

LA TECHNIQUE INFORMATIQUE

Tome 2

Algo^rithmes numériques et non numériques

H. BESTOUGEFF

C. GUILPIN M. JACQUES



MASSON



LA TECHNIQUE INFORMATIQUE

TOME II

ALGORITHMES NUMÉRIQUES ET NON NUMÉRIQUES

par

Hélène BESTOUGEFF

Maître de Conférences
à l'Université de Paris VII



Christian GUILPIN

et

Michel JACQUES

Maître-Assistant
à l'Université de Paris VII

Maître-Assistant
à l'Université de Paris VII

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, PARIS, VI^e

1975

TABLE DES MATIÈRES DU TOME II

Pages

Avant-propos

CHAPITRE IV. — <i>Algorithmes non numériques</i>	1
1. — <i>Généralités</i>	1
Exercices	3
Eléments de réponses	4
2. — <i>Tri interne</i>	5
2.1. — Méthode par sélection d'éléments.	5
2.2. — Méthode par échanges : "Bubble sort"	9
2.3. — Méthode par sélection de place : "Quicksort"	10
2.4. — Méthode par distributions.	15
2.4.1. — Exposé de l'algorithme classique.	16
2.4.2. — Données chaînées	16
2.4.3. — Utilisation des données chaînées dans le tri par distribution .	18
2.5. — Méthode de tri par arbre binaire	20
2.6. — Exercices	27
Eléments de réponses	29
3. — <i>Tri externe</i>	33
3.1. — Généralités sur les enregistrements bandes	33
3.2. — Ecriture et lecture des bandes en basic Fortran IV	34
3.2.1. — Ecriture des données.	34
3.2.2. — Lecture des données	35
3.3. — Tri polyphasé	35
3.3.1. — Description de l'algorithme sur un exemple	35
3.3.2. — Calcul des nombres parfaits de sous-fichiers.	37
3.3.3. — Cas où le nombre d'éléments est différent d'un nombre par-	
fait.	40
3.4. — Exercices	41
Eléments de réponses	41
4. — <i>Problèmes de mise à jour et comparaison succincte des méthodes de tri</i>	
<i>présentées</i>	43
4.1. — Adjunction d'enregistrements	43
4.1.1. — Méthode par fusion	43
4.1.2. — Méthode par insertion	45

	Pages
4.2. — Suppression d'enregistrements	47
4.3. — Recherche d'enregistrements dans un fichier non ordonné	47
4.4. — Comparaison succincte des méthodes de tri présentées	51
4.5. — Exercices	52
Eléments de réponses	53
5. — <i>Introduction des graphes par l'analyse d'un exemple</i>	54
Exercices	58
Eléments de réponses	58
6. — <i>Définitions générales</i>	59
6.1. — Définition d'un graphe	59
6.2. — Chemins d'un graphe	61
6.3. — Définitions de quelques graphes particuliers	63
6.3.1. — Graphe réflexif	63
6.3.2. — Graphe symétrique	63
6.3.3. — Graphe antisymétrique	64
6.3.4. — Graphe transitif	64
6.3.5. — Graphe complet	64
6.4. — Définitions sur un graphe non orienté	65
6.5. — Exercices	66
Eléments de réponses	68
7. — <i>Algorithmes de cheminement dans un graphe</i>	69
7.1. — Représentation des graphes sous forme de tables	69
7.1.1. — Dictionnaire d'un graphe	69
7.1.2. — Matrice associée au graphe	70
7.2. — Recherche de chemins existants	72
7.2.1. — Méthode par opérations booléennes sur les matrices	72
1° Addition booléenne des matrices	72
2° Multiplication booléenne des matrices	73
3° Recherche de chemins	73
7.2.2. — Méthode par recherche de la fermeture transitive de la relation du graphe	75
7.2.3. — Détection de circuits	76
7.3. — Nombre de chemins	77
7.4. — Énumération des chemins	79
7.4.1. — Méthode par pseudo-concaténation	79
7.4.2. — Méthode utilisant une pile	84
7.5. — Recherche de chemins satisfaisant à certaines conditions	87
7.5.1. — Chemins de longueur fixée	87
7.5.2. — Chemins d'extrémités données	87
7.5.3. — Chemins hamiltoniens	88
7.6. — Exercices	92
Eléments de réponses	96
8. — <i>Graphes particuliers</i>	99
8.1. — Graphes sans circuit	99
8.1.1. — Décomposition d'un graphe en niveaux	99
8.1.2. — Algorithme pour la détermination des niveaux d'un graphe sans circuit	99

	Pages
8.1.3. — Fonction de Grundy	99
8.1.4. — Illustration des fonctions de Grundy : Jeux de Nim	101
8.2. — Arbres et arborescences	104
8.2.1. — Cycles et chaînes dans les graphes.	104
8.2.2. — Arborescences	107
1° Définition	107
2° Représentation des arborescences en machine	108
3° Ordres associés à une arborescence.	109
4° Arborescence partielle d'un graphe.	111
8.2.3. — Arbres	111
1° Définition	111
2° Arbre partiel d'un graphe.	112
8.3. — Graphes planaires	112
8.3.1. — Définitions.	112
8.3.2. — Construction d'une représentation planaire topologique d'un graphe.	113
1° Définition	113
2° Algorithme	114
8.4. — Exercices	116
9. — Graphes valués.	118
9.1. — Définitions.	118
9.2. — Recherche d'un chemin extremum	119
9.2.1. — Longueur d'un chemin sur un graphe valué	119
9.2.2. — Recherche d'un chemin minimum entre deux sommets	119
1° Algorithme de Ford	119
2° Algorithme de Dantzig	122
9.3. — Réseau de transport. Flot sur un graphe	125
9.4. — Problème d'ordonnancement	129
9.5. — Exercices	134
10. — Généralités sur le problème de l'optimisation	139
10.1. — Présentation de l'exemple.	139
10.2. — Formulation sous la forme d'un programme linéaire.	140
10.3. — Procédures d'exploration	141
10.3.1. — Procédure par séparation et évaluation (Branch and bound method)	141
10.4. — Méthode heuristique.	142
Bibliographie	143
CHAPITRE V. — Algorithmes numériques	145
1. — Généralités. Erreurs	145
1.1. — Aperçu historique.	145
1.2. — Retour sur la notion d'algorithme	146
1.3. — Troncature d'un nombre	148
1.4. — Les incertitudes. Les erreurs.	149
1.4.1. — Les résultats d'expérience, incertitudes sur les données, causes des incertitudes	149

	Pages
1.4.2. — Estimation des incertitudes sur les données	151
1° Mesure directe d'une grandeur	151
2° Mesure indirecte d'une grandeur	151
1.4.3. — Erreurs liées à l'exécution des calculs	152
1° Les erreurs de troncature	152
2° Les erreurs d'arrondi	154
3° Propagation de l'erreur	154
4° Danger lié à la soustraction	157
1.4.4. — Les erreurs de méthode	158
1.5. — Généralités sur les méthodes itératives	159
1.6. — Calcul des séries. Tables	162
1.6.1. — Calcul des séries infinies dans le cas général	162
1.6.2. — Etablissement de tables	164
1.7. — Problèmes	164
1.7.1. — Table de profondeur de champ d'un objectif photographique normal et table de modification du temps d'exposition	164
1.7.2. — Calcul de la capacité de deux sphères	168
1.7.3. — Tabulation des polynômes de Tchébycheff	169
1.7.4. — Calcul des longueurs d'onde des raies d'émission de l'atome de l'hydrogène	170
1.7.5. — Calcul des fréquences de la gamme	170
1.7.6. — Dresser une table de décibels	170
1.7.7. — Effet Doppler relativiste	171
2. — <i>Résolution approchée des équations numériques à coefficients réels</i>	171
2.1. — Approximation par la méthode de Newton	172
2.2. — Méthode des parties proportionnelles et de Newton	175
2.3. — Application de ces deux méthodes	175
2.4. — Méthode par itération ou par approximations successives	177
2.5. — Résolution d'un système non linéaire de deux équations à deux inconnues dans le champ réel, généralisation de la méthode de Newton	181
2.6. — Le problème des deux échelles croisées	182
2.7. — Etude des équations algébriques, méthode de Bairstow	185
2.8. — Problèmes	190
2.8.1. — Problème du claquage d'un diélectrique	190
2.8.2. — L'oscillateur amorti	193
3. — <i>L'interpolation et ses application</i>	194
3.1. — Interpolation par un polynôme	195
3.1.1. — Relation de Lagrange	195
3.1.2. — Evaluation de l'erreur lorsque $f(x)$ est connue analytiquement	196
3.1.3. — Comment diminuer l'erreur ?	197
3.1.4. — Application du polynôme de Lagrange	198
3.1.5. — Résolution d'un système linéaire	201
3.1.6. — Calcul des coefficients du polynôme de Lagrange	203
3.2. — Applications du polynôme de Lagrange	206
3.2.1. — Intégration	206
3.2.2. — Différentiation	207

	Pages
3.3. — Approximation par une combinaison linéaire de fonctions. Critère des moindres carrés	207
3.4. — Problèmes.....	211
3.4.1. — Résolution de systèmes linéaires surdéterminés par la méthode des moindres carrés	211
3.4.2. — Tabulation d'une fonction de Bessel	215
3.4.3. — Calcul des résidus	215
4. — Calcul approché des intégrales simples	215
4.1. — Méthode des trapèzes	217
4.2. — Méthode de Simpson	218
4.3. — Application des deux méthodes au calcul de l'intégrale de Gauss ...	220
4.4. — Existe-t-il un partage optimum permettant d'obtenir une erreur minimum ?	222
4.5. — Cas où le domaine d'intégration est infini	223
4.5.1. — Comparaison de l'intégrale avec une série numérique convergente	223
4.5.2. — Changement de variable.....	
4.6. — Problèmes.....	226
4.6.1. — Etude des chaleurs spécifiques selon Debye	226
4.6.2. — Etude d'une alimentation en courant continu	228
1° Détermination de la bande coupée.....	228
2° Spectre de Fourier du signal	230
4.6.3. — Intégration par la méthode de Gauss-Legendre.....	232
4.6.4. — Résolution d'une équation de Volterra.....	234
5. — Résolution approchée des équations différentielles et des systèmes d'équations différentielles dans le champ réel.....	236
5.1. — Résolution approchée des équations différentielles du premier ordre.....	237
5.1.1. — Méthode de Picard.....	238
5.1.2. — Méthode de la série de Taylor	239
5.1.3. — Méthode de Runge	240
5.1.4. — Application de ces trois méthodes	241
5.2. — Résolution d'un système de deux équations différentielles.....	244
5.2.1. — Méthode de Picard.....	245
5.2.2. — Méthode des séries de Taylor	245
5.2.3. — Méthode de Runge.....	246
5.3. — Système d'équations différentielles du premier ordre	246
5.4. — Application à la résolution approchée de l'équation du pendule simple.....	247
5.5. — Stabilité des solutions. Conditions aux limites.....	247
5.5.1. — Stabilité des solutions	247
5.5.2. — Conditions aux limites	249
5.6. — Problèmes.....	249
5.6.1. — Etude d'un système électro-mécanique dépendant d'une équation de Mathieu.....	249
5.6.2. — Etude du pendule de longueur variable. Equation de Bessel... ..	251
5.6.3. — Problème de poursuite	252

	Pages
6. — <i>Résolution approchée des équations aux dérivées partielles du second ordre dans le champ réel</i>	253
6.1. — Généralités	254
6.1.1. — Les conditions aux limites.	254
6.1.2. — L'opérateur de différence en coordonnées cartésiennes dans un repère orthonormé	255
6.1.3. — Expression du laplacien en fonction de l'opérateur de différence dans un repère cartésien orthonormé.	257
6.1.4. — Expressions du laplacien en fonction de l'opérateur de différence en coordonnées sphériques et cylindriques	258
6.1.5. — Valeur de l'opérateur de différence sur les bords du domaine.	259
6.2. — Résolution approchée de l'équation de Laplace et de l'équation de Poisson (Equation du type elliptique)	261
6.2.1. — Exemple d'un problème obéissant à une équation de Poisson.	261
6.2.2. — Conduite du calcul pour obtenir une résolution approchée de l'équation de Poisson ou de Laplace en coordonnées cartésiennes	262
6.2.3. — Application de la méthode de Gauss à la recherche des équipotentielles dans une lampe triode. Etude électrostatique	263
6.3. — Résolution approchée de l'équation de la chaleur (équation du type parabolique)	264
6.3.1. — L'équation de la chaleur	266
6.3.2. — Maillage pour une coordonnée d'espace et la coordonnée de temps.	267
6.3.3. — Conduite du calcul pour obtenir la résolution approchée de l'équation de diffusion	268
6.3.4. — Etude du refroidissement d'une plaque homogène	268
6.4. — Résolution approchée de l'équation de propagation (type hyperbolique).	270
6.4.1. — Exemple de problème de propagation	270
6.4.2. — Conduite du calcul pour obtenir la résolution approchée de l'équation de propagation	271
6.4.3. — Profil d'une corde vibrante	271
6.5. — Problèmes.	272
6.5.1. — Isothermes d'un réfrigérateur, résolution dans le plan	272
6.5.2. — Refroidissement d'une sphère	274
6.5.3. — Cas d'une source de chaleur	274
7. — <i>Eléments de calcul matriciel</i>	275
7.1. — Calcul d'un déterminant	275
7.2. — Produit de deux matrices.	277
7.3. — Inversion d'une matrice carrée d'ordre n	277
7.4. — Calcul des valeurs propres d'une matrice carrée d'ordre n à coefficients réels	279
7.4.1. — Relations de Newton.	282
7.4.2. — Méthode de Le Verrier	282
7.4.3. — Application de la méthode de Le Verrier.	284
7.5. — Application utilisant l'ensemble des sous-programmes.	286
7.6. — Problèmes.	289

	Pages
7.6.1. — Valeurs propres d'une matrice à coefficients réels	289
7.6.2. — Calcul d'un déterminant en nombres entiers.	289
7.6.3. — Méthode du pivot. Cas des petites valeurs des pivots	290
7.6.4. — Calcul approché de la capacité et des coefficients d'influence de petites sphères	290
7.6.5. — Modes de vibrations d'un système mécanique : modèle d'une molécule linéaire triatomique	293
7.6.6. — Calcul des valeurs propres par la méthode de Krylov	294
7.6.7. — Inversion d'une matrice par une méthode itérative	295
7.6.8. — Matrice de transfert de quadripôles	296
8. — Notions élémentaires sur les méthodes de Monte-Carlo	299
8.1. — Calcul de π par une méthode de Monte-Carlo	299
8.2. — Exemple de génération de nombres pseudo-aléatoires à distribution rectangulaire	300
8.2.1. — Test de pile ou face	301
8.2.2. — Distribution rectangulaire des nombres	301
8.3. — Calcul d'une intégrale définie par une méthode de Monte-Carlo	301
8.3.1. — Application	303
8.4. — Intégration de l'équation de Laplace à deux dimensions	303
8.4.1. — Application	305
8.5. — Quelques notions sur les probabilités	305
8.5.1. — Notion de variable aléatoire. Fonction de répartition	306
8.5.2. — La distribution rectangulaire	307
8.5.3. — La distribution normale	308
8.6. — Problèmes	309
8.6.1. — Calcul d'une intégrale simple	309
8.6.2. — Distribution non rectangulaire de nombres	309
8.6.3. — Calcul d'une intégrale simple	309
8.6.4. — Calcul d'une intégrale de Gauss	310
8.6.5. — Inversion d'une matrice	310
8.6.6. — Calcul d'une intégrale multiple	311
9. — Conclusions sur le chapitre V	315
<i>Bibliographie</i>	315
<i>Index du chapitre IV</i>	317
<i>Index du chapitre V</i>	319