arcs de cercle, de cycloïde, de développante, de spirale, etc., figure I.8.3. Un cas particulier est donné par un flanc de dent à direction radiale au milieu de la largeur  $b$  de la roue, figure I.8.4.

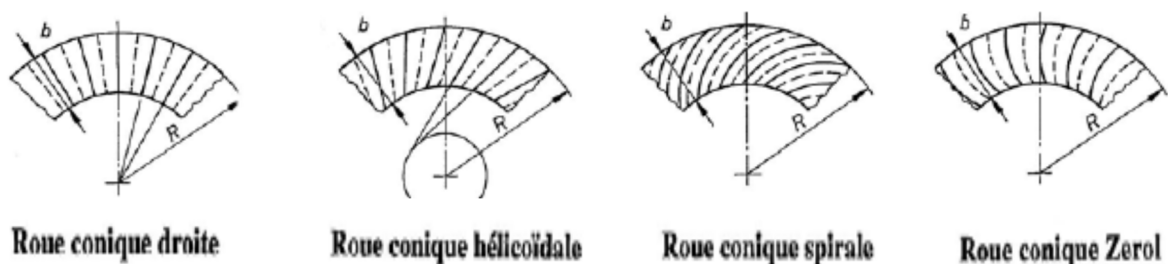


Fig I.8.1.

Fig I.8.2.

Fig I.8.3.

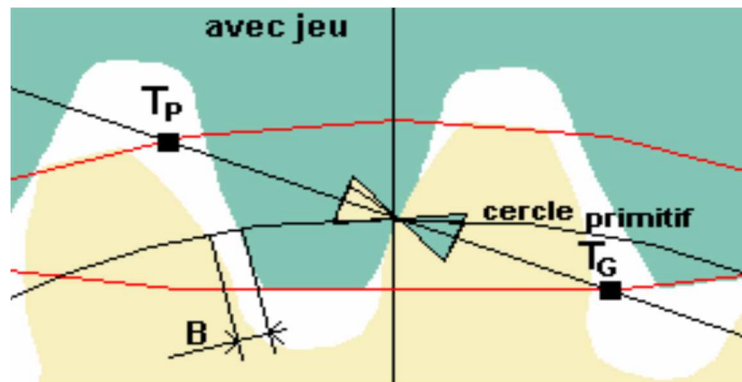
Fig I.8.4.

Figure I.8 : Roues coniques : orientation des lignes de flanc sur la roue plate.

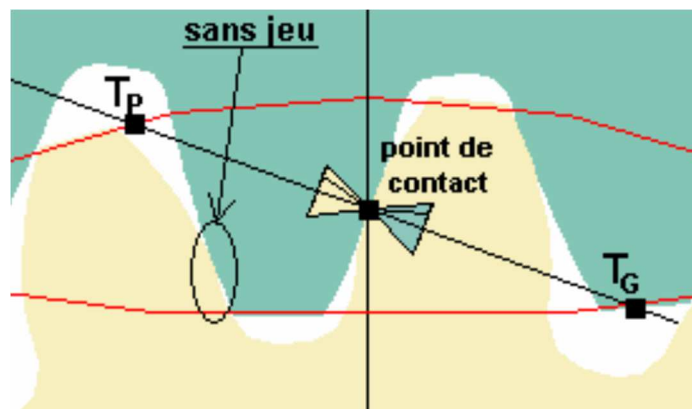
## **I.7 Jeu de fonctionnement :**

Le jeu B est nécessaire pour le bon fonctionnement des engrenages. Il permet :

- Une bonne lubrification.
- Evite le blocage en cas de dilatation due à une variation de température.



**Figure I.9.1 : Fonctionnement avec jeu.**

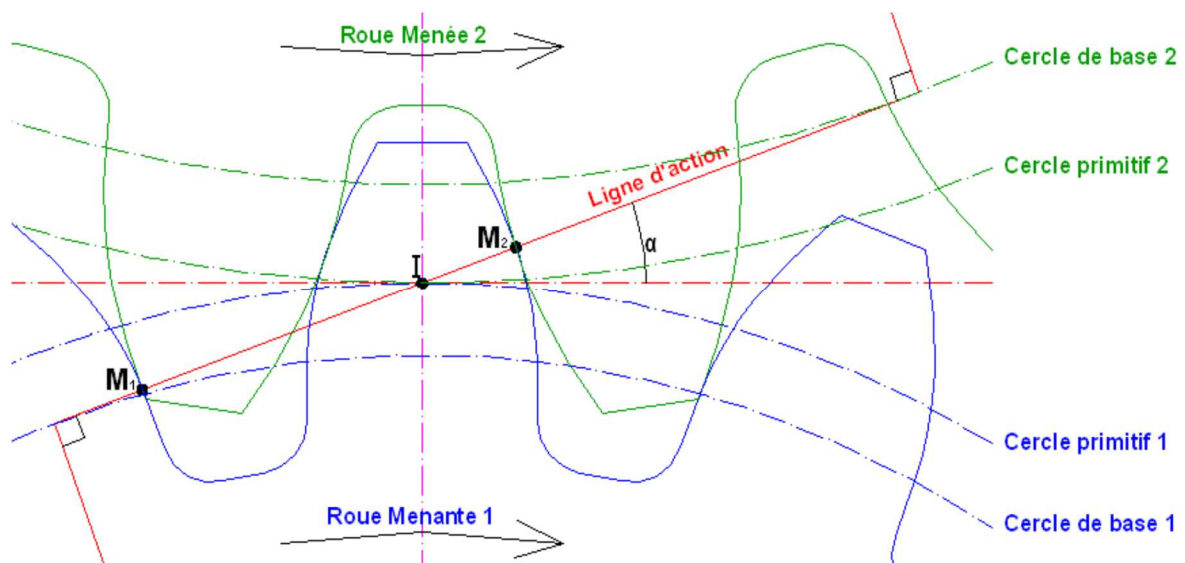


**Figure I.9.2 : Fonctionnement sans jeu.**

Le jeu peut être contrôlé par une modification d'entraxe, un déport de fabrication ou une modification de l'épaisseur des dents de l'outil à taillage.

### **I.8 Ligne d'engrènement (ligne d'action) et l'angle de pression :**

Le point  $M$  de contact entre les profils  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  se déplace sur la ligne d'action. (Sur les schéma ci-dessous, deux dents sont en prise en même temps : en  $M_1$  et en  $M_2$ ) au cours de l'engrènement, la ligne d'action est inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport au plan tangent en  $I$ . Cette ligne passe par  $I$ . L'angle  $\alpha$ , appelé **angle de pression**, peut être différent entre le taillage et le fonctionnement. L'angle de pression de taillage vaut généralement  $20^\circ$ . Il est noté  $\alpha_0$ . [11]



**Figure I.10 : ligne d'action.**

### **I.9 Correction de denture :**

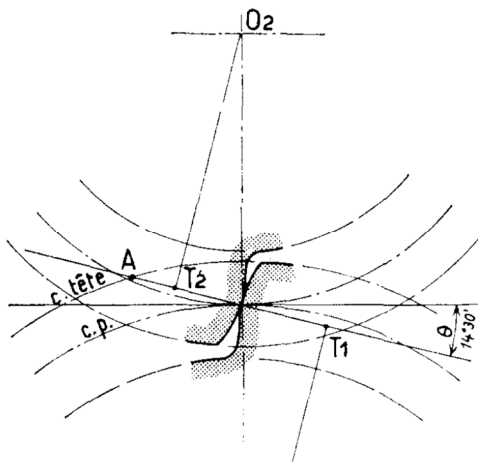
En effet, l'emploi des machines à tailler par fraise-mère, par outil-crémaillère et par outil pignon ne consiste pas seulement à tailler des dentures normales avec profil en développante au même module que l'outil générateur ; il consiste aussi à produire des dentures différentes des dentures normales, dont on a modifié les proportions de manière à améliorer leur fonctionnement et accroître leur résistance. Ces dentures appelées « dentures corrigées » [12].

C'est pour éviter les interférences que les corrections de denture ont été introduites dans la construction des engrenages. Elles apportent, de plus, des améliorations plus très sensibles en ce qui concerne la résistance des dents et, pour certaines d'entre elles, en ce qui concerne l'usure. [13]

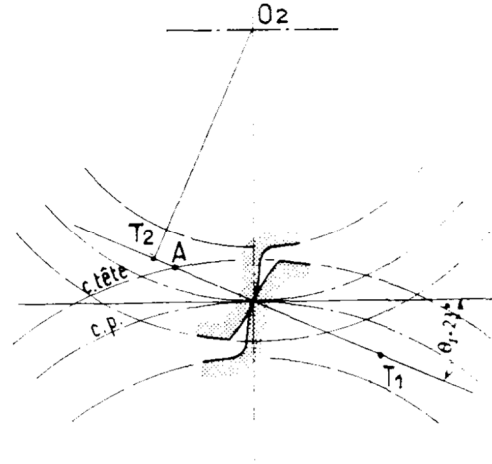
Les corrections de denture sont réalisées :

- **Par augmentation de l'angle de pression :**

Avec les éléments de l'engrenage représenté sur la figure I.11, il y a interférence (A extérieur à T1T2). En augmentant  $a$  (fig. I.12), A passe entre T1 et T2.



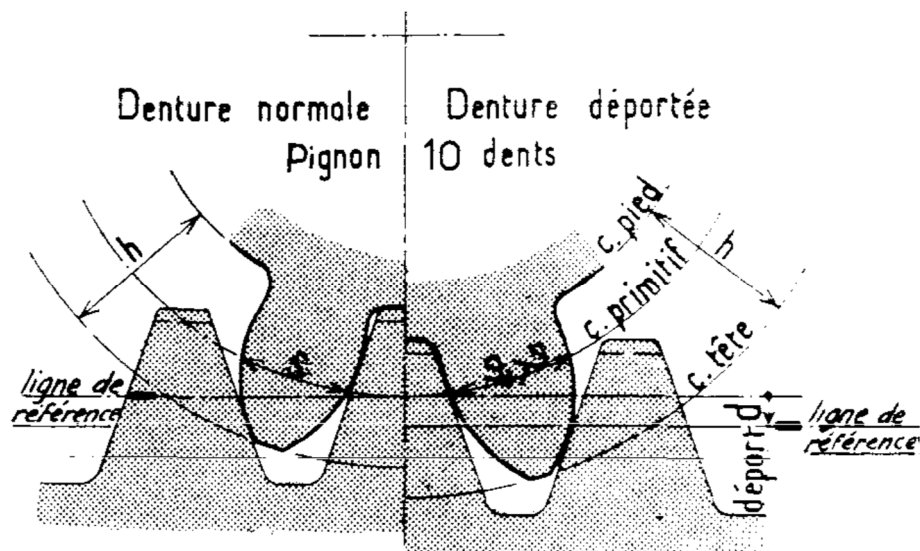
**Figure I.11 : Angle de pression.  
(Interférence extérieure à T1T2)**



**Figure I.12 : Angle de pression.  
(Interférence entre T1T2)**

- **Par emploi de dentures déportées sans variation d'entraxe :**

La figure I.13 représente un pignon de 10 dents et une crémaillère en prise. La crémaillère est l'outil qui va tailler le pignon. On a figuré le cercle primitif du pignon et la droite primitive de la crémaillère, qui sont invariables.



**Figure I.13 le cercle primitif du pignon et la droite primitive de la crémaillère,  
qui sont invariables**

Dans la partie gauche, la crémaillère est placée pour tailler une denture normale. La droite de référence a été placée sur la droite primitive.

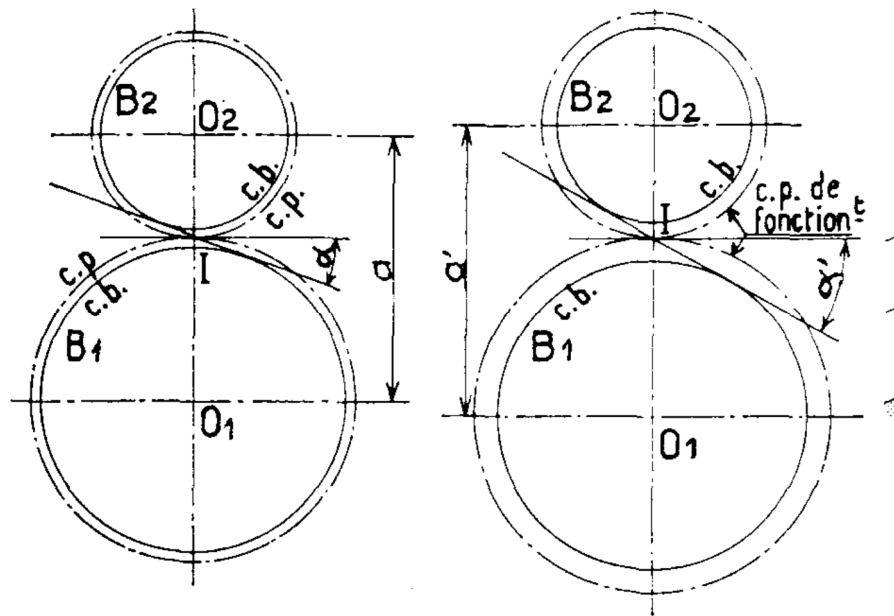
Dans la partie droite, sans que le cercle primitif et la droite primitive aient changé (le mouvement primitif pignon crémaillère restera le même), la crémaillère a été éloignée du pignon d'une quantité  $d$  dite déport (positive dans ce cas).

Si on taille le pignon dans ces conditions, on obtient des dents de même hauteur que des dents normales, mais qui sont décalées radialement par rapport à elles (et par conséquent par rapport au cercle primitif) de la quantité  $d$ .

$$h_{a1} = m + d \quad ; \quad h_{f1} = 1.25 m - d$$

- **Par emploi de dentures déportées avec variations d'entraxe :**

Le pignon et la roue sont taillés avec des déports, égaux ou non, mais généralement tous deux positifs. L'engrènement ne peut se faire qu'en modifiant l'entraxe (fig. I.14).



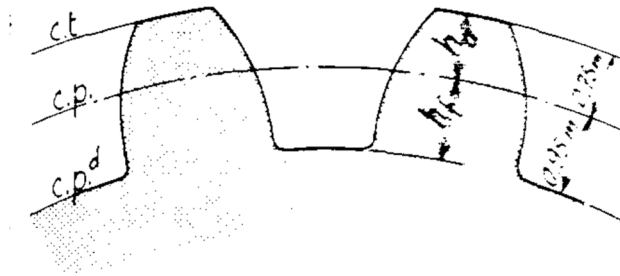
**Figure I.14 : Dentures déportées avec variations d'entraxe.**

- **Par emploi de la denture courte :**

Dans cette denture :

$$h_a = 0.75 m \quad ; \quad h_f = 0.95 m$$

La denture courte a été employée en construction automobile mais, si elle est très résistante, le rapport de conduite est plus faible et l'usure est plus rapide que dans le cas d'une denture normale (fig. I.15).



**Figure I.15 : la denture courte.**

## **I.10 Interférences de fonctionnement :**

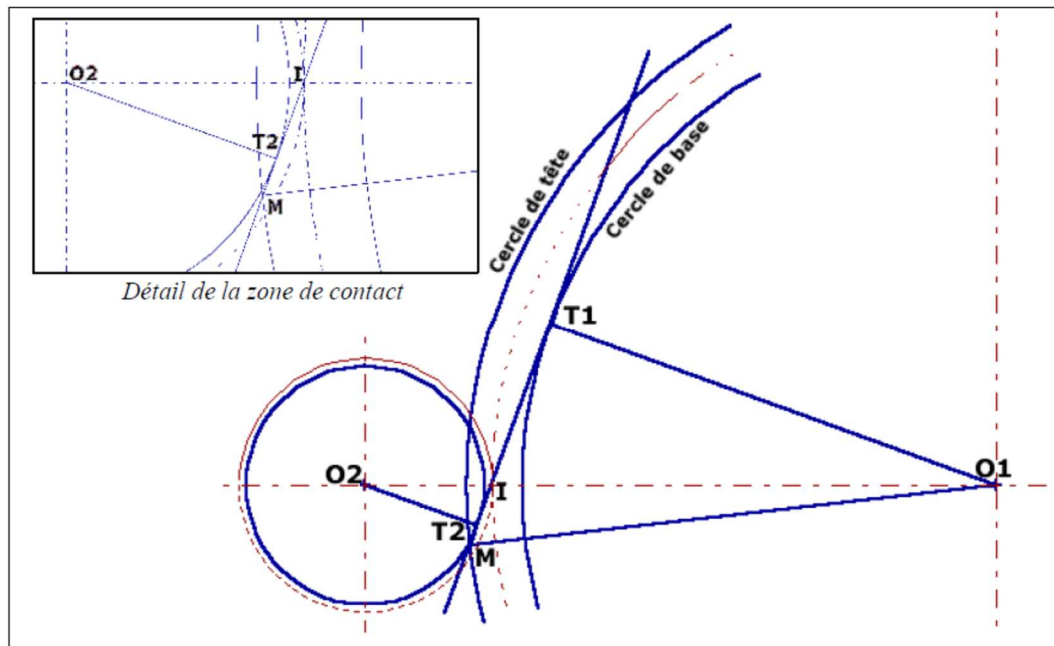
L'interférence de fonctionnement conduit à des contacts s'effectuant dans de très mauvaises conditions, donnant lieu à des variations de vitesse angulaire, à des vibrations intenses et à une usure très rapide. Elle peut même conduire à un coincement entre les dentures si le jeu entre elles est faible ou nul. On s'intéressera ici aux interférences dans les engrenages cylindriques à axes parallèles et à denture droite.

### **I.10.1 Principe de l'interférence :**

Lors de l'engrènement, le contact entre dentures suit la ligne d'action ( $T_1T_2$ ) tangente commune aux cercles de base (figure I.16), donc inclinée de l'angle de pression ( $\alpha$ ) par rapport à la tangente commune aux deux cercles primitifs qui sont en contact au point  $I$ .

Lorsque le nombre de dents du pignon devient faible (10 sur la figure I.16), on s'aperçoit que le cercle de tête de la roue sort de la ligne d'action. Il se produit alors une interférence d'engrènement.





**Figure I.16 : Détail de l'engrènement.**

Ce phénomène dépend de l'angle de pression ( $\alpha$ ), pour un angle de  $20^\circ$ , il apparaît lorsque le pignon a moins de 17 dents et la roue plus de 17, ou lorsque le pignon a moins de 13 dents quel que soit le nombre de dents de la roue.

La solution consiste à ramener le point  $M$  à l'intérieur de la zone de contact  $T1T2$ .

Ceci peut être fait en déportant les dentures par rapport aux cercles primitifs. Pour une correction sans variation de l'entraxe  $O1O2$ , il est nécessaire de déporter les deux dentures en sens inverses :

- Vers l'extérieur pour le pignon.
- Vers l'intérieur pour la roue.

### **I.11 Matériaux de fabrication :**

Un grand nombre de matériaux sont utilisés pour la fabrication des engrenages [14] :

- Aciers de toutes nuances.
- Fontes ordinaires et spéciales.
- Bronzes.
- Matières synthétiques, etc.

Le choix dépend d'un assez grand nombre de facteurs :

- Types d'engrenages.

- Vitesses de rotation.
- Résistances demandées à la rupture et à l'usure.
- Silence de fonctionnement.
- Dimensions de l'engrenage.
- Matériel d'usinage disponible, etc.

On peut toutefois qu'à l'exception des engrenages à vis sans fin pour lesquels le bronze est pratiquement le seul matériau possible pour la roue, ce sont les aciers qui sont de loin les plus utilisés. Ils permettent d'obtenir le maximum de sécurité avec un encombrement minimum ; les questions de fonderie, de forge et d'usinage des grandes roues ne constituent même plus un obstacle dans l'industrie moderne.

Le choix préalable des matériaux et leur comportement peut être effectué à l'aide du (tableau I.1):

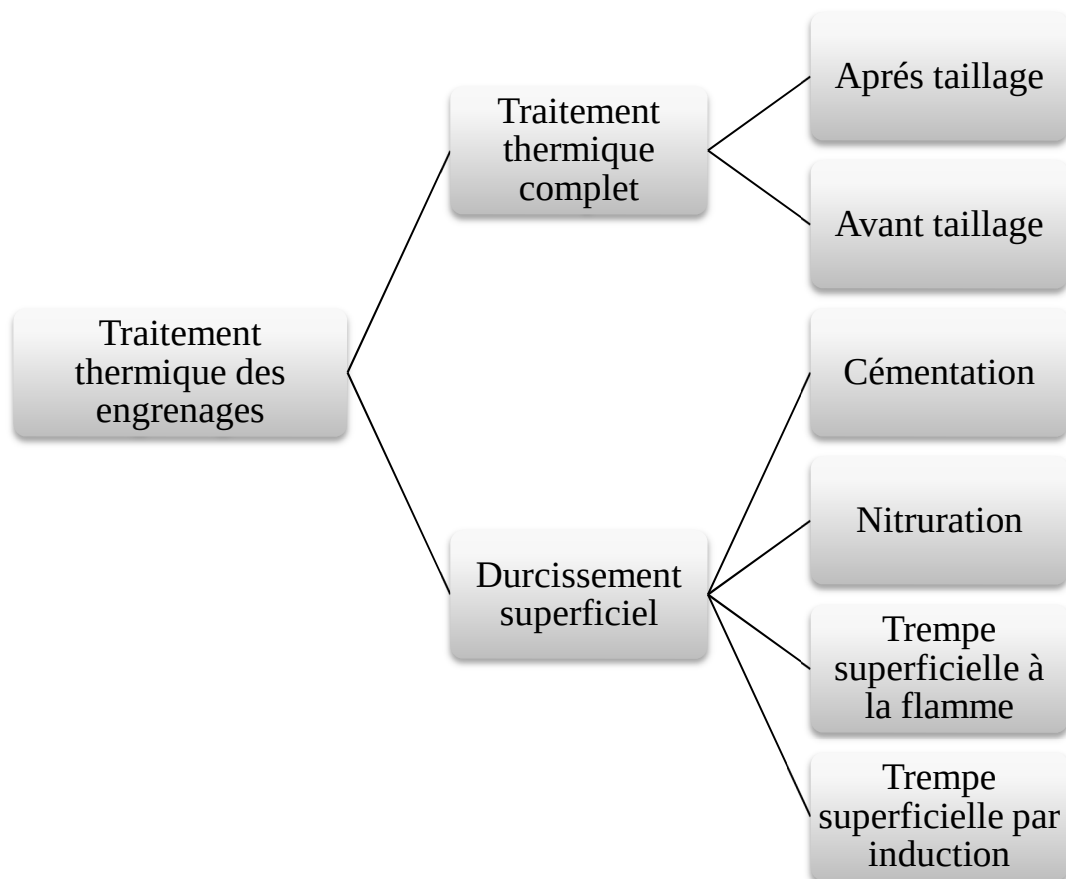
| N | Exigences et exemples d'utilisation                                                                                 | Matériaux                                               |                                                                                                      |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                                                                                                     | Pignon                                                  | Grande roue                                                                                          |
| 1 | Petites charges et petites vitesses ;<br>Fonctionnement intermittent, treuil.                                       | Ft, A 42, A 50,<br>matières plastiques.                 | Ft 15, Ft 20,<br>matières plastiques                                                                 |
| 2 | Charges et vitesses moyennes ;<br>transmission usuelle, installation de<br>transport, petites machines-outils.      | Ft, A 50, A 60,<br>acier moulé,<br>matières plastiques. | Ft 20, Ft 25, Ft 30, FGS<br>380, FGS 420, 190-380M,<br>230-450M, matières<br>plastiques              |
| 3 | Charges et vitesses élevées,<br>réducteurs universels, machines-<br>outils, construction de machines en<br>général. | A 60, A 70, Aciers<br>d'amélioration.                   | de Ft 30 à Ft 40, de FGS<br>500 à FGS 700, 260-<br>520M, 300-600M, Acier<br>d'amélioration (bandage) |
| 4 | Les exigences les plus élevées ;<br>automobiles, machines motrices,<br>réducteurs de bateaux.                       | A 60, A 70, Aciers<br>d'amélioration.                   | 300-600M, Acier<br>d'amélioration, acier de<br>cémentation (bandage).                                |

**Tableau I.1 : Instructions pour le choix des matériaux pour les engrenages cylindriques et coniques [22].**

## **I.12 Les traitements thermiques :**

Le traitement thermique a une importance toute spéciale. En effet, dans un engrenage, on peut distinguer les qualités géométriques et les qualités mécaniques. Les premières, grâce aux procédés modernes de taillage et de finition des dentures, peuvent atteindre un très haut degré de perfection. Les secondes sont fonction des caractéristiques physiques du métal constituant l'engrenage. Ces caractéristiques, dont les principales sont : la limite élastique, la résilience et la résistance à l'usure, dépendent du traitement thermique ; si l'on considère que ce traitement influe également sur les qualités géométriques par les déformations plus ou moins grandes qu'il peut entraîner, on aperçoit toute l'importance qu'il convient de lui attribuer dans la fabrication des engrenages.

Les différents modes de traitement thermique des engrenages sont les suivants :



**Figure I.17 : Les différents modes de traitement thermique des engrenages.**

# ***CHAPITRE II***

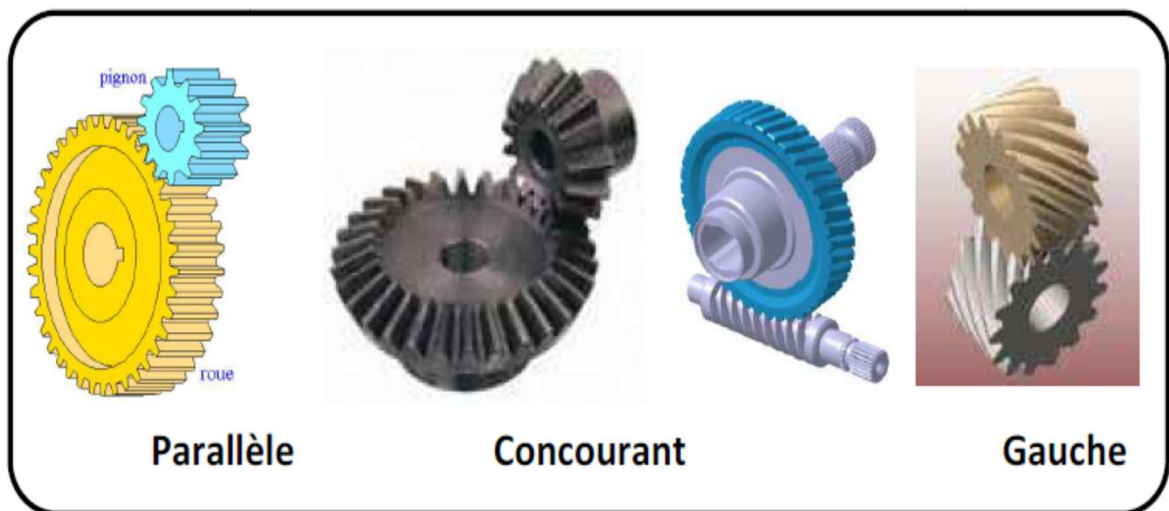
## ***LES ENGRENAGES CYLINDRIQUES À DENTURES DROITES***

## **II.1 Introduction :**

Aujourd'hui les engrenages occupent une place spéciale dans les systèmes mécaniques. C'est la façon la plus économique pour transmettre de la puissance et un mouvement de rotation dans des conditions uniformes. Comme les exigences sont vastes et avec des difficultés variées, les engrenages sont très complexes et d'une grande diversité.

L'importance de l'engrenage, comme élément mécanique nécessaire et idéal, est démontrée par la vaste gamme qu'on trouve dans toutes les industries. Le développement des nouvelles technologies, comme l'électronique, a remplacé quelques applications de l'engrenage, mais il reste toujours un élément mécanique dont l'utilisation croît continuellement.

Aujourd'hui encore ; les engrenages sont couramment utilisés et demeurent un moyen très efficace pour transmettre un mouvement de rotation et une puissance d'un arbre menant à un arbre mené. On trouve plusieurs types d'engrenages, dont quelques-uns sont représentés sur la figure II.1. On distingue trois grandes classes d'engrenages. Ces classes sont divisées selon la position relative des axes des arbres en rotation.

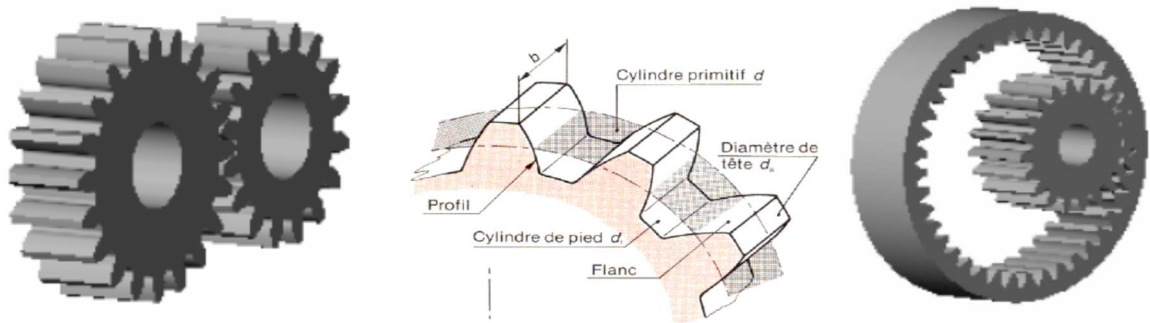


**Figure II.1 : Différents types d'engrenage.**

La première classe concerne les engrenages aux axes parallèles ; on inclut dans cette catégorie les engrenages cylindriques à dentures droites et ce sont ces types d'engrenages dont nous allons étudier.

## **II.2 Les engrenages cylindriques à denture droite :**

C'est le type de denture le plus courant. Il est utilisé dans toutes les applications de mécanique générale. C'est ce système qui permet de transmettre le maximum d'effort, mais son principal défaut est d'être bruyant.



**Figure II.2 : Engrenage cylindrique à denture droite [9].**

## **II.3 Caractéristiques des dentures :**

Les engrenages cylindriques à denture droite sont les plus simples et les plus économiques, ils sont utilisés pour transmettre la puissance et le mouvement entre 2 arbres parallèles. Les dents des roues de l'engrenage sont parallèles à l'axe de rotation des arbres. Il y a engrènement « couple de dents » par « couple de dents » ce qui entraîne des chocs d'engrènement. Leur utilisation est généralement bruyante et génère des vibrations. [18]

On utilise ces engrenages pour les basses et moyennes vitesses (jusqu'à  $v \approx 20$  m/s) et pour des exigences normales comme par exemple dans les boîtes de vitesses universelles, pour des dispositifs de manutention, treuils, machines agricoles....

On distingue deux types d'engrenages cylindrique à denture droite :

### **II.4 Engrenage cylindrique à denture droite (à contact extérieur): [23]**

⇒inversion de sens de rotation

⇒pour arbres //

⇒Les plus courants

⇒Bruyant

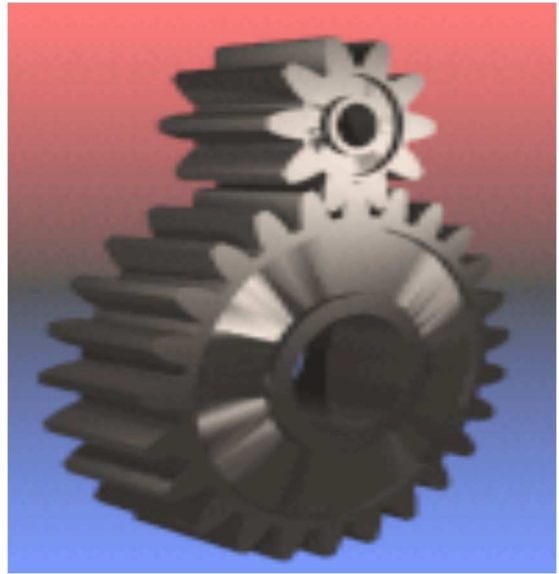
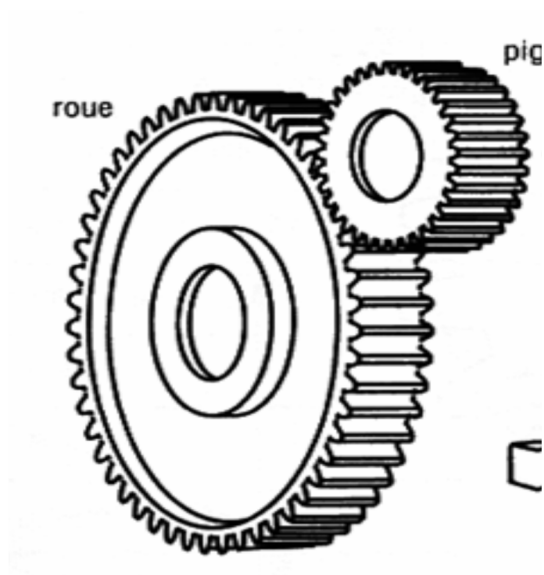


Figure II.3 : Engrenages cylindriques extérieurs.

## II.5 Engrenage cylindrique droit à contact intérieur :

- ⇒ pas d'inversion de sens de rotation
- ⇒ Grande réduction dans un faible encombrement
- ⇒ pour arbres //
- ⇒ Bruyant

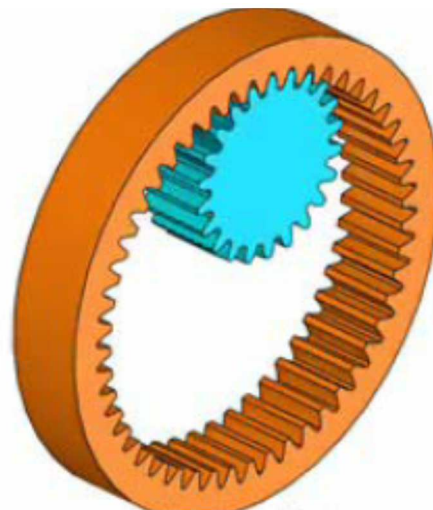
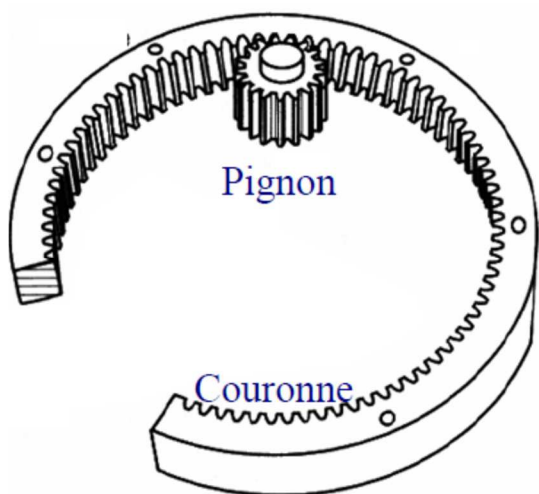
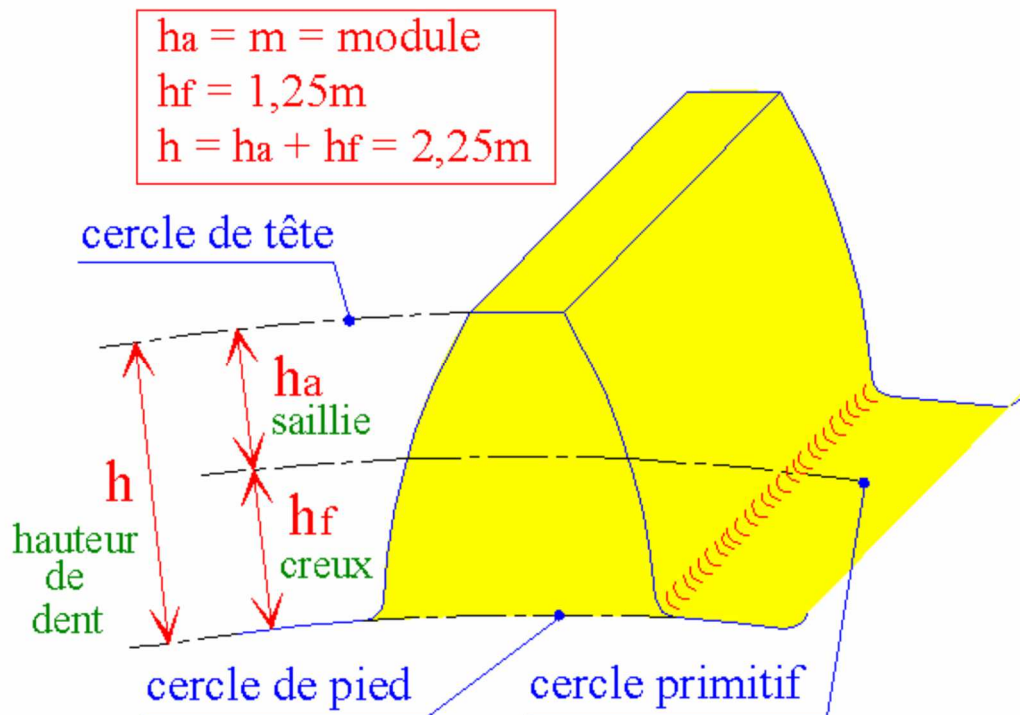


Figure II.4 : Engrenage cylindrique intérieur.

## **II.6 Géométrie d'une dent d'un pignon cylindrique à denture droite :**



**Figure II.5 : Schéma d'une dent de pignon.**

A partir du cercle primitif, la dent est limitée à l'extérieur par le cercle de tête et à l'intérieur par le cercle de pied. [21]

- a) La hauteur de dent : Notée «  $h$  » avec  $h = 2,25 m$ .
- b) La saillie : Notée «  $h_a$  » avec  $h_a = m$ .
- c) Le creux : Notée «  $h_f$  » avec  $h_f = 1,25 m$ .

## **II.7 Les dimensions géométriques des roues à dentures normales :**

### **II.7.1 denture extérieure :**

La construction mécanique des engrenages demande beaucoup de précision lors de leur dessin selon la (Fig.II.4) précédente [24,25], on distingue :

- 1- **Cylindre primitif de fonctionnement ; diamètre primitif  $d$**  : cylindre décrit par l'axe instantané de rotation du mouvement relatif de la roue conjuguée par rapport à la roue considérée. La section droite du cylindre primitif donne le cercle primitif de diamètre  $d$ .
- 2- **Cylindre de tête ; diamètre de tête  $d_a$**  : cylindre enveloppe du sommet des dents. La section droite du cylindre de tête donne le cercle de tête de diamètre  $d_a$ .



- 3- **Cylindre de pied ; diamètre de pied  $d_f$**  : cylindre enveloppe du fond des dents. La section droite du cylindre de pied donne le cercle de pied de diamètre  $d_f$ .
- 4- **Saillie  $h_a$**  : distance radiale entre le cylindre de tête et le cylindre primitif.
- 5- **Creux  $h_f$**  : distance radiale entre le cylindre de pied et le cylindre primitif.
- 6- **Hauteur de dent  $h$**  : distance radiale entre le cylindre de tête et le cylindre de pied.
- 7- **Flanc** : portion de surface d'une dent comprise entre le cylindre de tête et le cylindre de pied.
- 8- **Profil** : section d'un flanc par un plan normal à l'axe.
- 9- **Pas** : longueur d'un arc de cercle primitif compris entre deux profils consécutifs.
- 10- **Largeur de denture  $b$**  : largeur de la partie dentée d'une roue mesurée suivant une génératrice du cylindre primitif.
- 11- **Entraxe entre deux roues  $a$**  : plus courte distance entre les axes des deux roues.

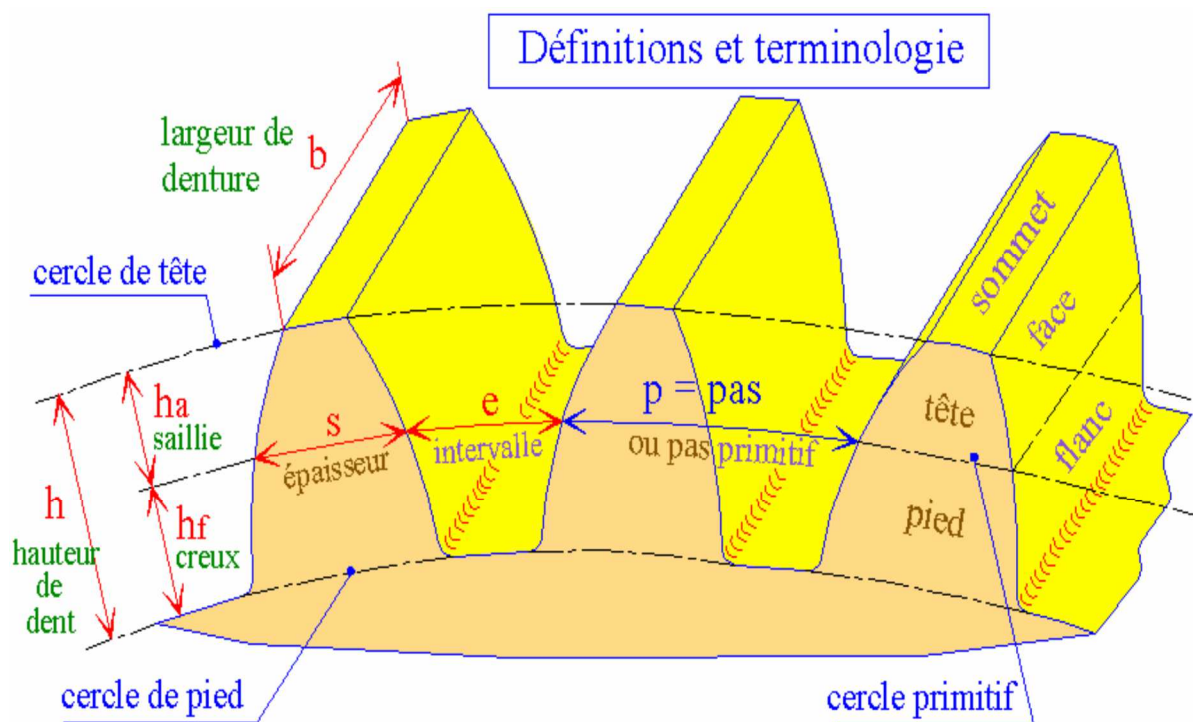
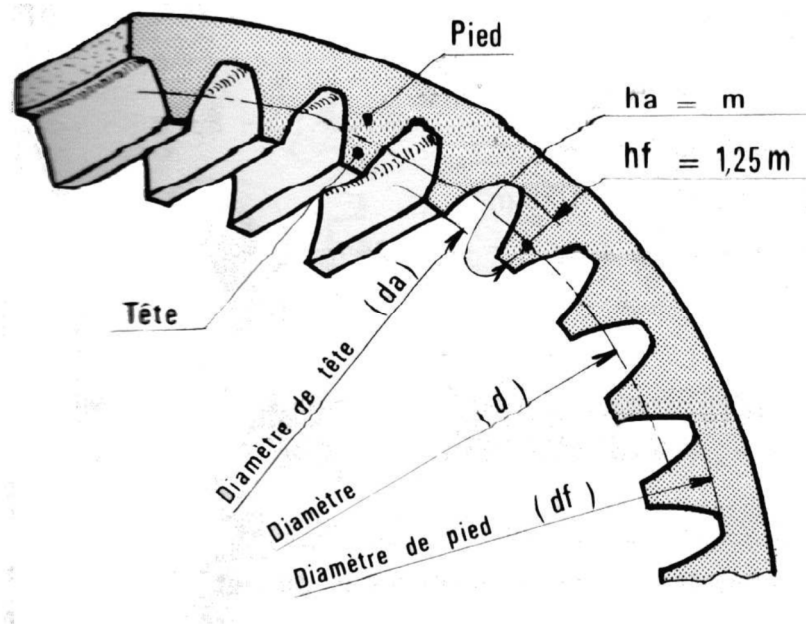


Figure II.6 : Caractéristiques géométriques principales. [21]

## II.7.2 denture intérieur : [26]



**Figure II.7 : Engrenage cylindrique intérieur.**

Les caractéristique Presque identique, la différence se résume dans le tableau ci-dessous :

|                             | Engrenage extérieur                                                     | Engrenage intérieur     |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Module <b>m</b>             | Donné par rapport des matériaux                                         |                         |
| Nombre de dents <b>Z</b>    | Donné par rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$                               |                         |
| Pas au primitif <b>p</b>    | $P = \pi.m$                                                             |                         |
| Saillie <b>ha</b>           | $ha = m$                                                                |                         |
| Creux <b>hf</b>             | $hf = 1,25.m$                                                           |                         |
| Hauteur de la dent <b>h</b> | $h = ha + hf = 2,25.m$                                                  |                         |
| Diamètre primitif <b>d</b>  | $d = m.Z$                                                               |                         |
| Diamètre de tête <b>da</b>  | $da = d + 2.m$                                                          | $da = d - 2.m$          |
| Diamètre de pied <b>df</b>  | $df = d - 2,5.m$                                                        | $df = d + 2,5.m$        |
| Largeur de dent <b>b</b>    | $d = km$ ( $k$ : coefficient de largeur de denture $7 \leq k \leq 12$ ) |                         |
| Entraxe <b>a</b>            | $a = \frac{d1 + d2}{2}$                                                 | $a = \frac{d1 - d2}{2}$ |

**Tableau II.1 : Caractéristique géométrique des engrenages Cylindriques à denture droite intérieur et extérieur. [26]**

## **II.8 Avantages et inconvénients d'un engrenage cylindrique à denture droite :**

### **II.8.1 Avantages :**

- Les dentures droites sont relativement faciles à réaliser avec des machines traditionnelles (Fraise module). Des pignons standards sont vendus dans le commerce à des prix très attractifs.
- Son rendement est le meilleur parmi tous les types d'engrenage. Il est d'environ 98% à 99,8% selon les diamètres, la lubrification et la qualité d'usinage des dents (taillage ou rectification). C'est pourquoi il est utilisé dans toutes les boîtes de vitesse de véhicules de course ou de compétition (voitures, moto, ...etc.).

### **II.8.2 Inconvénients :**

- Son fonctionnement est bruyant, c'est pourquoi il n'est utilisé que pour la marche arrière des boîtes de vitesses de voitures particulières.
- Des problèmes d'engrènement dû au phénomène d'interférence apparaissent pour un nombre de dents  $Z < 13$ .

## **II.9 Fonctionnement des engrenages à dentures droites :**

Pendant le fonctionnement d'une transmission, le contact d'une dent de la roue menante avec une dent de la roue menée s'amorce au pied de la dent menante et au sommet de la dent menée [5]. L'engrènement s'effectue sur toute la largeur des dents à la fois. Pour que la transmission de la rotation à l'arbre mené soit continue, l'attaque du couple de dents suivant doit se produire avant la fin de prise du couple précédent.

### **A/ Début de l'engrènement :**

Le contact 'A' matérialise le début de l'engrènement c'est le point d'intersection de la droite d'action avec le cercle de tête du pignon mené (figure II.8)

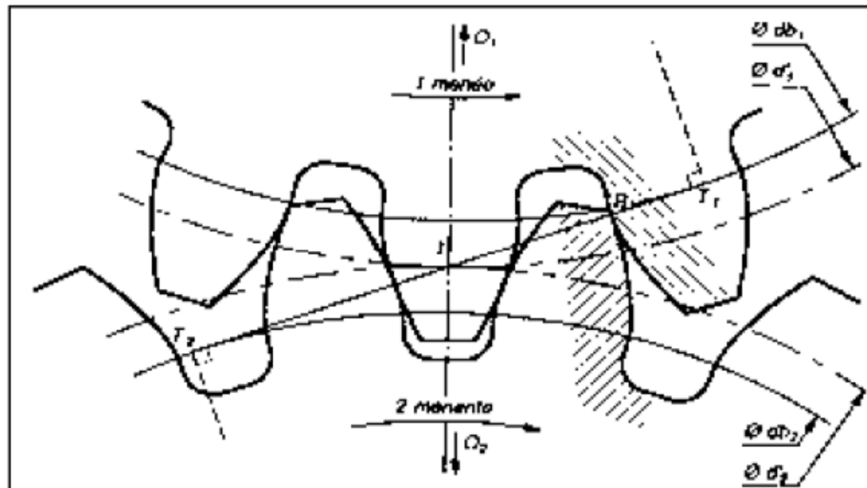


Figure II.8 : Début de l'engrènement. [6]

#### B/ Début du contact unique :

Le point V de la (figure II.9) matérialise le début du contact unique, la dent précédente quittant le contact avec le pignon 1.

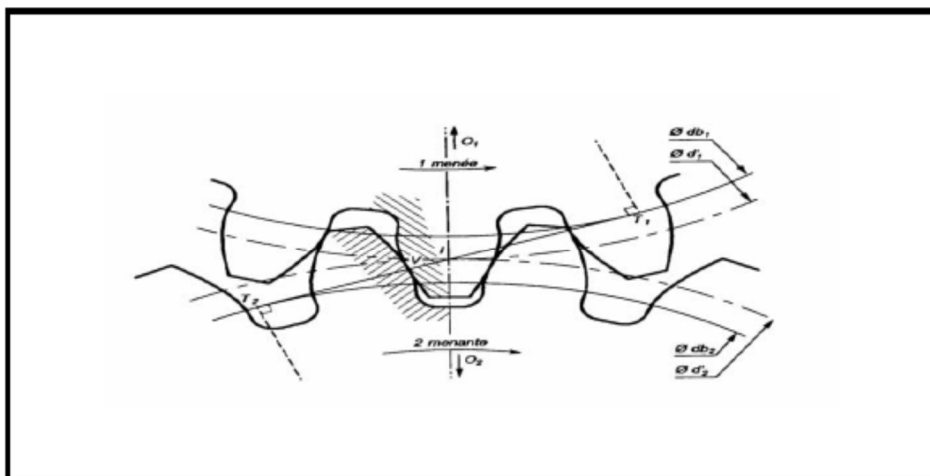


Figure II.9 : Début du contact unique [6]

#### C/ Fin du contact unique :

Le point W de la figure II.10 matérialise la fin de contact unique, la dent suivante entrant en contact avec le pignon 1.

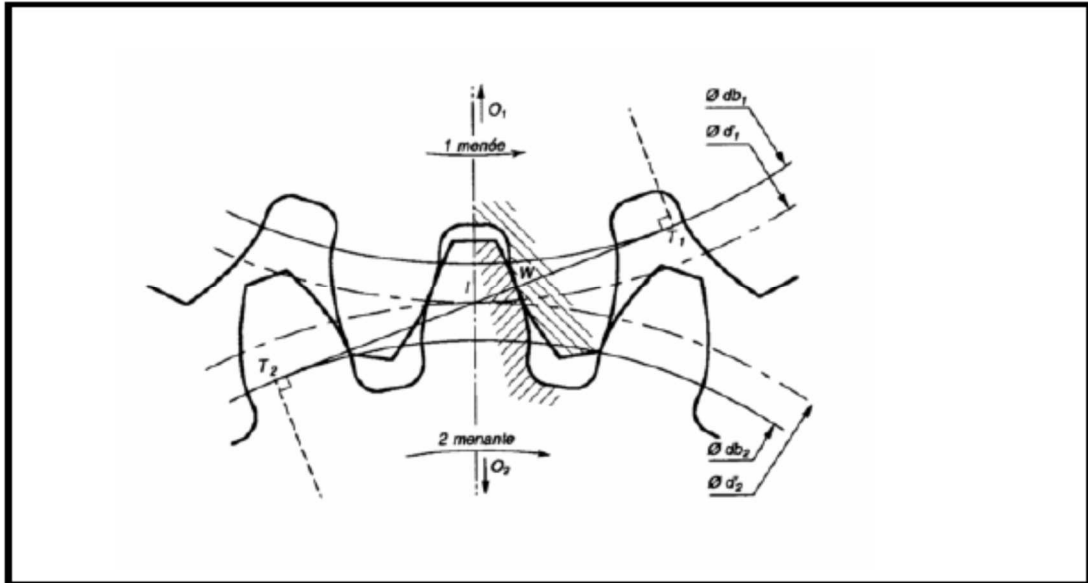


Figure II.10 : fin de contact unique. [6]

d) Fin de l'engrènement :

Le point 'B' matérialise la fin de l'engrènement : C'est le point d'intersection de la droite d'action avec le cercle de tête de la roue menante (Figure II.11).

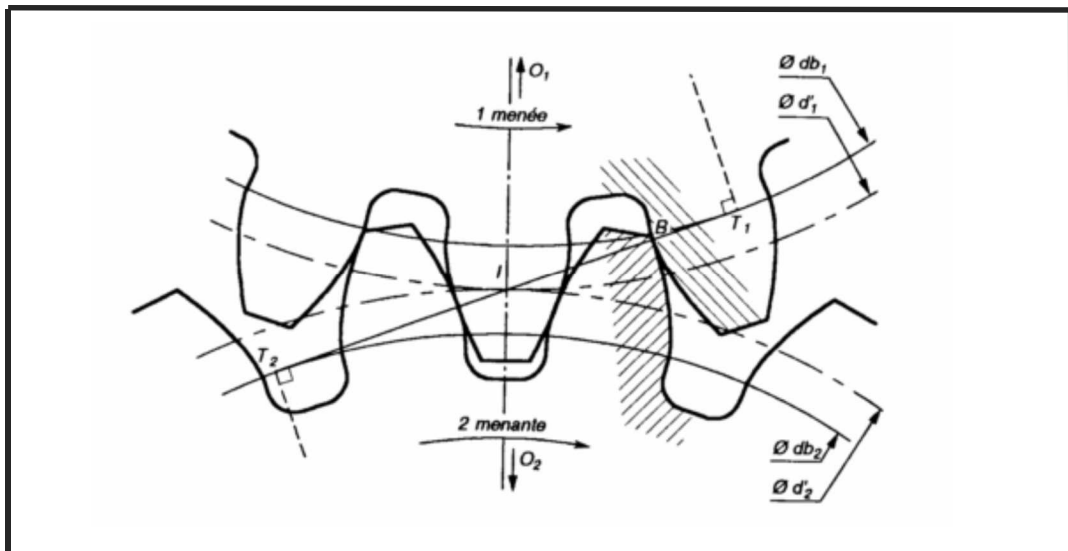


Figure II.11 : Fin de l'engrènement. [6]

## II .10 Profils conjugués :

### II.10.1 Définition :

Les intersections des surfaces des dentures d'une roue cylindrique, avec un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la roue, sont appelées profils [7].

On dit que deux profils sont conjugués s'ils restent constamment tangents, pendant le temps où les surfaces de dentures en contact assurent la transmission.

Le profil, utilisé pour les engrenages, est en général la développante de cercle.

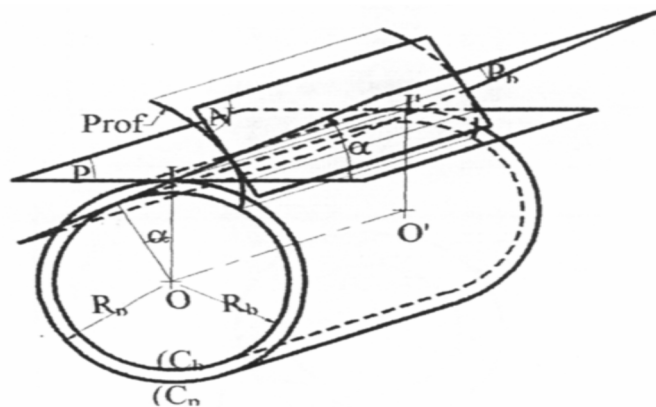


fig.4 : Cylindre primitif, plan de génération

Figure II.12 : Le profil conjugué.

### II.10.2 Profil à développante de cercle :

La développante d'un cercle (c), dit de base, de centre O, de diamètre D, est la trajectoire dans le repère R (O, x, y, z) lié à (c) d'un point M appartenant à une droite D et qui roule sans glisser sur C. Une développante est également l'enveloppe de la normale en M à D dans le mouvement de D par rapport à C. [8]

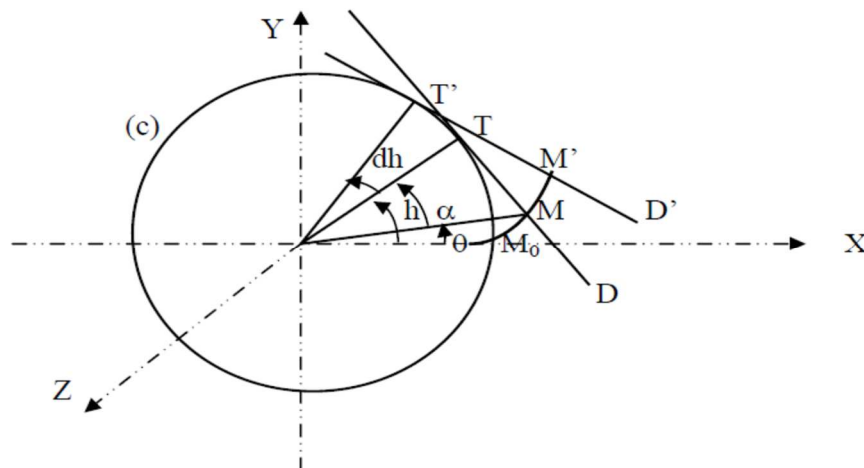


Figure II.13 : Développante de cercle.

T : centre instantané de rotation du mouvement de D par rapport à C.

C : base de ce mouvement (centre de base).

D : roulante de ce mouvement.

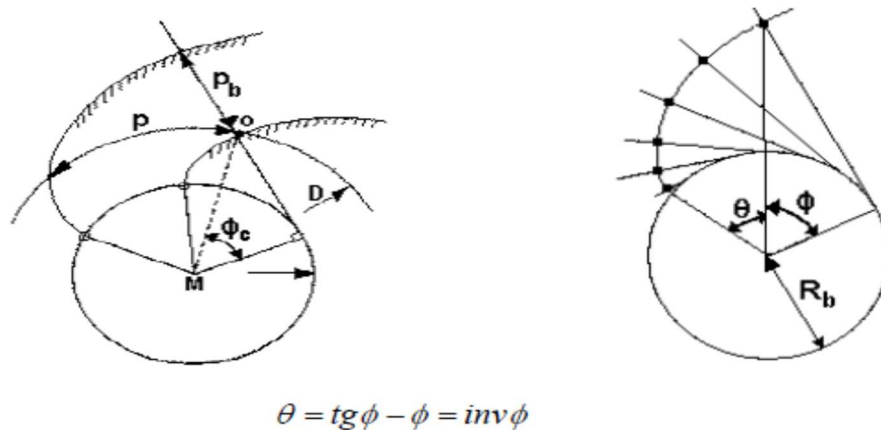
$\theta$  : définit la position du point M sur le profil en développante de cercle.

H : définit la position du point T sur le cercle de base.

$\alpha$  : repère la position angulaire du point T par rapport au point M.

### **II.10.3 Principe de la développante de cercle (cas de denture droite) :**

En faisant rouler sans glisser une droite sur un cercle, chaque point de cette droite décrit, relativement au cercle, une courbe qui s'appelle une développante de cercle (fig II.14). Cette dernière peut aussi être matérialisée par un fil sous tension que l'on déroule d'un cercle : le bout du fil décrit la développante relativement au cercle duquel il est déroulé [8]



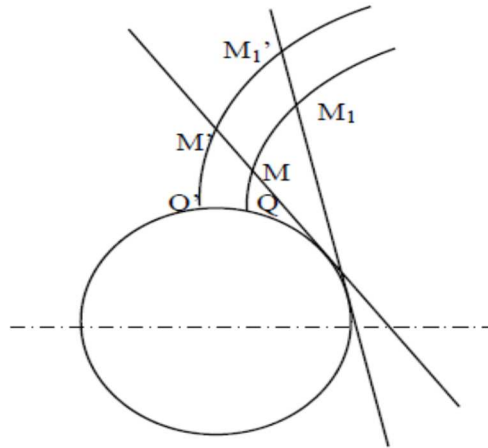
**Figure II.14 : Schématisation de la développante de cercle.**

### **II.10.4 Propriétés de la développante de cercle :**

- la développante de cercle ne peut avoir de points à l'intérieur du cercle développé.
- Le point Q est un point de rebroussement de la développante.
- Deux développantes d'un même cercle sont des courbes parallèles :

$$MM' = QQ' = M_1M_1'.$$

- La normale à la développante est tangente au cercle développé.



**Figure II.15 : Propriétés de la développante de cercle.**

## **II.11 Efforts sur les dentures :**

La (figure II.16) présente un engrenage entre la roue et le pignon [19]. L'action de la denture du pignon sur la roue se traduit par une force  $F_n$  dirigée suivant la normale commune aux dentures en leur point de contact.

$F_n$  : a comme support la ligne d'action et elle se décompose en une force tangentielle  $F_t$  et une force radiale  $F_r$ .

Soit le couple moteur  $C_m$  et le rayon de base  $r_{b1}$ , alors on a :

$$F_n = \frac{C_m}{r_{b1}}$$

$$F_t = F_n \cdot \cos \alpha$$

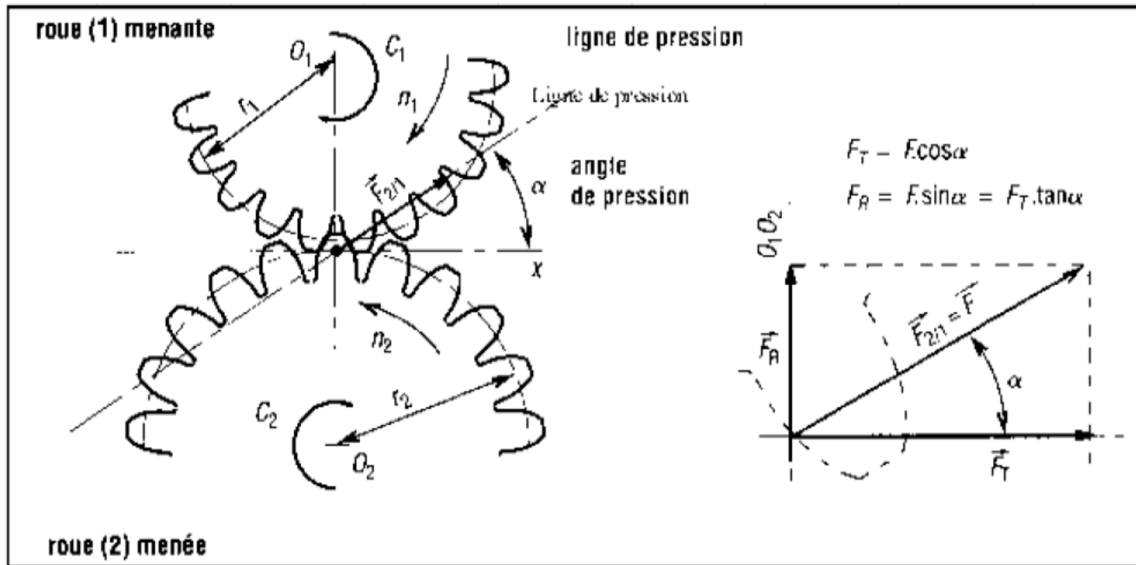
$$F_r = F_n \cdot \sin \alpha = F_t \cdot \tan \alpha$$

La force tangentielle ( $F_t$ ), peut être déterminée, en connaissant la puissance transmise ( $P_1$ ) et la vitesse tangentielle ( $V_t$ ).

Nous avons donc :

$$F_t = \frac{P_1}{V_t}$$

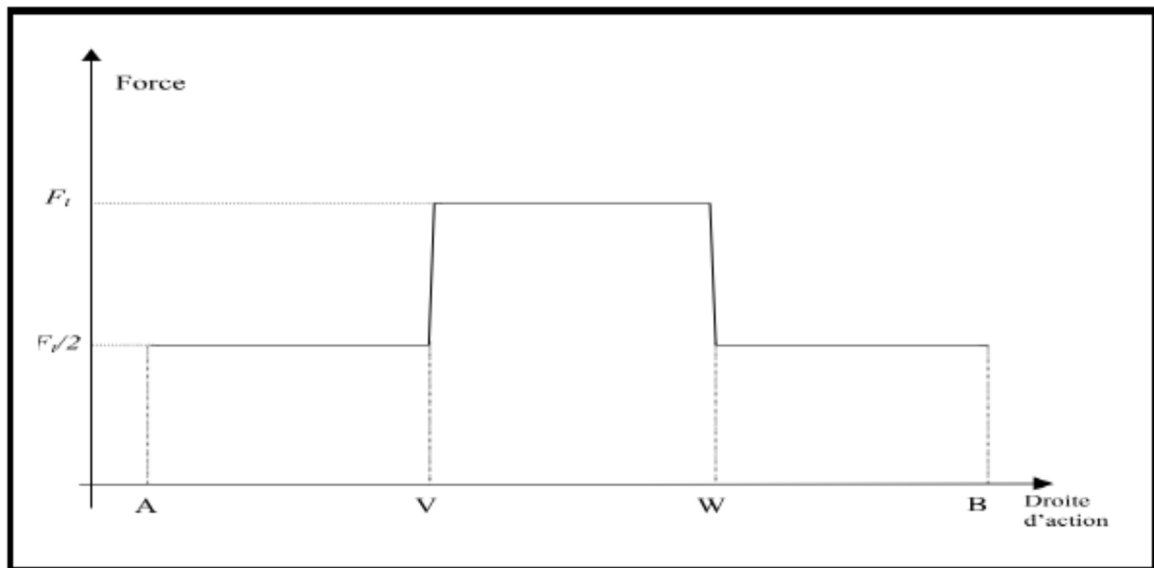




**Figure II.16 : Efforts dans un engrenage extérieur à denture droite. [20]**

Ceci permet d'éviter les fluctuations du couple transmis. De plus, le nombre de dents en contact durant l'engrènement est variable. On définit le nombre moyen de dents en contact par le rapport de conduite  $\epsilon_\alpha$ . L'engrènement est supposé correct si  $\epsilon_\alpha > 1.3$ . Les figures (II.8 et II.11) montre le début et fin de l'engrènement entre deux dents : au début de l'engrènement, le couple de dents précédent est encore en contact, puis les dents en grisé deviennent les seules en contact, enfin le couple de dents suivant commence à engrener et il y a de nouveau deux couples de dents en contact.

En considérant la force  $F$  transmise sur la zone de contact constante, la variation de la force transmise par une dent donnée par (la figure II.16). Un couple de dents est seul à transmettre  $F$  entre les points  $V$  et  $W$ , tandis que sur les portions  $AV$  et  $WB$  deux couples se partagent la charge. Le profil de la force transmise par une dent est ainsi en forme d'escalier.



**Figure II.17 : Distribution de la force transmise sur la ligne de contact [6]**

La force appliquée sur une même dent subit en théorie deux augmentations de  $F/2$ , puis deux diminutions de  $F/2$ . Le rapport de conduite [6] de l'engrènement s'écrit :  $\epsilon_\alpha = \frac{AB}{AW}$ ,  $AW$  étant le pas de base.

Ces efforts qui sont exercés sur la denture provoquent des avaries qui seront étudiées dans notre prochain chapitre

# ***CHAPITRE III***

***USURE DES***

***ENGRENAGES***

### **III.1 Introduction :**

Dans la majorité des machines tournantes industrielles, les engrenages sont l'un des composants les plus critiques comme le montrent les statistiques sur les causes de défaillance et la localisation des avaries dans les transmissions mécaniques, [31]. Leur bon fonctionnement impacte donc fortement la durée de vie et la qualité d'un grand nombre de systèmes mécaniques, justifiant ainsi une demande croissante en termes d'analyse et contrôle des sollicitations et de la résistance de ces organes.

Ces moyens de transmission peuvent être sujets à de nombreuses avaries apparaissant lors du fonctionnement dont les origines peuvent être multiples et, parfois, difficilement identifiables : défauts de fabrication, défaut d'assemblage ou de montage, défauts de matériaux, sollicitations plus importantes que prévues, etc. Il est, en général, admis que le risque d'apparition d'avarie de surface est lié aux conditions de fonctionnement du contact entre les dentures. Les paramètres mécaniques caractérisant ce fonctionnement dépendent des conditions géométriques et cinématiques propres aux engrenages et de la charge transmise. La répartition de cette charge sur les différents contacts simultanés entre dentures est notamment liée aux déformations élastiques, aux défauts de fabrication et de montage et à la micro géométrie des surfaces en contact.

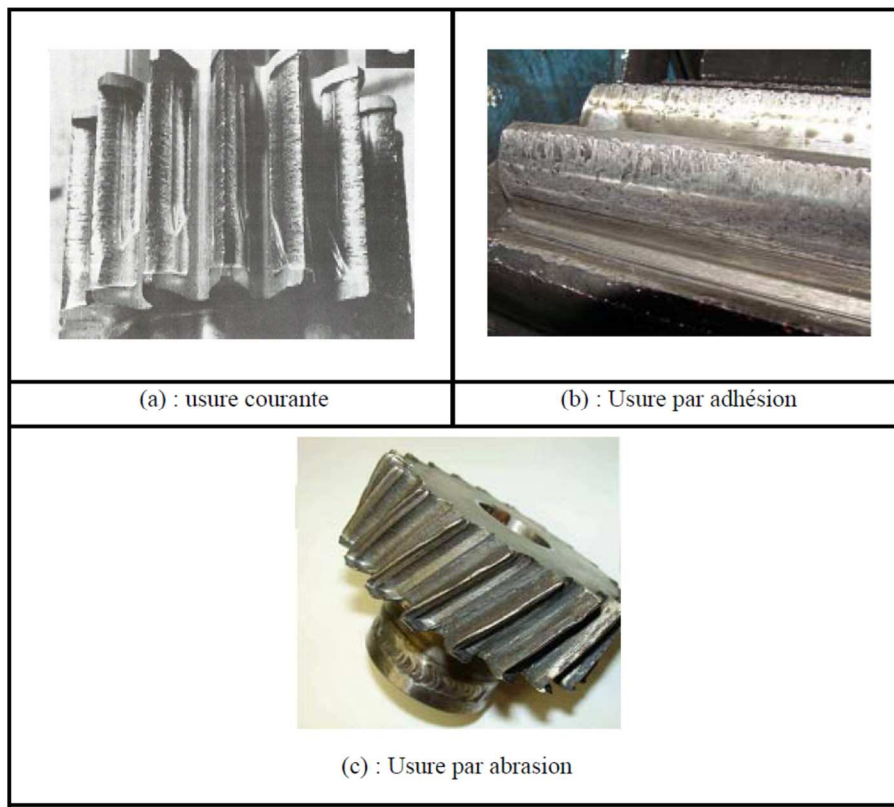
### **III.2 Les différents types de détérioration des dentures d'engrenages :**

Sur un couple d'engrenages d'un réducteur simple les principaux défauts sont les défauts répartis sur toute les dents et les défauts localisés sur certaines dents [16].

### **III.2.1 Défauts répartis sur toutes les dents :**

#### **a) Usure abrasive et adhésive :**

Le glissement des deux surfaces de contact provoque un enlèvement de matière. Le développement de cette usure est lié à la charge mécanique à transmettre et à la vitesse de glissement, ainsi qu'à la présence d'éléments abrasifs dans le lubrifiant.



**Figure III.1: Les différents types d'usure : (a) courante, (b) adhésion, (c) abrasion. [17]**

### **b) Pitting (piqures) :**

Il s'agit de trous plus ou moins profonds qui affectent toutes les dents, en particulier dans la zone du cercle primitif. Cette avarie se produit surtout sur des engrenages en acier de construction relativement dur, et donc plus fragile, sensible aux effets cumulatifs de surcontraintes (avance de fissures). Le pitting est moins à craindre lorsque la viscosité du lubrifiant est importante, car dans ce cas, le film d'huile séparant les surfaces en contact est plus épais. Cette avarie peut apparaître à la suite de légers désalignements d'axes par exemple, à cause de surpression locales.

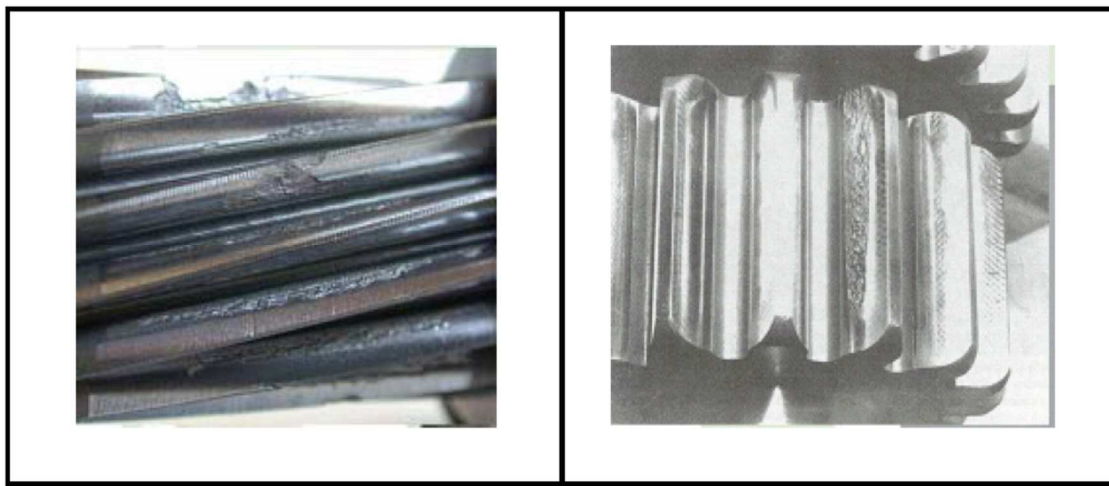


**Figure III.2 : Piqures évolutives. [17]**

### **III.2.2 Les défauts localisés sur certaines dents :**

#### **a) Ecaillage :**

Il s'agit également de trous mais ceux-ci sont moins nombreux, plus profonds et plus étendus que ceux du pitting. Les dégradations sont produites par fatigues en sous-couche, au point de cisaillement maximal. On rencontre ce type d'avarie dans les engrenages cémentés (couche superficielle durcie) [16] ; ces engrenages sont actuellement très répandus car ils permettent de passer des couples importants dans des dimensions raisonnables. L'écaillage qui est le défaut principal, évolue très rapidement vers la rupture, sans passer par une phase d'usure.



**Figure III.3 : Écaillage. [17]**

**b) Le grippage :**

Il est la conséquence directe de la destruction brutale du film d'huile, sous l'effet de la température résultant d'un frottement sous charge. Le grippage est favorisé essentiellement par des vitesses élevées, de gros modules, un faible nombre de dents en contact. La probabilité de grippage est influencée par l'état physico-chimique du lubrifiant et par les conditions de mise en service.



**Figure III.4 : Défaut de grippage.**

**c) Fissure :**

Elle progresse à chaque mise en charge [15], et elle est située en pied de dent. Elle apparaît sur des aciers fins et durcis, qui sont sujets aux concentrations de contraintes. Leur apparition est due à un dépassement de la limite élastique en contrainte au pied de dent du côté de la dent en traction.



**Figure III.5 : Fissuration au pied de la dent.**

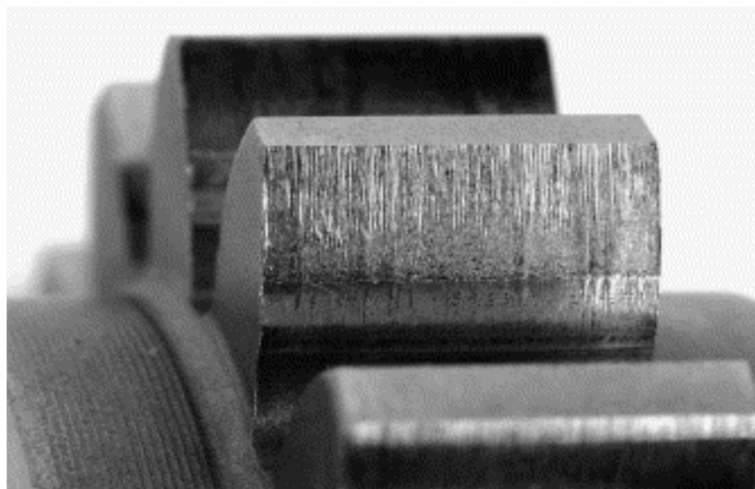
Les types d'avaries les plus courants concernent les phénomènes de fatigue en pied de dent, ou de contact l'usure et le grippage,

Pour cela, nous nous préoccuperons dans ce mémoire de l'usure abrasive caractérisée par des enlèvements de matière dus au mouvement relatif entre deux surfaces et qui constitue une source importante de défauts géométriques pour des dentures non traitées.

Cette dernière est un processus continu accompagné d'un ensemble complexe de phénomènes amenant une émission de débris avec perte de masse et changements de forme ainsi que des transformations physiques et chimiques des surfaces au cours de l'engrènement.

Ce phénomène complexe est généralement associé à des épaisseurs de film de lubrifiant insuffisantes pour garantir une séparation totale des surfaces en contact.

Suite à des enlèvements de matière éventuellement très importants de la surface de dents d'engrenages, figure (III.6) :



**Figure III.6 : Usure de dentures des engrenages à dentures droites. [30]**



### **III.3 Les types d'usures :**

L'usure se caractérise par une diminution lente et régulière de l'épaisseur des dents accompagnée d'une modification plus ou moins prononcée de la surface des dentures, due au glissement. Son développement est lié à la charge mécanique à transmettre et à la vitesse de glissement, ainsi qu'à la présence d'éléments abrasifs dans le lubrifiant.

On utilise deux classifications distinctes pour séparer les différents types d'usure :

- La première prendra en compte l'intensité des phénomènes d'usure et définira des éléments pour pouvoir quantifier leur évolution.
- La deuxième sera basée sur les modes d'action des différents phénomènes d'usures sur les dents et elle permettra de caractériser les divers aspects de surface.

Au cours de l'analyse quantitative, nous définirons successivement :

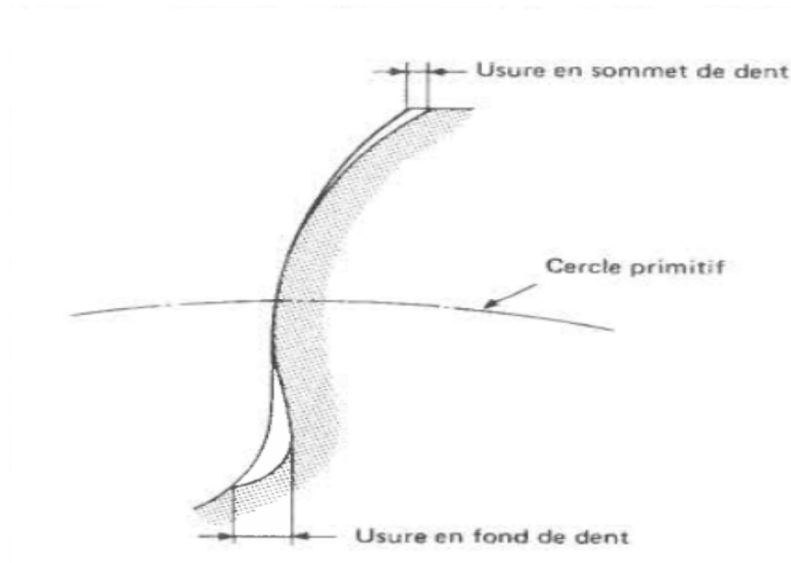
- Usure normale.
- Usure anormale.
- Usure modérée.
- Usure successive.
- Le rodage.

#### **III.3.1 Usure normale :**

C'est une usure à progression très lente [28] qui ne porte aucun préjudice à la tenue en service de l'engrenage pendant la durée normale d'utilisation que l'on peut attendre.

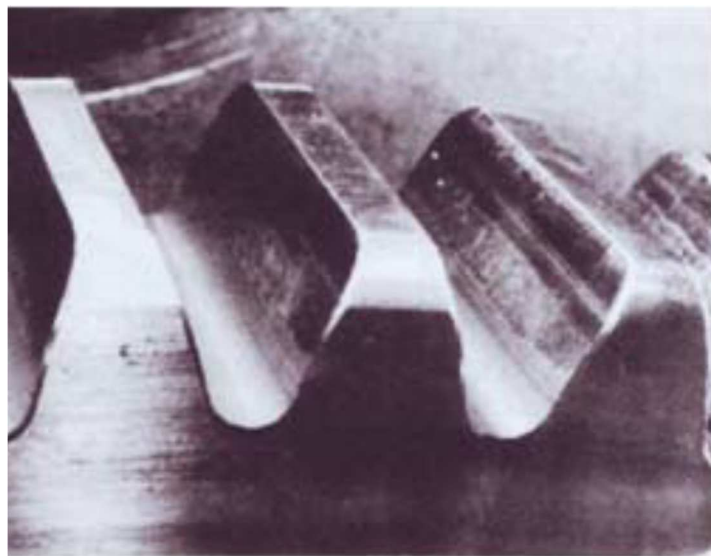
En général, ce type d'usure ne nécessite aucun contrôle particulier, ni aucun suivi systématique si on constate aucune évolution notable après un certain temps de fonctionnement de l'engrenage. C'est souvent le cas pour les dentures traitées superficiellement pour lesquelles il est très difficile d'apprécier l'usure au cours du temps car elle est extrêmement faible. C'est aussi le cas des engrenages peu chargés.

Pour les engrenages non traités ou à dureté, l'usure va se développer chaque côté du primitif là où le glissement est nul, en modifiant la forme du profil comme indiqué sur la (Figure III.7).



**Figure III.7 : Aspect caractéristique de la déformation du profil d'une dent sous l'action de l'usure. [28]**

Tant que l'usure reste faible, ce type d'évolution de forme du profil des dents est bénéfique au niveau de l'engrènement car il permet de mieux absorber les impacts des dents lors de leur engagement. On va donc souvent assister à la disparition au cours du temps des stries en sommet ou en pied de dent qui apparaissent parfois peu près la mise en route d'un engrenage (cas en général des dentures chargées à vitesse faible ou moyenne).



**Figure III.8 : Usure normale. [21]**

Aspect normal [28] des flancs d'une denture d'engrenages (Figure III.8). On relève quelques traces de passages de corps étrangers entre les dents et quelques petites piqures sans gravité.

### **III.3.2 L'usure anormale :**

Elle est une conséquence directe de la première, elle se produit lorsque le lubrifiant est souillé de particules abrasives ou lorsque le lubrifiant est corrosif. Ce type d'usure conduit à une usure irrégulière des surfaces actives donc à un mauvais fonctionnement du couple de roues dentées.

L'usure des surfaces actives des dents étant proportionnelle à leur glissement spécifique et à la contrainte de compression au contact de ces surfaces. Le glissement spécifique maximal ayant lieu au début d'approche et à la fin de retraite. L'usure maximale affecte les racines et les sommets des dents. Dans la zone des centres instantané de rotation les profils ne glissent pas, aussi est-ce la zone la plus faible usure.

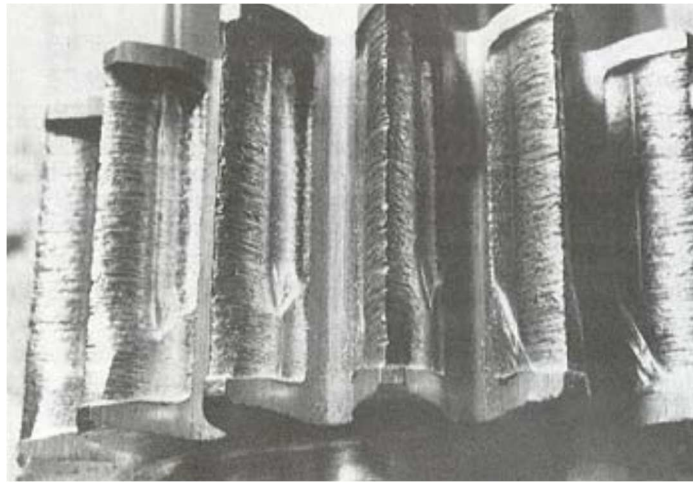
### **III.3.3 Usure modérée :**

À ce stade de développement de l'usure [28], l'aspect de la denture est tel qu'on peut facilement déceler qu'il y a eu enlèvement de matière au cours du fonctionnement au niveau de la saillie et du creux des flancs des dents.

En général, la trace de surface primitive de fonctionnement devient apparente et elle se présente sous la forme d'une ligne continue de faible épaisseur s'étendant sur toute la largeur de la denture. Sur cette ligne on constate aucune usure ni enlèvement de matière.

L'usure modérée se caractérise par des pertes de matière le long des profils qui sont plus rapides que celle obtenue dans le cas de l'usure normale. Cette usure apparaît le plus souvent lorsque les engrenages fonctionnent près de leur régime limite de lubrification. De nombreux engrenages, à cause d'une limitation volontaire de la viscosité d'huile rendue obligatoire par les conditions d'utilisation (démarrages à froid sans préchauffage par exemple) fonctionnent dans de telles conditions.

Ce type d'usure apparaît presque systématiquement dans le cas d'engrenages très chargés tournant à faible vitesse et réalisés en acier traité dans la masse. Dans ce cas, on constate souvent l'apparition de piqures plus ou moins denses sur les profils des dents.



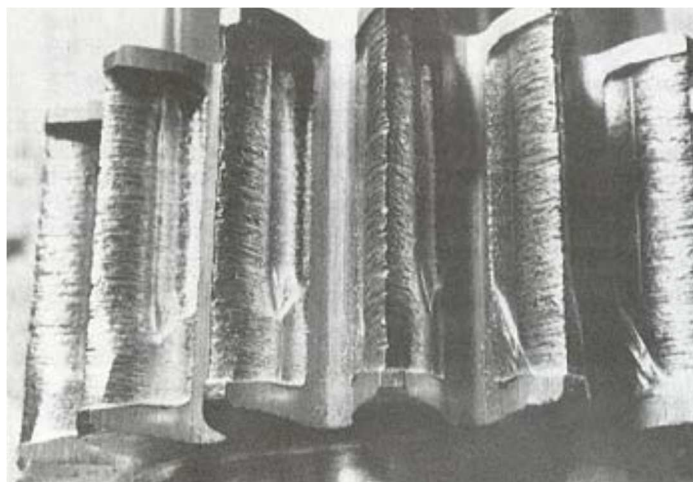
**Figure III.9 : Usure modérée. [28]**

On remarque la trace du primitif de fonctionnement sur les flancs des dents (Figure III.9) et la présence de fines stries qui montrent que la denture fonctionne près de son régime limite de lubrification.

### **III.3.4 Usure excessive et destructive :**

Ce type d'usure est considéré comme une anomalie [28] qui souvent entraîne la mise hors service de l'engrenage ou qui laisse prévoir sa fin proche.

Elle se traduit par un changement important de la forme de dents et dans la plupart de cas part une diminution dans des grandes proportions de leur épaisseur.



**Figure III.10 : Usure excessive d'un pignon. [28]**

Cette usure qui a été provoquée par un grippage à froid a entraîné une diminution impressionnante de l'épaisseur des dents dans les zones de l'engrènement (Figure III.10).

On note la présence :

- De sillons profonds dans le sens du glissement.
- D'une ligne au niveau du primitif.
- De dents pointues.

Ce pignon est hors usage.

### **III.3.5 Le rodage :**

L'usure des dents perturbe le profil, accroît la charge dynamique, affaiblit la racine de la dent augmentant ainsi la valeur des contraintes dans la zone du congé de raccordement.

Dans la période initiale de fonctionnement de la transmission les rugosités plus ou moins importantes sur les surfaces de contact définies par le mode d'usinage donnent lieu à une usure perceptible des dents qui progresse jusqu'à ce que les surfaces deviennent suffisamment lisses. Une fois les rugosités aplanies et leur hauteur devenue inférieure à l'épaisseur du film d'huile entre les dents, le rythme d'usure diminue. Ce mode d'usure porte le nom de rodage.

Lorsque l'épaisseur du film d'huile est insuffisante, il n'assure plus le graissage hydrodynamique, ce qui contribue à intensifier l'usure.

En conséquence, pour diminuer l'usure, il faut réduire le glissement spécifique et les contraintes de compression au contact des dents, augmenter la tenue à l'usure des surfaces actives. Les valeurs du glissement spécifique et des contraintes de compression peuvent être ramenées à la normale par correction de denture [32].

Il va de soi qu'une usure excessive amène à une recherche approfondie de ses causes, avant tout remplacement des organes détruits, sinon on peut être à peu près sûr qu'elle se reproduira sur les nouvelles pièces. On s'intéressera en particulier à la nature du lubrifiant, à son onctuosité et à sa viscosité, sans oublier son mode d'introduction dans les contacts. On examinera l'efficacité de la filtration et/ou du refroidissement, l'étanchéité du carter.

D'autres causes sont à rechercher sur les dentures elles-mêmes : choix des matériaux, de leurs traitements, qualité du taillage, détermination des dépôts...

On n'oubliera pas que parfois une mauvaise portée des dentures provient de déformations excessives des arbres, de leurs appuis (roulement ...), voire du carter. Les dilatations différentielles sont aussi à prendre en compte, de même que les surcharges ou encore les vibrations transmises par les organes voisins. Parfois, c'est la conception de l'ensemble qu'il faudra revoir.

### **III.4 Les mécanismes d'usure :**

On distingue quatre principaux modes d'usure :

#### **III.4.1 Usure par abrasion :**

Elle se caractérise par la présence dans le contact d'un état de surface rugueux ou par la pénétration dans le matériau le plus tendre de particules dures provenant des débris d'usure du contact ou lié à la pollution du milieu. Ce mécanisme de dégradation qui fait intervenir dans les premiers instants uniquement les corps antagonistes, devient rapidement une usure à trois corps. Ce mode d'usure est le plus rencontré sur les dentures des engrenages, il peut être lié à la vitesse de glissement et à la pression de contact.

#### **III.4.2 Usure par transfert ou adhésion :**

Elle se caractérise par un transfert de débris d'un des deux corps antagonistes vers l'autre soit par un mécanisme d'origine purement mécanique, soit suite à une réaction physico-chimique. Pour le transfert mécanique, plusieurs hypothèses ont été développées. Les micro-aspérités présentes dans le contact peuvent conduire à la diminution des zones en contact et générer aux jonctions des énergies très élevées qui peuvent favoriser les réactions physicochimiques (micro soudage des aspérités en contact).

Lors du frottement, il existe entre les matériaux antagonistes une multitude de microcontacts qui supportent l'ensemble de la charge normale. En effet, dans ces régions, une constriction des lignes de forces engendre des concentrations de contraintes et l'augmentation de la température. L'évolution de ces aspérités dépend des conditions de sollicitation et de l'environnement.

### **III.4.3 Usure par fatigue :**

Cette usure est liée à l'action d'un mouvement cyclique et à la capacité des matériaux à absorber les énergies de déformation et les contraintes thermiques générées par frottement. L'usure par fatigue se manifeste par des fissures, des écailles et des changements de structure métallurgique.

Les comportements face à ce mécanisme d'usure dépendent de la nature du matériau. Dans le cas de matériaux ductiles (matériaux métalliques ou polymères), la rupture par fissuration a lieu en sous-couche, parallèlement à la surface de frottement, dans les zones où les contraintes de cisaillement sont maximales. La théorie de Hertz permet d'estimer la répartition des contraintes de cisaillement en sous-couche.

### **III.4.4 Usure par réactions tribochimiques :**

C'est un système à trois composantes, où interviennent la réactivité chimique entre les surfaces, la réactivité chimique avec le milieu environnant et la réactivité physico-chimique avec les débris. Ce type de dégradation résulte d'une seule ou de plusieurs réactions chimiques sous l'effet d'agents corrosifs (environnement, lubrifiant) et des contraintes mécaniques pendant le frottement. Suivant l'état structural superficiel, il se crée des oxydes réactionnels dépendant de l'environnement. Suite au frottement entre les surfaces, la rupture des aspérités qui s'oxydent conduit à des débris en général très stables et très durs. Ces derniers jouent alors un rôle abrasif et viennent dégrader les surfaces antagonistes et donc entretenir l'usure. Par contre, il est possible de rencontrer une configuration moins agressive par la formation de films d'oxydes adhérents à la surface d'un des antagonistes et suffisamment résistants au cisaillement pour jouer un rôle protecteur. [41]

Une tentative de classification des différents modes d'usure est représentée figure (III.11)

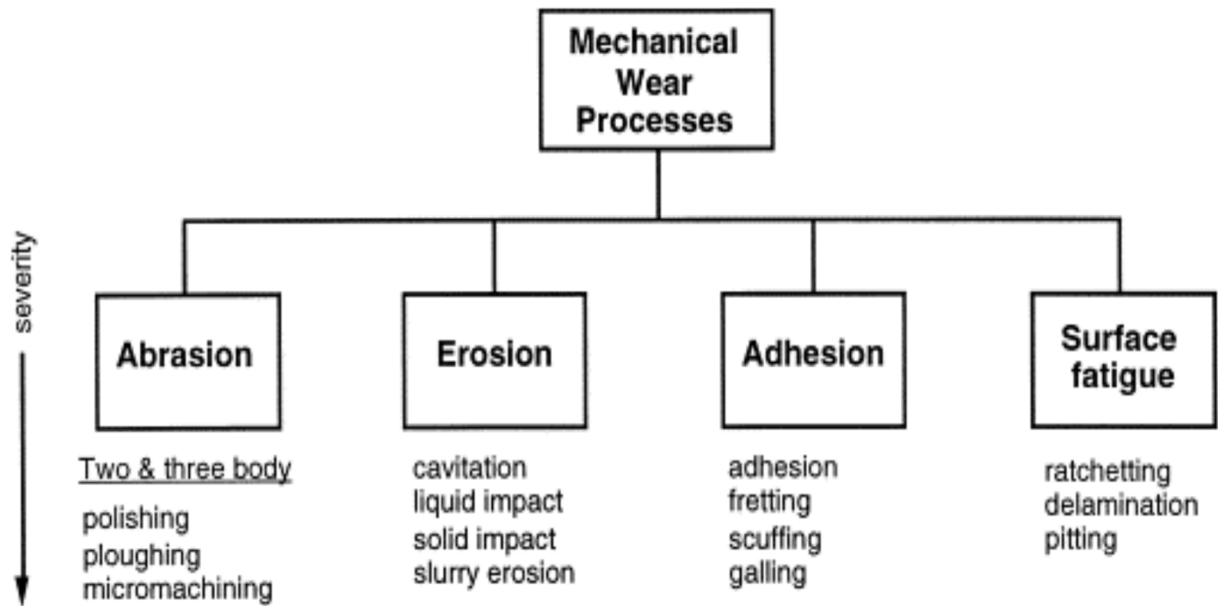


Figure III.11 : La classification de modes d'usure. [31]

### III.5 La loi d'usure :

De nombreux auteurs se sont appuyés sur la loi d'Archard [32], (loi empirique), pour simuler l'usure sur les dentures des engrenages. Elle s'exprime :

$$Q = \frac{K}{H} W \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$K$  : coefficient d'usure adimensionnel dépendant du couple de matériaux en contact, de la lubrification, de la vitesse de glissement et de la pression de contact.

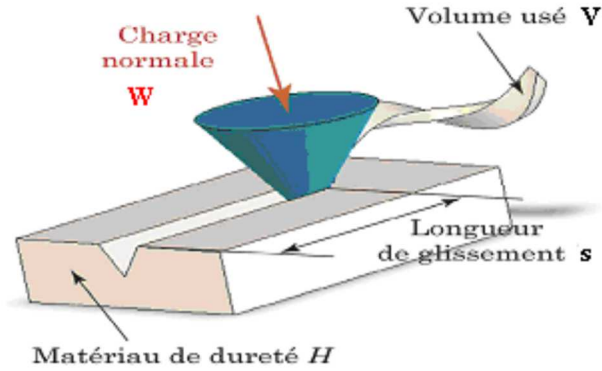
$Q = \frac{v}{s}$  : représente le volume d'usure ( $V$ ) par unité de distance glissée ( $s$ ).

$W$  : charge normale appliquée.

$H$  : dureté du matériau

La Figure (III.12) illustre le principe de ce modèle pour lequel l'usure sur les dentures des engrenages s'exprime en fonction de la pression et de la vitesse de glissement à chaque point sur les flancs de dent.





**Figure III.12 : Illustration du modèle d'Archard.**

A partir de cette formulation initiale, des expressions globales ou locales de la loi d'usure ont été utilisées par différents auteurs. Flodin et Andersson, ont développé ce modèle, pour calculer la profondeur d'usure ( $h$ ) à chaque point sur la surface de dentures droites, et hélicoïdaux sous la forme [31] :

$$\frac{dh}{ds} = k \cdot P \Rightarrow h = k \cdot \int_0^s P \cdot ds = k \cdot \int_0^t P \cdot v \cdot dt \quad (\text{III.2})$$

Avec :

$k$  : Coefficient d'usure ( $\text{m}^2/\text{N}$ ),

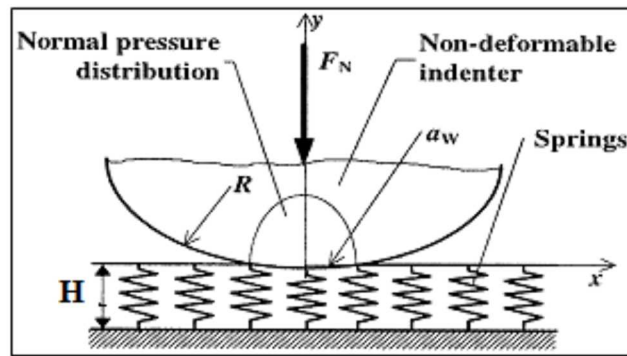
$P$  : Pression de contact ( $\text{N}/\text{m}^2$ ),

$s$  : Distance de glissement (m),

$v$  : Vitesse de glissement (m/s),

$t$  : Temps de glissement (s).

La pression de contact a été calculée en utilisant un modèle de fondation élastique (Winkler), représenté sur la Figure (III.13) pour des conditions de fonctionnement quasi-statiques. La distance de glissement est déduite de la cinématique des corps rigides et des positions instantanées des lignes de contact sur les flancs de dentures.



**Figure III.13 : Schéma de principe du modèle de fondation élastique de Winkler (FN : charge normale ; R : Rayon équivalente ; H : Hauteur des ressorts).**

D'autres lois d'usure dans les engrenages ont été proposées [31], elles sont principalement basées sur la loi d'Archard [32] pour laquelle la profondeur d'usure, en un point donné sur une des surfaces de contact en glissement relatif, est exprimée par l'équation (III.3) :

$$h = \int k.P.ds \quad (III.3)$$

Où

k : est un coefficient d'usure ( $m^2/N$ ),

P : est l'amplitude de la pression de contact ( $N/m^2$ ),

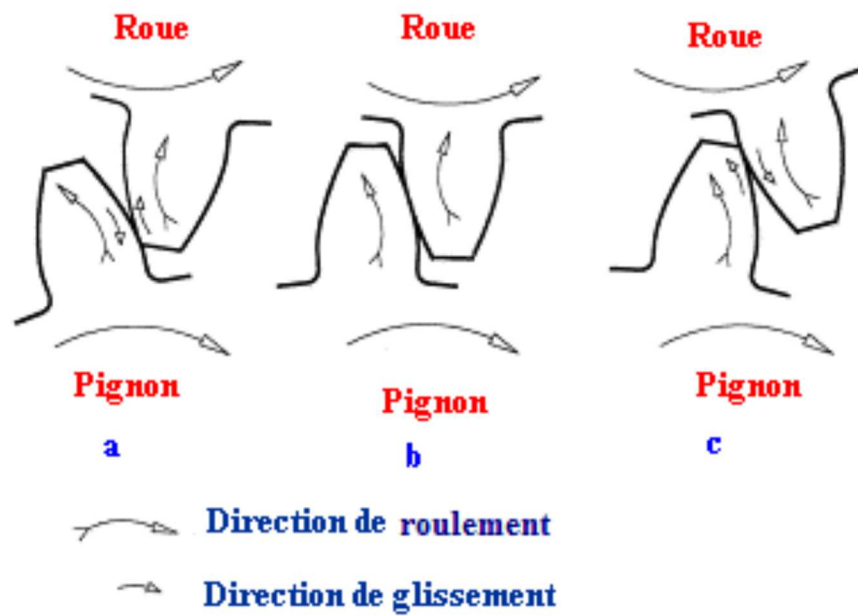
S : est la distance de glissement (m).

### **III.6 Les lubrifiants et l'usure :**

Le lubrifiant joue un rôle de caloporteur (réfrigérant ou homogénéisateur thermique), de protection contre la corrosion et l'usure. Il peut aussi évacuer les débris et empêcher la pollution solide de pénétrer dans le mécanisme.

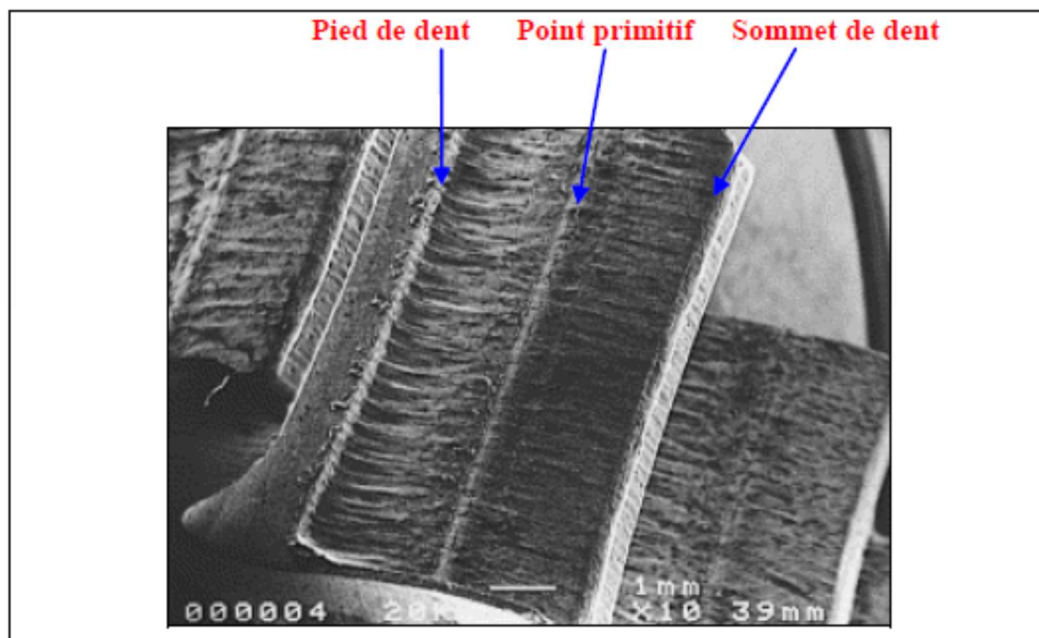
### **III.7 Les faciès d'usure (étude expérimentale) :**

Les dents des engrenages sont soumises à des combinaisons complexes de roulement et de glissement qui évoluent au long du profil, Figure (III.14). Sur la saillie de la denture (partie haute), les directions du roulement et du glissement sont les mêmes (positifs), par contre, au voisinage du creux de denture, la direction du glissement (négatif) est opposée à celle du roulement et s'annule au point primitif.



**Figure III.14 : Cinématique au contact entre dentures d'engrenage.**  
a: au premier point de contact ; b: au point primitif ; c: au dernier point de contact.

La figure (III.15) illustre les faciès d'usure, où l'on note un minimum d'usure au voisinage du primitif et une usure maximale dans la zone de glissement négatif.



**Figure III.15 : Faciès d'usure sur dentures droites.**

### **III.8 Usure abrasive et la fatigue de flexion :**

L'usure abrasive est maximale au creux de denture et principalement au niveau de l'engagement (le pied de la dent) à cause des valeurs de pression et des vitesses de glissement très élevées dans cette zone, cette usure conduit donc à une perte d'épaisseur susceptible d'impacter les contraintes associées à la flexion des dentures. A ce titre, l'usure peut apparaître comme un catalyseur pour la fatigue de surface c'est l'usure par fatigue cette dernière est liée à l'action d'un mouvement cyclique et à la capacité des matériaux à absorber les énergies de déformation et les contraintes thermiques générées par frottement.

L'usure par fatigue se manifeste par des fissures, des écailles et des changements de structure métallurgique.

Les comportements face à ce mécanisme d'usure dépendent de la nature du matériau. Dans le cas de matériaux ductiles (matériaux métalliques ou polymères), la rupture par fissuration a lieu en sous-couche, parallèlement à la surface de frottement, dans les zones où les contraintes de cisaillement sont maximales. La théorie de Hertz permet d'estimer la répartition des contraintes de cisaillement en sous-couche.

***CHAPITRE IV***

***SIMULATION***

***D'USURE DANS LES***

***ENGRENAGES***

***DROITS***

#### **IV.1 Introduction :**

La source importante de défaut pour les dentures non traitées en surface constitue par l'usure, le niveau de chargement appliqué sur les contacts, la vitesse de glissement et la présence d'éléments abrasifs dans le lubrifiant développe cette dernière. L'usure normale est un phénomène lent et dépend entre autres des caractéristiques mécaniques superficielles (dureté en particulier). Les amplifications d'effort sur le contact entre dents et les oscillations des niveaux de chargement qui peuvent influencer sur l'usure des flancs caractérise le comportement dynamique des engrenages dans certaines gammes de vitesse. A l'inverse, les variations de forme engendrées par l'usure des dentures a modifier les conditions de contact et par conséquent les efforts dynamiques aux contacts. Les deux phénomènes sont donc couplés et susceptibles d'évoluer de façon différente en fonction des vitesses de rotation.

#### **IV.2 Modélisation dynamique de transmissions par engrenages :**

Le modèle dynamique utilisé dans nos travaux pour simuler l'usure, c'est un système mécanique, composé de deux partie :

- \* Un moteur électrique qui tourne **1000 tr/min** fixé sur un châssis ; transformant l'énergie électrique en énergie mécanique.
- \* Une charge mécanique de **100 N** soulevée par une poulie de diamètre **40cm** fixe par le biais d'une corde, ses deux parties sont accouplées par deux roues. Notre étude consiste à examiner l'effet de l'usure de ses deux forces opposées sur les deux roues, ainsi que la détermination de leurs caractéristiques.

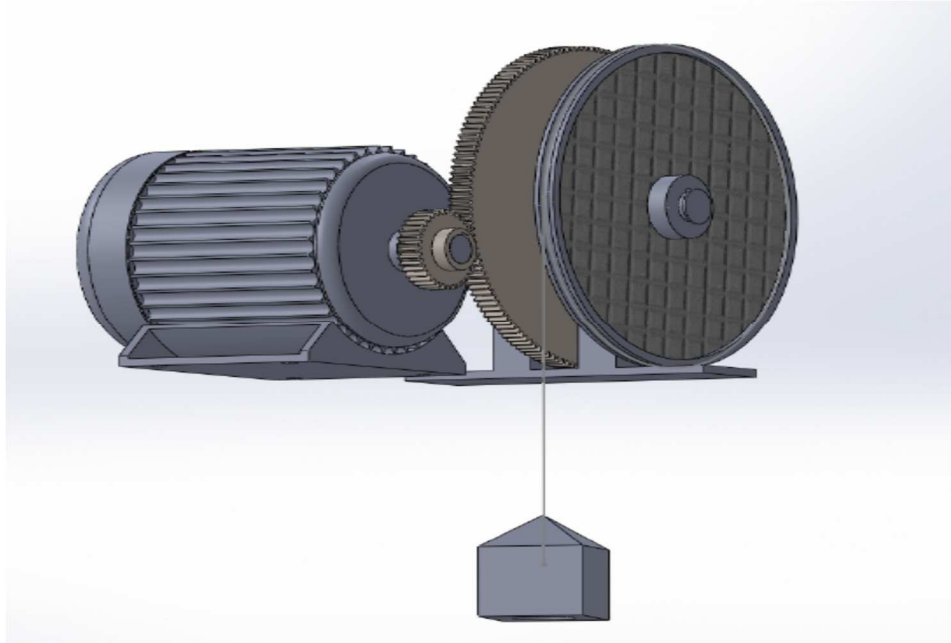


Figure IV.1 : Le modèle dynamique utilisé dans nos travaux.

#### IV.2.1 Modélisation des d'arbres :

Les arbres de transmission supportent les engrenages, ils sont modélisés par des éléments de type poutre circulaire à deux nœuds en flexion, torsion et traction - compression avec effets de cisaillement [37], [36], chaque nœud possède six degrés de liberté, trois translations ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) et trois rotations ( $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$ ) soit au total douze degrés de liberté par élément d'arbre, Figure (IV.2) :

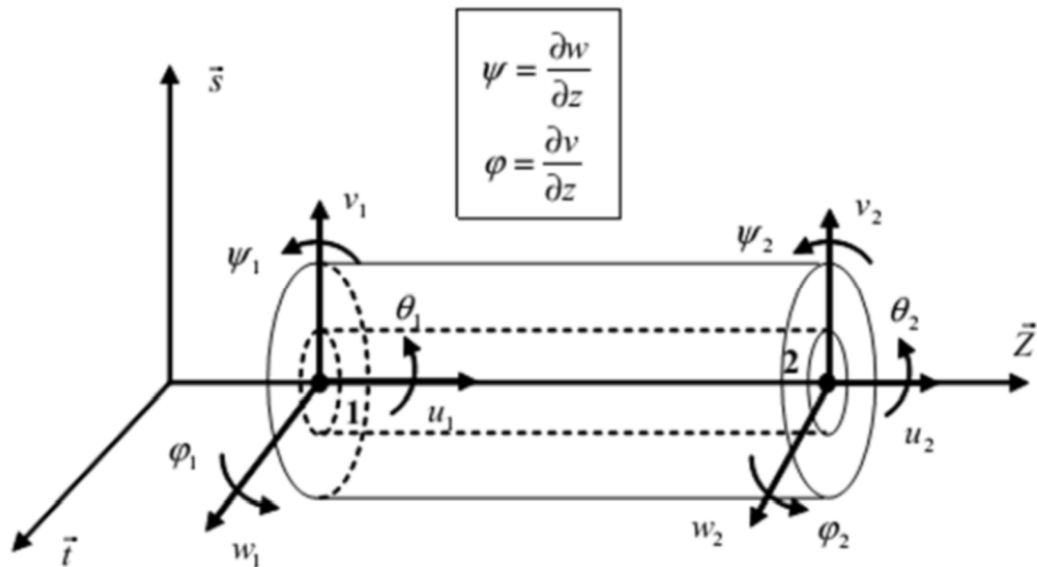


Figure IV.2 : Modélisation de l'élément d'arbre.

#### **IV.2.2 Modélisation des paliers :**

Il existe deux types de palier, les roulements et les paliers lisses. Les paliers doivent répondre aux critères suivants :

- a) Réaliser un parfait alignement des arbres.
- b) Ne pas présenter de bruit propre.
- c) Etre de dimension réduite.
- d) Avoir un bon rendement.
- e) Etre facile à assembler.
- f) Prix raisonnable.

#### **IV.2.3 Modèle de moteur et de charge :**

Le moteur et la charge (le frein) sont caractérisés uniquement par leurs masses et leurs inerties. Ainsi, l'introduction dans le modèle global de ces éléments ne se fera que par ajout d'une matrice masse élémentaire diagonale  $M_{mot}$  pour le moteur et  $M_{fr}$  pour le frein (la charge).

#### **IV.2.4 Modélisation d'engrenage :**

Les engrenages à denture droite sont les éléments principaux de ces mécanismes. La puissance est transmise par obstacle entre les pièces en mouvement relatifs.

##### **IV.2.4.1 Géométrie des engrenages rigides :**

Le contact entre les profils conjugués de dentures s'effectue dans le plan tangent aux deux cylindres de base, appelé plan d'action. Ce contact est supposé linéique et les lignes de contact sont inclinées de l'angle d'hélice de base ( $\beta_b$ ) par rapport aux lignes de tangence entre le plan d'action et les cylindres de base. Ces lignes de contact se translatent sur le plan d'action avec une vitesse linéique ( $V$ ) imposée par la vitesse de rotation du pignon, Figure (IV.3) :

$$V = R_{b1} \times \Omega_1 \quad (IV.1)$$

Avec :

$\Omega_1$  : Vitesse de rotation du pignon.

$R_{b1}$  : Rayon de base du pignon.



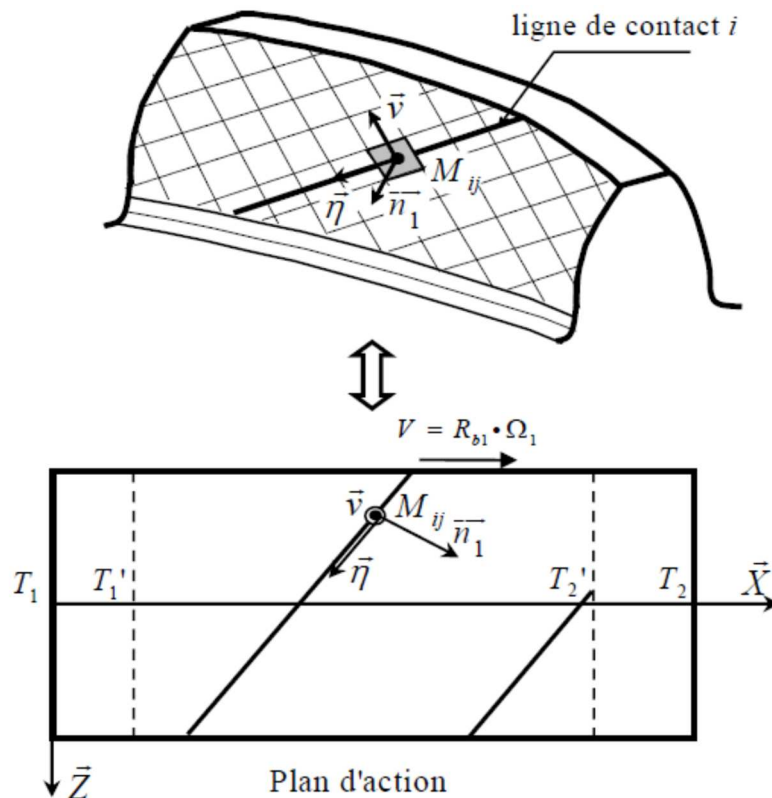


Figure IV.3 : Caractéristiques géométriques d'un engrenage extérieur.

#### IV.2.4.2 Écarts géométriques :

##### **\*Origines :**

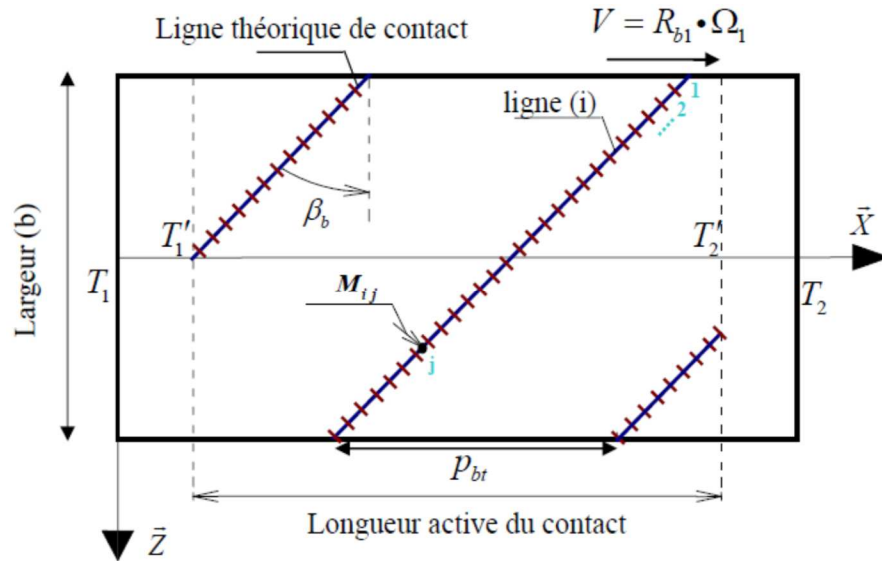
Les engrenages ne sont jamais parfaits quel que soit la précision de fabrication et d'assemblage. Il existe toujours un certain nombre d'écarts géométriques causés par les aléas de fabrication, par les incertitudes de montage (jeux, ...), par les fluctuations des conditions de fonctionnement (différentes charges induisant différentes déformations, ...), etc. Les écarts géométriques sont de deux types :

- a- Les écarts de forme sont liés au processus et aux procédés de fabrication, (erreurs de profil, erreurs d'hélice, erreurs de division).
- b- Les défauts de montage dépendent des écarts de réalisation et des jeux dans l'assemblage des différents composants d'un réducteur, (défauts d'inclinaison et de déviation, défauts d'excentricité).

### \*Modélisation :

Les lignes de contact sont supposées demeurer dans le plan d'action et sont discrétisées en plusieurs segments pour simuler les écarts de forme. Cette discrétisation est illustrée sur la figure IV.4. Le centre géométrique de chacun de ces segments correspond à un point de contact potentiel  $M_{ij}$  ( $i$  : indice de la ligne et  $j$  : indice du segment). A chaque point  $M_{ij}$ , on associe un écart de forme pour le pignon et pour la roue, chacun de ces écarts est défini par la distance algébrique entre la surface réelle et la surface théorique suivant la normale extérieure au profil considéré. Par convention, s'il y a excès de matière les écarts sont définis positifs (voir Figure I<sup>^</sup>V.5). On suppose que les écarts sont suffisamment faibles devant les dimensions caractéristiques des engrenages pour ne pas affecter l'orientation des normales.

Les écarts associés aux défauts de montage sont introduits de la même façon. En effet, ces défauts influent sur le positionnement des centres et des axes de rotations des roues induisant des écarts qui sont ensuite transposés, via des projections géométriques, au niveau des segments de chaque ligne de contact [37] et [38].



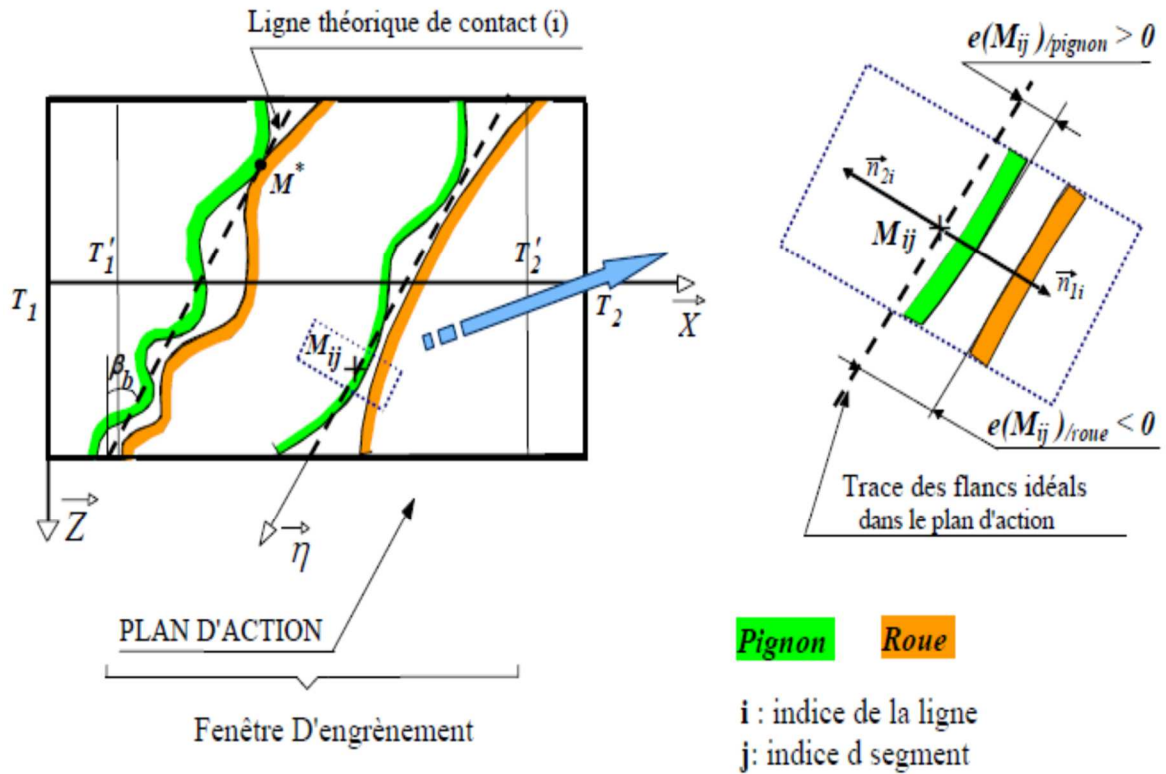
**Figure IV.4 : Discrétisation des lignes de contact.**

Sachant que le point de contact entre les deux profils conjugués est commun au pignon et à la roue, on définit un écart normal total au point de contact  $M_{ij}$  qui est la somme algébrique des écarts associés au point  $M_{ij}$  appartenant, à la fois, à la dent du pignon et à la dent de la roue :

$$e(M_{ij}) = e_1(M_{ij}) + e_2(M_{ij}) \quad (\text{IV.2})$$

Avec :

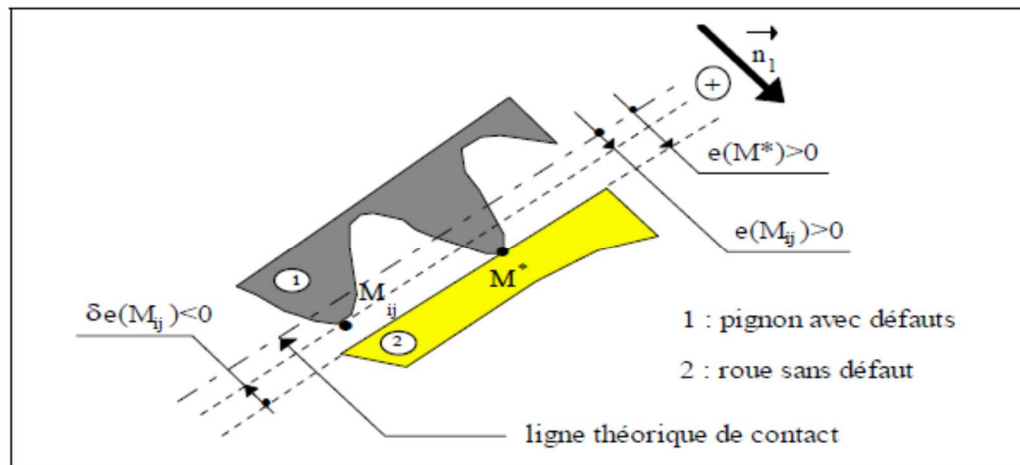
$e_1(M_{ij})$  : écart au point  $M_{ij}$  sur le pignon. ,  $e_2(M_{ij})$  : écart au point  $M_{ij}$  sur la roue.



**Figure IV.5 : Configuration, à un instant donné, du point de contact entre corps rigides. [38]**

**\*L'écart normal équivalent et l'écart relatif :**

Dans le plan d'action, où l'engrènement entre différents couples de dents se déroule. A chaque instant, il existe dans ce domaine au moins un point de contact  $M^*$  entre les dentures rigides. D'après la définition des écarts géométriques, le point de contact  $M^*$  est caractérisé par l'écart normal maximal noté  $e(M^*)$ . La détermination de la valeur maximale de  $e(M_{ij})$  permet de détecter un point de contact ( $M^*$ ) et l'ensemble des écarts relatifs entre les surfaces au niveau des points potentiels de contact avant déformation. [40]



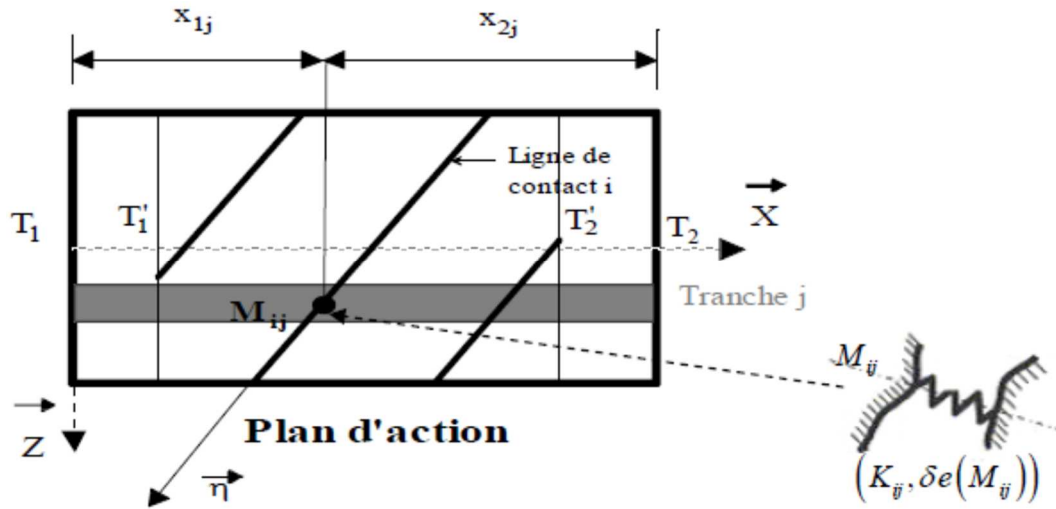
**Figure IV.6 : Point de contact dans les conditions des corps rigides.**

Comme schématisé dans la figure IV.6, l'écart relatif associé à un point  $M_{ij}$  (noté  $\delta e(M_{ij})$ ), est défini comme la différence entre l'écart normal maximum  $e(M^*)$  et l'écart normal en ce point.

$$\delta e(M_{ij}) = e(M^*) - e(M_{ij}) \quad (\text{IV.3})$$

#### IV.2.4.3 Détermination de champs de déplacements :

Pour déterminer la position du point étudié, les corps du pignon et de la roue sont discrétisés en un certain nombre de tranches cylindriques minces repérées par l'indice  $j$ , Figure (IV.7).



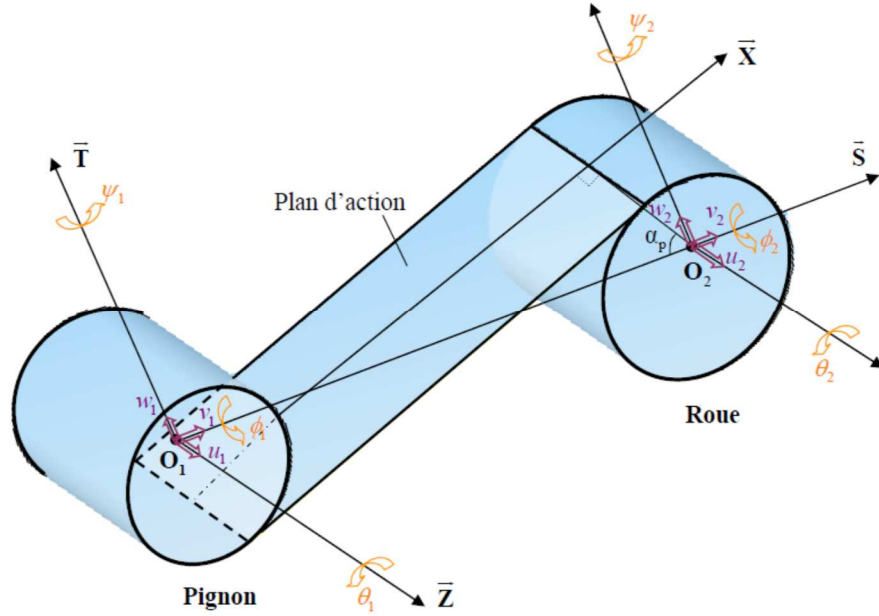
**Figure IV.7 : Discretisation des lignes de contact sur le plan d'action.**

Sur le pignon et la roue, en isolant une tranche mince voir figure (IV.8), il est possible de définir un engrenage infinitésimal dont le comportement est caractérisé par 12 degrés de libertés, six degrés de liberté sont attribués à chaque roue de l'engrenage (trois translations  $(v, w, u)$  et trois rotations  $(\phi, \psi, \theta)$ ). Ils correspondent aux déplacements généralisés du corps de l'engrenage en torsion, flexion, traction – compression.

Le déplacement sous charge au point de contact potentiel  $M_{ij}$  ( $i$  se rapporte au numéro de ligne de contact à un instant donné dans le plan d'action) peut s'exprimer à partir des torseurs de déplacements infinitésimaux  $\{\tau_{mj}\}$  associés à la  $j^{\text{ème}}$  tranche du pignon ( $m=1$ ) et de la roue ( $m=2$ ). Soit, par rapport aux mouvements de corps rigides, il vient d'après Velez et Maatar:

$$\{\tau_{mj}\} = \begin{cases} u_{mj}(O_{mj}) = v_{mj}S_j + w_{mj}T_j + u_{mj}Z \\ \omega_{mj} = \phi_{mj}S_j + \psi_{mj}T_j + \theta_{mj}Z \end{cases} \quad (IV.4)$$

Où  $O_{mj}$  est le centre de la tranche  $j$  élémentaire du corps  $m$ .



**Figure IV.8 : Modélisation d'une tranche mince  $j$  du pignon et de la roue.**

#### **IV.2.4.4 Ecrasement au point de contact :**

La connaissance de l'aire de contact réelle et de la charge dynamique instantanée sur les couples de dents en prise nécessite le calcul de l'écrasement associé à chaque point de contact potentiel ( $M_{ij}$ ). Sous l'action de l'ensemble des déplacements de chacune des deux roues de l'engrenage par rapport aux mouvements de corps rigides, le rapprochement normal (ou l'éloignement) de chaque point de contact ( $M_{ij}$ ) s'écrit :

$$\delta(M_{ij}) = \vec{u}_1^R(M_{ij}) \cdot \vec{n}_1 - \vec{u}_2^R(M_{ij}) \cdot \vec{n}_1 \quad (IV.5)$$

Avec  $\vec{n}_1$  normale unitaire extérieure au profil du pignon (ligne de contact d'indice  $i$ )  
Ce rapprochement peut aussi être exprimé via une écriture matricielle :

$$\delta(M_{ij}) = V(M_{ij})^T q \quad (IV.6)$$

Tels que  $[V(M_{ij})]$  est un vecteur de structure qui dépend de la géométrie de l'engrenage et de la position du point  $M_{ij}$ , alors que,  $q$  est un vecteur d'état représentant les déplacements généralisés attribués aux engrenages.

$$V(M_{ij}) = \langle \overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{O_1 M_{ij}} \wedge \overrightarrow{n_1}, -\overrightarrow{n_1}, -\overrightarrow{O_2 M_{ij}} \wedge \overrightarrow{n_1} \rangle \quad (IV.7)$$

$$q = \langle \overrightarrow{u_1}(O_1), \overrightarrow{\omega_1}, \overrightarrow{u_2}(O_2), \overrightarrow{\omega_2} \rangle$$

Il faut noter que, même en l'absence d'écarts de forme, le vecteur de structure dépend de la position du point de contact  $M_{ij}$  sur le plan d'action par l'intermédiaire de ses composantes suivant les rotations  $\varphi$  et  $\psi$ . En présence d'écarts de forme et/ou de défauts de montage le contact entre dentures au point  $(M_{ij})$  est assuré lorsque le rapprochement  $\delta(M_{ij})$  est suffisamment important pour compenser l'écart de géométrie relatif initial  $\delta_e(M)$  dans la condition des corps rigides. La déflexion ou l'écrasement en ce point a donc pour expression :

$$\Delta(M_{ij}) = \delta(M_{ij}) - \delta_e(M_{ij}) \quad (IV.8)$$

### **IV.3 Condition de contact :**

Des séparations complètes de dentures suivies de chocs lors des reprises de contact peuvent apparaître pour certains régimes de fonctionnement en dynamique. Ce phénomène violemment non linéaire est caractérisé par des sauts d'amplitudes plus ou moins complexes selon que les déplacements sont suffisants pour induire des chocs à l'arrière des dents ou non.

En pratique, ce mode de vibration est à l'origine des bruits de cliquetis (rattle noise) dont l'impact sur la qualité perçue, en particulier dans le domaine automobile, est important. Il existe également un grand nombre de cas où les pertes de contact entre flancs actifs de dentures demeurent partielles et sont liés à des défauts d'alignement, des corrections longitudinales et des erreurs géométriques locales.

On définit la condition de contact en un point  $M_{ij}$  de la fenêtre d'engrènement par :

$\Delta(M_{ij}) > 0 \rightarrow$  le contact au point  $M_{ij}$  est assuré.

$\Delta(M_{ij}) \leq 0 \rightarrow$  pas de contact au point  $M_{ij}$ .

Il faut noter que les conditions de contact décrites ci-dessus sont testées à chaque instant pour toutes les cellules se trouvant à l'intérieur de la fenêtre d'engrènement, c'est à dire pour tous les points de contact potentiels.

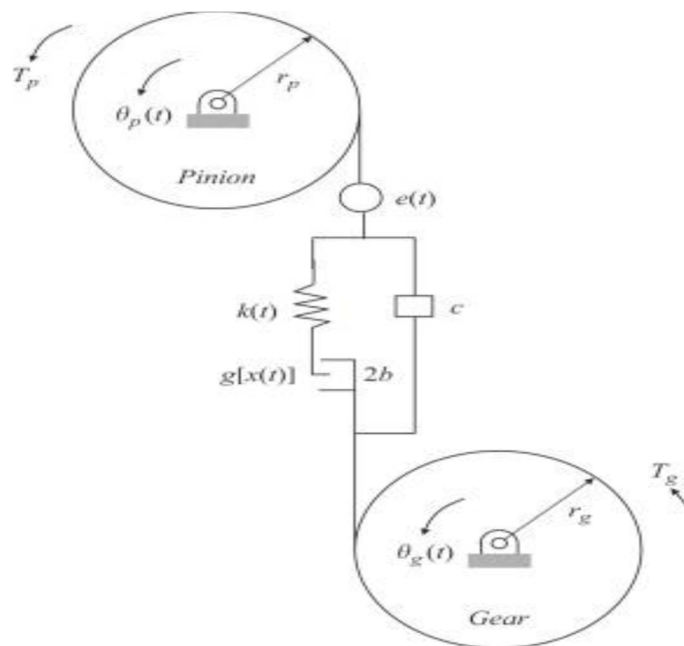
## IV.4 Résolution des équations du mouvement :

### IV.4.1 Equations du mouvement :

Théoriquement pour analyser le comportement vibratoire des engrenages, il existe des modèles linéaires et non linéaires qui nous permettent d'analyser la réponse dynamique de l'engrènement, mais la présence de défauts ou d'endommagement sur une dent modifie ce comportement.

Pour simuler les effets de ces défauts, nous allons développer un modèle numérique, pour cela nous avons basé sur les différents modèles développés par Lalonde et Guilbault, ces modèles décomposent la transmission en éléments simple :

- Masses et moments d'inertie,
- Raideur de torsion de l'arbre, rigidité des roulements, rigidité de flexion de l'arbre,
- Amortissement en torsion de l'arbre, en translation des roulements.



**Figure IV.9 : Modèle à 2 degrés de liberté.**

L'assemblage des matrices masse et raideur de l'élément d'engrenage, des éléments d'arbres constituant le réducteur et l'adjonction des matrices de raideurs constantes des paliers supportant les arbres et des autres constituants du réducteur conduit à un système d'équations représentatif de la structure mécanique réelle de la forme :

$$[M_{glob}](q'') + [C](q') + [K_{glob}(t, (q))](q) = [F_{0,1}(t)] + [F_2(t, \delta e(M_{ij}), (q))] \quad (IV.23)$$

Avec :

$[M_{glob}]$  : matrice masse globale du système (éléments d'arbres, engrenages, frein, moteur, paliers, d'accouplement élastique).

$[C]$  : matrice amortissement équivalent supposée constante (engrenages, éléments d'arbres, paliers, d'accouplement).

$[K_{glob}(t(q))]$  : matrice de rigidité globale du réducteur (engrenages, éléments d'arbres, paliers, accouplements).

$(q)$  : vecteur des variables d'état constitué par les coordonnées généralisées du système.

$[F_{0,1}(t)] = [F_0(t) + F_1(t)]$  : vecteur des efforts extérieurs généralisés, dépendant du temps et regroupant les termes des efforts statiques ainsi que les termes d'excitations introduits par les erreurs de montage.

$[F_2(t, \delta e(M_{ij}), (q))]$  : vecteur dépendant du temps introduisant l'effet des écarts géométriques et les écarts de forme générés par l'usure.

En pratique, les modes propres du système non amorti sont calculés à partir de la matrice masse globale  $[M_{glob}]$  et de la matrice de rigidité  $[K_{glob}(t(q))]$  moyennée sur le temps. Ainsi, l'amortissement est introduit de manière globale au moyen d'une matrice  $[C]$  constante supposée orthogonale par rapport à ces modes propres [37],[38].



#### **IV.4.2 Résolution numérique :**

Les équations du mouvement sont intégrées pas à pas dans le temps par le schéma implicite de Newmark couplé à un algorithme de contact normal unilatéral. À chaque pas de temps, deux contraintes sont appliquées, la première contrainte vérifie qu'il n'existe pas d'efforts de contact négatifs et la deuxième vérifie qu'en tout point extérieur à  $L_c$  (longueur de contact) il n'y a pas d'écrasement. A chaque pas de temps, les lignes de contact se déplacent dans le plan d'action selon la cinématique de corps rigides et, par conséquent, les caractéristiques géométriques (longueur de contact, ...) sont changées.

Le principe de résolution et l'interdépendance entre les équations du mouvement et les conditions de contact sont explicitées dans la Figure (IV.10). On néglige les changements de géométrie causés par l'usure pendant la première séquence ( $n$  cycles)

Pour cette raison, afin d'obtenir une réponse stable, les équations sont résolues en utilisant un nombre suffisant de périodes d'engrènement. Le champ de pression et les dimensions de contact sont déduits pour tous points de contact dans une période d'engrènement et l'écart normal équivalent est appliqué pour évaluer la géométrie de dents modifiée après  $n$  cycles. Les écarts équivalents normaux par rapport aux flancs parfaits sont alors modifiés et le processus de solution est ensuite répété sur la séquence ( $n$  cycles) suivante [31].

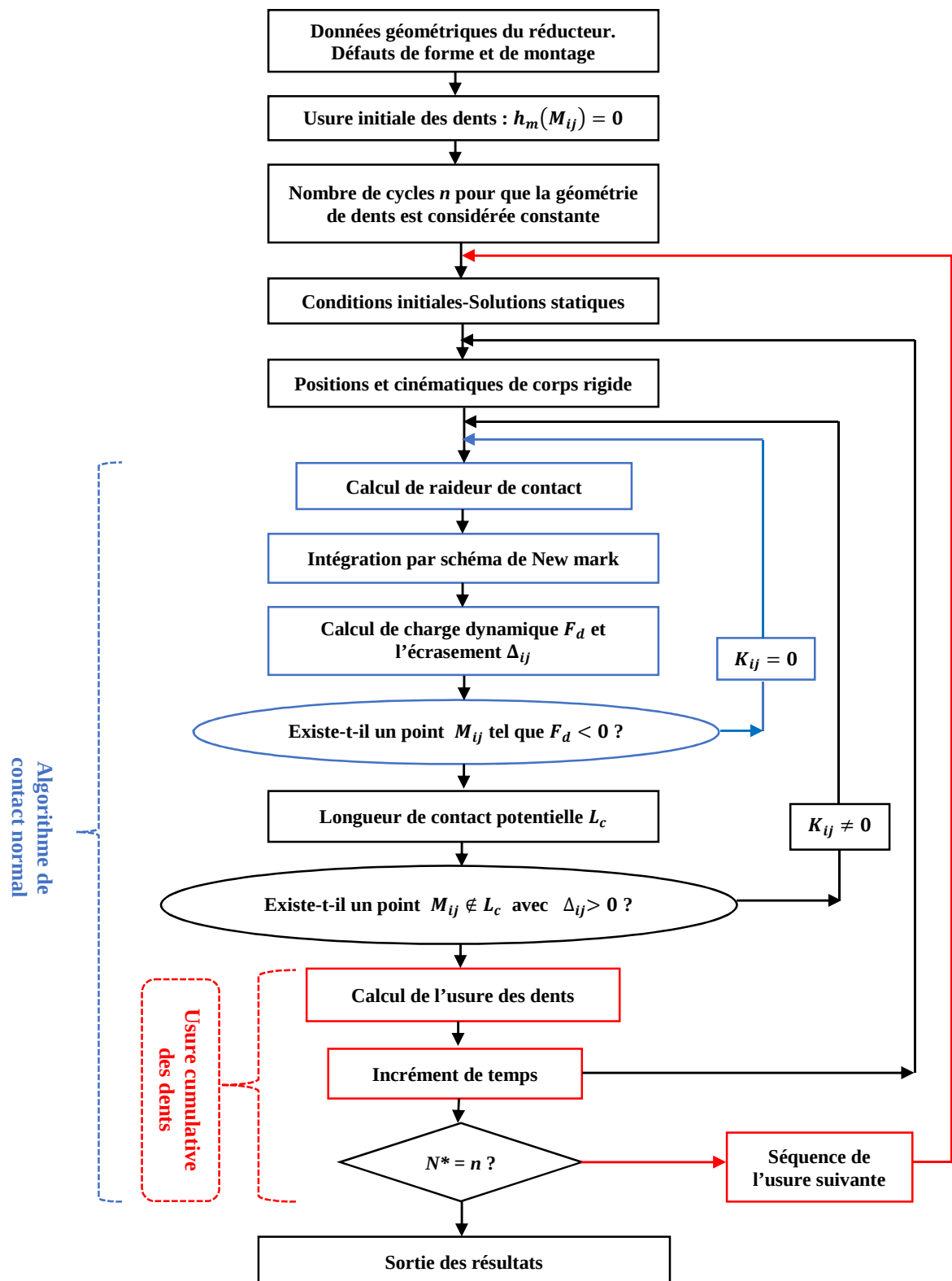


Figure IV.10 : Schéma de résolution de Newmark couplé à un algorithme de contact.

#### IV.5 Simulation de l'usure par fatigue des dents :

Les comportements face à ce mécanisme d'usure dépendent de la nature du matériau. Dans le cas de matériaux ductiles (matériaux métalliques ou polymères), la rupture par fissuration a lieu en sous-couche, parallèlement à la surface de frottement, dans les zones où les contraintes de cisaillement sont maximales. La théorie de Hertz permet d'estimer la répartition des contraintes de cisaillement en sous-couche.

L'expression de la contrainte s'écrit comme suit :

$$\sigma_t = \frac{F_t P_d}{bY} \quad (\text{IV.24})$$

Où ;

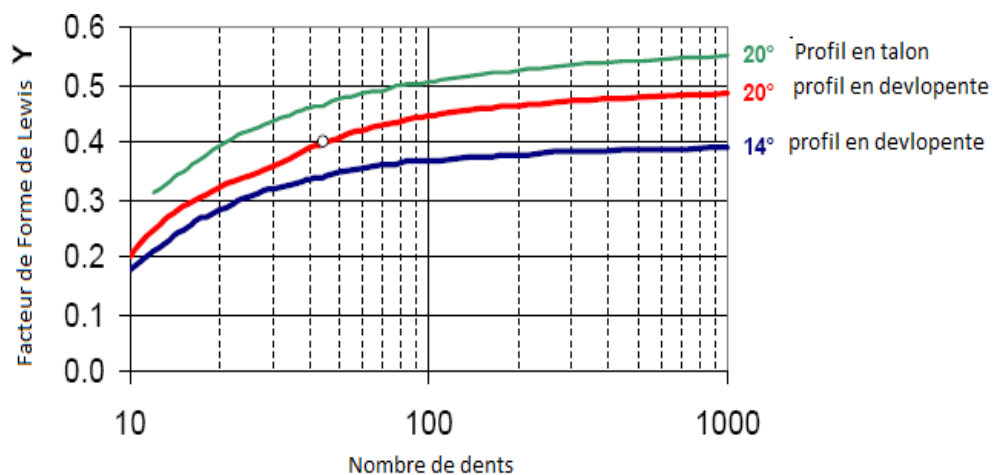
$F_t$ : charge tangentielle.

$P_d$ : pas.

b: largeur de dent.

Y: facteur de forme (facteur de Lewis).

Le facteur de forme, Y, est une fonction du nombre de dents, de l'angle pression et la profondeur développante de l'engrenage.



**Figure IV.11 : Abaques pour la détermination du facteur de forme de Lewis.**

## **IV.6 Caractéristiques des engrenages étudiés :**

### **1- La vitesse de rotation de poulie ( $\omega_2$ ) :**

$$V_2 = \omega_2 \cdot \frac{d}{2} \quad (\text{IV.25})$$

$V_2$  : la vitesse linière de la charge.

$\omega_2$  : la vitesse de rotation de la poulie et la roue.

$d$  : le diamètre de la poulie.

$$\Rightarrow V_2 = \omega_2 \cdot \frac{d}{2} \Rightarrow \omega_2 = 2V_2 / d = \frac{2 \times 5(\frac{m}{s})}{0,4(m)} = 25 \text{ (rad/s)}$$

### **2- La vitesse de sortie ( $N_s$ ) :**

$$\omega_2 = \frac{2\pi \times N_s}{60} \Rightarrow N_s = \frac{60 \times \omega_2}{2\pi} = \frac{60 \times 25}{2\pi} = 238,85 \text{ tr/min.} \quad (\text{IV.26})$$

$\omega_2$  : la vitesse de rotation de la poulie (rad/s).

$N_s$  : la vitesse de sortie (tr/min).

### **3- Les diamètres d et D (le pignon, la roue) :**

$$R = \frac{N_s}{N_e} = \frac{d(\text{pignon})}{D(\text{roue})} = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (\text{IV.27})$$

$R$  : le rapport de transmission.

$Z_1$  et  $Z_2$  : les nombres de dents du pignon et de roue.

$$R = \frac{d(\text{pignon})}{D(\text{roue})} = \frac{238,85}{1000} \Rightarrow 1000 d = 238,85 D$$

Donc :

$$d = 0,24 D \dots\dots(1)$$

Prenons :  $D = 459 \text{ mm}$ , pour déterminer  $d$   $(1) \Rightarrow d = 0,24 \times 459 = 110 \text{ mm}$ .

#### 4- Le module :

$$m \geq 2,34 \sqrt{F_t/k \cdot R_{pe}} \quad (IV.28)$$

$F_t$  : la force tangentielle (N).

$K$  : c'est une constante (  $6 < k < 10$  ).

$R_{pe}$  : la résistance pratique à la traction.

$$C_2 = F \times r \quad (IV.29)$$

$C_2$  : le couple de la poulie.

$F$  : la charge = 50 N.

$r$  : le rayon de la poulie.

Donc :

$$C_2 = 100 \times 0,2 = 20 \text{ N.m}$$

$$C_2 = C(\text{roue}) = F_t \times r (\text{roue}) \Rightarrow F_t = C_2 / r = 20 / 2,2295 = 8,71 \text{ N.}$$

$$F_t = 8,71 \text{ N.}$$

$$\sigma_t = \frac{F_t P_d}{bY} = \frac{8.71 \times 9.42}{0.3 \times 21} = 13.02 \text{ N/mm}$$

Pour déterminer ( $R_{pe}$ ) et calculer le module il faut d'abord choisir le métal

On choisit le **42CD4**

$$m \geq 2,34 \sqrt{\frac{F_t}{k} \cdot R_{pe}}$$

on prend :  $k = 7$  et la résistance pratique à la traction ( $R_{pe}$ ) = 1000 N/mm<sup>2</sup>

$$m \geq 2,34 \sqrt{8,71/7 \cdot 1000} \Rightarrow m \geq 0,08 \quad \text{on prend : } m = 3$$

En résumé les autres caractéristiques dans le tableau suivant :

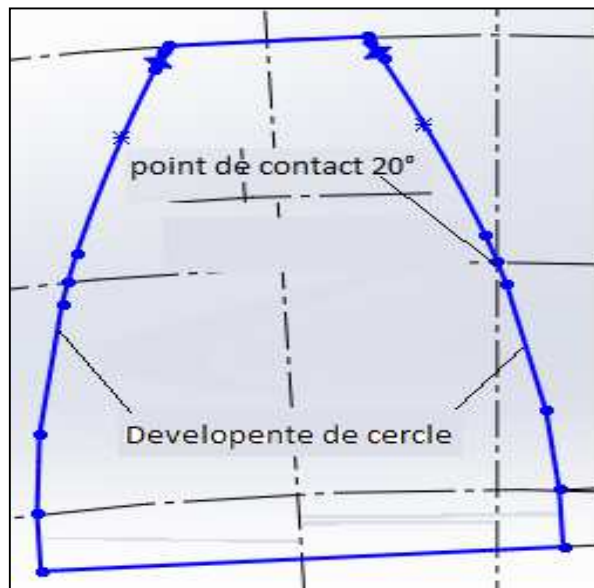
|                                | <b>Pignon</b> | <b>Roue</b>  |
|--------------------------------|---------------|--------------|
| <b>Module m</b>                | <b>3</b>      | <b>3</b>     |
| <b>Nombre de dents Z</b>       | <b>36</b>     | <b>153</b>   |
| <b>Pas P</b>                   | <b>9.42</b>   | <b>9.42</b>  |
| <b>Saillie ha</b>              | <b>3</b>      | <b>3</b>     |
| <b>Creux hf</b>                | <b>3.75</b>   | <b>3.75</b>  |
| <b>Hauteur de la dent h</b>    | <b>6.75</b>   | <b>6.75</b>  |
| <b>Diamètre primitif dp</b>    | <b>108</b>    | <b>459</b>   |
| <b>Diamètre de tête da</b>     | <b>114</b>    | <b>465</b>   |
| <b>Diamètre de pied df</b>     | <b>100.5</b>  | <b>451.5</b> |
| <b>La largeur de la dent b</b> | <b>21</b>     |              |

**Tableau IV.1 : Les caractéristiques d'engrenage étudié.**

#### **IV.7 La simulation avec SolidWorks :**

Une simulation numérique est menée sur un engrenage droit en utilisant l'outil intégré de simulation de SolidWorks 2013. Ce dernier est un logiciel de calcul par éléments finis. Il utilise les fichiers pièces et assemblages auxquels il intègre des études dans chacune desquelles sont définis les matériaux, les chargements, les conditions aux limites ainsi que les paramètres de maillage et d'analyse.

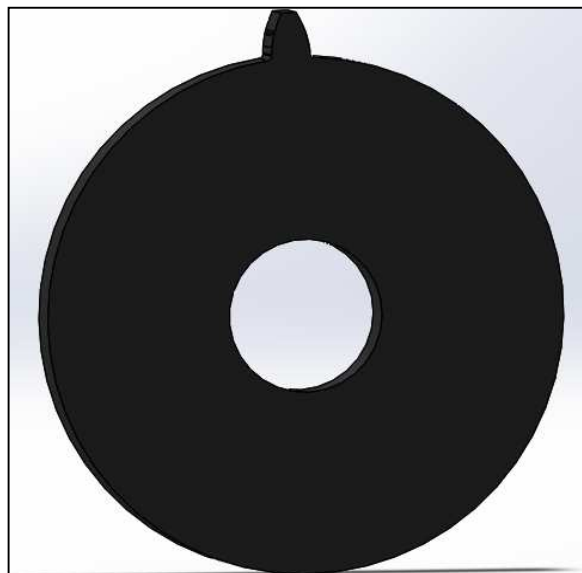
La figure ci-dessous montre une esquisse d'une dent d'engrenage qui faite à partir des outils de dessins, la création d'une roue à Z dents obtenue par une répétition au tour de son axe de révolution.



**Figure IV.12 : Profil développante d'engrenage circulaire engrenage droit.**

Le profil de la développante circulaire est obtenu par l'interpolation sur les points qui le constitue. On commencera par un coté. Le deuxième est obtenu par une symétrie par rapport à l'axe de référence.

A partir de l'esquisse, une extrusion est à réaliser sur la largeur de la dent et le disque qui la supporte comme le montre la figure IV.13.



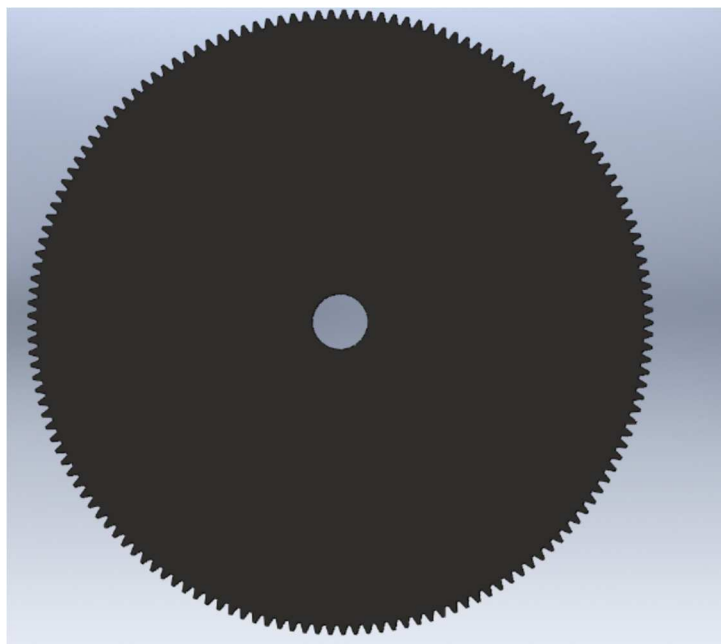
**Figure IV.13 : La construction de la première dent du pignon.**

Pour obtenir un pignon de 36 dents et avec l'outil de répétition de fonction on fait la répétition sur toute la périphérie autour de l'axe de rotation.



**Figure IV.14 : Le pignon de 36 dents.**

On fait la même chose pour la roue de 153 dents.



**Figure IV.15 : La roue de 153 dents.**



La figure ci-dessous illustre le phénomène d'engrènement de deux roues :

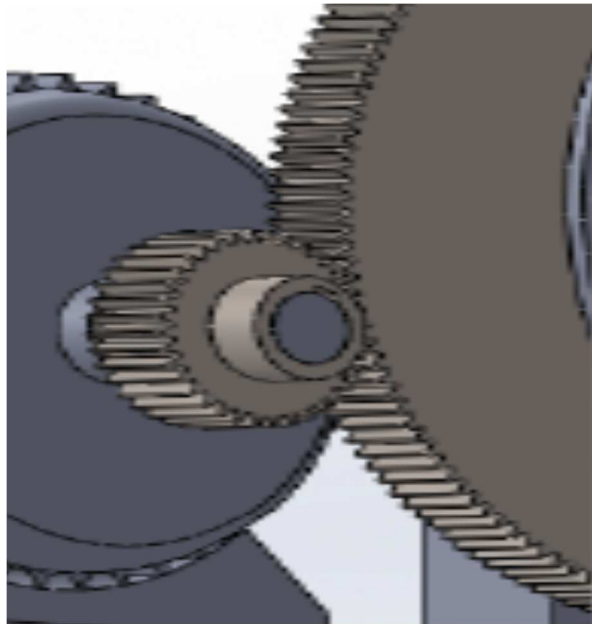


Figure IV.16 : Engrènement de la roue/pignon.

#### **IV.8 Les étapes de la simulation :**

##### **IV.8.1 Etude statique.**

##### **IV.8.2 Les déplacements imposés :**

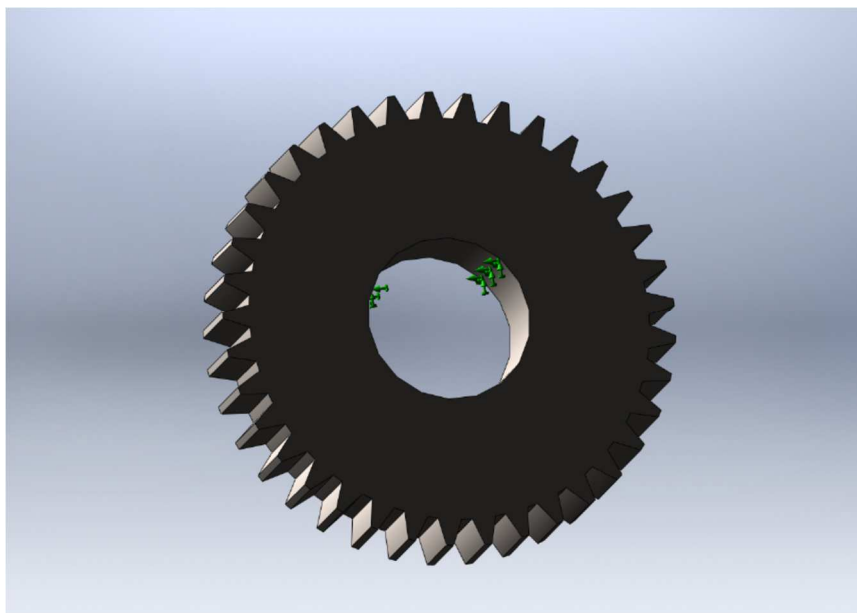


Figure IV.17 : Les déplacements imposés.

#### **IV.8.3 Le choix du matériau : (42 CD4)**

##### **\*Propriétés :**

Acier de construction faiblement allié au chrome molybdène pour trempe et revenu.

Bonne trempabilité à l'huile, bonne résistance aux surcharges à l'état traité.

##### **\*Domaines d'application :**

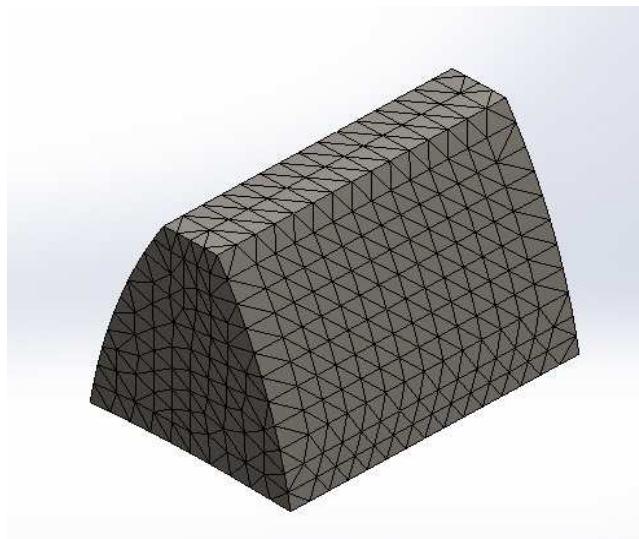
Acier très employé en mécanique, pour des pièces de moyennes à fortes sections : arbres, essieux, crémaillères, vilebrequins, bielles, engrenages.

Cet acier est parfois utilisé pour des pièces trempées superficiellement.

| Propriété                           | Valeur            | Unités            |
|-------------------------------------|-------------------|-------------------|
| Module d'élasticité                 | 2.1000000031e+011 | N/m <sup>2</sup>  |
| Coefficient de Poisson              | 0.28              | S.O.              |
| Module de cisaillement              | 7.9e+010          | N/m <sup>2</sup>  |
| Masse volumique                     | 7800              | kg/m <sup>3</sup> |
| Limite de traction                  | 1000000000        | N/m <sup>2</sup>  |
| Limite de compression               |                   | N/m <sup>2</sup>  |
| Limite d'élasticité                 | 750000000         | N/m <sup>2</sup>  |
| Coefficient de dilatation thermique | 1.1e-005          | /K                |
| Conductivité thermique              | 14                | W/(m·K)           |
| Chaleur spécifique                  | 440               | J/(kg·K)          |
| Rapport d'amortissement du matériau |                   | S.O.              |

**Tableau IV.2 : Caractéristiques physiques du matériau.**

#### ***IV.8.4 Le maillage :***



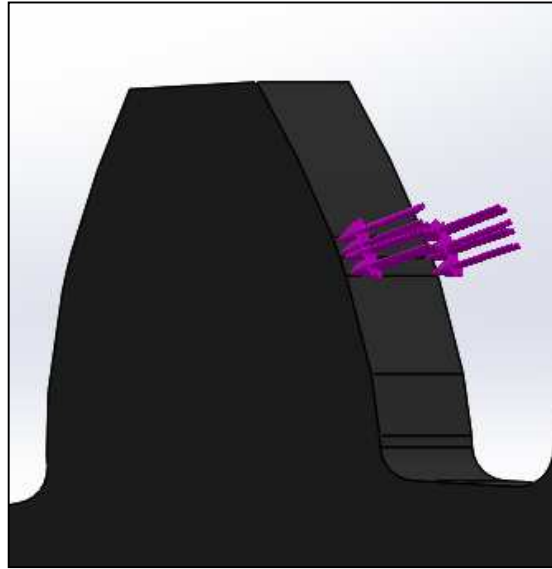
**Figure IV.18 : Maillage d'une dent d'engrenage droit.**

| Type de maillage          | Maillage volumique |
|---------------------------|--------------------|
| Taille d'éléments minimum | 0.69285 mm         |
| Taille d'éléments maximum | 3 mm               |
| Nombre total d'éléments   | 7037               |
| Points de Jacobien        | 4 Points           |
| Taille d'élément          | 0.69285 mm         |
| Nombre total de nœuds     | 10705              |
| Qualité de maillage       | Haute              |

**Tableau IV.3 : Informations sur le maillage.**

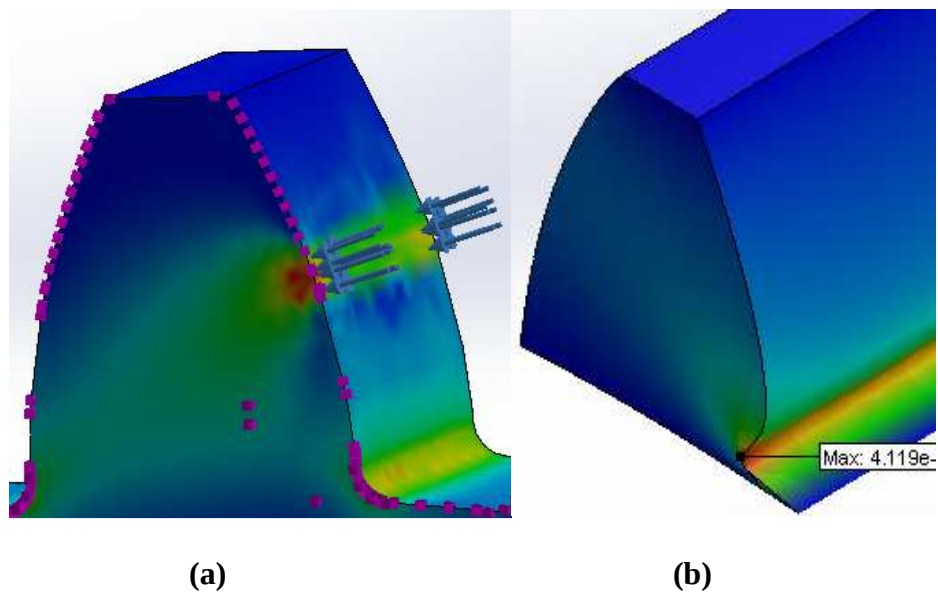
#### **IV.8.5 L'application des chargements externe :**

Dans le point de contact, une force normale linéique est appliquée (le point primitif).



**Figure IV.19 : Conditions aux limites imposées.**

#### **IV.8.6 Le résultat de la simulation :**



**Figure IV.20 : Résultat de contrainte.**

**a) La concentration de contrainte ; b) l'usure et la fatigue du pied après  $n$  cycles**

L'usure abrasive est maximale au creux de denture et principalement au niveau de l'engagement (le pied de la dent) à cause des valeurs de pression et des vitesses de glissement très élevées dans cette zone, c'est une cause principale de fatigue de pied, et ça ce que nous avons obtenu, donc ces résultats seront validés avec des résultats de la littérature. Différentes conditions aux limites sont considérées.

# ***CONCLUSION GENERALE***

## **Conclusion générale :**

Les engrenages occupent une place spéciale dans les systèmes mécaniques, c'est la façon la plus économique pour transmettre de la puissance et un mouvement de rotation dans les conditions uniformes, dans ce mémoire on s'intéresse sur les engrenages cylindriques à denture droite parce qu'ils sont relativement faciles à réaliser avec des machines traditionnelles, son rendement est le meilleur parmi tous les types d'engrenage, la lubrification et la qualité d'usinage des dents, c'est pourquoi il est utilisé dans toutes les boîtes de vitesse de véhicules de course ou de compétition.

Dans la majorité des machines tournantes industrielles, les engrenages sont l'un des composants les plus critiques et peuvent être sujets à de nombreuses avaries apparaissant lors du fonctionnement, nous avons pris une seule avarie qui est caractérisée par enlèvement de matière dus au mouvement relatif entre deux surfaces, cette usure a été simulée en se basant sur le modèle d'Archard qui lie la profondeur usée à la pression de contact maximale, à la distance de glissement et à un coefficient d'usure intégrant l'influence de la lubrification. Tout d'abord, la littérature concernant la modélisation, l'analyse de l'usure en régime quasi-statique sur des dents d'engrenages est riche. Les résultats expérimentaux et analytiques convergent vers des faciès d'usure présentant des maxima dans les zones d'engagement et de déengagement où les glissements sont les plus importants.

L'usure abrasive (douce) au voisinage du point primitif est normalement très faible. En ce qui concerne, les interactions entre usure des flancs de dentures et le comportement dynamique de transmissions par engrenages, le degré d'usure acceptable dépend de la durée de vie requise, des contraintes en termes de bruit et vibration des engrenages. Ainsi, une usure excessive se caractérise-t-elle par une diminution de l'épaisseur de la dent qui peut influencer sur la fatigue par flexion en pied de dent parce que l'usure y est maximale. Cette usure conduit donc à une perte d'épaisseur susceptible d'impacter les contraintes associées à la flexion des dentures à ce titre, l'usure peut apparaître comme un catalyseur pour la fatigue de surface c'est l'usure par fatigue cette dernière est liée à l'action d'un mouvement cyclique et à la capacité des matériaux à absorber les énergies de déformation et les contraintes thermiques générées par frottement.

L'usure par fatigue se manifeste par des fissures, des écailles et des changements de structure métallurgique. Pour cela nous avons créé un modèle dynamique pour simuler la fatigue de cette usure avec l'outil de simulation SolidWorks. Avant de déterminer les caractéristiques d'engrenage étudié, nous avons calculé les forces et les pressions exercées sur le pignon et la roue pour faire la simulation de cette avarie, et nous avons acquis d'usure abrasive maximale au creux de denture et principalement au niveau de l'engagement (le pied de la dent) à cause des valeurs de pression et des vitesses de glissement très élevées dans cette zone, c'est une cause principale de fatigue de pied, donc ces résultats seront validés avec des résultats de la littérature.

# **Références bibliographiques**



- [1] Engrenages cylindriques à denture droite \_ Dominique Dubuis/Lycée Margueritte VERDUN. <http://www.bacssimargo.fr>
- [2] Gearing basics, Power transmission Design, July 1994 p. p 49-53].
- [3] Construction mécanique /Cour de transmission de mouvement par obstacle (engrenages cylindriques à denture droite) L.P. AULNOYE
- [4] conception et calcul des éléments de machines volume 3 version 1, juin 2006  
ECOLE D'INGENIEURS DE FRIBOURG (E.I.F.) SECTION DE  
MECANIQUE G.R. Nicolet, revu en 2006
- [5] V. Dobrovolski et co-auteur, Eléments de machines, Edition Mir 1974.].
- [6] M. El Badaoui – Contribution du diagnostic vibratoire des réducteurs complexes à engrenages par analyse cepstrale – Thèse doctorat, 1999, pp 24
- [7] G. HENRIO, Traité Pratique et Théorique des engrenages, tome 1, Edition Dunod.].
- [8] M. Aublin et co-auteurs, Systèmes mécaniques (Théorie et dimensionnement) Edition Dunod 1998.
- [9] Construction Industrielle collection H.LONGEOT L.JOURDAN
- [10] Thèse de magister en Electromécanique présentée par Hanene BENMOHAMED/ Année 2010\_ Université BADJI MOKHTAR/ Annaba
- [11] Mathieu Rossat, conception des transmissions de puissance (Les Engrenages) version de 01 novembre 2014
- [12]. J. BERGERE, « Correction par déport de profil des dentures d'engrenages parallèles », pp. 257-263.
- [13] analyse des défauts de denture et leurs influences sur les transmissions mécaniques par engrenages\_ thèse de magister présentée par Bechkri Bouchra/ Université Mentouri de Constantine
- [14]. G. HENRIOT, « Traité théorique et pratique des engrenages », tome 1, Dunod, Paris, 1968.

- [15] [C.Breneur] – Elément de maintenance préventive de machines tournantes dans le cas de défauts combinés d'engrenages et roulements – Thèse doctorat, INSA- Lyon, 2002
- [16] [L.FAURE] – Aspect des dentures d'engrenages après fonctionnement, Senlis (Oise), CETIM, 1993, pp128
- [17] [Cetim]2 – Principaux aspects des dentures des engrenages – Document pédagogique – Cetim 2008, formation N70, pp1-10
- [18] Orém Redon/ cours de construction\_ les engrenages.
- [19] [G.Henriot] – Conception fabrication mise en oeuvre – 7ème édition, DUNOD, Paris 1999
- [20] Document pédagogique – S.I.I. Etude des systèmes –les transmetteurs de puissance des engrenages. pp6
- [21] Jardin\_Nicolas Hervé (TERMINALE S.T.I)/ Transmission de puissance – American LES ENGRENAGES – Construction
- [22] Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth. national standard ANS/AGMA. 2001-C95
- [23] transmission de puissance par engrenage/ OR\_BE\_IUT GMP\_TOULON VAR [orquera@univ-tln.fr](mailto:orquera@univ-tln.fr) (BE\_UE2\_F222)
- [24] [L.P.AULNOVE] – Transmission de mouvement par obstacle
- [25] [ B.Vauban] – Les engrenages et les trains des engrenages – Document pédagogique - B.Vauban. 2006, pp1, 6-7
- [26] construction mécanique / Engrenages / Lycée Technique Amadou Bamba C.M Terminales T et S<sub>3</sub>
- [27] Osman, T., Velez, Ph., “Static and dynamic simulations of mild abrasive wear in wide-faced spur and helical gears”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 45, p. 911-924, 2010.
- [28] Stewart, R.M. The specification and development of a standard gearbox monitoring. 2nd International Conference on Vibration in Rotating Machines,

Cambridge, 1980, p. 353-358.

[29] Sidahmed, M., Garnier, C. Détection de défauts dans les engrenages. CETIM information, 1991, n° 124, p. 71-74.

[30] Höhn, B.R., Michaelis, K. Influence of oil temperature on gear failures. Tribology International, 2004, Vol. 37, p. 103–109.

[31] Osman, T., “Simulation de l’usure et d’avaries sur des dentures d’engrenages cylindriques - Influence sur le comportement statique et dynamique de transmissions par engrenages”, Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 225 p, 2012.

[32] Archard, J.F. “Contact and rubbing of flat surfaces”. Journal of Applied Physics, Vol. 24, p. 981-988, 1953

[33] Walton, D., Goodwin, A.J. The wear of unlubricated metallic spur gears. Wear, 1998, Vol. 222, p. 103-113.

[34] İmrek, H., Düzcükoğlu, H. Relation between wear and tooth width modification in spur gears. Wear, 2007, Vol. 262, p. 390-394.

[35] Dhanasekaran, S., Gnanamoorthy, R. Gear tooth wear in sintered spur gears under dry running conditions. Wear, 2008, Vol. 265, p. 81-87.

[36] Bard, C. Modélisation du comportement dynamique des transmissions par engrenages. Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, N°95 ISAL 0031, 1995, 295p.

[37] Vexlex, P. Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages à axes parallèles. Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, N° 88 ISAL 0032, 1988, 188 p.

[38] Maatar, M., “Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages simple étage. Influence des écarts de forme et des défauts de montage”. Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. N°95 ISAL 0028. 192 p, 1995.

[39] Hamrock, B.J., Dowson, D. Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts, Part I: Theoretical formulation. ASME, Journal of Lubrication Technology, 1976, Vol. 98, p. 223-229.

[40] Stewart, R.M. The specification and development of a standard gearbox monitoring. 2nd International Conference on Vibration in Rotating Machines, Cambridge, 1980, p. 353-358.

[41] Thèse présentée devant l'école centrale de Lyon pour obtenir le grade de docteur par Rafic MERHEJ Année 2008

[42] Optimisation des corrections de forme dans les engrenages droits et hélicoïdaux Présentée devant l'institut national des sciences appliquées de Lyon Et L'école nationale d'ingénieurs de Sfax Pour obtenir Le grade de docteur par M. Dhafer GHRIBI Année 2013.