

ملخص

تحديد إحداثيات الجهاز المستقبل لإشارات القمر الصناعي عن طريق قياسات المسافات الغير حقيقية هو أسلوب الموقع النموذجي لمستخدمي نظام الموقع الإجمالي. المعادلات التي تتحكم في العلاقة بين المسافات الغير حقيقية و وضعية الجهاز المستقبل ليست بالخطية و هناك عدة تقنيات لحل هذه المعادلات . في عملنا هذا المتواضع سوف نتطرق إلى حل هذه المعادلات بطريقتين هما : طريقة المربعات الصغرى (moindres carrés) و طريقة مرشح كالمان (filtre de Kalman). هذه الطرق سوف نستعملها لإعادة إرجاع مسار المتحرك بثلاثة أبعاد.

Résumé:

La détermination des coordonnées d'un récepteur à partir des mesures de pseudo-distances est le mode de positionnement standard des utilisateurs du système de positionnement global GPS. Les équations décrivant la relation entre les pseudo-distances et la position récepteur sont non linéaires, pour les résoudre plusieurs techniques ont été proposées en littérature. Dans ce travail, nous allons résoudre ces équations par différentes méthodes : moindres carrés, moindres carrés pondérés et filtrage de Kalman. Ces méthodes seront utilisées pour la restitution de trajectoires en trois dimensions.

Abstract:

The determination of the coordinates of a receiver position from measurement of pseudo-ranges to satellites is the standard mode of positioning for users of the global positioning system. The equations relating the pseudo-ranges and the receiver coordinates are non-linear and a several different solutions have been described in the literature. In this work, we will resolve these non linear equations with different methods: least square, weighted least square and Kalman filtering, than we expand these methods to three dimension trajectory reconstitution.

Table des matières

Introduction.....	10
Chapitre I : systèmes de navigation par satellite	
I-1/ Introduction	11
I-2/ Principe d'un système de navigation par satellite.....	11
I-3 / Evolution de la navigation par satellite.....	12
I-3-1/ Fondations De Navigation.....	12
I-4/ Systèmes de coordonnées	15
I-4-1/ Terre centrée inertiel (ECI).....	17
I-4-2/ Le système de coordonnées ECEF (Earth Centred Earth Fixed).....	19
I-4-3/ Système géodésique Mondial. 1984 (WGS-84).....	20
I-5/ Formulation de l'équation d'observation.....	21
I-5-1/ principe de triangulation.....	21
I-6 / Diminution de la précision.....	26
I-7/ les différents signaux	28
I-7-1/ le signal GPS.....	28
I-7-2/ le signal Glonass.....	30
I-7-3/ le signal GALILEO.....	31
Conclusion.....	32
Chapitre II : Etude descriptive d'un fichier RINEX.	
Introduction.....	33
II-1/ Calcul de la position des satellites.....	33
II-1-1/ Description de Kepler d'un orbite.....	33
II-1-2/ les données d'éphémérides.....	36
II-1-3/ Calcul de la position à partir des éphémérides.....	37
II-1-4/ Les erreurs GPS.....	38
II-2/ Généralité sur le format RINEX.....	39
II-2-1/ Le format RINEX.....	39
II-2-2/ Le fichier d'observation.....	40
II-3/ les éphémérides.....	43
II-3-1/ Définition des éphémérides.....	43
II-3-2/ Les informations des éphémérides.....	44
II-4/ le fichier de navigation.....	45
II-5/ Exploitation du format RINEX.....	48
II-5-1/ Exploitation d'un fichier RINEX de navigation.....	49
II-5-2 /Exploitation d'un fichier RINEX d'observation.....	50
Conclusion.....	52
Chapitre III : Développement des méthodes MLS et FK	
Introduction.....	53
III-2/ Le filtrage de kalman.....	53
III-3 / Utilisation du filtre kalman.....	55
III-4 / Moindres carrés.....	55
III-5 / Linéarisation de l'équation d'observation	55
III-6/ Résolution de la position par la méthode des moindres carrés	58

III-7/ Modèle du filtre de KALMAN	60
III-7-1 / Algorithme de filtre de KALMAN	61
III-7-2/ Le filtre de KALMAN applique au GPS	62
III-7-3 / Equation d'état	63
III-7-4/ Equation d'observation	63
III-7-5/ Evolution du filtrage.....	63
III-8/ explication des méthodes de résolution de position	66
III-8-1/ explication de la résolution de la position par la méthode des moindres carrées.....	66
III-8-2/ explication de la résolution de la position à l'aide d'un filtre continué discret de Kalman.....	67
III-9/ travaille cherché	68
III-9-1/ détermination des équations.....	68
III-9-2/ résolution de la position par la méthode des moindres carrées.....	68
III-9-3 résolution de la position par filtrage de Kalman étendu discret.....	71
Conclusion.....	73
Chapitre IV : résultats et simulations	
Introduction	74
VI-2 / calcul de la position de satellite.....	75
IV-3 / Analyse des erreurs d'estimation au cours du temps.....	76
A) Estimation des moindres carrées	76
A-1) Cas d'une trajectoire rectiligne.....	76
A-2) Cas d'une trajectoire elliptique	78
B) Estimation des moindres carrées pondérés	81
B-1) Cas d'une trajectoire rectiligne.....	81
B-2) Cas d'une trajectoire elliptique	83
C) Estimation de filtre de Kalman	86
C-1) Cas d'une trajectoire rectiligne.....	86
C-2) Cas d'une trajectoire elliptique	88
Conclusion	93
Conclusion générale	
Annexes	
Bibliographie	

Liste des figures

Chapitre I : systèmes de navigation par satellites.

Figure (I-1) : Coordonnées Cartésiennes et ellipsoïde ou géodésiques.....	16
Figure (I-2) : ECI) coordonnées du système.....	18
Figure (I-3) : Système de coordonné ECEF.....	19
Figure (I-4) : WGS-84 coordonnent le système.....	21
Figure (I-5) : Positionnement du récepteur GPS avec un satellite.....	22
Figure (I-6) : Positionnement du récepteur GPS avec deux satellites.....	22
Figure (I-7) : Positionnement du récepteur GPS avec trois satellites	20
Figure (I-8) : Configuration de l'utilisateur-satellite.....	23
Figure (I-9) : Synchronisation dans la mesure de la distance.....	24
Figure (I-10) : GDOP très grand et une position imprécise	25
Figure (I-11) : Un bon GDOP et une position précise	27
Figure (I-12) : Spectre du signal GPS.....	29
Figure (I-12) : Spectre du signal Galileo.....	32

Chapitre II : Etude descriptive d'un fichier RINEX.

Figure (II-1) : Orbite d'un satellite	33
Figure (II-2) : orientation de l'orbite	34
Figure (II-3) : orbite du satellite et les paramètres de Kepler dans le ECEF	35
Figure (II-4) : Le plan orbital	36
Figure (II-5) : l'en-tête d'un fichier d'observation	41
Figure (II-6) : fichier RINEX de navigation.....	46
Figure (II-7) : format RINEX V2.6.....	48
Figure (II-8) : RINEX de navigation	49
Figure (II-9) : fichier d'observation.....	51
Figure II-10 : La position des qui sont en visibilité	52

Chapitre III : développement des méthodes MLS et FK

Figure (III-1) : Schématisation du filtre de kalman	54
Figure (III-2) : Le couplage lâche GPS/INS.....	54
Figure (III-3) : Le couplage serré	55
Figure (III-4) : positionnement d'un récepteur par satellites.....	65

Chapitre VI : résultats et simulation.

Figure (IV-1) : Les satellites utilisés.....	75
1) Pour les moindres carrés	
1-1) Cas d'une trajectoire rectiligne	
Figure (IV-2) : erreur estimation X.....	75
Figure (IV-3) : erreur estimation Y.....	76
Figure (IV-4) : erreur estimation Z.....	76
Figure (IV-5) : erreur estimation B.....	77

Figure (IV-6) : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée.....	78
1-2) Cas d'une trajectoire elliptique	
Figure (IV-7) : erreur estimation X.....	78
Figure (IV-8) : erreur estimation Y.....	79
Figure (IV-9) : erreur estimation Z.....	79
Figure (IV-10) : erreur estimation B.....	80
Figure (IV-11) : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée.....	80
2) Pour les moindres carrés pondérés	
2-1) Cas d'une trajectoire rectiligne	
Figure (IV-12) : erreur estimation X.....	81
Figure (IV-13) : erreur estimation Y.....	81
Figure (IV-14) : erreur estimation Z.....	82
Figure (IV-15) : erreur estimation B.....	82
Figure (IV-16) : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée.....	83
2-2) Cas d'une trajectoire elliptique	
Figure (IV-17) : erreur estimation X.....	83
Figure (IV-18) : erreur estimation Y.....	84
Figure (IV-19) : erreur estimation Z.....	84
Figure (IV-20) : erreur estimation B.....	85
Figure (IV-21) : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée.....	85
3) Pour le filtre de Kalman	
3-1) Cas d'une trajectoire rectiligne	
Figure (IV-12) : erreur estimation X.....	86
Figure (IV-13) : erreur estimation Y.....	86
Figure (IV-14) : erreur estimation Z.....	87
Figure (IV-15) : erreur estimation B.....	87
Figure (IV-16) : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée.....	88
3-2) Cas d'une trajectoire elliptique	
Figure (IV-17) : erreur estimation X.....	88
Figure (IV-18) : erreur estimation Y.....	89
Figure (IV-19) : erreur estimation Z.....	89
Figure (IV-20) : erreur estimation B.....	90
Figure (IV-21) : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée.....	90

Liste des tableaux

Chapitre I : systèmes de navigation par satellite

Tableau I-1: Le paramètre Z.....	30
----------------------------------	----

Chapitre II : Etude descriptive d'un fichier RINEX.

Tableau II-1 : Description des paramètres de Kepler.....	34
Tableau II-2 : quelques paramètres d'éphémérides.....	37
Tableau II-3 : les données de l'éphéméride.....	44
Tableau II-4 : coefficient de correction de l'éphéméride.....	45
Tableau II-5 : paramètres en détail d'un fichier de navigation.....	47

Chapitre IV : résultats et simulation

Table IV-1 : erreur d'estimation par rapport au bruit.....	92
Table IV-2 : comparaison des moindres carrés et filtre de Kalman.....	93

Liste des abréviations

C/A : coarse/Acquisition * Code d'acquisition dit grossier permettant de moduler la porteuse L1 destinée aux récepteurs GPS civils.

ECEF : Earth-Centered, Earth-Fixed * Positionnement en trois dimensions dont l'origine des trois axes est le centre de la terre.

ECI : earth-centred inertiel * terre centrée inertielle

FK : filtre de Kalman.

GALILEO : Projet permettant de fournir à l'Europe une autonomie totale en matière de positionnement.

GDOP : Geometry Dilution of Precision * Diminution de la précision d'origine géométrique.

GLONASS : Global Navigation Satellite System * Système de navigation par satellites russe équivalent au système GPS américain.

GPS : Global Positioning System * Système de positionnement global.

HDOP : Horizontal Dilution of Precision * Diminution de la précision horizontale.

IGS : international geodetic system le service international de GPS pour la géodynamique

MATLAB : matrix laboratory

MLS : mean least square * moindres carrés

P-code : Precise Code * Code de précision du PPS destiné aux militaires américains et à leurs alliés.

PDOP : Position Dilution of Precision * Diminution de la précision de la position.

PPS : Precise Positioning Service.

PRN : Pseudo Random Noise * Code pseudo-aléatoire permettant d'identifier le signal émis par chaque satellite.

RINEX : Receiver Independent Exchange * Format d'échange indépendant du récepteur.

SP : positionnement standard

SPS : Standard Positioning Service * Service de positionnement dégradé fourni aux civils par le GPS.

TDOP : Time Dilution of Precision * Diminution de la précision de l'heure.

TOA : heure d'arrivée

USNO : Observatoire Naval (USA).

UTC : Universal Time Coordinated * Temps universel coordonné.

UTM Universal Transverse Mercator * Projection transversale de Mercator utilisée en cartographie.

VDOP : Vertical Dilution of Precision * Diminution de la précision verticale.

Introduction générale

La navigation par satellite est une technique de navigation qui permet de définir la position d'un mobile (terrestre, aérien ou maritime) à l'aide d'un équipement électronique captant le signal de satellites

On utilise en général le GPS, mais d'autres systèmes de positionnement existent ou vont apparaître, tel que Galileo.

Le GPS ouvre la voie à des applications nécessitant une précision jusqu'alors très difficile ou impossible à atteindre, notamment pour le guidage de véhicules, les mesures de courants marins ou aériens, la surveillance de plaques tectoniques ou l'exploration géophysique. L'exploitation civile du GPS offre des améliorations notables en matière de sécurité et d'efficacité dans le transport et le commerce.

L'objectif recherché à travers ce travail est le développement d'une Méthodologie de détermination des coordonnées d'un récepteur, sa trajectoire, ainsi que les différentes informations sur la précision et la disponibilité de système GPS, à partir des données RINEX d'observation et de navigation. Ce travail comprend quatre chapitres principaux :

Les systèmes de navigation par satellite sont exposés dans le premier chapitre, on trouve, entre autre, des descriptions générales sur le système de navigation par satellite et le principe générale de ce système.

Dans le deuxième chapitre une présentation du format RINEX est présentée, ainsi que les différentes technique utilisées pour l'exploitation des données de type observation et navigation pour déterminer la position de satellite sur son orbite.

Dans le troisième chapitre, une description détaillée de méthodes de résolution de l'équation d'observation permettant de calculer la position du récepteur, et la correction de sa trajectoire, ces méthodes sont les '**moindres carrées**' puis le '**filtre de KALMAN**'.

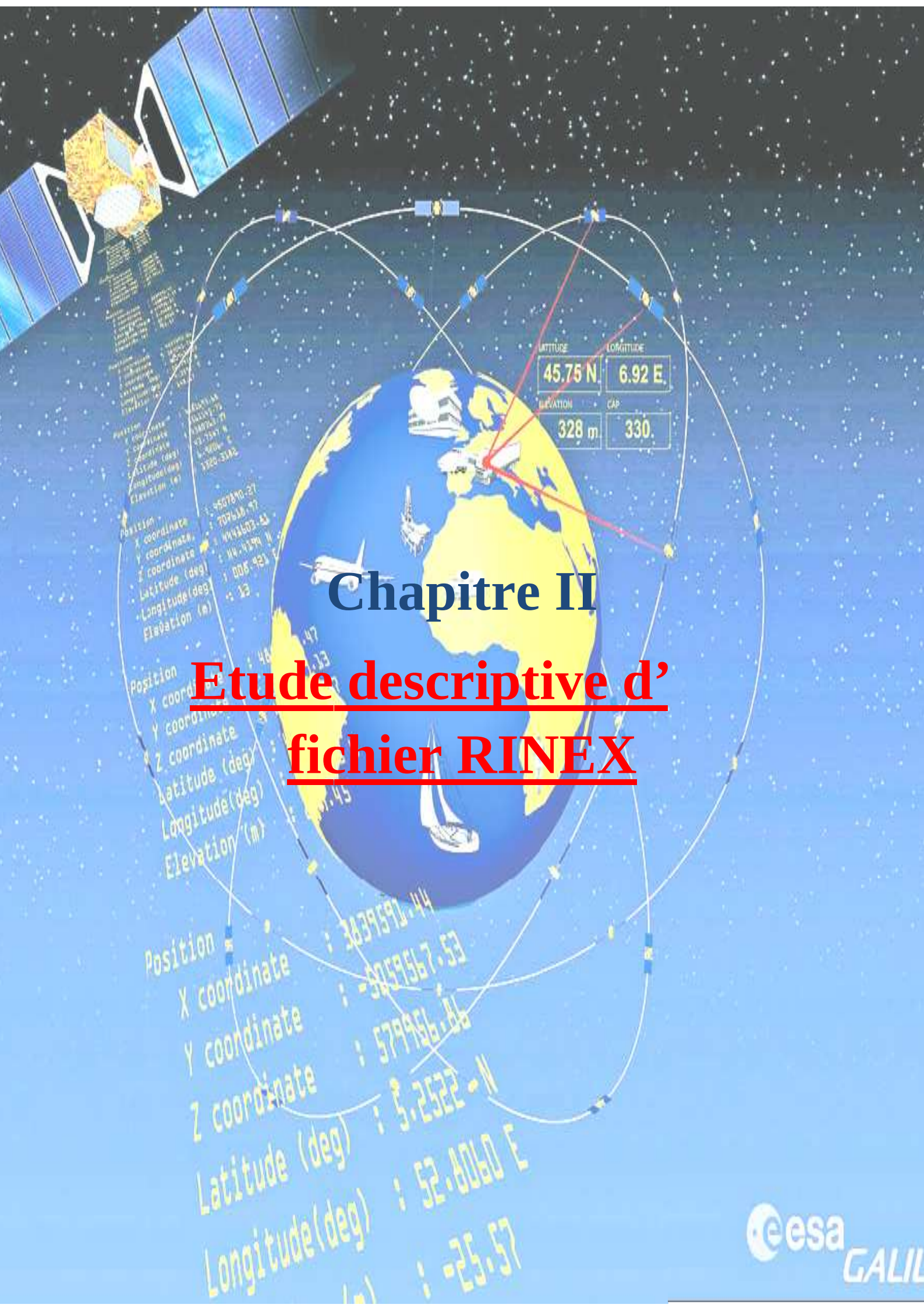
Enfin, dans le dernier chapitre, on s'intéresse à l'étude et analyse des résultats obtenus accompagnés de plusieurs simulations graphiques constituant notre logiciel nommé 'MATLAB'.

Et en fin, on terminera notre travail par une conclusion générale.

A photograph of a satellite in orbit above the Earth. The satellite has a yellow cylindrical body, a large rectangular solar panel array, and a smaller antenna-like structure. The Earth's blue and white surface is visible in the lower half of the frame.

Chapitre 1

Systemes de navigation par satellite



LATITUDE	LONGITUDE
45.75 N	6.92 E
ELEVATION	CAP
328 m	330.

Position
X coordinate : 481111.47
Y coordinate : 113111.13
Z coordinate : 461111.45
Latitude (deg) : 48.1111
Longitude (deg) : 11.1311
Elevation (m) : 461111.45

Position
X coordinate : 707636.17
Y coordinate : 4441502.11
Z coordinate : 4441191.11
Latitude (deg) : 006.421
Longitude (deg) : 13.1111
Elevation (m) : 4441191.11

Position : 3839591.44
X coordinate : -5059567.53
Y coordinate : 579956.86
Z coordinate : 5.2522 -11
Latitude (deg) : 52.8060 E
Longitude (deg) : -25.57

Chapitre II

Etude descriptive d' fichier RINEX

ERROR: ioerror
OFFENDING COMMAND: image

STACK:

A/ Message du satellite :

A-1/ Format du message de navigation :

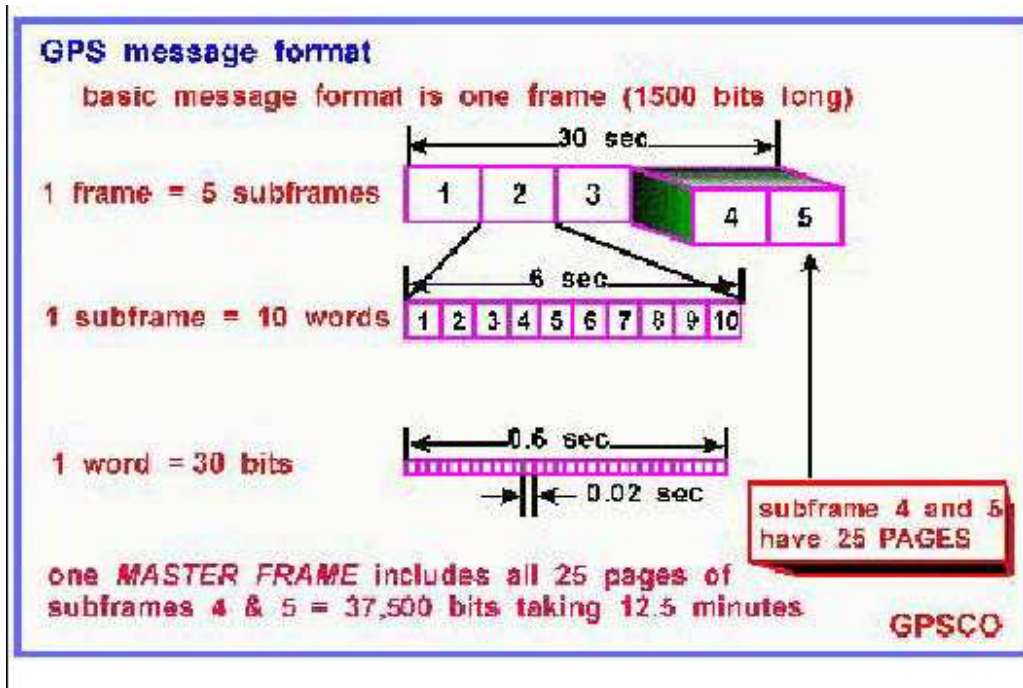


Figure A-11: Format du message de navigation.

Le message de navigation est composé de trames de 1500 bits. Chaque trame dure 30 secondes du fait du débit de 50 bps. Chaque trame contient 5 sous trames de 10 mots de 30bits. Les sous trames 1 à 3 ont leur contenu qui ne change pas en général de trame à trame alors que les sous trames 4 à 5 contiennent des pages différentes à chaque trame.

La trame principale contient à son tour toutes les pages des sous trames 4 et 5 et consiste en

25 trames complètes. Le temps de transmission de la trame principale est de 12,5 minutes. Chaque bit a une durée de 20 ms. Dans ce laps de temps, le code C/A (1023 moments à 1.023MHz) est répété exactement 20 fois. Les 30 bits de chaque mot se décomposent en 24 bits d'information et de 5 bits de contrôle de parité.

A-2/ Contenu du message de navigation :

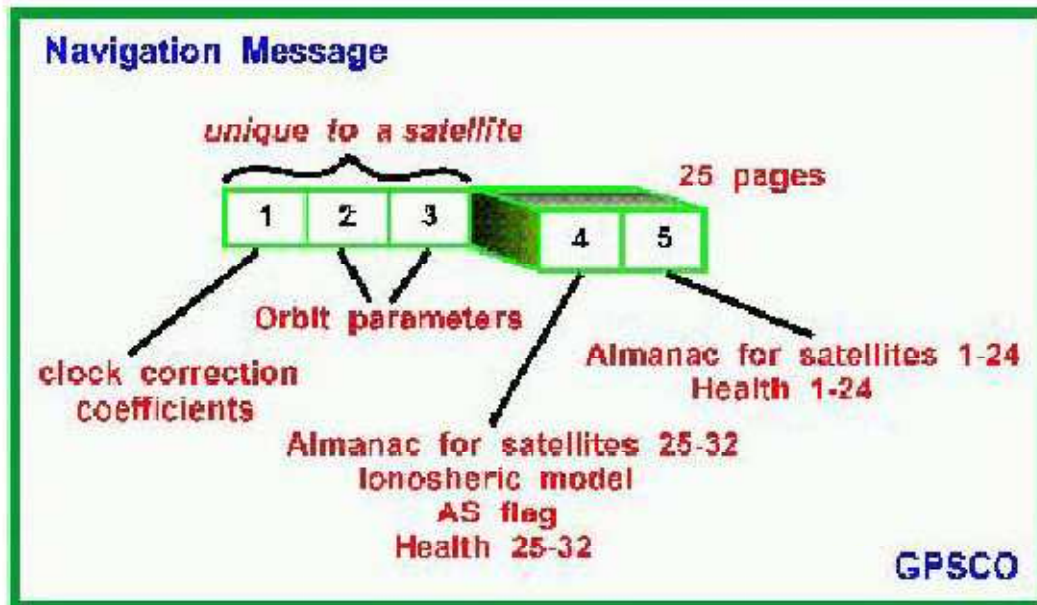


Figure A-2 : Contenu du message de navigation

La sous trame 1 contient les paramètres de correction d'horloge, différents indicateurs et l'âge des données. Les sous trames 2 et 3 contiennent les éphémérides du satellite transmettant le message. La sous trame 4 contient suivant les pages, les paramètres du modèle ionosphérique, les paramètres du passage du temps GPS au temps UTC, des indicateurs indiquant le cryptage éventuel du code P et si plus de 24 satellites sont en orbite. La sous trame 5 contient de la page 1 à 24 les almanachs de chaque satellite en orbite, la page 25 contient l'état de santé de ces 24 satellites.

Le message de navigation contient les informations suivantes :

- Une indication de temps, la semaine GPS et la date de synchronisation de l'horloge interne des récepteurs.
- les corrections d'horloge du satellite, qui permettent de convertir le temps satellite dans l'échelle de temps GPS à l'aide d'un polynôme d'ordre 2,
- les éphémérides du satellite.
- un modèle mondial d'ionosphère.
- la différence entre UTC et le temps GPS.

- les almanachs de l'ensemble des satellites opérationnels. Ces derniers sont des éphémérides et des corrections d'horloges dégradées. Les récepteurs les utilisent pour connaître approximativement la position des satellites dans le ciel, ce qui leur permet de les capter plus facilement et plus rapidement. Ils sont aussi utilisés par les logiciels pour les prédictions de passages de satellites en un lieu donné.

Les informations spécifiques à chaque satellite, comme les corrections d'horloge et les éphémérides des satellites, sont transmises en totalité toutes les 30 secondes sur une période de 18 secondes. Le message de navigation est, quant à lui, transmis dans sa totalité en 12 minutes et 30 secondes.

Les sous trames 4 et 5 décrivent, quant à elles, les almanachs (données relatifs à chaque satellite) de tous les satellites en orbite et leur état de santé. L'almanach permet de calculer approximativement la position d'un satellite, et de déterminer s'il est visible ou pas. De plus, il donne une idée grossière de la vitesse relative du satellite et ainsi de l'effet Doppler à prendre en compte pendant l'acquisition. La sous trame 4 contient également les coefficients du modèle ionosphérique, qui permet d'affiner le calcul de la distance satellite récepteur. Notons pour conclure que le segment de contrôle du système GPS (les stations fixes au sol qui supervisent les satellites) calcule et rafraîchit les éphémérides régulièrement (une fois par jour), et transmet les nouvelles informations aux satellites. Comme ces corrections ne sont pas rafraîchies simultanément, l'utilisateur a intérêt à utiliser les plus récentes (l'âge des données étant donné dans la sous trame 1).

Sous trame	1	2	3
Continu	N° du satellite. N° de semaine. Age des données. Précision, état de santé du satellite. Coefficients de correction de l'horloge.	Paramètres d'orbite (éphémérides)	Paramètres d'orbite (éphémérides)

Tableau A-1 : Contenu du sou trames.

Introduction :

Pour quoi un fichier RINEX ?

Comme on a vu dans le premier chapitre que la pseudo distance qui est égale :

$$P_i^k = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2} + c\Delta t + \text{les erreurs}$$

Pour connaître la position de récepteur, on doit premièrement calculer la position du satellite ; Et pour calculer la position du satellite, il faut calculer plusieurs paramètres, ces derniers, on peut les extraire à travers un fichier qui s'appelle RINEX.

II-1) Calcul de la position des satellites :

La position des satellites est nécessaire afin de déterminer la position du récepteur. Le calcul de cette position est basé sur les informations émises dans le message de navigation, que soit des éphémérides ou des almanachs et elles sont basées sur la modélisation de **Kepler**.

II-3-1/ Description de Kepler d'un orbite :

Les paramètres de Kepler décrivant le plan orbital d'un satellite dans l'espace, la figure (II-1) illustre l'orbite dans un référentiel ECEF qui est mieux adapté pour le GPS, tandis que le tableau (II-1) donne une représentation de ces paramètres.

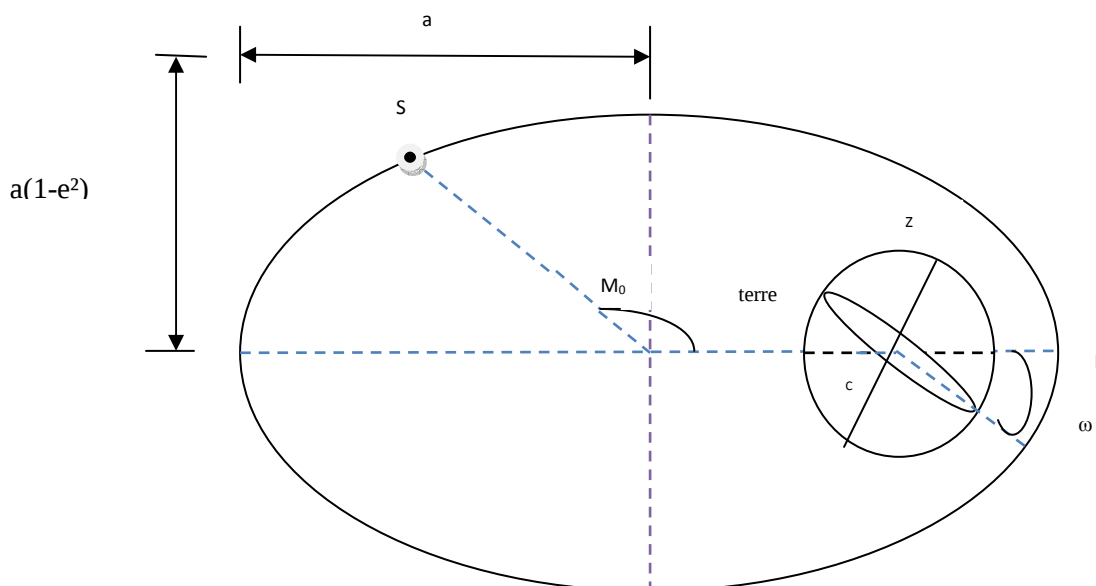


Figure II-1 : Orbite d'un satellite

variable	Nom	Description
i	Taux de variation de L'inclinaison	C'est l'angle entre le plan équatorial de la terre et le plan orbital du satellite.
Ω	Longitude du nœud ascendant	C'est l'angle entre l'axe X et le point d'intersection du plan orbital avec le plan équatorial.
ω	Argument du périégée (rad)	Le périégée est un point sur l'orbite qui est le plus proche de la terre. ω est l'angle entre ce point et l'ascending node dans le plan orbital
e	Excentricité de l'orbite.	C'est une mesure d'aplatissement de l'orbite, car si $e=0$, l'orbite est circulaire.
A	Demi grand-axe de l'ellipse.	C'est la distance entre le centre de la l'ellipse et le périégée.
n_0	Vitesse angulaire moyenne	C'est la vitesse angulaire moyenne d'un satellite qui donne une révolution autour de son orbite.
M_0	Anomalie moyenne	C'est l'angle entre le périégée et le satellite mesuré dans le plan orbital et par rapport au centre de l'ellipse.

Tableau II-1 : Description des paramètres de Kepler

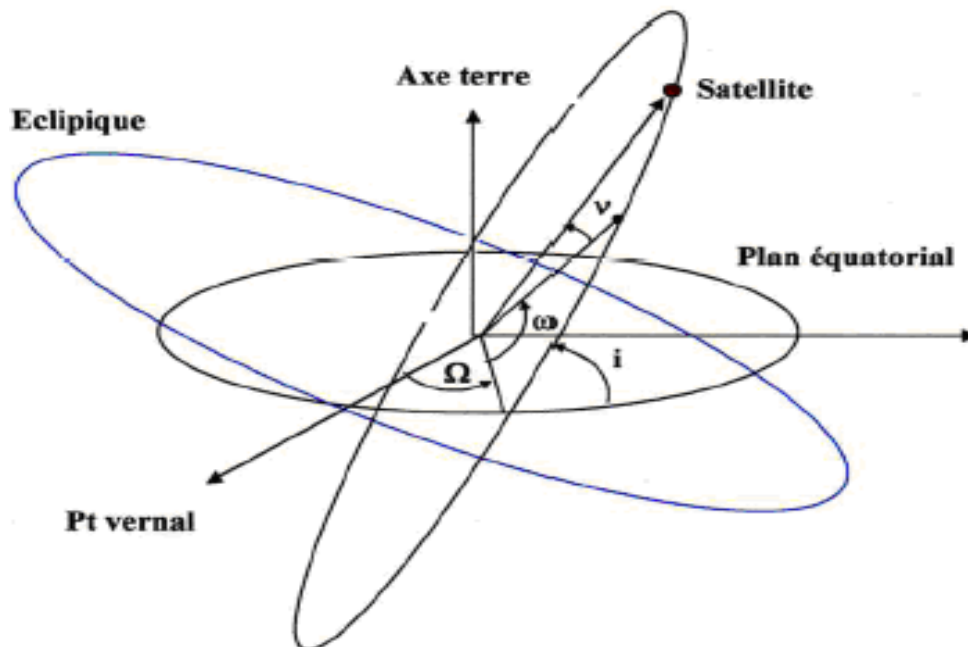


Figure II-2 : orientation de l'orbite

Nous avons besoin aussi de quelques paramètres additionnels qui sont :

- **f** : c'est l'angle entre le périégée et le satellite mesuré dans le plan orbital et par rapport au centre de la terre.
- **E** : c'est l'angle entre le périégée et la position du satellite dans le plant orbital projeté sur un cercle de rayon 'a' et comme centre, le centre de terre.
- **R** : c'est la distance entre le centre de la terre et la position du satellite.

Les deux figures (II-3) et (II-4) suivantes présentent la position du satellite dans le plan orbital.

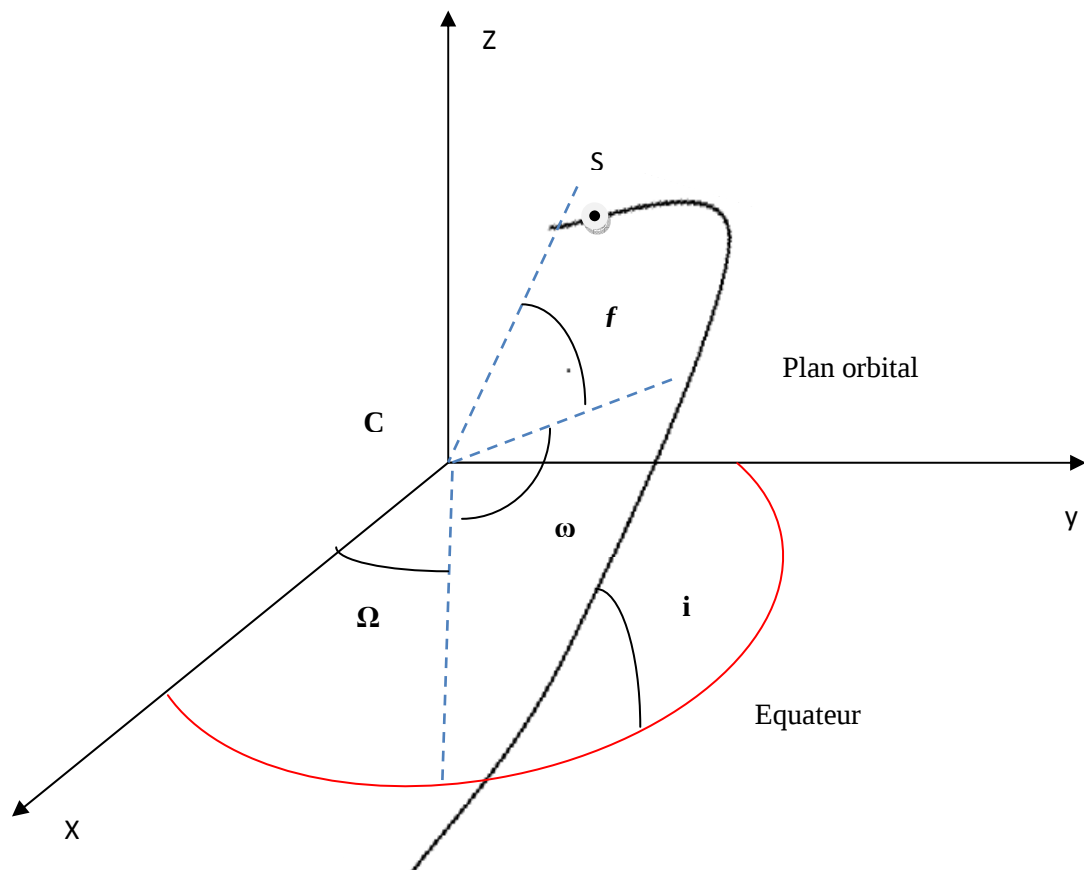


Figure II-3 : orbite du satellite et les paramètres de Kepler dans le ECEF

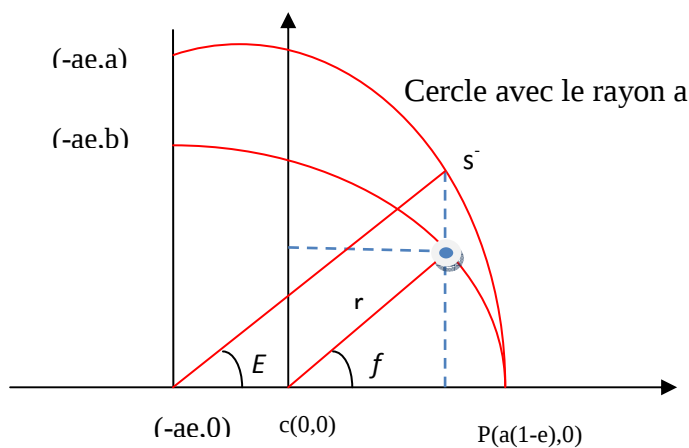


Figure II-4 : Le plan orbital

II-1-2/ les données d'éphémérides :

Afin de calculer d'une façon plus précise la position d'un satellite GPS, d'autres paramètres sont utilisés de plus, ces paramètres sont inclus dans les éphémérides, ces derniers constituent une partie du message de navigation et sont spécifiques à chaque satellite. Le tableau (II-2) cite les paramètres essentiels éphémérides utilisés dans les calculs de position :

t_{oe}	Temps de référence de l'éphéméride.
t_s	Temps exacte à l'horloge du satellite.
μ_0	Anomalie moyenne du point de l'ellipse de correspondant au temps de référence t_{oe}
Δn	Correction de la vitesse angulaire moyenne de rotation.
e	Excentricité de l'orbite.
$\sqrt{a}$	Racine carrée du demi grand-axe de l'ellipse.
Ω_0	Ascension droite de l'orbite au temps de référence.
$\dot{\Omega}_0$	Taux de variation d'ascension droite
i_0	Inclinaison de l'orbite au temps de référence.
$\dot{i}$	Taux de variation de l'inclinaison.

ω	Argument de périégée de l'ellipse.
$\dot{idot}$	Taux de variation de l'inclinaison.
$C_{\omega c}$ $C_{\omega s}$	Coefficient de correction de l'argument du périégée.
C_{rc} C_{rs}	Coefficient de correction de rayon de l'orbite.
C_{ic} C_{is}	Coefficient de correction de l'inclinaison de l'orbite.

Tableau II-2 : Paramètres d'éphémérides

Les coefficients C_{xx} sont les corrections harmoniques en termes de sinus et de cosinus des variables correspondantes.

II-1-3/ Calcul de la position à partir des éphémérides :

A partir des éphémérides on peut calculer une position précise de chaque satellite GPS, ceci selon l'algorithme présenté ci-dessous dont la variable d'entrée et l'instant 't' à une position du satellite donnée :

1	Temps passé depuis le temps référence : $t = t_s + t_{0e}$
2	Anomalie moyenne au temps t : $\mu = \mu_0 + \left(\sqrt{\frac{GM}{a^3}} + \Delta n \right) t$
3	Anomalie excentrique : $E = \mu + e \sin E$
4	Anomalie vrai : $f = \arctan \left[\sqrt{\frac{1-e^2}{\cos E - e}} \sin E \right]$
5	Longitude du nœud ascendant : $\Omega = \Omega_0 + (\Omega - \omega_e)t - \omega_e t_{0e}$ ω_e : vitesse angulaire de rotation de la terre = $7,292115147 \cdot 10^{-5}$ (rad/s).
6	Argument Corrigé du périégée : $\omega_c = \omega + f + C_{\omega c} \cos(\omega + f) + C_{\omega s} \sin(\omega + f)$
7	Distance radial corrigée : $r = a(1 - e \cos E) + C_{rc} \cos 2(\omega + f) + C_{rs} \sin 2(\omega + f)$
8	Inclinaison corrigée : $i = i_0 + \dot{i} \cdot t + C_{ic} + \cos 2(\omega + f) + C_{is} \sin 2(\omega + f)$
	Coordonnées ECEF du satellite: $X_s = r \cos \omega_c \cos \Omega - r \sin \omega_c \cos i \sin \Omega$ $Y_s = r \cos \omega_c \sin \Omega - r \sin \omega_c \cos i \cos \Omega$ $Z_s = r \sin \omega_c \sin i$

Tableau (II-3) : algorithme de Calcul de la position du satellite

II-1-4/ Les erreurs GPS

Les grandes sources d'erreur dans le GPS sont produites par l'effet atmosphérique (ionosphérique, troposphérique), erreurs d'horloge du satellite et par trajets multiples. Les différentes valeurs ne sont pas constantes, mais sont sujettes à des variations. Toutes les valeurs sont des valeurs approximatives. Donc on obtient une pseudo distance comme suit :

$$P_i^k = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2} + c(dt_i + dt^k) + T_i^k + I_i^k + E_i^k \quad \text{tel que :}$$

- C : est la vitesse de la lumière
- dt_i : est l'offset de l'horloge récepteur.
- dt^k : est l'offset de l'horloge satellite.
- T^k : est le délai troposphérique.
- I^k : est le délai ionosphérique.
- (X^k, Y^k, Z^k) : est sont les coordonnées du satellite.
- (X_i, Y_i, Z_i) : est sont les coordonnées du récepteur.

Après avoir obtenu un algorithme de calcul de la position du satellite, un fichier RINEX va nous permettre d'extraire toutes les paramètres nécessaires pour calculer cette position.

II-2) Généralité sur le format RINEX :

II-2-1/ Le format RINEX :

Le format RINEX (Receiver Independent EXchange Format), format d'échange indépendant du récepteur, a été développé par l'Institut d'Astronomie de l'Université de Berne dans le but de fournir dans un même format les données collectées en format propriétaire par des récepteurs de marques différentes lors de la campagne GPS EUREF89.

Il existe six types de fichier différents :

- Un fichier contenant les données d'observation.
- Un fichier contenant les messages de navigation.
- Un fichier contenant les données météorologiques.
- Un fichier contenant les messages de navigation Glonass.

- Un fichier contenant les messages de navigation des satellites Géostationnaires.
- Un fichier contenant des informations sur les horloges des récepteurs et des Satellites.

La nomenclature des fichiers est la suivante : *ssssdddf.yyt*, où :

- *ssss* : acronyme de la station.
- *ddd* : jour de l'année du premier enregistrement.
- *f* : numéro de la session dans le jour, avec 0 pour une journée complète.
- *yy* : année.
- *t* : type du fichier avec, entre parenthèses, la lettre correspondante utilisée

Sous Windows lorsque les fichiers sont compressés:

O(Y) : fichier d'Observation (Remarque : la lettre E est utilisée quand les.

Fichiers sont préalablement compressés "Hatanaka").

N(X) : fichier de Navigation.

M(W) : fichier Météo.

G(V) : fichier de navigation GLONASS.

H(U) : fichier des messages de navigation des satellites géostationnaires.

Dans notre travail, nous n'avons que le fichier de données d'observation et de navigation c'est pourquoi ne nous décrivons ici que ceux-ci. Chacun de ces fichiers comporte un en tête, dont les champs compris entre les colonnes 61 et 80 qui décrivent les informations de la ligne, sont obligatoires.

II-2-2/ Le fichier d'observation :

Le fichier d'observation contient les mesures des pseudo-distances propres aux satellites visibles en fonction du temps, ainsi que d'autres informations utiles, telles que le Doppler,..., dans ce qui suit nous donnons une description détaillée de ce type de fichier.

a) L'en-tête

L'en-tête est la partie introductive du fichier, figure (II-1), elle est présentée dans la page Suivante. L'ordre dans lequel elles sont inscrites est libre, excepté

- Pour la première ligne, qui comporte le numéro de version Rinex (actuellement 2.10) et le type

du fichier. Ici O pour Observation avec éventuellement le type du système de satellite

(G=GPS, R=GLONASS, S=GEO, T=TRANSIT, M=données mixtes).

- Pour la ligne *WAVELENGTH FACT L1/2*, qui doit obligatoirement précéder la ligne spécifiant les satellites concernés.
- Lorsqu'elle existe, la ligne *# OF SATELLITES* doit être suivie par les lignes correspondantes à chaque satellite aux nombre de données dans le fichier pour chaque type d'observable.

```

2.10      OBSERVATION DATA  M (MIXED)      RINEX VERSION / TYPE
BLANK OR G = GPS, R = GLONASS, T = TRANSIT, M = MIXED  COMMENT
XXRINEXO V9.9   AIUB           24-MAR-01 14:43   PGM / RUN BY / DATE
EXAMPLE OF A MIXED RINEX FILE                      COMMENT
A 9080                                MARKER NAME
9080.1.34                                MARKER NUMBER
BILL SMITH      ABC INSTITUTE           OBSERVER / AGENCY
X1234A123      XX          ZZZ          REC # / TYPE / VERS
234            YY                                ANT # / TYPE
4375274.      587466.    4589095.        APPROX POSITION XYZ
      .9030    .0000    .0000        ANTENNA: DELTA H/E/N
1  1                                WAVELENGTH FACT L1/2
1  2  6 G14 G15 G16 G17 G18 G19    WAVELENGTH FACT L1/2
0                                RCV CLOCK OFFS APPL
4  P1  L1  L2  P2                    # / TYPES OF OBSERV
18.000                                INTERVAL
2001  3  24  13  10  36.0000000    TIME OF FIRST OBS
                                END OF HEADER

```

Figure II-5 : l'en-tête d'un fichier d'observation

b) Explication ligne par ligne :

1. Ligne indiquant le numéro de version, le type de fichier et le système satellite. Le Format est un flottant de 11 caractères dont deux pour la partie décimale, 11 espaces, une chaîne d'un caractère, 19 espaces et une chaîne d'un caractère puis à nouveau 19 espaces. Cette ligne est obligatoire et doit être la première ligne du fichier.
2. Nom du programme ayant créé le fichier (chaîne de 20 caractères), nom de l'agence ayant créé le fichier (chaîne de 20 caractères) et date de la création du fichier (chaîne de 20 caractères).
3. Nom de la station (chaîne de 60 caractères).
4. Numéro de la station (chaîne de 20 caractères).
5. Nom de la personne responsable de la station (chaîne de 20 caractères) et société à laquelle elle appartient (chaîne de 40 caractères).
6. Numéro de série du récepteur (chaîne de 20 caractères), type du récepteur (chaîne de 20 caractères) et version du software interne du récepteur (chaîne de 20 caractères).
7. Numéro de série de l'antenne (chaîne de 20 caractères), type de l'antenne (chaîne de 20caractères).
8. Coordonnées cartésiennes géocentriques approchées de la station (trois réels de 14 caractères dont quatre pour la partie décimale).
9. Valeurs d'excentrement du point de référence de l'antenne par rapport au repère dont Les coordonnées approchées sont celles de la ligne précédente (trois réels de 14 caractères dont quatre pour la partie décimale). La valeur de la composante verticale est la hauteur d'antenne.
10. Facteur de longueur d'onde pour respectivement les fréquences L1 et L2 (trois entiers de 6 caractères). Les valeurs sont 1 lorsque les longueurs d'onde sont entières et 2 lorsque les données ont été enregistrées en mode "**squaring**". Pour L2, la valeur est 0 lorsque le récepteur est mono fréquence.
11. Nombre et **type d'observable** (Entier de six caractères puis 9 chaînes de deux caractères précédées de quatre espaces).
12. Fréquence d'échantillonnage (réel de 10 caractères dont 3 pour la partie décimale)

- 13.** Date de la première époque de mesure (cinq entiers de 6 caractères plus un réel de 13 caractères dont 7 pour la partie décimale) suivi du système de temps GPS ou GLONASS codé sur une chaîne de 3 caractères.
- 14.** Date de la dernière époque de mesure contenue dans le fichier (cinq entiers de 6 caractères plus un réel de 13 caractères dont 7 pour la partie décimale)
- 15.** Lignes de commentaires facultatives. Le nombre de lignes de commentaires n'est a priori pas limité mais certains logiciels de traitement n'en supportent pas un trop grand nombre.
- 16.** Cette ligne indique si l'époque et les mesures sont corrigées de la dérive d'horloge du récepteur. La valeur est 1 quand c'est le cas sinon 0 valeur par défaut. Le format est un entier de 6 caractères
- 17.** Décalage entre le temps GPS et le temps UTC depuis le 6 janvier 1980. Cette valeur codée sur un entier de 6 caractères est à 14 s depuis le premier janvier 2006.
- 18.** Nombre de satellites pour lesquels il existe des données dans le fichier. Cette valeur est codée sur un entier de 6 caractères.
- 19.** Numéro du satellite et nombre de données de ce satellite pour chaque observable de la ligne 11. Le format de cette ligne est de trois espaces, une chaîne d'un caractère, un entier de deux caractères et 9 entiers de 6 caractères
- 20.** Ligne vide signalant simplement la fin de l'en-tête.

II-3/ les éphémérides :

II-3-1/ Définition des éphémérides :

Dans le langage courant, l'éphéméride désigne ce qui se passe journallement ; l'éphéméride du jour est la liste des événements marquant de ce jour. Par extension, les éphémérides astronomiques désignent a priori une table journalière de position de corps célestes mobiles (ceux du système solaire) ainsi que les phénomènes astronomique ayant lieu ce jour telles les éclipses. Les éphémérides de position sont donc avant tout la représentation d'un mouvement. Dans le cas du GPS les éphémérides constituent l'ensemble de paramètres modélisant le mouvement d'un satellite, selon l'algorithme qu'on va présenter au chapitre III.

II-3-2/ Les informations des éphémérides :

Les informations concernant la position instantanée de chacun des satellites sont incluses dans les messages que ceux-ci envoient au récepteur (ce sont les éphémérides des satellites). Ces coordonnées de position sont données dans le système de Kepler, et le récepteur effectue la conversion dans le système ECEF.

Une éphéméride est prévue pour être utilisée à partir d'une époque de référence t_{oe} donné. Pour garantir toute la précision nécessaire, les données de l'éphéméride sont valables pour une durée de quelques heures, après quoi elles doivent être réactualisées.

Les éphémérides des satellites contiennent les données présentées sur les tableaux (II-1) :

t_{oe}	Temps de référence de l'éphéméride.
t_s	Temps exacte à l'horloge du satellite.
μ_0	Anomalie moyenne du point de l'ellipse de correspondant au temps de référence t_{oe}
Δn	Correction de la vitesse angulaire moyenne de rotation.
e	Excentricité de l'orbite.
$\sqrt{a}$	Racine carrée du demi grand-axe de l'ellipse.
Ω_0	Ascension droite de l'orbite au temps de référence.
$\dot{\Omega}_0$	Taux de variation d'ascension droite
i_0	Inclinaison de l'orbite au temps de référence.
$\dot{i}$	Taux de variation de l'inclinaison.
ω	Argument de périégée de l'ellipse.

Tableau II-3 : les données de l'éphéméride.

En plus de ces données principales, l'éphéméride contient aussi un certain nombre de coefficient de correction, qui permettent de corriger les erreurs dues aux variations du champ magnétique terrestre, à l'attraction de la lune et du soleil, à la pression du soleil, etc., voir tableau (II-4).

$C_{\omega c}$	$C_{\omega s}$	Coefficient de correction de l'argument du périhélie.
C_{rc}	C_{rs}	Coefficient de correction de rayon de l'orbite.
C_{ic}	C_{is}	Coefficient de correction de l'inclinaison de l'orbite.

Tableau II-4 : coefficient de correction de l'éphéméride.

II-4/ le fichier de navigation :

Un fichier de navigation est représenté par la figure (II-2), tandis que les paramètres sont détaillés dans le tableau (II-3) :

2		NAVIGATION DATA		RINEX VERSION / TYPE	
RINEX.DLL V2.60				13 - FEB - 01 14:08 PGM / RUN BY /	
DATE				COMMENT	
				END OF HEADER	
21	99	5 12 14 0 0.0	.174553133547D-04	.125055521494D-11	.000000000000D+00
		.340000000000D+02	.590937500000D+02	.428875007223D-08	-.233210413542D+01
		.289641320705D-05	.150820113486D-01	.783801078796D-05	.515368432999D+04
		.309600000000D+06	.167638063431D-07	-.279549961251D+01	-.160187482834D-06
		.970309740267D+00	.234593750000D+03	-.267557234597D+01	-.786461330700D-08
		.662527596934D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00
		.700000000000D+01	.000000000000D+00	-.232830643654D-08	.340000000000D+02
		.305520000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00
3	99	5 12 14 0 0.0	.258628278971D-05	.352429196937D-11	.000000000000D+00
		.450000000000D+02	-.349062500000D+02	.537558105739D-08	.674492345462D+00
		-.182911753654D-05	.129657937214D-02	.322237610817D-05	.515367574310D+04
		.309600000000D+06	-.726431608200D-07	.136472740692D+01	.167638063431D-07
		.945573426700D+00	.308718750000D+03	.192407450757D+01	-.872286334227D-08
		-.269654089318D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00
		.700000000000D+01	.000000000000D+00	-.465661287308D-08	.301000000000D+03
		.305520000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00
23	99	5 12 14 0 0.0	.130282714963D-04	.454747350886D-12	.000000000000D+00
		.710000000000D+02	.594062500000D+02	.421731852539D-08	-.245974434348D+01
		.305660068989D-05	.137494773371D-01	.763870775700D-05	.515364723778D+04
		.309600000000D+06	.134110450745D-06	-.275582238494D+01	-.465661287308D-07
		.973353468605D+00	.238812500000D+03	-.196472557045D+01	-.777460955798D-08
		.584310053145D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00
		.700000000000D+01	.000000000000D+00	-.279396772385D-08	.710000000000D+02
		.305520000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00
15	99	5 12 14 0 0.0	.682026613504D-03	.409272615798D-11	.000000000000D+00
		.106000000000D+03	-.331250000000D+02	.375372778640D-08	-.801011636436D+00
		-.173971056938D-05	.738387659658D-02	.126864761114D-04	.515376114655D+04
		.309600000000D+06	-.875443220139D-07	.249787023567D+01	.577419996262D-07
		.983269485761D+00	.145343750000D+03	.152230374652D+01	-.781853995929D-08
		-.165364030933D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00
		.200000000000D+01	.000000000000D+00	-.232830643654D-08	.106000000000D+03
		.305520000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00
31	99	5 12 14 0 0.0	.183349475265D-04	.568434188608D-12	.000000000000D+00
		.580000000000D+02	-.357187500000D+02	.522771775543D-08	.121885102238D+01
		-.170245766640D-05	.891416403465D-02	.360980629921D-05	.515372604561D+04
		.309600000000D+06	-.102445483208D-06	.137315953361D+01	.152736902237D-06
		.954399812732D+00	.309531250000D+03	.795855261286D+00	-.875250743421D-08
		-.398588031363D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00
		.700000000000D+01	.000000000000D+00	-.605359673500D-08	.580000000000D+02
		.305550000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00

Figure II-6 : fichier RINEX de navigation.

OBS. enregistré	Description
PRN/EPOQUE/SVCLK	PRN de satellite
	Epoque : COT-période d'horloge
	année
	mois
	Jour
	heure
	minute
	seconde
Correction d'horloge	Af_0
Correction d'horloge	Af_1
Correction d'horloge	Af_2
Ligne 2	IODE
	Crs (mètre)
	Delta n (radians/sec)
	M_0 (radians)
Ligne 3	Cuc (radians)
	Excentricité (e_s)
	Cus (radians)
	Racine (a)
Ligne 4	toe
	Cuc
	Omega 0 (radians)
	Cis (radians)
Ligne 5	i_0 (radians)
	Crc (mètre)
	Omega (radians)
	OMEGA Dote (rad/sec)
Ligne 6	
	Code sur canal L2
	wn
	L2
Ligne 7	Exactitude de SV (mètre)
	Santé de SV
	TGD (seconde)
	IODC
Ligne 8	Temps de transmission de message

Tableau II-5 : paramètres en détail d'un fichier de navigation

II-5/ Exploitation du format RINEX :

La version du fichier RINEX utilisé dans notre travail est la version 2.6, dont le fichier de navigation correspond à la figure (II-3) suivante :

2		NAVIGATION DATA				RINEX VERSION / TYPE			
RINEX.DLL V2.60						13 - FEB - 01 14:08 PGM / RUN BY /			
DATE						COMMENT			
						END OF HEADER			
21	99	5	12	14	0 0.0	.174553133547D-04	.125055521494D-11	.000000000000D+00	
					.340000000000D+02	.590937500000D+02	.428875007223D-08	-.233210413542D+01	
					.289641320705D-05	.150820113486D-01	.783801078796D-05	.515368432999D+04	
					.309600000000D+06	.167638063431D-07	-.279549961251D+01	-.160187482834D-06	
					.970309740267D+00	.234593750000D+03	-.267557234597D+01	-.786461330700D-08	
					.662527596934D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00	
					.700000000000D+01	.000000000000D+00	-.232830643654D-08	.340000000000D+02	
					.305520000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00	
3	99	5	12	14	0 0.0	.258628278971D-05	.352429196937D-11	.000000000000D+00	
					.450000000000D+02	-.349062500000D+02	.537558105739D-08	.674492345462D+00	
					-.182911753654D-05	.129657937214D-02	.322237610817D-05	.515367574310D+04	
					.309600000000D+06	-.726431608200D-07	.136472740692D+01	.167638063431D-07	
					.945573426700D+00	.308718750000D+03	.192407450757D+01	-.872286334227D-08	
					-.269654089318D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00	
					.700000000000D+01	.000000000000D+00	-.465661287308D-08	.301000000000D+03	
					.305520000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00	
23	99	5	12	14	0 0.0	.130282714963D-04	.454747350886D-12	.000000000000D+00	
					.710000000000D+02	.594062500000D+02	.421731852539D-08	-.245974434348D+01	
					.305660068989D-05	.137494773371D-01	.763870775700D-05	.515364723778D+04	
					.309600000000D+06	.134110450745D-06	-.275582238494D+01	-.465661287308D-07	
					.973353468605D+00	.238812500000D+03	-.196472557045D+01	-.777460955798D-08	
					.584310053145D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00	
					.700000000000D+01	.000000000000D+00	-.279396772385D-08	.710000000000D+02	
					.305520000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00	
15	99	5	12	14	0 0.0	.682026613504D-03	.409272615798D-11	.000000000000D+00	
					.106000000000D+03	-.331250000000D+02	.375372778640D-08	-.801011636436D+00	
					-.173971056938D-05	.738387659658D-02	.126864761114D-04	.515376114655D+04	
					.309600000000D+06	-.875443220139D-07	.249787023567D+01	.577419996262D-07	
					.983269485761D+00	.145343750000D+03	.152230374652D+01	-.781853995929D-08	
					-.165364030933D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00	
					.200000000000D+01	.000000000000D+00	-.232830643654D-08	.106000000000D+03	
					.305520000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00	
31	99	5	12	14	0 0.0	.183349475265D-04	.568434188608D-12	.000000000000D+00	
					.580000000000D+02	-.357187500000D+02	.522771775543D-08	.121885102238D+01	
					-.170245766640D-05	.891416403465D-02	.360980629921D-05	.515372604561D+04	
					.309600000000D+06	-.102445483208D-06	.137315953361D+01	.152736902237D-06	
					.954399812732D+00	.309531250000D+03	.795855261286D+00	-.875250743421D-08	
					-.398588031363D-09	.000000000000D+00	.100900000000D+04	.000000000000D+00	
					.700000000000D+01	.000000000000D+00	-.605359673500D-08	.580000000000D+02	
					.305550000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00	

Figure II-7 : format RINEX V2.6

II-5-1/ Exploitation d'un fichier RINEX de navigation :

Le fichier RINEX de navigation donne toutes les informations sur les satellites (les éphémérides), on utilise ces éphémérides dans le calcul de la position des satellites.

Afin de faciliter l'exploitation des données figurant dans un fichier de navigation GPS, nous avons pensé à stocker toutes les informations nécessaires au calcul de positionnement dans une matrice nommée «**eph**», mais comme la taille d'un fichier RINEX de navigation est très grande et les données sont représentées sur plusieurs blocs dont chaque bloc se compose de 8 ligne réservées pour chaque satellite, selon la figure (II-5).

Nous avons utilisé une méthode de stockage très pratique qui se base sur l'élimination des données qui se répètent et ce la se fait pour chaque satellite.

2		NAVIGATION DATA		RINEX VERSION / TYPE	
RINEXDLL.DLL V2.60		06 - JUL - 05 14:29 PGM / RUN BY /			
DATE					
				COMMENT	
				END OF HEADER	
4	05 7 6 10 0 0.0	.108802691102D-03	-.252384779742D-10	.000000000000D+00	
	.130000000000D+03	.656875000000D+02	.446018578464D-08	.191404886226D+01	
	.368617475033D-05	.697923789266D-02	.109281390905D-04	.515366117477D+04	
	.295200000000D+06	-.428408384323D-07	-.671092343338D-01	.163912773132D-06	
	.954326437150D+00	.166062500000D+03	.498884396538D-01	-.779675333750D-08	
	-.490734683187D-09	.000000000000D+00	.133000000000D+04	.000000000000D+00	
	.100000000000D+01	.000000000000D+00	-.605359673500D-08	.386000000000D+03	
	.291966000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00	
7	05 7 6 10 0 0.0	-.211132110518D-03	-.222826201934D-10	.000000000000D+00	
	.390000000000D+02	.775000000000D+01	.557630370400D-08	-.129132449897D+01	
	-.707805156708D-07	.134197691223D-01	.539980828762D-05	.515373011017D+04	
	.295200000000D+06	.111758708954D-07	-.118992399126D+01	.335276126862D-06	
	.935497854921D+00	.262625000000D+03	-.179069911790D+01	-.836784855448D-08	
	-.228580719808D-09	.000000000000D+00	.133000000000D+04	.000000000000D+00	
	.000000000000D+00	.000000000000D+00	-.186264514923D-08	.295000000000D+03	
	.291966000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00	
11	05 7 6 10 0 0.0	.242971815169D-03	.386535248253D-11	.000000000000D+00	
	.238000000000D+03	.544687500000D+02	.566809324169D-08	-.284236925195D+01	
	.274181365967D-05	.422956084367D-02	.100582838058D-04	.515367461967D+04	
	.295200000000D+06	-.104308128357D-06	-.214771224118D+00	-.838190317154D-07	
	.901518472366D+00	.153812500000D+03	.238614946996D+00	-.828141638280D-08	
	-.504306677087D-09	.000000000000D+00	.133000000000D+04	.000000000000D+00	
	.000000000000D+00	.000000000000D+00	-.121071934700D-07	.238000000000D+03	
	.291966000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00	

Figure II-8 : RINEX de navigation

II-5) Exploitation d'un fichier RINEX d'observation :

On note que les informations fournies par un fichier RINEX d'observation sont :

- Le temps d'observation.
- Le nombre de satellites visibles et le PRN de satellite.
- La pseudo-distance de chaque satellite visible.

Pour un fichier d'observation, l'exploitation des données se fait bloc par bloc, ligne par ligne tous comme un fichier d'observation.

Chaque bloc d'un fichier d'observation, représente un temps d'observation, qui s'affiche chaque seconde.

Un fichier RINEX d'observation est constitué de plusieurs blocs, dont le nombre de ligne est égale au nombre de satellites visibles plus un.

Dans chaque bloc on trouve au milieu de la première ligne et on ordre le nombre des satellites visibles ainsi que le PRN. Dans les lignes suivantes, le pseudo-range correspondant à chaque satellites visible s'affiche au milieu.

Pseudo-range

50

	Satellite 1	Satellite 2	Satellite 3	Satellite4	Satellite 5	
X	1.6127e+007	1.2604e+007	2.5942e+007	2.1059e+007	1.0073e+007	metre
Y	-1.5548e+007	1.2117e+007	-4.7596e+006	1.6302e+007	2.1064e+007	metre
Z	1.4384e+007	2.0032e+007	4.3389e+006	2.2840e+006	1.3011e+007	metre

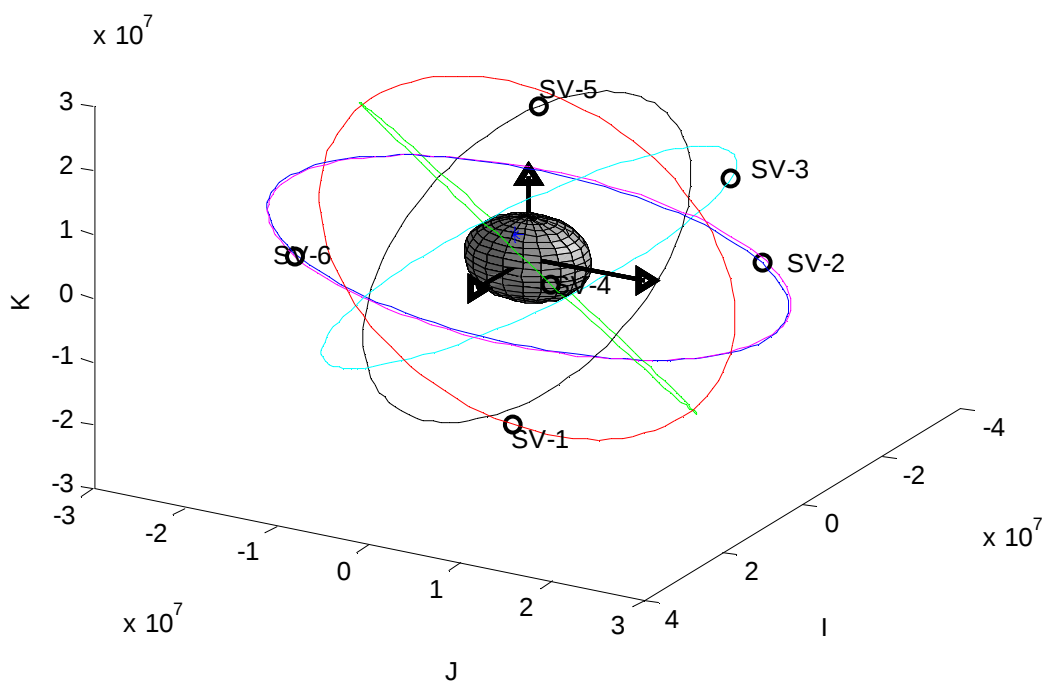


Figure II-10 : La position des satellites qui sont en visibilité

Conclusion de chapitre:

L'étude du fichier RINEX nous a permis de comprendre les éléments constituant le calcul de la position du satellite, ainsi que la mesure de la pseudo distance et les coordonnées d'un récepteur. Dans le prochain chapitre, on va utiliser ces paramètres pour une poursuite de trajectoire par l'utilisation des méthodes : Moindres carrées et Filtre de Kalman.

II-1/ Introduction :

en 1960, R.E. Kalman a publié son papier célèbre décrivant une solution récursive au problème du filtrage linéaire de données discrètes. Depuis ce temps-là, grâce aux grandes avancées dans le calcul numérique, le filtre Kalman a été le sujet de recherche vaste et de nombreuses applications, en particulier dans le secteur d'automates ou de navigation assistée.

Le filtre de Kalman est un jeu d'équations mathématiques qui fournissent une solution efficace récursive de la méthode des moindres carrés. Le filtre est très puissant dans plusieurs aspects : il prend en compte les estimations du passé, du présent et même de l'avenir des états et il peut faire mieux quand la nature précise du système modelé est inconnue.

Considérant un système dynamique par exemple un avion en déplacement. Les paramètres inconnus comme les coordonnées et la vitesse constituent les éléments du vecteur d'état ce vecteur, fonction du temps, peut être prédit à n'importe quel instant t au moyen des équations du système. Les valeurs précédentes peuvent être améliorées ou mis à jour par des observations contrent des informations sur quelque élément du vecteur d'état.

Dans ce chapitre, on va corriger les trajectoires par la méthode de code GPS qui est basée sur les deux méthodes MLS et FK (moindres carrées et le filtre de KALMAN).

III-2/ Le filtrage de kalman :

Les mesures de position et de vitesse peuvent être entachées de bruit et d'autres sources d'erreurs. Ces imprécisions conduisent à des mesures de navigation bruitées. Un filtrage de kalman est en général mis en œuvre pour calculer des résultats de navigation.

Dans un système dynamique (qui varie en fonction du temps, comme c'est le cas des positions calculées par le récepteur GPS), les variables du système sont des variables d'état. L'état d'un système peut être caractérisé à un instant donné par un vecteur regroupant les paramètres permettant à l'utilisateur de connaître ce système.

Le filtre de kalman répond à la question suivante : étant donnée notre connaissance du comportement du système et la nouvelle mesure, quelle est la meilleure estimation de la position ?

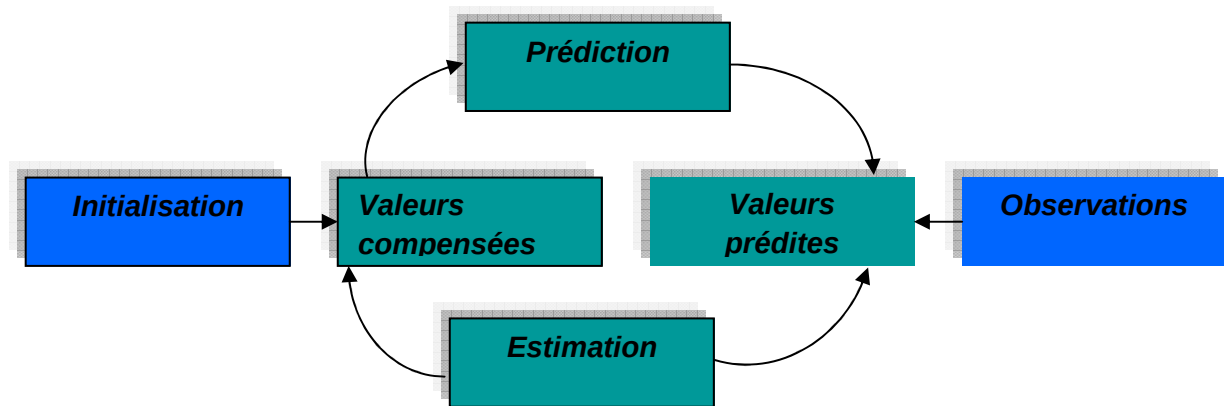


Figure III-1 : Schématisation du filtre de kalman

Ce type de filtrage est utilisée dans des temps d'application très vastes : hybridation de capteurs, détection / poursuite de mouvement à partir de radar, sonar, vidéo, reconnaissance de formes dans une image....

III -3 / Utilisation du filtre kalman :

Si l'utilisation d'un filtre de Kalman pour coupler l'inertie s'est largement répandue, il existe néanmoins deux techniques de mise en œuvre de ce couplage :

- **Le couplage lâche** : dans ce cas le filtre de Kalman utilise en entrée les fournies par le récepteur GPS.

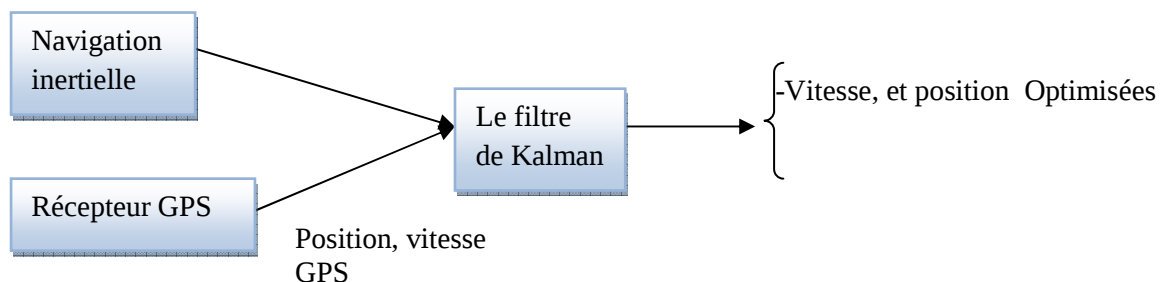


Figure III-2 : Le couplage lâche GPS/INS

- **Le couplage serré** : dans ce cas le filtre de Kalman utilise en entrée les distances bruitées entre le récepteur et chaque satellite GPS.

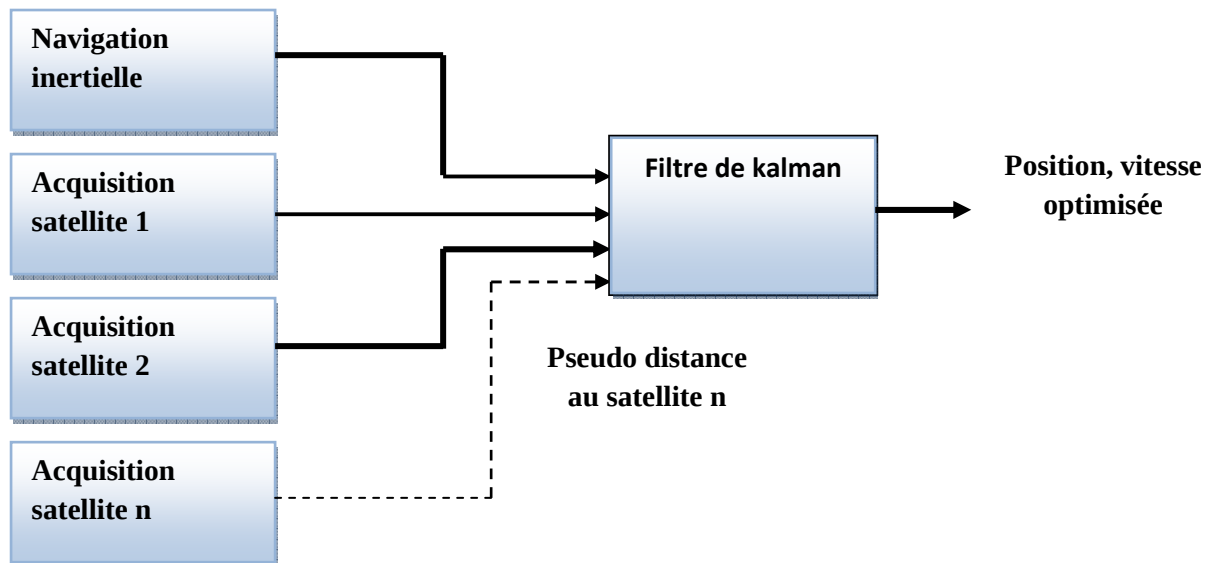


Figure III-3 : Le couplage serré

III-4 / Moindres carrés :

L'une des méthodes la plus utilisée dans la résolution de l'équation d'observation est la méthode de moindres carrés. Cette méthode est utilisée lorsqu'on possède un nombre d'équations qui dépasse le nombre d'inconnus. Dans ce qui suit nous donnons l'aspect mathématique de la position du récepteur à partir des pseudodistances mesurées de chaque satellites ou plus.

On reprend les notations de l'énoncé de chapitre 1. Les distances en fonction des coordonnées du récepteur s'écrivent :

III-5 / Linéarisation de l'équation d'observation :

Selon l'équation d'observation (I-7), on peut aussi la réécrire sous la forme suivante :

$$P_i^k = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2} + c(dt_i + dt^k) + T_i^k + I_i^k + E_i^k \quad (3-1)$$

Où P est la pseudo-distance mesurée entre le satellite k et le récepteur.

- **C** : est la vitesse de la lumière
- **dt_i** : est l'offset de l'horloge récepteur.
- **dt^k** : est l'offset de l'horloge satellite.
- **T^k** : est le délai troposphérique.
- **I^k** : est le délai ionosphérique.
- **(X^k, Y^k, Z^k)** : est sont les coordonnées du satellite.
- **(X_i, Y_i, Z_i)** : est sont les coordonnées du récepteur.

En utilisant les données d'éphémérides, l'offset de l'horloge ainsi que la position exacte de chaque satellite k calculé selon l'algorithme précédent et on suppose qu'on peut corriger les erreurs ionosphériques et troposphériques aussi bien que les erreurs additionnelles, nous obtenons un système d'équation non linéaire avec quatre inconnus, qui sont les coordonnées (X_i, Y_i, Z_i) du récepteur et dt_i :

$$P_i^k = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2} + cdt_i + \text{des variables connues} \quad (3-2)$$

Par conséquent afin de résoudre ce système nous avons besoin de quatre équations au moins. Comme la méthode des moindres carrés s'applique sur un système linéaire, on doit linéariser ces équations, par ce faire considérons la partie non linéaire de ces équations :

$$f(X_i, Y_i, Z_i) = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2} \quad (3-3)$$

La première étape de linéarisation consiste à trouver une approximation initiale de la position du récepteur notée X_{i,0}, Y_{i,0}, Z_{i,0} ; en utilisant cette approximation, on peut écrire :

$$\begin{aligned} X_{i,1} &= X_{i,0} + \Delta X_i \\ Y_{i,1} &= Y_{i,0} + \Delta Y_i \\ Z_{i,1} &= Z_{i,0} + \Delta Z_i \end{aligned} \quad (3-4)$$

Avec ΔX , ΔY et ΔZ sont la différence entre la position approximative et la position réelle du récepteur. En utilisant la position f peut être développée en série Taylor autour de l'approximation ce qui donne :

$$f(X_i + Y_{i,1} + Z_{i,0}) = f(X_i + Y_{i,0} + Z_{i,0}) + \frac{\partial f(X_{i,0} + Y_{i,0} + Z_{i,0})}{\partial X_{i,0}} X_i + \frac{\partial f(X_{i,0} + Y_{i,0} + Z_{i,0})}{\partial Y} Y_i + \frac{\partial f(X_{i,0} + Y_{i,0} + Z_{i,0})}{\partial Z_{i,0}} Z_i \quad (3-5)$$

ou l'indice 1 dans $X_{i,1}$ indique que c'est la première position calculée. On note que le développement en série de Taylor est réalisée jusqu'à un certain ordre afin d'obtenir la linéarité, par conséquent la position finale ne sera qu'une approximation. Les dérivées partielles de l'équation précédente sont données par (3-13) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(X_{i,0} + Y_{i,0} + Z_{i,0})}{\partial X_{i,0}} &= \frac{X^k - X_{i,0}}{\rho_i^k} \\ \frac{\partial f(X_{i,0} + Y_{i,0} + Z_{i,0})}{\partial Y_{i,0}} &= \frac{Y^k - Y_{i,0}}{\rho_i^k} \\ \frac{\partial f(X_{i,0} + Y_{i,0} + Z_{i,0})}{\partial Z_{i,0}} &= \frac{Z^k - Z_{i,0}}{\rho_i^k} \end{aligned}$$

En remplaçant ces dérivées dans l'équation (3-9), on obtient:

$$P_i^k = \rho_i^k - \frac{X^k - X_{i,0}}{\rho_i^k} \Delta X_i - \frac{Y^k - Y_{i,0}}{\rho_i^k} \Delta Y_i - \frac{Z^k - Z_{i,0}}{\rho_i^k} \Delta Z_i + c(dt_i - dt^k) + T_i^k + I_i^k + e_i^k \quad (3-6)$$

Ou P^k est la pseudo-distance calculée en utilisant la position approximative du récepteur.

III-6/ Résolution de la position par la méthode des moindres carrés :

L'équation d'observation linéaire résultante peut être écrite sous la forme vectorielle comme :

$$P_i^k = \left[-\frac{X^k - X_{i,0}}{\rho^k} - \frac{Y^k - Y_{i,0}}{\rho^k} - \frac{Z^k - Z_{i,0}}{\rho^k} \Delta Z_i \quad 1 \right] \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ c \cdot dt_i \end{bmatrix} - c \cdot dt^k + T_i^k + I_i^k + e_i^k \quad (3-7)$$

Qui est une équation linéaire du type $H \cdot \Delta X = \Delta \rho$ car on a :

$$\left[-\frac{X^k - X_{i,0}}{\rho^k} - \frac{Y^k - Y_{i,0}}{\rho^k} - \frac{Z^k - Z_{i,0}}{\rho^k} \Delta Z_i \quad 1 \right] \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ c \cdot dt_i \end{bmatrix} = P_i^k - \rho_k^k + c \cdot dt^k - T_i^k - I_i^k - e_i^k \quad (3-8)$$

Qui peut être écrite sous la forme :

$$H \Delta x = \begin{bmatrix} -\frac{X^1 - X_{i,0}}{\rho_i^1} - \frac{Y^1 - Y_{i,0}}{\rho_i^1} - \frac{Z^1 - Z_{i,0}}{\rho_i^1} & 1 \\ -\frac{X^2 - X_{i,0}}{\rho_i^2} - \frac{Y^2 - Y_{i,0}}{\rho_i^2} - \frac{Z^2 - Z_{i,0}}{\rho_i^2} & 1 \\ -\frac{X^3 - X_{i,0}}{\rho_i^3} - \frac{Y^3 - Y_{i,0}}{\rho_i^3} - \frac{Z^3 - Z_{i,0}}{\rho_i^3} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{X^m - X_{i,0}}{\rho_i^m} - \frac{Y^m - Y_{i,0}}{\rho_i^m} - \frac{Z^m - Z_{i,0}}{\rho_i^m} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{i,1} \\ \Delta Y_{i,1} \\ \Delta Z_{i,1} \\ c \cdot dt_{i,1} \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

On note que pour un nombre de satellite dépassant quatre, la difficulté est d'inverser la matrice A car elle n'est pas carrée. Dans le but de résoudre cette équation on donne le résidu r défini comme suit :

$$r = H \Delta x - \Delta \rho \quad (3-10)$$

La méthode des moindres carrés consiste à obtenir Δx qui minimise le carré de résidu. Comme ce dernier est un vecteur, cette minimisation est de la somme des carrés des composantes de ce vecteur. On note le carré du résidu par R_{se} qui est donné en fonction de Δx comme :

$$R_{SE} = (H\Delta x - \Delta \rho)^2 \quad (3-11)$$

Afin d'obtenir Δx on calcule le gradient de R_{SE} par rapport à Δx , car le minimum de R_{SE} correspond à une valeur de Δx qui annule le gradient. Le terme à gauche de l'équation peut être donné par :

$$(H\Delta x - \Delta \rho)^2 = (H\Delta x - \Delta \rho)^T (H\Delta x - \Delta \rho) \quad (3-12)$$

Par conséquent le développement de l'équation (2-19) nous donne :

$$R_{SE}(\Delta x) = (H\Delta x - \Delta \rho)^2 = (\Delta x)^T H^T H \Delta x - 2(\Delta x)^T H \Delta \rho + (\Delta \rho)^2 \quad (3-13)$$

Le calcul du gradient de l'équation (2-20) par rapport à Δx :

$$\nabla R_{SE} = 2(\Delta x)^T H^T H - 2(\Delta \rho)^T H \quad (3-14)$$

En prenant le transposé de cette équation puis on la mettant égale à zéro, on obtient :

$$2H^T H \Delta x - 2H^T \Delta \rho = 0 \quad (3-15)$$

Sachant que $H^T H$ est une matrice carrée quelque soit le nombre des satellites utilisés, par conséquent on peut obtenir Δx sous la forme :

$$\Delta x = (H^T H)^{-1} H^T \Delta \rho \quad (2-16)$$

Finalement, cette solution sera utilisée d'une manière itérative dans :

$$X_{i,1} = X_{i,0} + \Delta X_i$$

$$Y_{i,1} = Y_{i,0} + \Delta Y_i \quad (3-17)$$

$$Z_{i,1} = Z_{i,0} + \Delta Z_i$$

Jusqu'à que Δx devient très faible devant une certaine limite. Donc à l'aide d'un algorithme itératif, la solution converge rapidement, généralement lorsque le récepteur effectue plus de quatre mesures simultanées, la solution converge au sens des moindres carrés.

III-7/ Modèle du filtre de KALMAN :

Deux modèles fondamentaux sont modélisés par le filtre de KALMAN : le premier modèle est le 'modèle dynamique' qui permet de décrire comment le vecteur d'erreurs d'état varie avec le temps ; le deuxième modèle est le 'modèle de mesure ou stochastique' qui définit comment le vecteur d'état est relié aux mesures fournies par le détecteur.

Le modèle dynamique est décrit à l'instant t_k par l'équation linéaire suivante :

$$X_k = F_{k-1,k} X_{k-1} + W_k \quad (3-18)$$

Avec :

$X_k = X(t_k)$: le vecteur d'état de dimension $(m \times 1)$ à l'instant t_k

m : le nombre d'inconnues.

$F_{k-1,k}$: la matrice de transition de dimension $(m \times m)$ du vecteur d'état X_k qui décrit le changement de ce dernier entre les instants $k-1$ et k

La séquence (W_k) , appelée « bruit de l'état », est un bruit blanc de distribution gaussienne de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance définit par :

$$E[W_k \cdot W_k^t] = Q_k \quad (3-19)$$

Où E est un opérateur de l'espérance mathématique.

L'état de ce système est observé par n mesure $Z_k = Z(t_k)$ liées à l'état X_k qui donné par l'équation d'observation qui caractérise le modèle de mesure et qui donnée par :

$$Z_k = H_k \cdot X_k + e_k \quad (3-20)$$

Où :

$\mathbf{Z}_k$: la mesure de dimension $(n \times 1)$ à l'instant t_k

$\mathbf{H}_k$: la matrice de configuration de dimension $(n \times m)$

$\mathbf{e}_k$: un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance :

$$E[\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_k^T] = \mathbf{R}_k \quad (3-21)$$

III-7-1 / Algorithme de filtre de KALMAN :

Soit $\hat{\mathbf{X}}$ représente l'estime du vecteur d'état $\mathbf{X}_k$ à l'instant t_k , l'erreur de l'estimation est l'erreur sur cet estime, c'est-à-dire $d\mathbf{X} = \mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k$, de matrice de variance-covariance donnée comme suit :

$$\mathbf{P}_k = E[d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X}^T] = E[(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k) \cdot (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)] \quad (3-22)$$

Le filtre de KALMAN utilise le modèle dynamique pour exécuter la propagation du vecteur d'état estimé entre les différentes mesures en utilisant la matrice de transition de l'état et la matrice de variance-covariance de bruit de l'état. Les propagations se font par équations suivantes :

$$\hat{\mathbf{X}}_k(-) = \mathbf{F}_{k-1,k} \cdot \hat{\mathbf{X}}_{k-1}(+) \quad (3-23)$$

$$\mathbf{P}_k(-) = \mathbf{F}_{k-1,k} \cdot \mathbf{P}_{k-1}(+) \cdot \mathbf{F}_{k-1,k}^T + \mathbf{Q}_k \quad (3-24)$$

Pour cette étape, dite de prédiction, le calcul du vecteur d'état prévu et sa précision dépend de l'information de l'instant précédent.

Ensuite, le filtre de KALMAN incorpore les mesures, quand elles sont disponibles, dans l'estimé de l'état, c'est ce qu'on appelle la mise à jour du vecteur d'état. Ce dernier est mis à jour par l'équation suivante :

$$\hat{\mathbf{X}}_k(+) = \hat{\mathbf{X}}_k(-) + \mathbf{G}_k \cdot [\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{X}}_k(-)] \quad (3-25)$$

La quantité $\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{X}}_k(-)$ est le résidu à posteriori, ou l'innovation, qui est un bruit blanc non stationnaire de moyenne nulle et de variance

$H_k \cdot P_k(-) \cdot H_k^T + R_k$. La matrice G_k est le gain de KALMAN donné par :

$$G_k = P_k(-) \cdot H_k^T \cdot [H_k \cdot P_k(-) \cdot H_k^T + R_k]^{-1} \quad (3-26)$$

La matrice de variance-covariance peut être directement dérivée des équations (3-26,27 et 29) :

$$P_k(-) = [I - G_k \cdot H_k] \cdot P_k \cdot [I - G_k \cdot H_k]^T + G_k \cdot R_k \cdot G_k^T \quad (3-27)$$

Et en utilisant la définition du gain de KALMAN, l'équation (3-25) devient :

$$P_k(+) = [I - G_k \cdot H_k] \cdot P_k(+) \quad (3-28)$$

Dans l'équation ci-dessus, la notation (-) est adjointe à une variable pour signifier que cette variable est estimée au temps de mesure avant que la mesure ne soit incorporée, tandis que la notation (+) est adjointe à une variable pour signifier l'estimation au temps de mesure immédiatement après que la mesure soit incorporée.

III-7-2/ Le filtre de KALMAN applique au GPS :

La forme de l'équation d'état (2-26) caractérise un système linéaire, par conséquent on ne peut appliquer une résolution directe de l'équation d'observation par le filtre de KALMAN exposé, une solution proposée dans ce cas est le filtre de KALMAN étendu.

Le filtre de KALMAN étendu 'EKF' représente probablement l'approche la plus commune et la plus populaire pour traiter un système non-linéaire. Son fonctionnement consiste simplement à linéariser tous le modèle non-linéaire de sorte que le filtre linéaire traditionnel de KALMAN puisse être appliqué. L'EKF est devenu une approche standard pour un certain nombre d'applications d'estimation non-linéaire. Donc nous devons réaliser la même procédure de linéarisation utilisée dans les moindres carrés, puis on applique le filtre de KALMAN sur les équations résultantes.

Le filtrage de KALMAN s'établit à partir de l'équation d'état et l'équation d'observation.

III-7-3 / Equation d'état :

Le vecteur d'état est choisi en fonction de la finesse de connaissance qu'exige l'utilisateur (position du récepteur, vitesse, erreur d'horloge,.....).cette finesse est dictée par l'application.

Le vecteur est soumis à des déplacements inconnus et aléatoires (du point de vue traitement). Cependant ces perturbations sont bornées (facteur de charge maximale d'un avion, accélération maximale d'un mobile entre deux mesures,...) et doivent être caractérisées statistiquement. Elles sont supposées être à moyenne nulle et temporellement indépendantes. De même, la qualité de l'horloge récepteur se traduisant en termes de décalage, de dérive ou de bruit de phase est connue et les erreurs engendrées sont statistiquement quantifiable.

Typiquement l'équation d'état du système s'écrit dans un repère cartésien :

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta t \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta t \end{bmatrix}_k \quad (3-29)$$

III-7-4/ Equation d'observation :

Le rôle de l'équation d'observation est de lier le vecteur d'état aux mesures effectuées par le récepteur. Ce dernier mesure la pseudo-distance et la pseudo-vitesse Doppler qui le sépare de chaque satellite en poursuite.

Comme nous avons utilisé la linéarisation, l'équation d'observation n'est autre que celle donnée par (3-29) plus des perturbations causées par les mesures.

$$\Delta \rho = H. \Delta X + Q \quad (3-30)$$

III-7-5/ Evolution du filtrage :

Initialisation : Estimation de la position $x_{0/0}$ et de la matrice de covariance. La position du récepteur peut être initialisée au centre de la terre. Dans ce cas durant la phase d'initialisation, le gain du filtre doit converger en six ou sept itérations. Cette opération est réalisée en initialisant la matrice de covariance à chaque fois.

La matrice $\mathbf{Q}$ de covariance des perturbations est donnée une fois pour toute pour un récepteur ou pour un type d'application et couvre l'ensemble des possibles du récepteur et de ses caractéristiques techniques.

La matrice $\mathbf{R}$ de covariance des erreurs, évolue en fonction des états de poursuite du récepteur.

De plus, l'utilisation dispose d'une estimation de la précision de position des satellites et des retards de propagation atmosphériques. Les erreurs sont indépendantes entre les différentes lignes de visée.

La matrice d'observation $\mathbf{H}$ évolue avec la configuration satellites récepteurs. Elle indique quelle quantité d'information telle mesure de distance ou de vitesse apporte à telle composante du vecteur d'état du système.

Dans notre cas on a :

On considère le système de navigation en 3D composé de 5 émetteurs (5 satellites) on les considère comme étant fixes, comme on a démontré dans le 2^{ème} chapitre (position des satellites dans l'espace). Et notre récepteur un avion dans l'espace a des coordonnées (x, y, z) .la figure suivante illustre le phénomène .

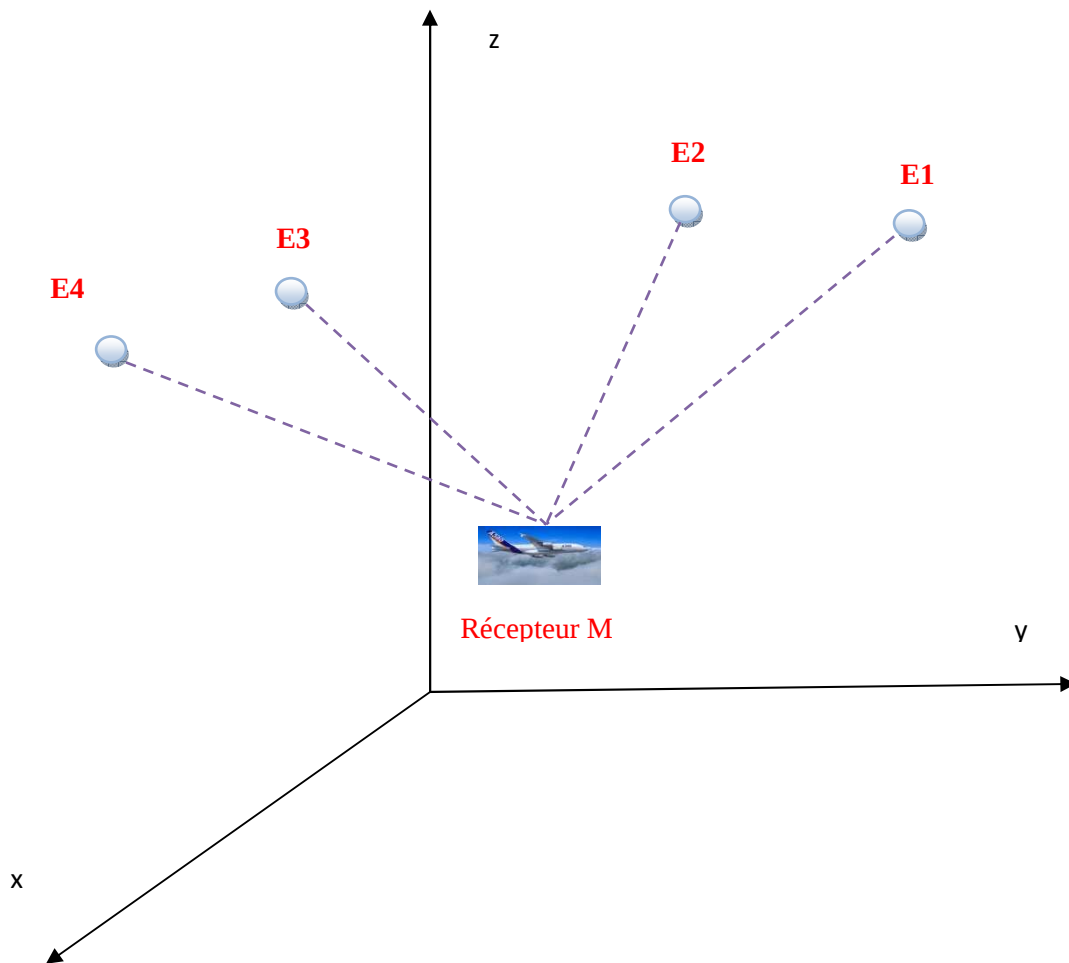


Figure III-4 : positionnement d'un récepteur par satellites.

Les distances sont calculées par le récepteur, en déterminant le délai entre le signal du récepteur et le signal de l'émetteur. Les émetteurs sont tous synchronisés.

Les distances mesurées sont présentées comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 = \|\overrightarrow{ME_1}\| + c\Delta t + e_1 \\ D_2 = \|\overrightarrow{ME_2}\| + c\Delta t + e_2 \\ D_3 = \|\overrightarrow{ME_3}\| + c\Delta t + e_3 \\ \vdots \\ D_n = \|\overrightarrow{ME_n}\| + c\Delta t + e_n \end{array} \right. \quad (3-31)$$

D'où

- Δt est le biais d'horloge entre l'émetteur et le récepteur
- $e_1, e_2, \dots, e_n$ sont les erreurs des distances mesurées.

on note :

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \\ b(t) \end{bmatrix} \text{ et } h(X(t)) = \begin{bmatrix} \|\overrightarrow{ME_1}\| + b(t) \\ \|\overrightarrow{ME_2}\| + b(t) \\ \vdots \\ \|\overrightarrow{ME_n}\| + b(t) \end{bmatrix}, \quad b(t) = c\Delta t(t) \quad (3-31)$$

III-8/ explication des méthodes de résolution de position :

III-8-1/ explication de la résolution de la position par la méthode des moindres carrées :

- On ne suppose qu'une estimation de la position et le biais d'horloge du récepteur $\hat{X}_0(t) = [\hat{x}_0(t) + \hat{y}_0(t) + \hat{z}_0(t)]^T$ est disponible. On note : $\Delta X(t) = X(t) - \hat{X}_0(t)$. l'expression du système des équations composées de mesures linéarisées autour de $\hat{X}_0(t)$. En fonction de $\Delta X(t)$ et de la matrice $H = \frac{\partial h}{\partial X}(\hat{X}_0)$
- proposer un algorithme itératif pour résoudre la position
- supposons que l'erreur $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$, sont des erreurs aléatoires indépendantes chaque erreur e_i est gaussienne centré. déterminons le biais et la variance de la position estimée en fonction de H
- On note $\sigma_{x,y,z}^2$ la variance de norme d'erreur de la position dans l'espace. $\sigma_{x,y,z}^2$ exprimée en fonction de la position des émetteurs et de $\sigma_{e_i}^2$.

- e) mettre en application l'algorithme de solution de position et calculer l'écart type moyen et de l'erreur d'estimation de la position.
- f) analyser l'erreur d'estimation de la position en fonction du temps dans les cas suivants : la trajectoire diagonale, trajectoire le long de l'axe de x, trajectoire Elliptique, en vérifiant l'impact de la puissance de bruit de mesure sur l'erreur d'estimation de position.
- g) comparer l'exécution de l'algorithme des moindres carrés pondérée à l'algorithme des moindres carrés classique.

III-8-2/ explication de la résolution de la position à l'aide d'un filtre continué discret de Kalman :

- a) On modélise le mouvement de l'avion comme une marche aléatoire, on suppose que sa vitesse est un bruit blanc d'écart type noté σ_a . La supposition faite pour les axes X, Y, Z et le biais d'horloge.
- b) exprimant l'équation d'observation de ce système. nous ne supposons que les erreurs $e_1, e_2, \dots, e_n$ sont des erreurs aléatoires, et l'erreur e_i est un bruit blanc gaussien centré avec l'écart type donnent l'expression de la matrice R de covariance de bruit de mesure.
- c) Donnant l'expression de la matrice de position : $H = \frac{\partial h}{\partial X}(\hat{X}_{(k+1|k)})$.
- d) mettre en application ce filtre kalman
- e) analyser la convergence du filtre en fonction des valeurs initiales
- f) analyser l'écart type et le moyen (observé et prévu) de l'erreur d'estimation d'état dans les cas suivants en fonction des valeurs de désaccord utilisées dans la matrice Q :
 - trajectoire diagonale
 - trajectoire le long de l'axe de x
 - trajectoire elliptique

III-9/ travail cherché :**III-9-1/ détermination des équations :**

On reprend les notations de l'énoncé. Les distances en fonction des coordonnées de l'avion s'écrivent :

$$\|ME_i\| = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad (3-32)$$

D'où

$\|ME_i\|$: la distance entre l'émetteur et le récepteur.

x, y, z : les coordonnées de récepteur.

x_i, y_i, z_i : les coordonnées de satellite.

$i=1 : N$ et $N=5$ (nombre de satellite)

le système donné contient quatre inconnus x, y, z et b donc au moins quatre équations seront nécessaires à la détermination de mobile.

III-9-2/ résolution de la position par la méthode des moindres carrés :

a) on peut écrire précédent sous la forme :

$$Y(t) = h(X(t) + E(t)) \quad (3-33)$$

$$\text{Avec } E(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

$E(t)$: vecteur des erreurs de distance

La méthode des moindres carrés nécessite un système linéaire et la fonction h n'est pas linéaire. On linéarise donc le système autour d'une estimation $\hat{X}_0(t)$. Supposée connue en le développant au premier ordre. En notant :

$$X(t) = \Delta X(t) + \hat{X}_0(t) \quad (3-35)$$

On a :

$$H(X(t)) = h(\hat{X}_0(t)) + \frac{\partial h}{\partial X}(\hat{X}_0(t)) \Delta X(t) \quad (3-36)$$

Avec :

$$\frac{\partial h}{\partial X}(\hat{X}_0(t)) =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\hat{x}_0 - x_1}{\sqrt{(\hat{x}_0 - x_1)^2 + (\hat{y}_0 - y_1)^2 + (\hat{z}_0 - z_1)^2}} & \frac{\hat{x}_0 - x_1}{\sqrt{(\hat{x}_0 - x_1)^2 + (\hat{y}_0 - y_1)^2 + (\hat{z}_0 - x_1)^2}} & \frac{\hat{z}_0 - z_1}{\sqrt{(\hat{x}_0 - x_1)^2 + (\hat{y}_0 - y_1)^2 + (\hat{z}_0 - x_1)^2}} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\hat{x}_0 - x_n}{\sqrt{(\hat{x}_0 - x_1)^2 + (\hat{y}_0 - y_1)^2 + (\hat{z}_0 - x_1)^2}} & \frac{\hat{x}_0 - x_n}{\sqrt{(\hat{x}_0 - x_1)^2 + (\hat{y}_0 - y_1)^2 + (\hat{z}_0 - x_1)^2}} & \frac{\hat{z}_0 - z_n}{\sqrt{(\hat{x}_0 - x_1)^2 + (\hat{y}_0 - y_1)^2 + (\hat{z}_0 - x_1)^2}} & 1 \end{bmatrix}$$

(3-36)

Qu'on notera H par la suite

b) en notant :

$$\Delta Y = Y(t) - h(\hat{X}_0(t)) \quad (3-36)$$

On en déduit un algorithme itératif de résolution de la position à t :

X_0 étant connus,

On fait :

Tat que : $\|\Delta Y\| > 3cov(E)$

Faire

{

Calcul de $\Delta Y = Y(t) - h(\hat{X}_0(t))$

Calcul de $\Delta \hat{X} = [H^T H]^{-1} H^T \Delta Y$

Calcul de $\hat{X}_0 = \hat{X}_0 + \Delta \hat{X}$

}

Cet algorithme consiste en l'utilisation de la méthode des moindres carrées « cov(E) » désigne la moyenne des variances des erreurs de position. On devrait aussi obtenir, avec un bruit gaussien, un écart de 1% par rapport à la valeur réelle.

Pour l'algorithme des moindres carrées pondérés, seul le calcul de $\Delta \hat{X}$ serai modifié : il faudrait faire

Tat que : $\|\Delta Y\| > 3cov(E)$

Faire



Calcul de $\Delta Y = Y(t) - h(\hat{X}_0(t))$

Calcul de $\Delta \hat{X} = [H^T R^{-1} H]^{-1} H^T R^{-1} \Delta Y$

Calcul de $\hat{X}_0 = \hat{X}_0 + \Delta \hat{X}$



Avec $R = cov(E)$ (matrice de covariance de E).

c) calcul du biais et de variance

On a :

$$\hat{X} = \hat{X}_0 + \Delta \hat{X}$$

Donc

$$E(\hat{X}) = E(\hat{X}_0) + E(\Delta \hat{X}) = \hat{X}_0 + E(\Delta \hat{X}) \quad (3-37)$$

Et

$$E(\Delta \hat{X}) = \Delta \hat{X} \quad (3-38)$$

Si E centré, d'où

$$E(\hat{X}) = \hat{X}_0 + \Delta \hat{X} = X \quad (3-39)$$

L'estimateur est non biaisé

D'après les résultats sur la technique de moindres carrés

$$Cov(\hat{X}) = cov(\hat{X}_0 + \Delta \hat{X}) = cov(\Delta \hat{X}) \quad (3-40)$$

$$Cov(\hat{X}) = [H^T H]^{-1} H^T R H [H^T H]^{-1} \quad (3-41)$$

Si on considère maintenant l'estimateur des moindres carrés pondérés, on a :

$$\Delta \hat{X} = [H^T R^{-1} H]^{-1} H^T R^{-1} \Delta Y \quad (3-42)$$

Linéaire en ΔY donc biais et on obtient d'après le résultat sur l'estimateur des moindres carrés pondérés

$$Cov(\hat{X}) = [H^T R^{-1} H]^{-1}$$

Les deux estimateurs sont donc de biais nul et on montre que la seconde matrice de covariance est toujours inférieure à la première (au sens de la forme quadratique associée).

e) Implantation de l'algorithme

On complète le programme donné en rajoutant dans les deux cas (technique MC et MCP) :

- Pour x, y, z, et b le calcul de la moyenne (en plus de calcul de variation de la variance, déjà fait) sur les courbes respectives « ERREUR ESTIMATION X », « ERREUR ESTIMATION Y », « ERREUR ESTIMATION Z », « ERREUR ESTIMATION b ».

Remarque : le bruit généré sur l'erreur de mesure de position est utilisé pour les deux techniques et on pourra ainsi les comparer ponctuellement.

III-9-3 résolution de la position par filtrage de Kalman étendu discret :

a) Equation d'état :

On modélise le mouvement de l'avion comme une marche aléatoire, on suppose que sa vitesse est un bruit blanc d'écart type noté σ_a . La supposition faite pour les axes X, Y, Z et le biais d'horloge. Le vecteur adéquat pour ce processus est :

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \\ b_k \end{bmatrix} \quad (3-43)$$

Cet état est caractéristique d'un processus continu observé à des instants discrets de période T_e . Notons $\dot{X}(t) = w_{vx}(t)$ ou $w_{vx}(t)$ est un bruit blanc de puissance $\sigma_{wv,x}^2$

$$\int_t^{t+dt} \mathbf{x}(u) du = \int_t^{t+dt} \mathbf{w}_{v,x}(u) du \quad (3-44)$$

On en déduit :

$$\mathbf{w}_x = \mathbf{x}(t + dt) - \mathbf{x}(t) = \int_t^{t+dt} \mathbf{w}_{v,x}(u) du \quad (3-45)$$

$$E[\mathbf{w}_x(t)] = \mathbf{0};$$

Calculons $\text{var}(\mathbf{w}_x(t))$:

$$\begin{aligned}
 \text{var}(\mathbf{w}_x(t)) &= \mathbf{E}[\mathbf{w}_x^2(t)] \\
 &= \mathbf{E}\left[\int_t^{t+dt} \mathbf{w}_{v,x}(u) du \int_t^{t+dt} \mathbf{w}_{v,x}(v) dv\right] \\
 &= \int_t^{t+dt} \int_t^{t+dt} \mathbf{E}[\mathbf{w}_{v,x}(u) \mathbf{w}_{v,x}(v)] du dv \\
 &= \int_t^{t+dt} \int_t^{t+dt} \sigma_x^2 \delta(u-v) du dv \\
 &= \sigma_x^2 dt
 \end{aligned} \tag{3-46}$$

Où dt est la période d'échantillonnage, $dt = T_e$

On a : $\mathbf{X}_{K+1} = \mathbf{F}\mathbf{X}_K + \mathbf{W}_K$ (équation d'état) avec :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{W}_K = \begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \\ W_b \end{bmatrix} \tag{3-47}$$

La matrice de covariance $\mathbf{Q}$ est de la forme :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma_{wx}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{wy}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{wz}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{wb}^2 \end{bmatrix} \tag{3-48}$$

b) Modèle de mesure :

On a :

$$\mathbf{Y}_n = \mathbf{h}(\mathbf{X}_n) + \mathbf{V}_K \tag{3-49}$$

Etant donné les bruits de mesure donnés dans le vecteur σ , on en déduit la matrice

$\mathbf{R}$ tel que :

$$\mathbf{R}[i][j] = 0 \text{ pour } i \neq j$$

$$\mathbf{R}[i][i] = (\sigma[i])^2$$

c) Implantation du filtre :

On rappelle les 5 équations d'implantation du filtre de kalman étendu :

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{X}_{k/k}$$

$$\mathbf{E}_{k+1/k} = \mathbf{F}_k \mathbf{E}_{k/k} \mathbf{F}_k^t = \mathbf{Q}_k$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{E}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^t * (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{E}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^t + \mathbf{R}_{k+1})^{-1}$$

$$\mathbf{X}_{k+1/k+1} = \mathbf{X}_{k+1/k} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{Y}_{k+1} - \mathbf{h}(\mathbf{X}_{k+1/k}))$$

$$E_{k+1/k+1} = E_{k+1/k} - K_{k+1} H_{k+1} E_{k+1/k}$$

$$\text{Ou } H_{k+1} = \frac{\partial h}{\partial X}(X_{k+1/k}).$$

Conclusion de chapitre :

Ce chapitre est basé sur le développement des équations par la méthode de filtre de kalman et les moindres carrés, afin de les appliquer pour les simulation et résultats dans le dernier chapitre.

IV-1/ Introduction :

MATLAB est un logiciel de calcul matriciel, à syntaxe simple. Avec ses fonctions spécialisées, MATLAB peut être aussi considéré comme un langage de programmation adapté pour les problèmes scientifiques. MATLAB est un interpréteur: les instructions sont interprétées et exécutées ligne par ligne. MATLAB fonctionne dans plusieurs environnements tels que X-Windows, Windows, Macintosh.

Il existe deux modes de fonctionnement:

1. mode interactif: MATLAB exécute les instructions au fur et à mesure qu'elles sont données par l'utilisateur.

2. mode exécutif: MATLAB exécute ligne par ligne un "fichier M" (programme en langage MATLAB).

➤ *Pourquoi le matlab ?*

On a choisi ce langage de programmation pour les raisons suivantes :

- Un outil très utilisé dans les universités.
- Le faible temps nécessaire pour l'écriture d'un programme.
- L'association du calcul et de la visualisation ce qui permet de tester au fur et à mesure ses modifications.
- La possibilité d'incorporer directement les figures dans un traitement de texte Word.

Ce logiciel permet encore, de manière interactive :

- De faire des calculs matriciel ;
- D'analyser les données ;
- De visualiser les résultats en 2D et 3D.

Dans ce chapitre on va présenter les résultats de la poursuite de notre trajectoire et faire une comparaison entre les trajectoires réelles, les trajectoires calculées et trajectoires estimées.

IV-2 / calcul de la position de satellite :

Avant d'effectuer la poursuite, le récepteur détermine les satellites en visibilité et calcule leurs positions ; comme on a vu dans le 2^{ème} chapitre.

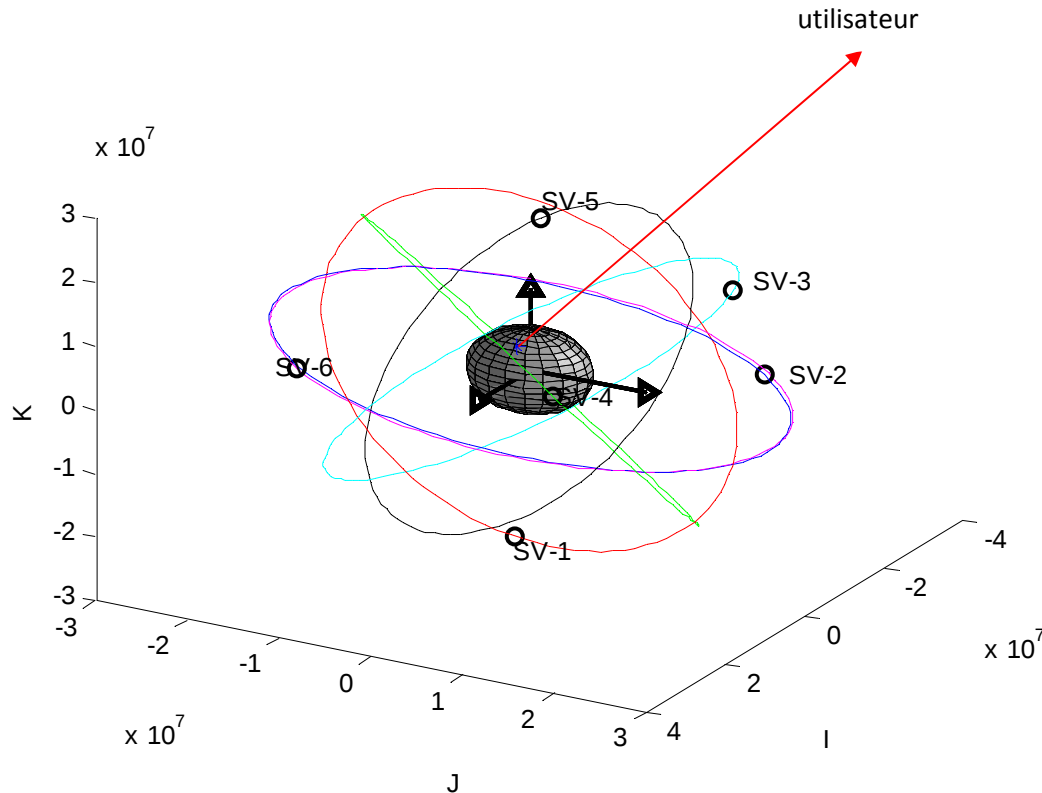
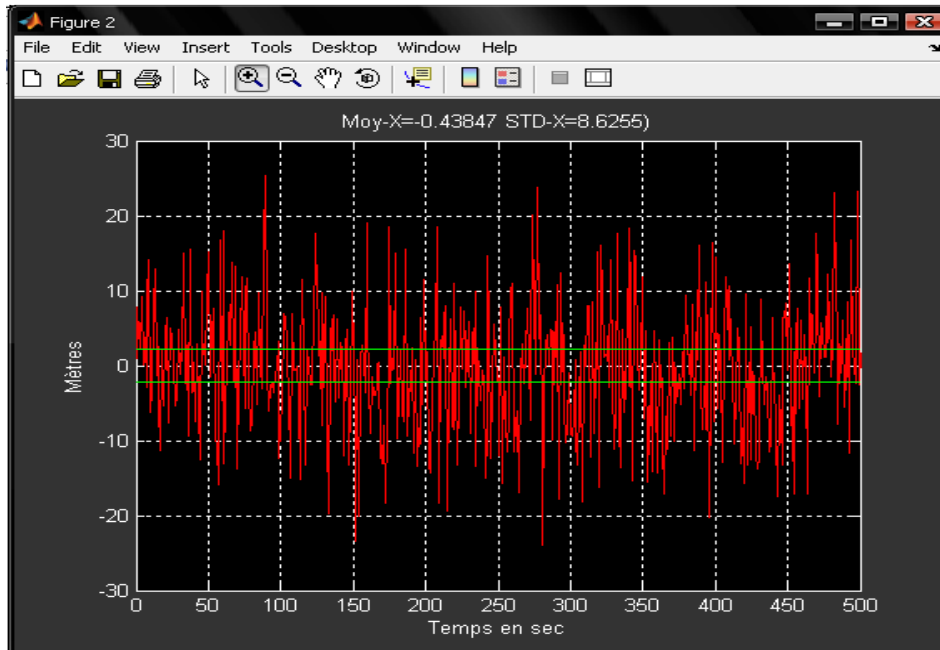
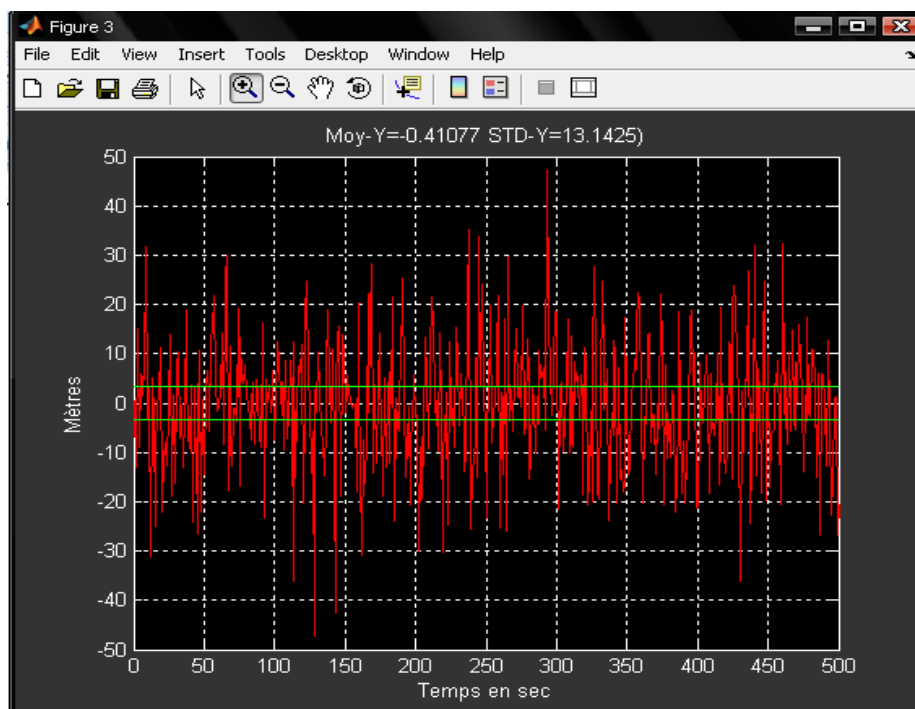
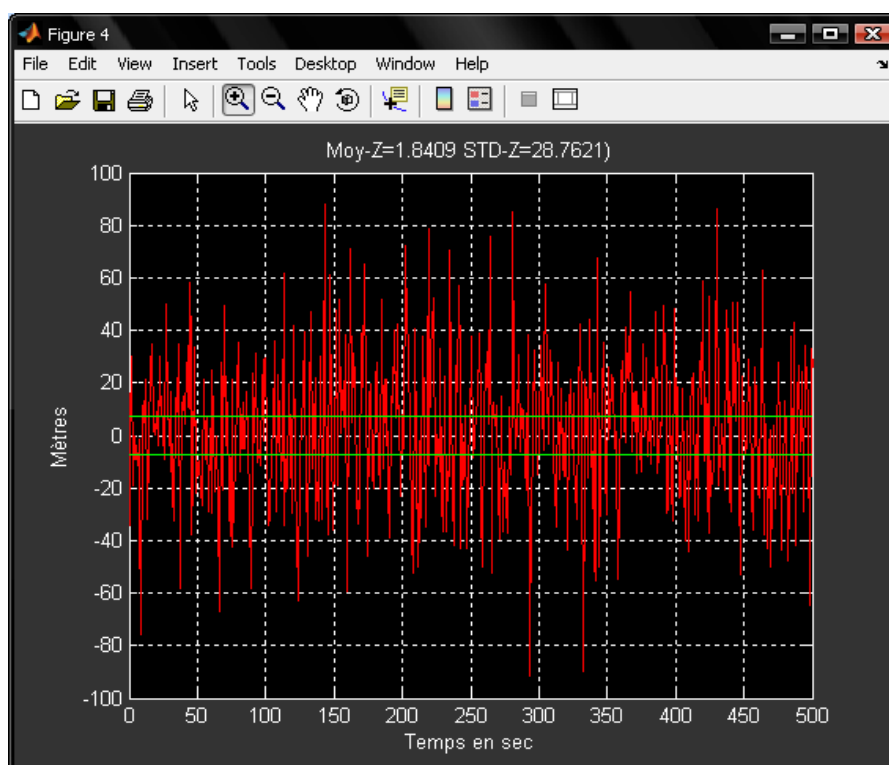
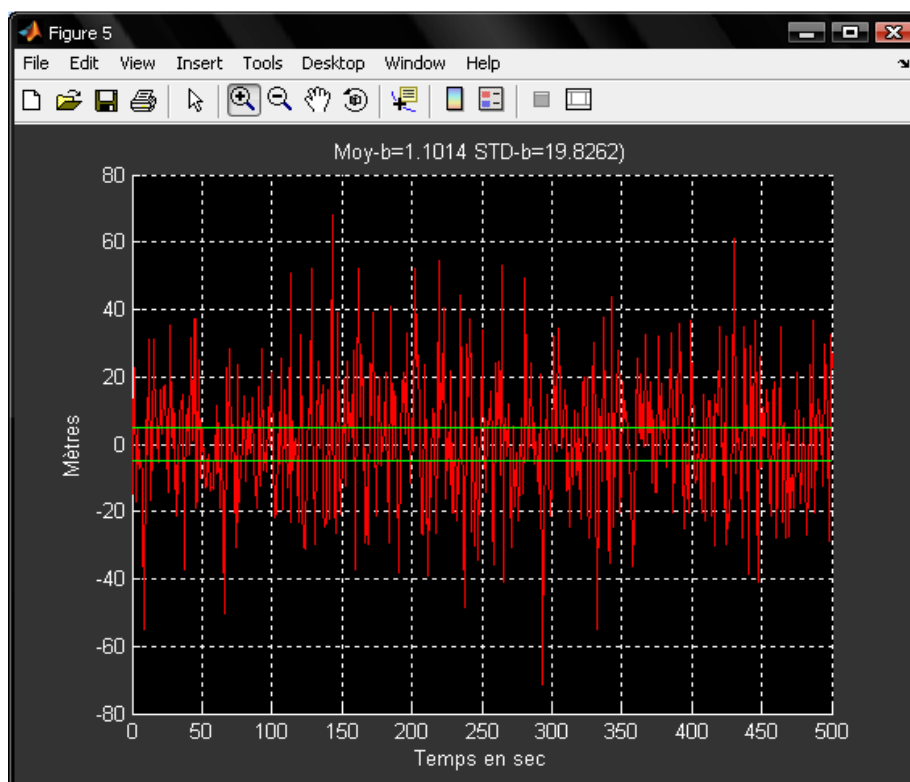


Figure IV-1 : Les satellites utilisés

Après avoir déterminé les positions des satellites, et les pseudos distances, on peut maintenant calculer la position de l'utilisateur et poursuivre sa trajectoire par la méthode du filtre de KALMAN et la méthode des moindres carrés.

IV-2 / Analyse des erreurs d'estimation au cours du temps :**A) Estimation par la méthode MC :****A-1) Cas de la trajectoire rectiligne diagonale :****Figure IV-2 : erreur estimation X****Figure IV-3 : erreur estimation Y**

**Figure IV-4 : erreur estimation Z****Figure IV-5 : erreur estimation B**

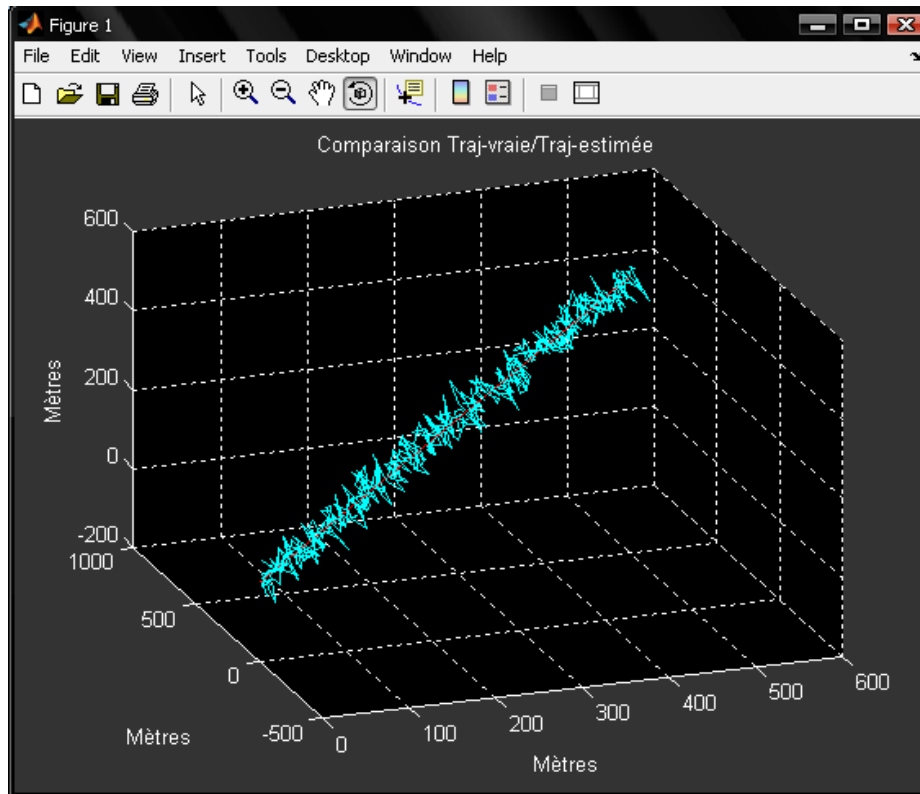


Figure IV-6 : Comparaison entre la trajectoire vraie et estimée

A-2) cas d'une trajectoire elliptique :

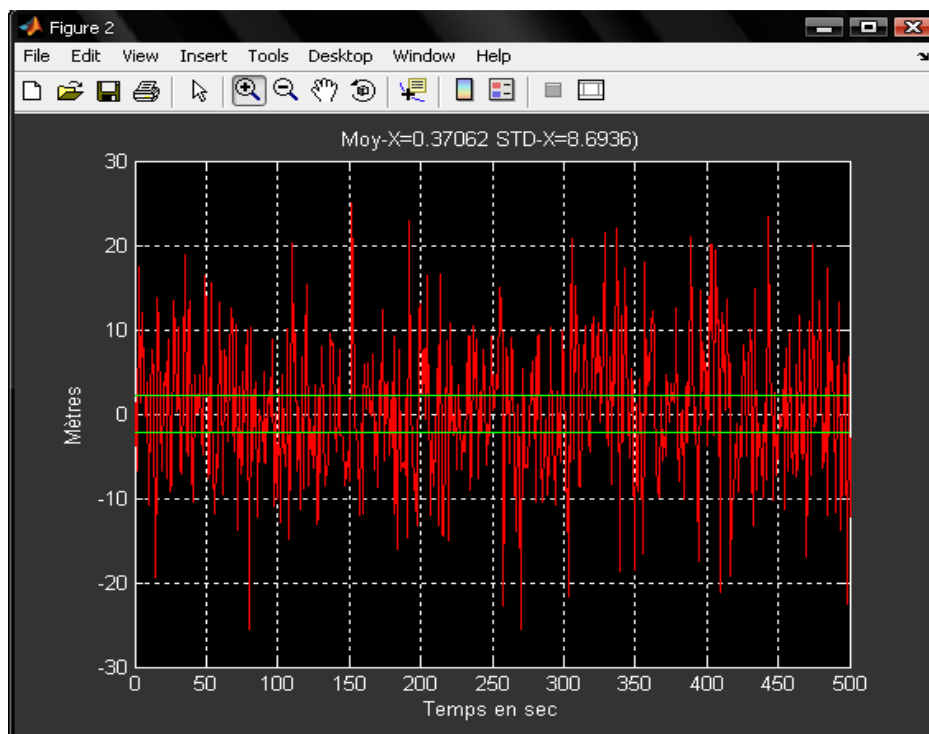
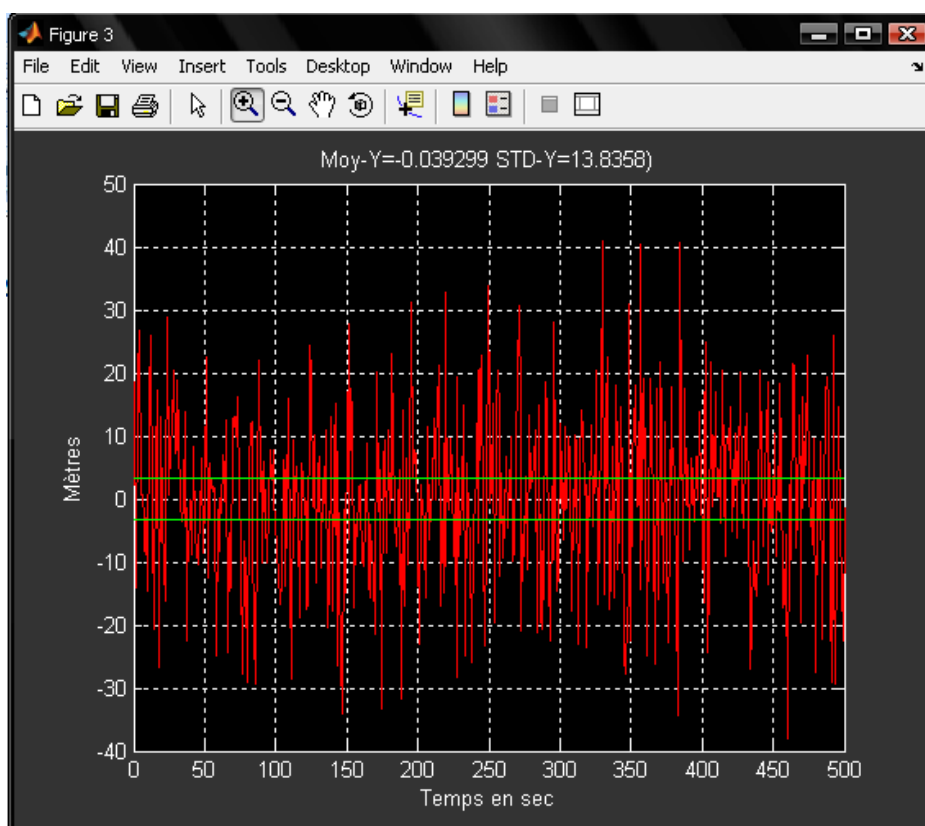
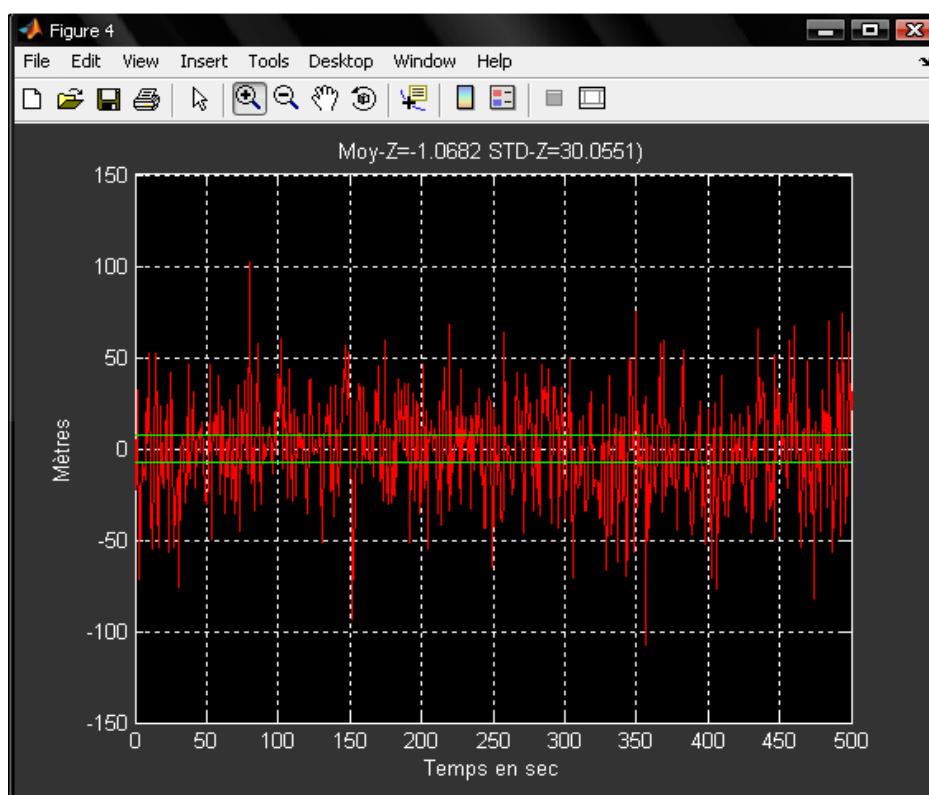
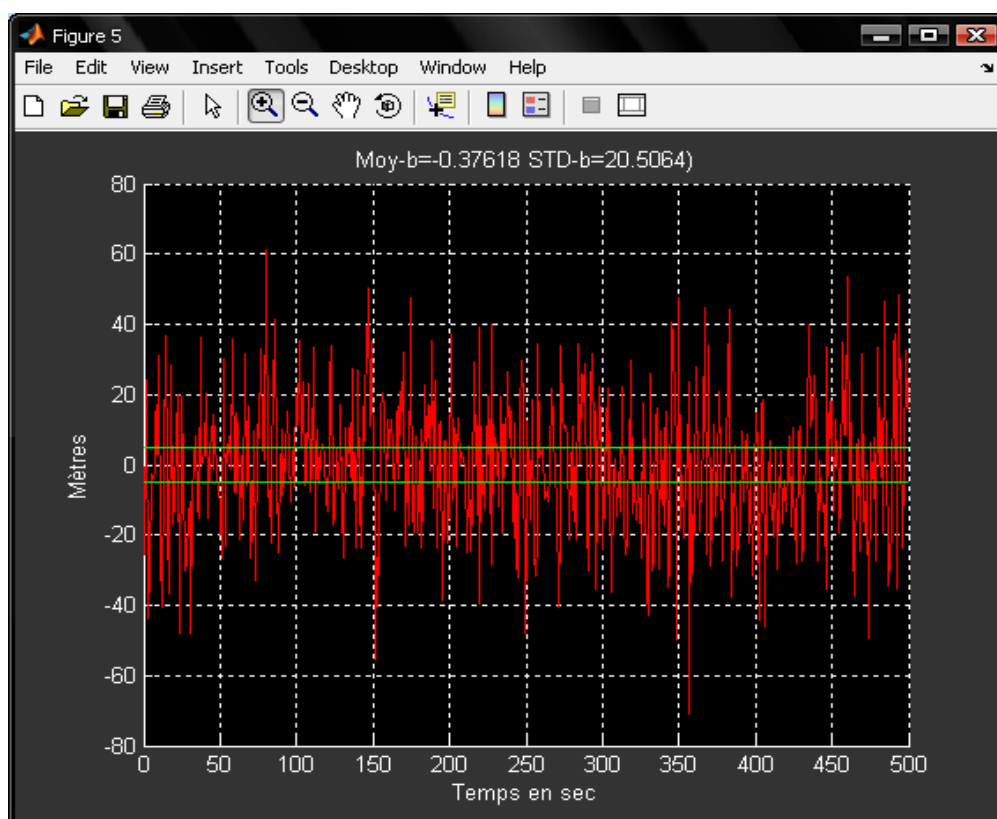
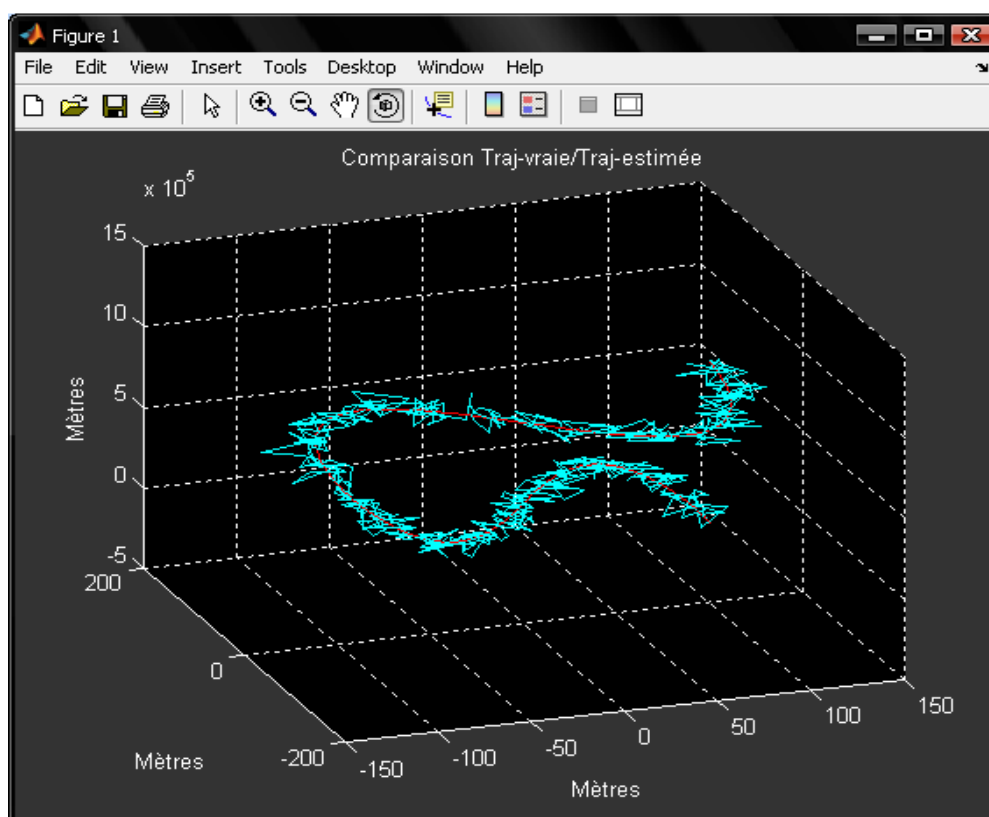


Figure IV-7 : erreur estimation X

**Figure IV-8 : erreur estimation Y****Figure IV-9 : erreur estimation Z**

**Figure IV-10 : erreur estimation B****Figure IV-11 : Comparaison entre la trajectoire vraie et estimée**

2) estimation par les moindres carrés pondérés :

2-A) cas d'une trajectoire diagonale rectiligne :

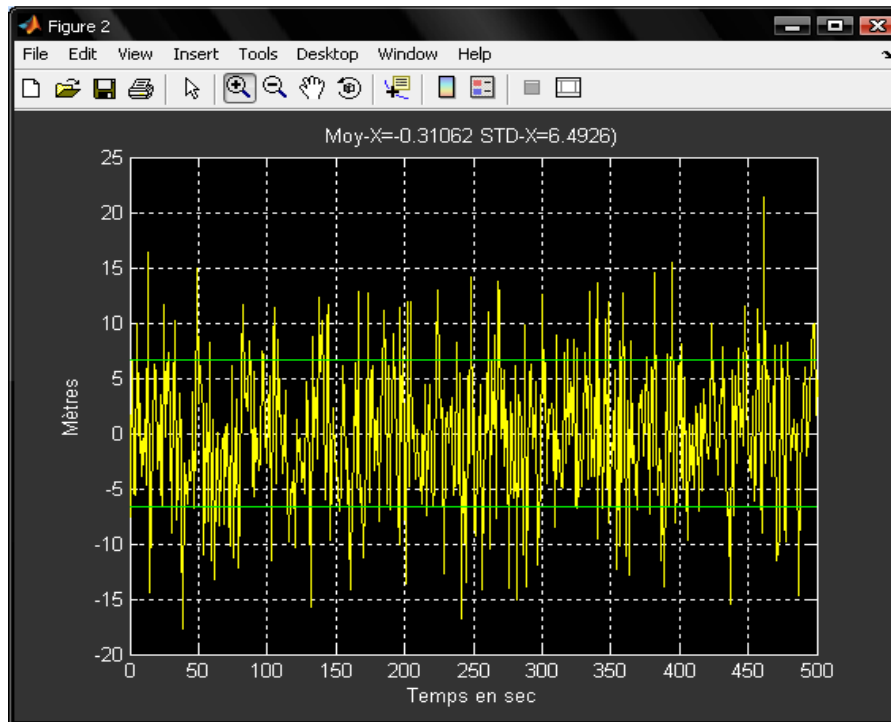


Figure IV-12 : erreur estimation X

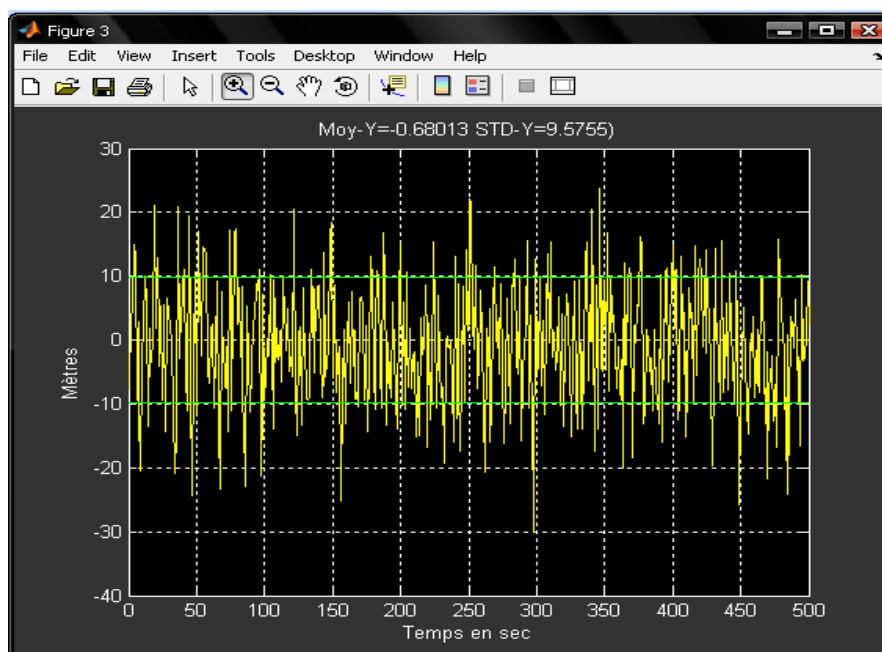
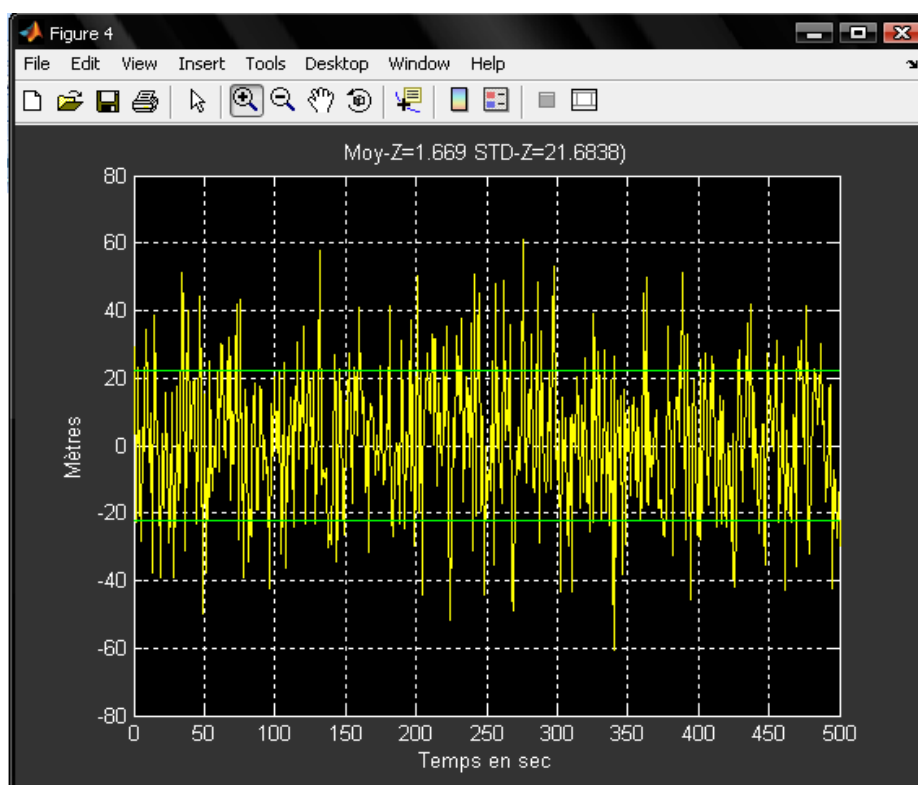
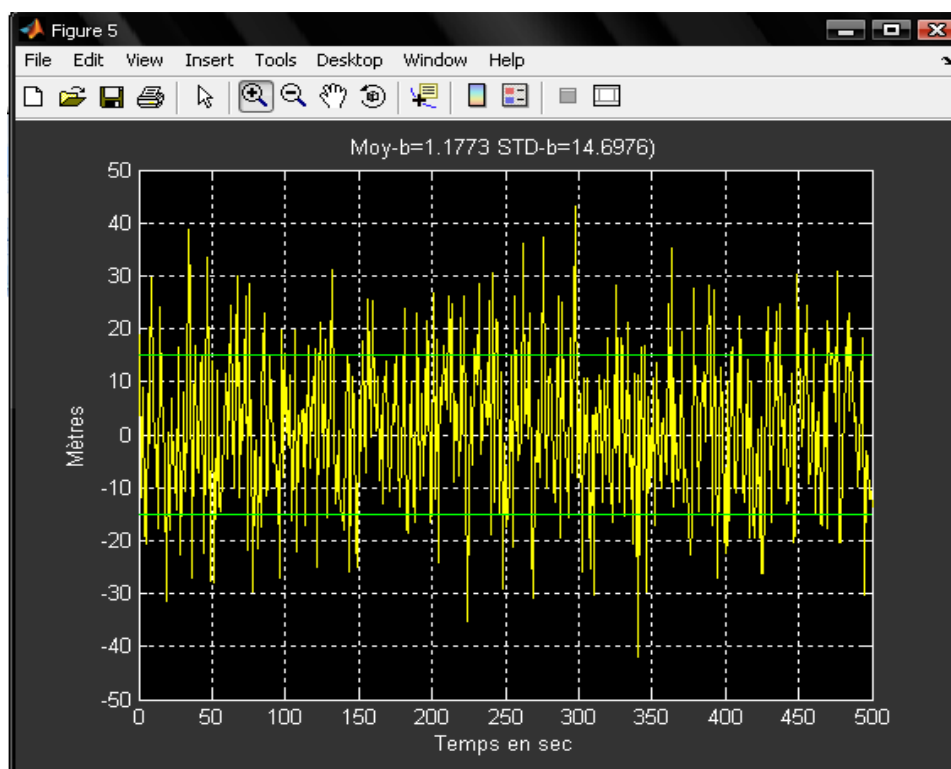


Figure IV-13 : erreur estimation Y

**Figure IV-14 : erreur estimation Z****Figure IV-15 : erreur estimation B**

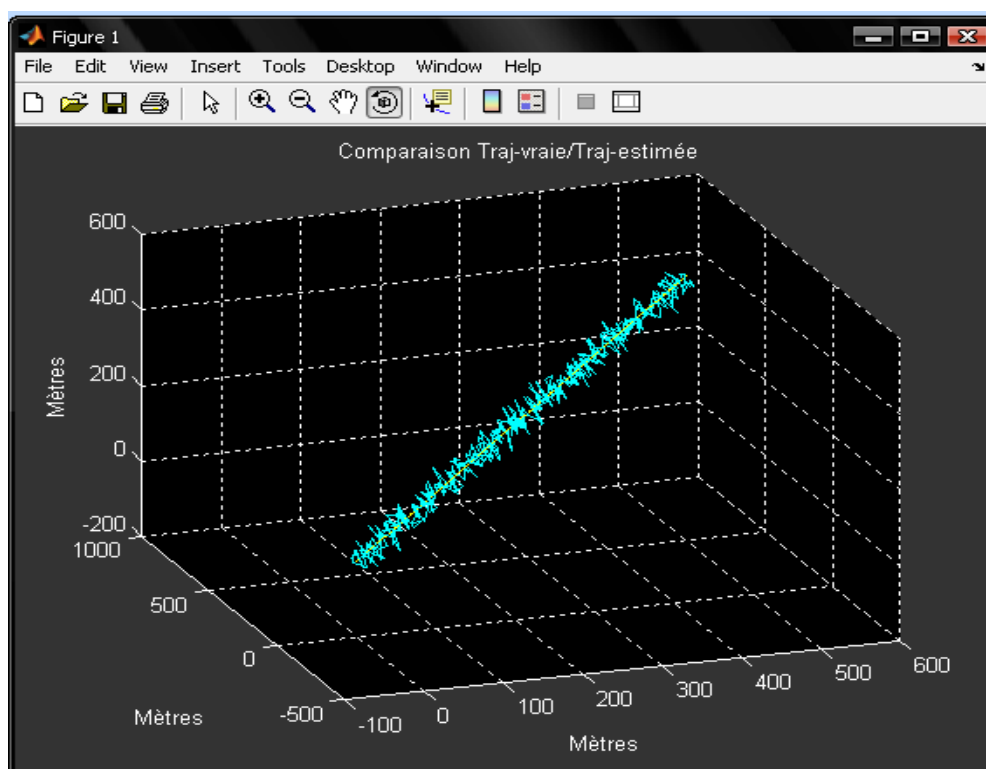


Figure IV-16 : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée

2-B) cas d'une trajectoire elliptique :

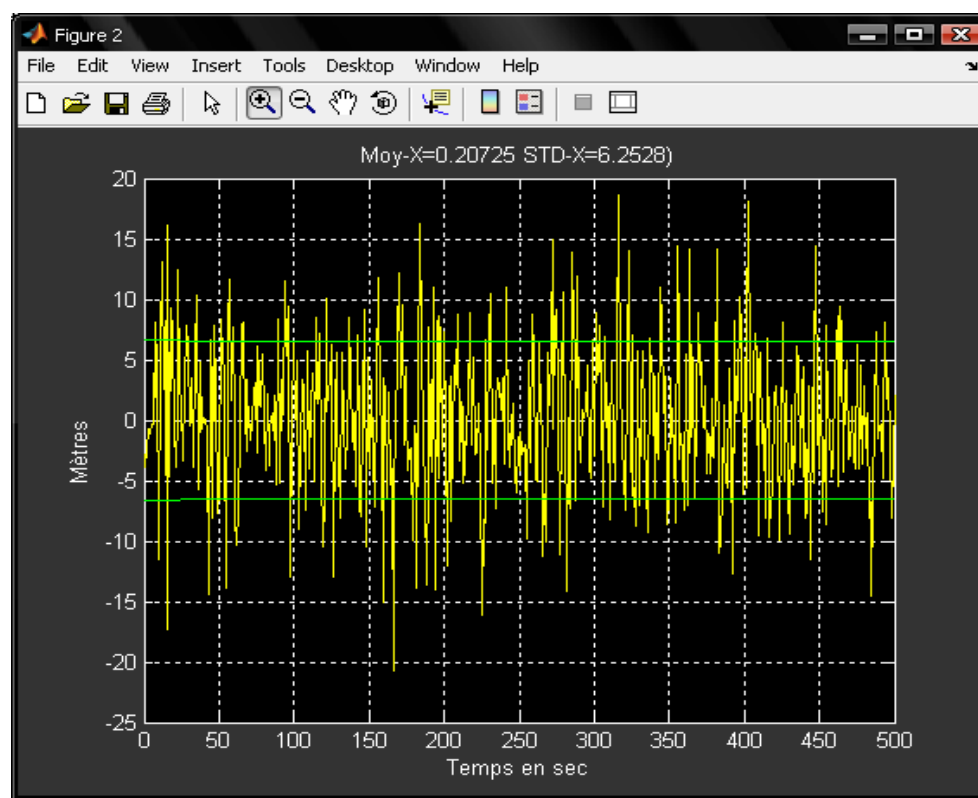


Figure IV-17 : erreur estimation X

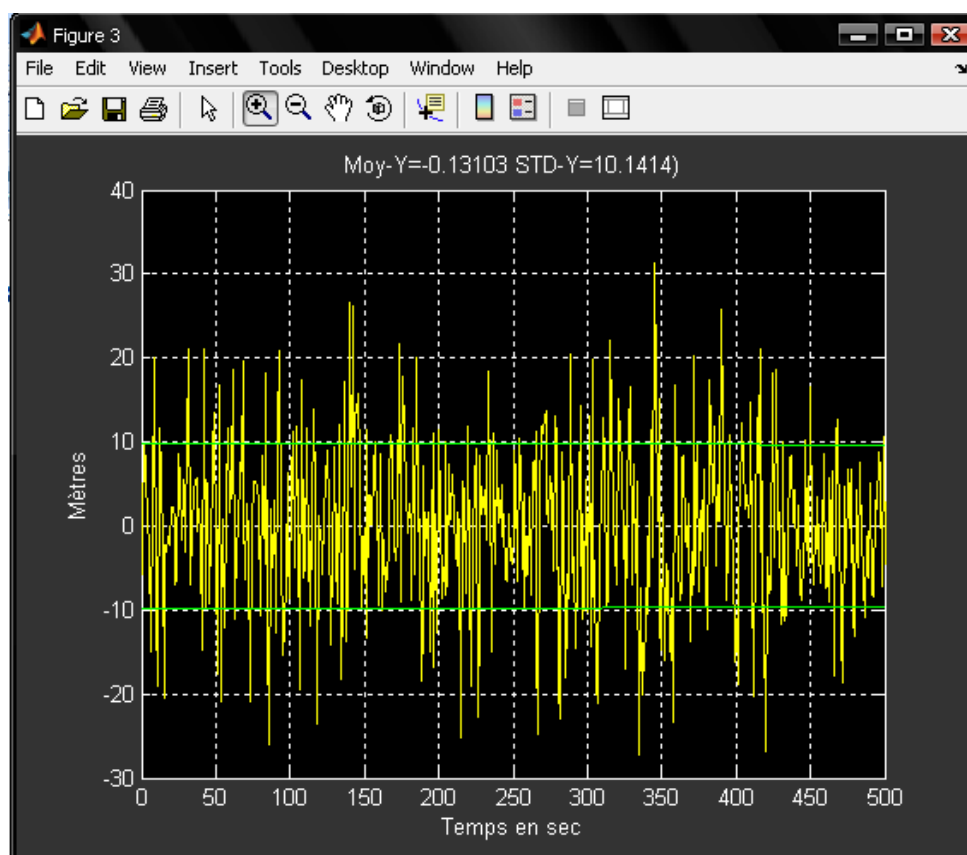


Figure IV-18 : erreur estimation Y

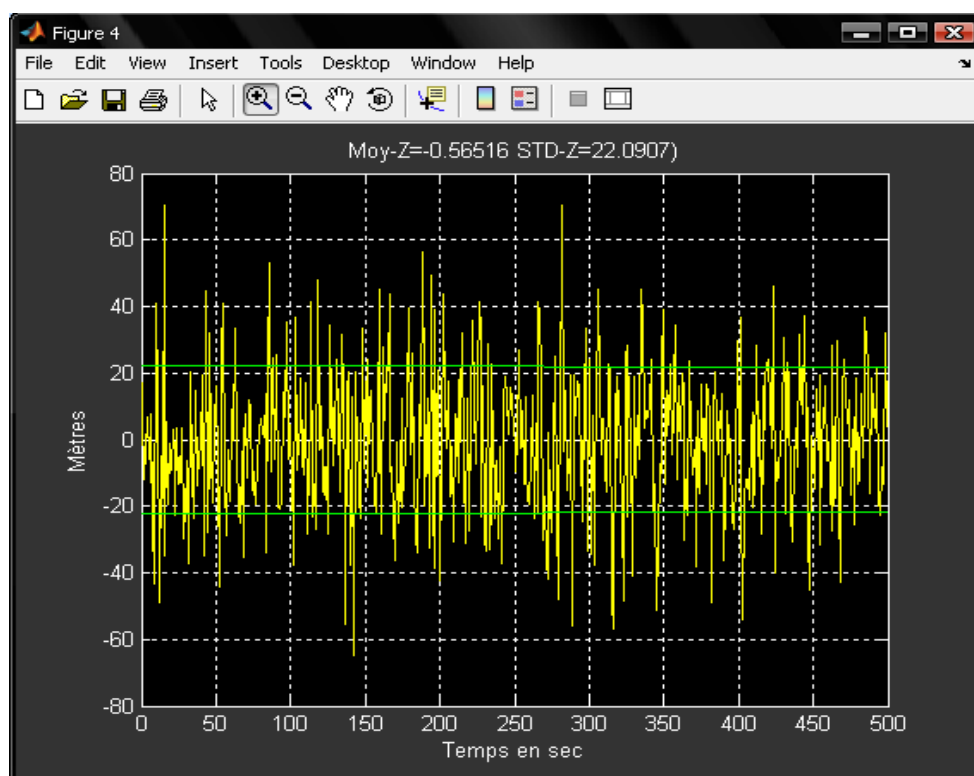
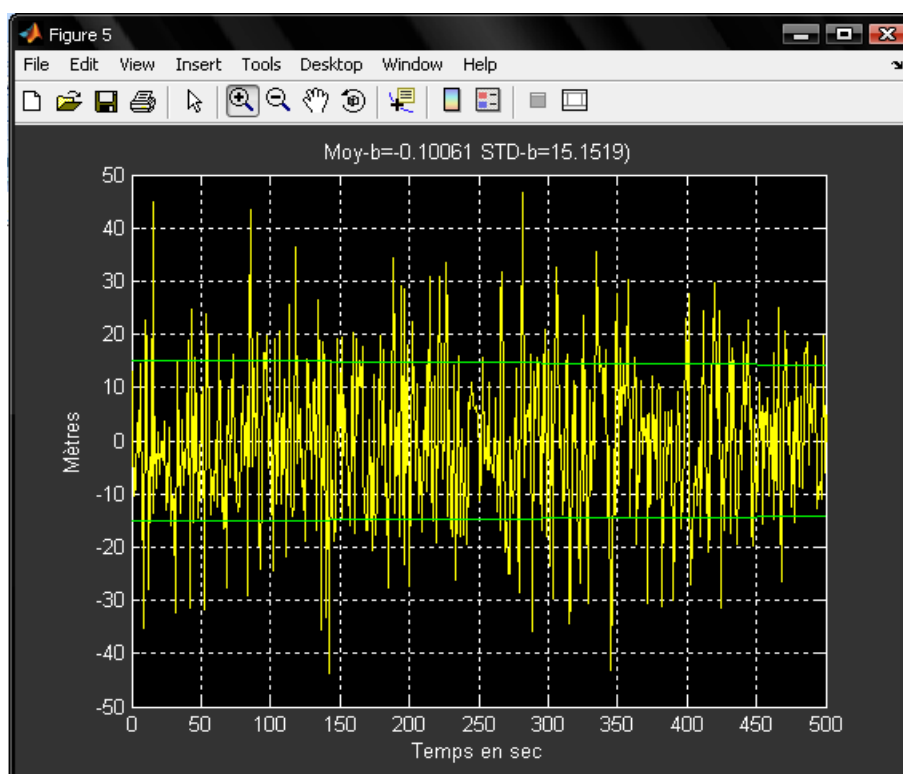
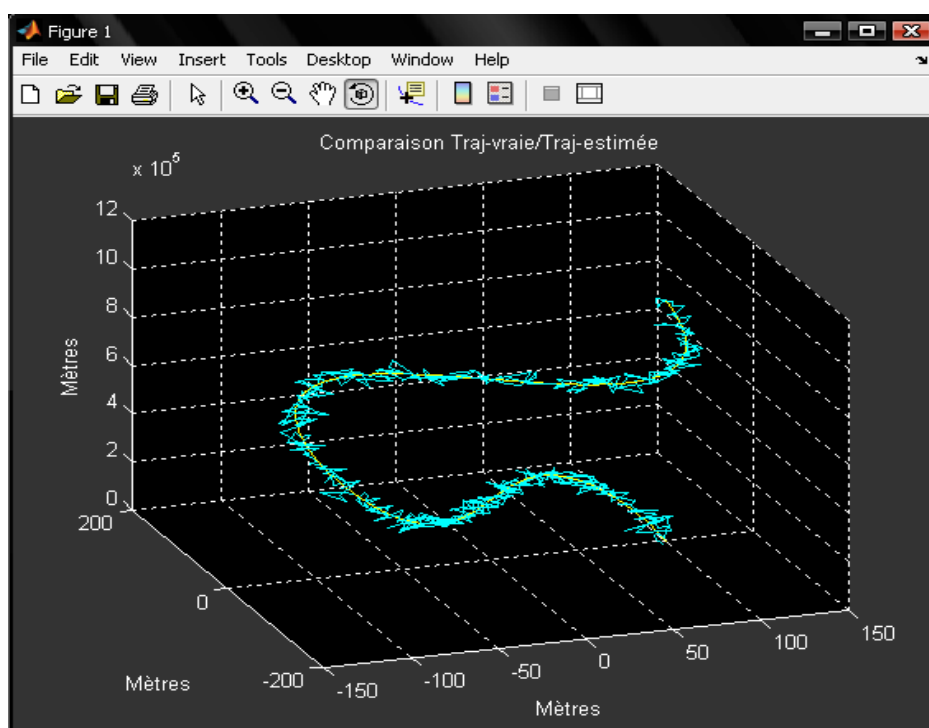


Figure IV-19 : erreur estimation Z

**Figure IV-20 : erreur estimation B****Figure IV-21 : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée**

3) Estimation par le filtre de kalman :

3-A) cas d'une trajectoire rectiligne diagonale :

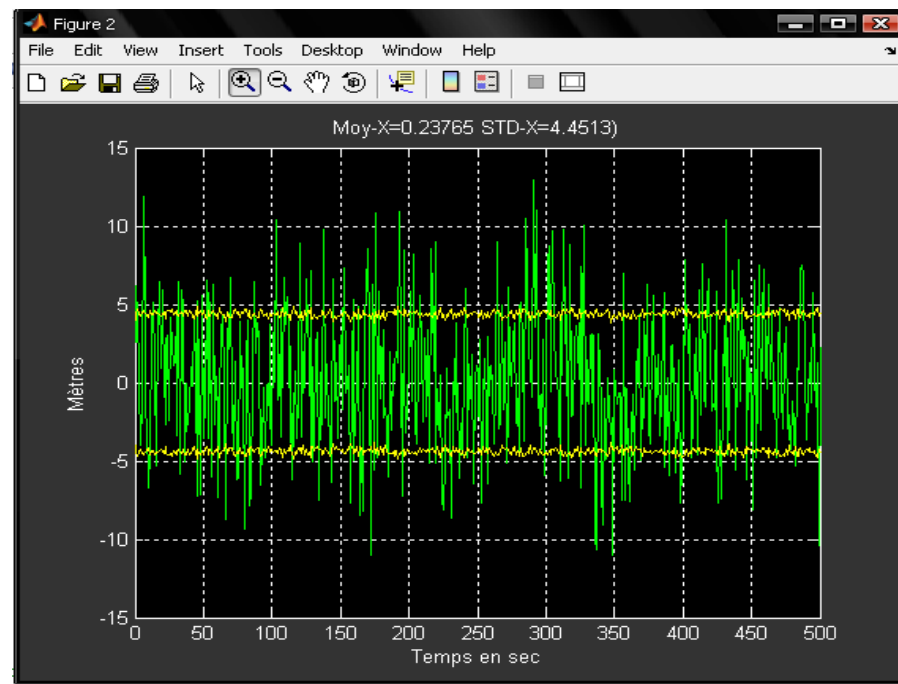


Figure IV-22 : erreur estimation X

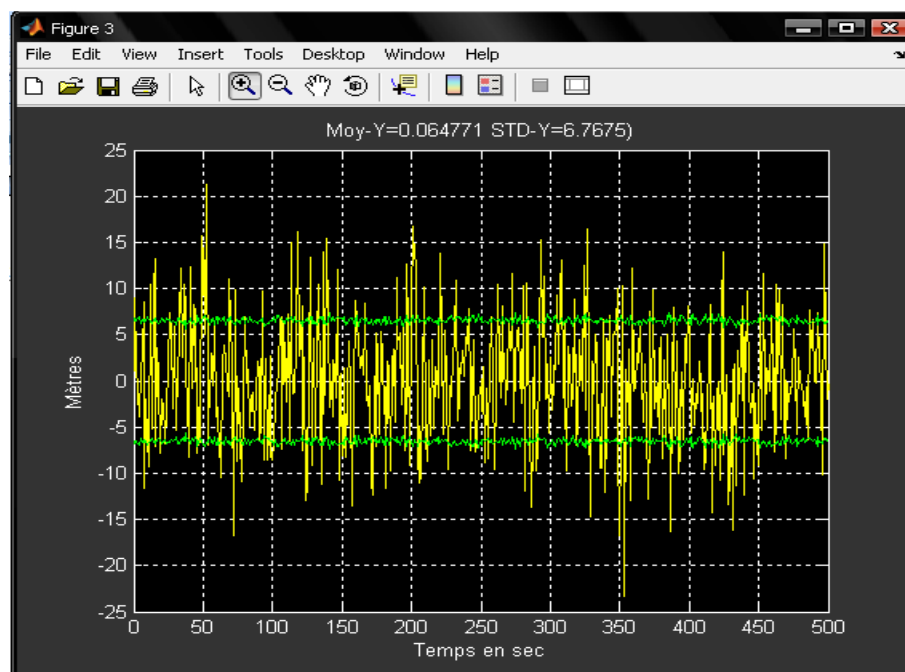
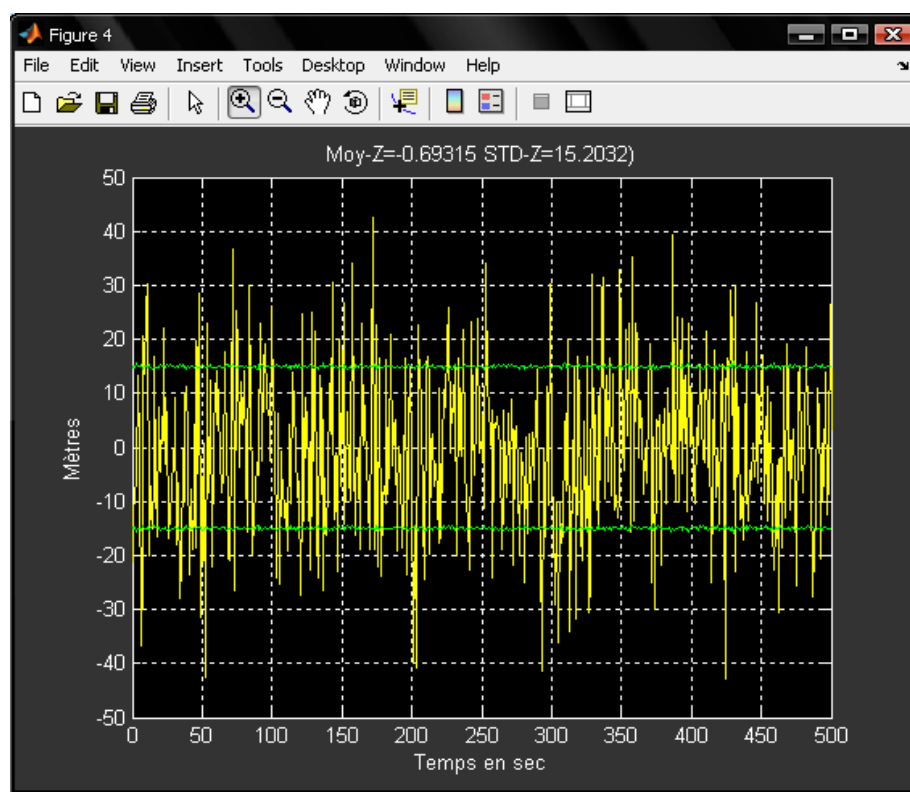
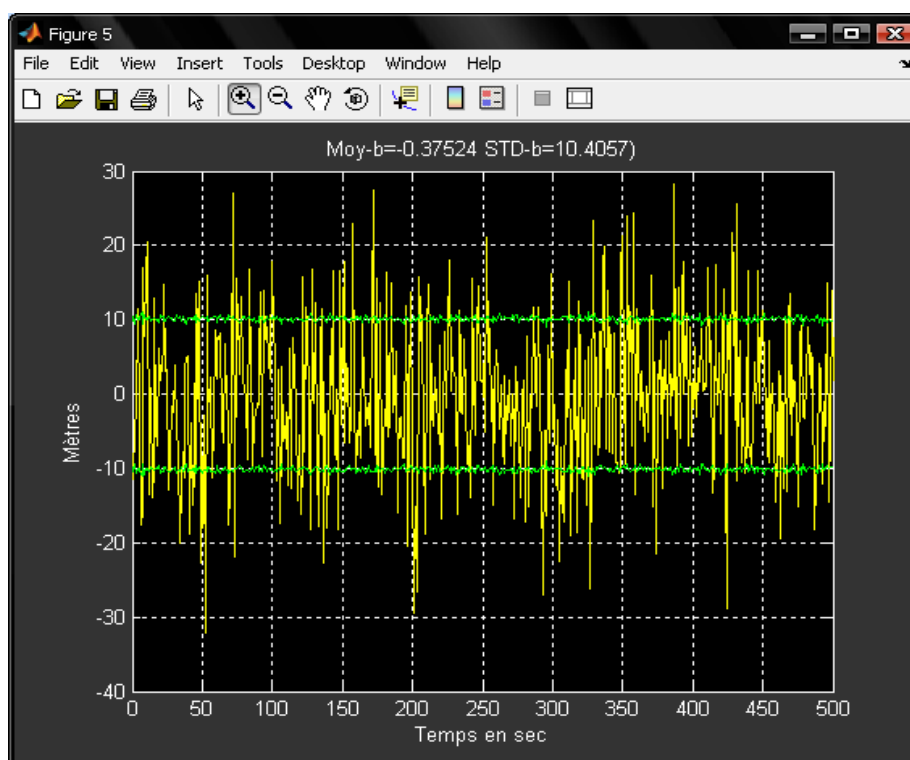


Figure IV-23 : erreur estimation Y

**Figure IV-24 : erreur estimation Z****Figure IV-25 : erreur estimation B**

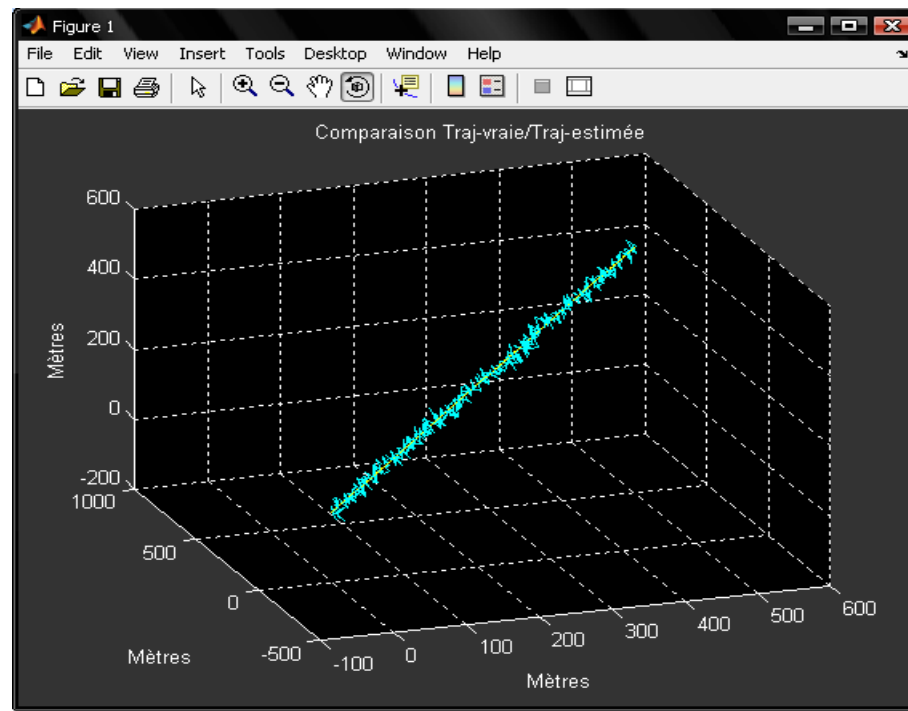


Figure IV-26 : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée

3-A) cas d'une trajectoire elliptique :

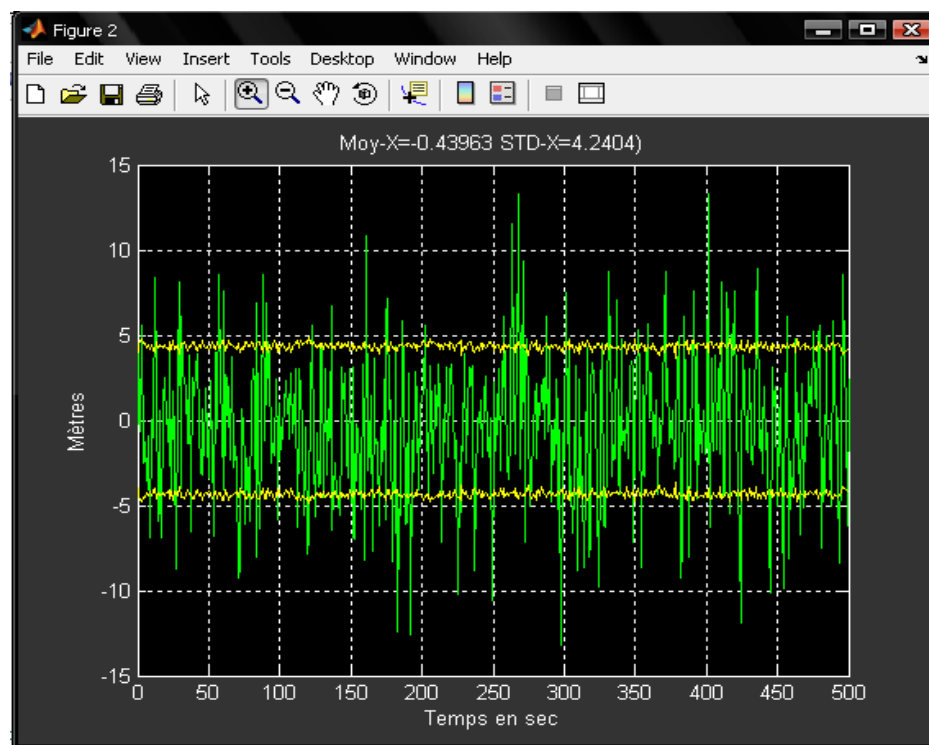
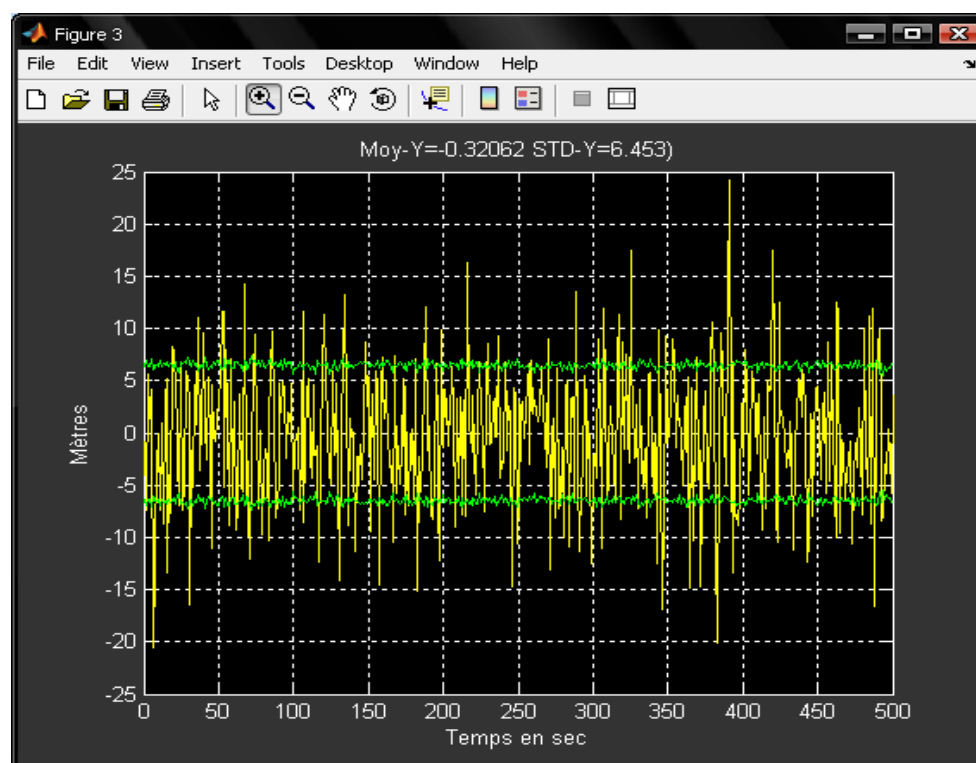
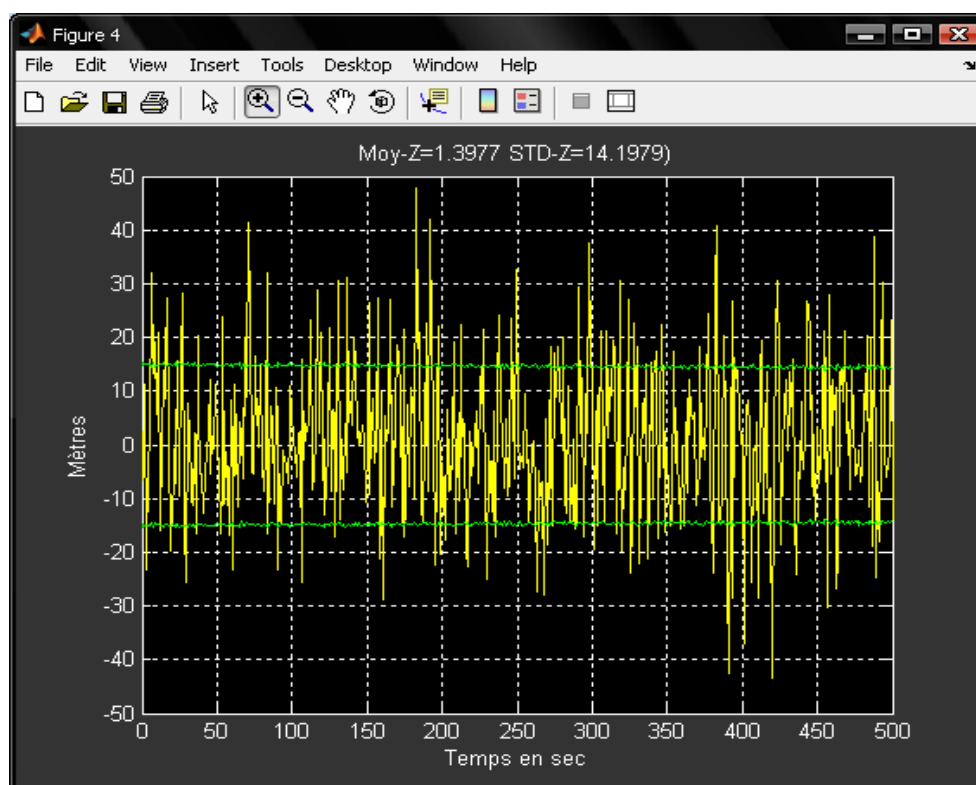


Figure IV-27 : erreur estimation X

**Figure IV-28 : erreur estimation Y****Figure IV-29 : erreur estimation Z**

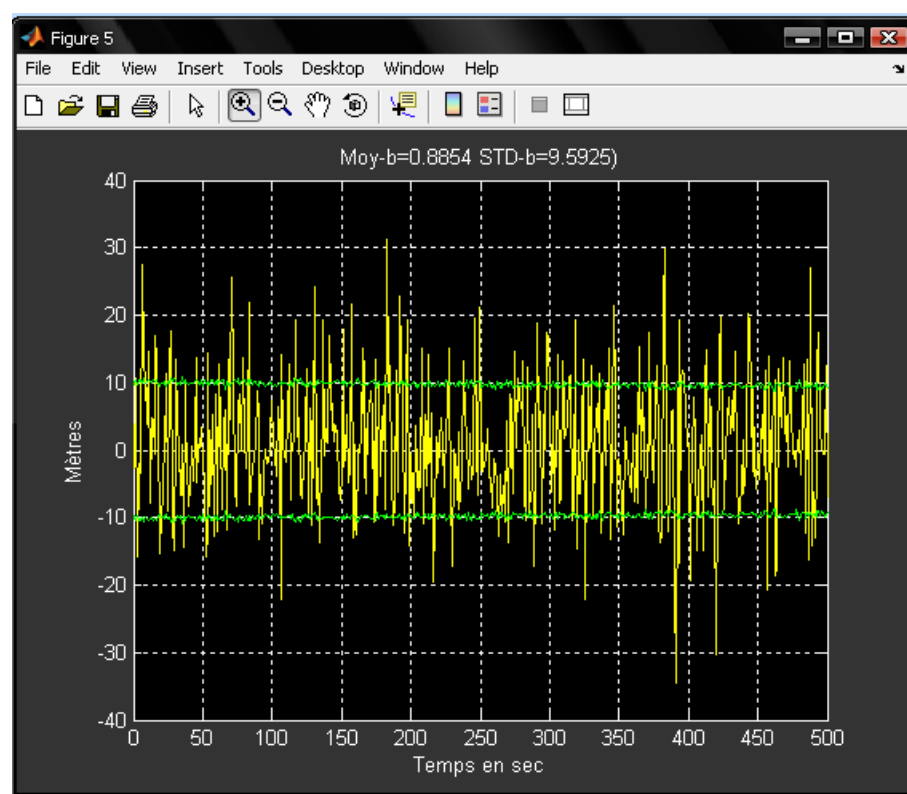


Figure IV-30 : erreur estimation B

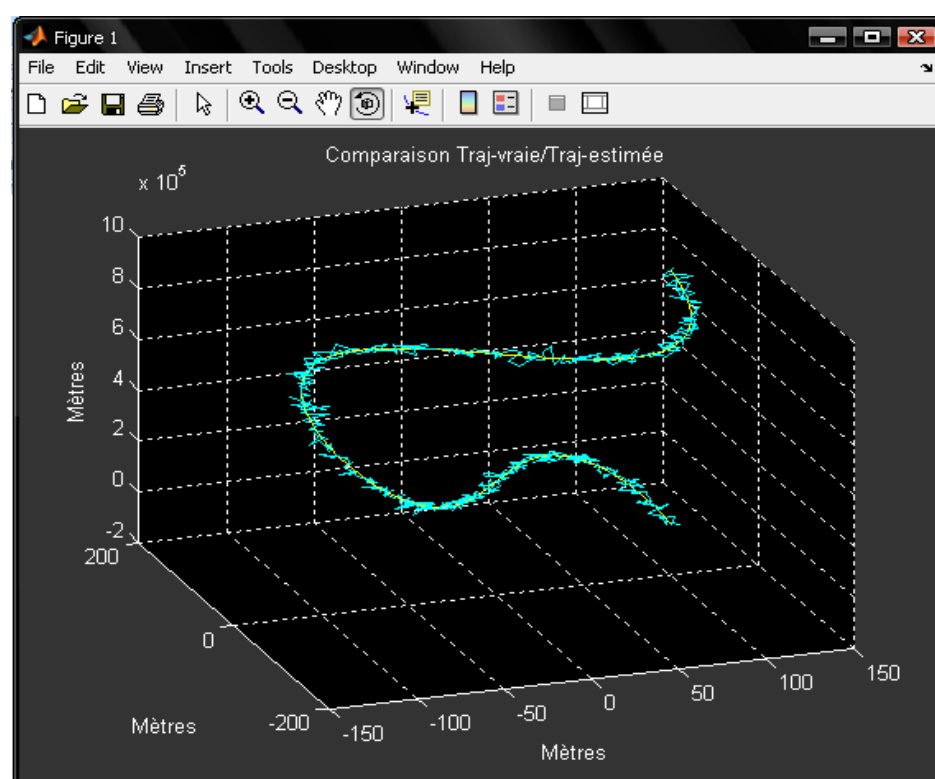


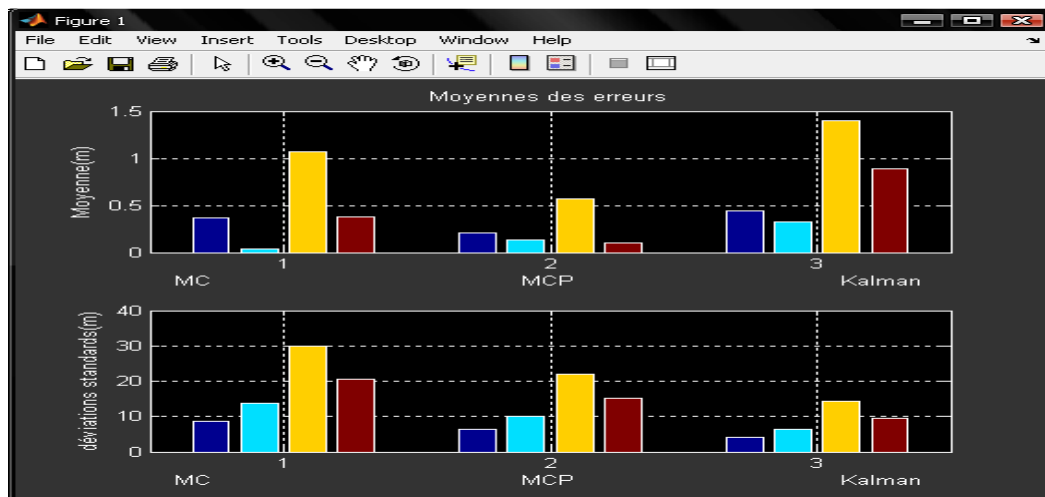
Figure IV-31 : comparaison entre la trajectoire vraie et estimée

Après avoir les simulations de chaque méthode, maintenant, on va comparer entre eux, pour ce on a fait un petit programme avec une figure qui fait la comparaison.

Pour une trajectoire rectiligne :



Pour un trajectoire elliptique :



- Influence du bruit de mesure

On se place dans deux cas de la trajectoire rectiligne diagonale et on fait varier le bruit mesure. On prend trois cas différents :

- Ecart type égaux à (1,3, 6, 10, 12).
- Ecart type égaux à (2, 5, 8, 12, 14).

- Ecart type égaux à (1,2, 3, 4, 5).

On mesure :

		Erreur de distance			
		Moindres carrées		Moindres carrées P	
		Moyenne	Variance	moyenne	variance
Cas 1	1,3, 6, 10, 12	4,98	36,36	4,66	30,95
Cas 2	2, 5, 8, 12, 14	6,59	60,17	6,15	53,53
Cas 3	1,2, 3, 4, 5	2,37	7,66	2,27	7,04

Tableau IV-1 : erreur de distance par rapport au bruit

On vérifie que pour les deux algorithmes, la variance de l'erreur de distance Augmente lorsque la puissance du bruit augmente.

IV-3 comparaison des moindres carrés et moindres carrés pondérés :

Remarque : le bruit généré pour l'erreur de mesure de position est utilisé pour les deux techniques et on pourra ainsi les comparer ponctuellement.

Klman			
Type de trajectoire	Position initiale	Moyenne	variance
Diagonale rectiligne	$X_0(0, 0, 0,0)$	2.96	1.87
	$X_0(300, 300, 300,0)$	3.58	102.25
Rectiligne selon x, y et sont constant	$X_0(0, 0, 0,0)$	2.87	11.89
	$X_0(300, 300, 300,0)$	3.69	100.14
elliptique	$X_0(0, 0, 0,0)$	10.79	166.5
	$X_0(300, 300, 300,0)$	10.17	133.3
moyenne		5.66166667	85.9916667

Moindres carrées			
Type de trajectoire	Position initiale	Moyenne	Variance
Diagonale rectiligne	$X_0(0, 0, 0,0)$	5.1	37.86
	$X_0(300, 300, 300,0)$	4.75	33.35
Rectiligne selon x, y et sont constant	$X_0(0, 0, 0,0)$	4.88	33.89
	$X_0(300, 300, 300,0)$	5.03	36.32
elliptique	$X_0(0, 0, 0,0)$	4.99	34.85
	$X_0(300, 300, 300,0)$	5	36.97
moyenne		4.95916667	35.97

Tableau IV-2 : comparaison des moindres carrés et filtre de Kalman.

Chacune des trois technique précédentes divers avantages et inconvénient :

- La technique des moindres carrés ne nécessite aucune donnée sur les bruits, contrairement au filtre de Kalman et au moindres carrés pondérés.
- Le nombre de calculs effectués pour l'approximation peut être important dans le cas des moindres carrés (pondérés ou pas), tandis que le filtre de Kalman peut être utilisé en temps réel.
- Le filtre de Kalman nécessite un modèle de phénomène observé qui peut parfois être difficile à établir, mais dans le cadre de cet exemple on a vu que même un modèle imparfait (par exemple marche aléatoire) pouvait donner des très bons résultats.
- On peut théoriquement augmenter la précision (dans la boucle), mais cette précision est toujours limitée par la variance de l'estimateur, qui admet une borne inférieure fixée par les variances des bruits de mesure et cela peut nécessiter, induire un nombre considérable de calcul.
- Le filtre de Kalman peut, s'il est mal initialiser, induire des erreurs considérables sur les premiers points.

Conclusion de chapitre :

En conclusion, le filtre de Kalman est nettement plus performant que les moindres carrées (pondérés et non), malgré ses quelques défauts (nécessite d'une bonne initialisation ou d'un certain temps pour localiser la cible, avec risque de divergence), d'où son application dans de nombreux domaines tels que le GPS ou le radar (nécessite d'une poursuite en temps réel).

I-1/ Introduction :

La navigation est le processus qui conduit une personne au cours de sa circulation entre deux points, et la connaissance de la position à un moment donné. Cette nécessité découle de l'esprit de découverte et d'exploration que chaque être humain peut connaître sa position dans n'importe quel endroit. Dans ce chapitre on va essayer de présenter le système de navigation par satellite qui est très important dans toutes les navigations et surtout dans l'aérienne.

I-2/ Principe d'un système de navigation par satellite :

Le principe d'un système de navigation par satellites à couverture permanente et mondiale est simple. L'utilisateur reçoit des signaux d'un certain nombre de satellites dont la position est connue avec une grande précision, les compare et en déduit sa position géographique. Dans les systèmes américains GPS (Global Positioning System) et russe Glonass, comme bientôt dans le système européen Galileo, ce principe simple est basé sur la manière suivante :

Chaque satellite émet en permanence un signal comprenant une information sur sa Position, et sur l'heure précise de l'émission.

L'utilisateur équipé d'un récepteur (parfois appelé « terminal ») reçoit ces signaux, en déduisant les distances séparant des satellites par une simple mesure du temps de propagation, et par un calcul mathématique relativement aisé, qui s'apparente à la trilatération, en déduisant sa position avec une précision meilleure que dix mètres.

Ce principe de navigation présente l'immense avantage, c'est que l'utilisateur n'a pas besoin d'émettre un signal : l'utilisation est donc très discrète (l'opérateur du système ne sait pas qui l'utilise, ni même combien il y a d'utilisateurs) et le système n'est pas saturable puisqu'il ne fonctionne que dans le sens satellites -utilisateur et que ce dernier se contente de recevoir les signaux. Au passage, on remarquera que ce principe de détermination de la position fournit aussi un remarquable service de distribution du temps puisque chaque terminal reçoit des signaux synchronisés entre eux avec un très haut niveau de précision (quelques dizaines de nanosecondes). Cette caractéristique est à l'origine de très nombreuses applications, pour les terminaux montés sur des mobiles, les positions successives du terminal permettent d'en déduire facilement la vitesse et la direction du déplacement. Le système de navigation fournit donc un service de détermination de la

position, de la vitesse et du temps (service PVT).

Bien entendu, pour que ce principe s'applique partout sur le globe et sans interruption de service, il faut qu'un nombre suffisant de satellites soit en orbite, bien répartis tout autour de la planète, de manière que, quel que soit l'endroit où est situé l'utilisateur, il reçoive les signaux d'un nombre suffisant de satellites pour que le calcul de la position soit possible. Pour satisfaire cette condition, il y a plusieurs solutions mais la plus élégante et la plus efficace consiste à mettre en place une constellation de vingt-quatre à trente satellites placés sur des orbites circulaires de l'ordre de 20 000 km d'altitude, placés par groupe de huit à dix sur trois plans inclinés d'au moins cinquante degrés par rapport à l'équateur et décalés entre eux de 120 degrés. Avec cette configuration, un utilisateur, quelle que soit sa position sur la Terre, 'voit' en permanence au moins quatre satellites, ce qui est suffisant pour permettre la détermination de la position. C'est la solution qui a été retenue pour les systèmes GPS, Glonass et Galileo, systèmes qui seront présentés dans ce qui suit ainsi que le système EGNOS.

I-3 / Evolution de la navigation par satellite :

Une approche éclairante pour délimiter l'évolution des systèmes de navigation par satellite est l'impact de cette évolution dans des domaines clés de la vie humaine: l'histoire, la politique, sociale, et l'économie. Cette approche est suivie d'analyser. On donnera ci-après, les étapes de la navigation par satellite développement: GPS, GLONASS, et GALILEO.

I-3-1/ Fondations De Navigation :

Les systèmes de navigation courants de génération (GPS et GLONASS) et leur développement (GALILÉO) déterminent la position d'utilisateur par heure d'arrivée (TOA). En général, ce genre de technique est basé sur la mesure du chronométré de l'intervalle, utilisé par un signal transmis par un émetteur (satellite, radio balise) reçu par un récepteur à un endroit donné.

Le TOA est défini par (1.1) :

$$\text{TOA} = \text{instant de temps d'arrivée} - \text{instant de période de transmission} \quad (\text{I-1})$$

Si le récepteur sait la vitesse du signal, il peut déterminer la distance de l'émetteur simplement en multipliant le TOA avec la vitesse du signal. Dans le cas de la navigation par satellite, les signaux électromagnétiques, propageant à la vitesse de la lumière

(approximativement 3×10^8 m/s) donc, l'équation fondamentale de la navigation satellite est

$$\text{Temps d'arrivée} \times \text{vitesse de la lumière} = \text{la distance} \quad (\text{I-2})$$

Dans (1.2) c'est clair que le calcul de la vraie (géométrique) distance entre le satellite et le récepteur, peut être obtenu seulement à travers la mesure du TOA vrai qui est obtenu à partir de l'équation (1.1), avec une connaissance précise de l'instant du temps d'arrivée et l'instant du temps de transmission du signal. Ce temps, peut être déterminer directement à travers la lecture de l'horloge du récepteur. Il est transmis avec un signal qui est nommé message de navigation. L'horloge du satellite et l'horloge du récepteur doivent être synchronisés à la même échelle du temps.

Une fois que le récepteur a un nombre suffisant de valeurs de la distance de satellites avec des positions connus, il peut calculer sa position.

Le récepteur est capable de déterminer la position du satellite pour chaque mesure de la distance. Pour cela, chaque signal de la navigation contient un message qui inclut les paramètres orbitaux du satellite (éphéméride du satellite) et permet donc au récepteur d'évaluer la position du satellite en temps réel.

Des paramètres orbitaux sont mis à jour par le centre de commande principal, une fois ou deux fois par jour, puis transmis aux satellites, mais on prévoit d'augmenter le taux de téléchargement de ces paramètres pour atteindre un niveau d'exactitude mieux que 10 cm. Actuellement, les établissements tels que le service international de GPS pour la géodynamique (IGS) peuvent fournir des données précises d'éphémères aux utilisateurs avec une exactitude atteignant même 1 cm.

La détermination d'une position a besoin du choix d'un système de même coordonnée de référence, où les satellites et le récepteur peuvent être représentés.

En outre, l'utilisation d'un système unique de temps pour l'horloge du satellite et l'horloge du récepteur est nécessaire pour satisfaire la synchronisation entre eux. Que les considérations suivantes :

Une référence de temps *GPS system time*, existe. Cette référence de temps sert de base aux opérations du système entier composé de segment spatial (satellites) et de segment sol (des centres de commande et des récepteurs d'utilisateur). Les satellites GPS et GLONASS utilisent des horloges atomiques, qui sont précises d'ordre de nano seconde; cependant, la taille, les masse/poids et le coût d'horloges atomiques rendent leur

utilisation prohibitive pour le récepteur d'utilisateur. Par conséquent, un décalage entre le moment mesuré au satellite et aux horloges de récepteur est inévitable. Ce qui induit une erreur conséquente dans la mesure.

La mesure est corrompue par d'autres facteurs, à savoir, les valeurs incorrectes du signal d'éphémères, ionosphérique, troposphérique, bruit de récepteur, et par trajets multiples.

Toutes ces raisons font la mesure de distance ne coïncider avec la distance géométrique vraie entre le satellite et le récepteur. Cette distance est appelée *pseudo distance*.

La technique adoptée dans les systèmes de navigation satellites est à *sens unique*. Elle a l'avantage de servir simultanément un nombre illimité d'utilisateurs sans exiger n'importe quelle transmission de leurs récepteurs (c.-à-d., les récepteurs sont passifs et non en activité).

I-4/ Systèmes de coordonnées :

Les équations des satellites de navigation peuvent être formulées seulement après avoir établi un système de même coordonnée de référence valide pour les satellites et le récepteur. Généralement, les satellites et le récepteur sont caractérisés par des vecteurs de position et de vitesse dans un système de même coordonnées cartésien.

Avant de donner une vue d'ensemble des systèmes de même coordonnées de référence adoptés dans la navigation par satellite, quelques explications sont obligatoires.

Dans les applications GPS, la position d'un point dans un système de coordonnée peut être représentée dans la figure (1.1):

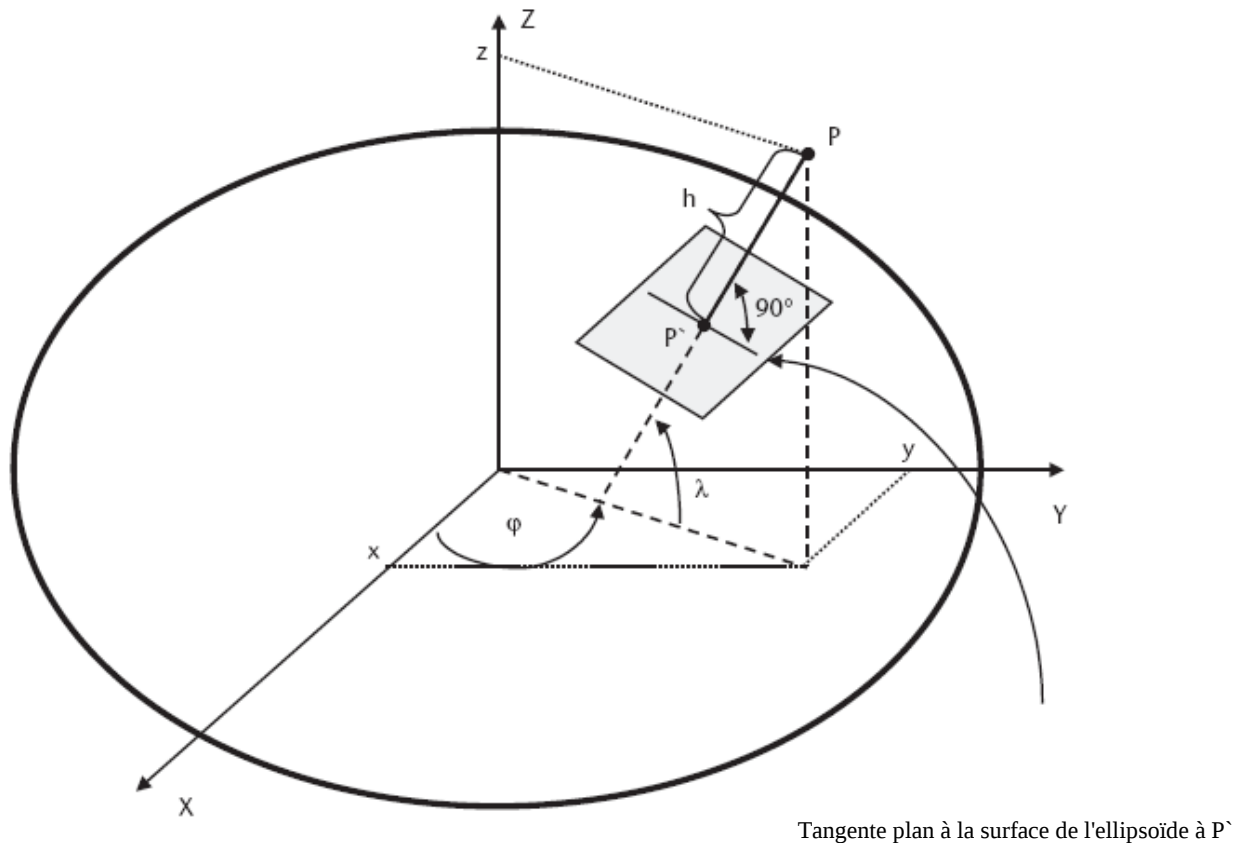


Figure I-1 : Coordonnées Cartésiennes et ellipsoïde ou géodésiques.

- Coordonnées Cartésiennes (x, y, z);
- Coordonnées ellipsoïde (λ, φ, h) ou géodésiques (aussi appelé géographique) : est la latitude, la longitude, et le h est la hauteur au-dessus de la surface de la Terre.

Le GPS emploie trois systèmes de coordonnées pour répondre à trois demandes, différentes: la détermination de l'orbite du satellite, qui exige un système de coordonnées inertiel, l'évaluation des coordonnées de la position du récepteur dans lesquelles sont exécutées mieux sur une Terre centrée, et une terre fixe (ECEF).

I-4-1/ Terre centrée inertiel (ECI) :

Le repère terre centré inertiel (ECI), est souvent utilisé pour prédire la position des satellites qui gravitent autour de la terre. La raison est : l'ECI est fixe par rapport à l'espace (l'axe « x » est dirigé vers une étoile) et par conséquent inertiel. ECI est souvent définie comme un système de coordonnées Cartésienne où la position (coordonnées) est donnée comme la distance de l'origine le long des trois axes orthogonaux.

Le XY-plan correspond à un plan équatorial; le X-axe est dirigé du centre de la terre vers une direction particulière relatif à la sphère céleste, d'où le Z-axe est normal au XY-plan dans la direction du Pôle Nord.

Cependant, les irrégularités du mouvement de la terre qui consiste en une variation lente dans l'orientation dû à l'hochement et précession, ne rendent pas le système ECI vraiment inertiel, parce que le X-axe est fixe par rapport au mouvement de la terre, alors que les mouvements du Z-axe suivent le mouvement du plan équatorial dû au mouvement de la terre.

Pour cette raison, le J2000 ECI a défini le choix d'orientation des axes relatif à l'orientation du plan équatorial à un instant particulier dans le temps: Le 1er janvier 2000, à 12:00:00.00 UTC (USNO) représente le temps universel de coordonné et USNO pour les Observatoire Naval (USA). Par conséquent, la définition du J2000 ECI est représentée dans la figure (1,2)

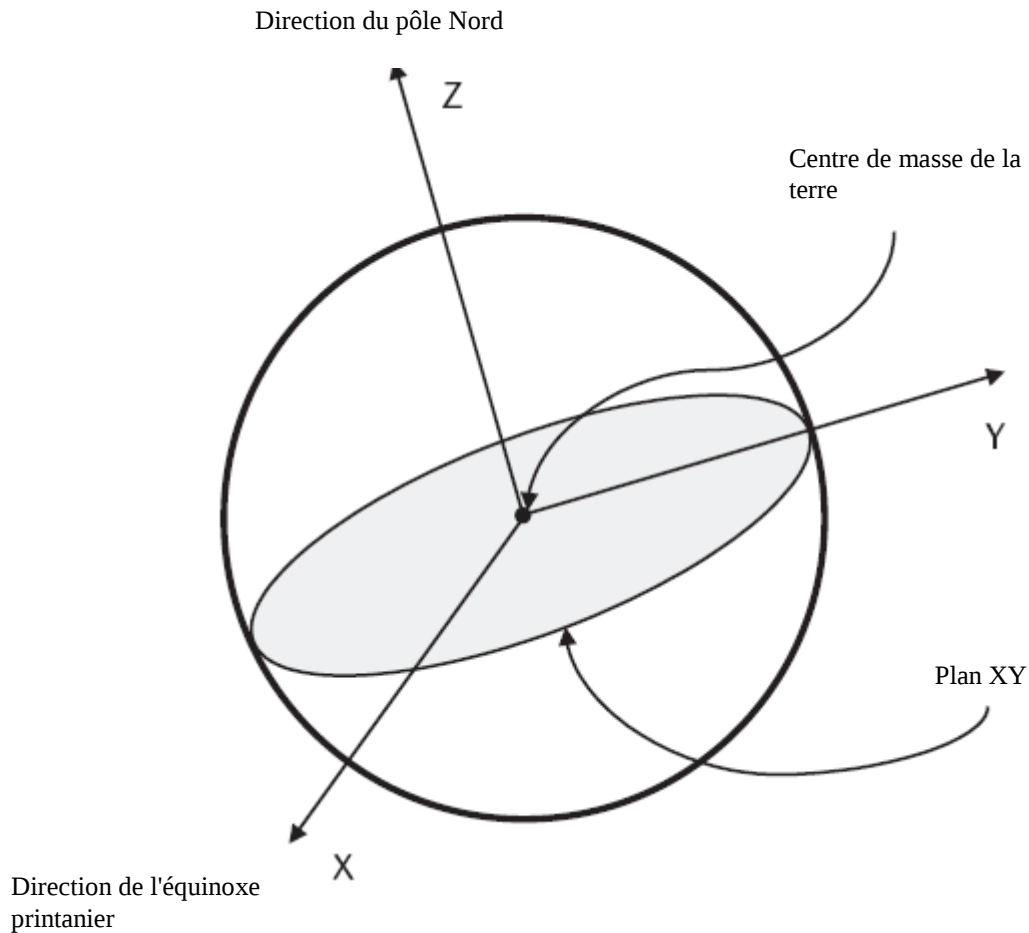


Figure I-2 : coordonnées du système ECI.

Origine: Centre de masse de la terre;

X-axe: La direction de l'équinoxe printanier au 1er janvier 2000, à 12:00:00.00 UTC (USNO);

Z-axe: axe rotatoire dans la direction du Pôle Nord au 1er janvier 2000, à 12:00:00.00 UTC (USNO);

Y-axe: Complète un droitier, ECI, système de la coordonnée orthogonal.

Une fois défini dans ce chemin, les ECI coordonnent le système peut être regardé comme inertiel.

I-4-2/ Le système de coordonnées ECEF (Earth Centred Earth Fixed) :

La description d'une position du récepteur dans un système de coordonnées ECI n'est pas convenable; par conséquent, l'usage d'un système de coordonnées qui tourne avec la terre a été introduit et a été indiqué comme Terre-centrée Terre-fixe (ECEF) coordonnées le système: ce n'est pas inertiel et peut être utilisé pour définir la place à trois dimensions dans les coordonnées Cartésiennes qui peuvent être transformées alors facilement dans la latitude, longitude et hauteur.

Dans le système de coordonnées ECEF l'origine est le centre de masse de la terre et le plan XY correspond avec le plan équatorial de la terre aussi bien que pour l'ECI. Cependant, la définition des axes est différente (figure 1,3)

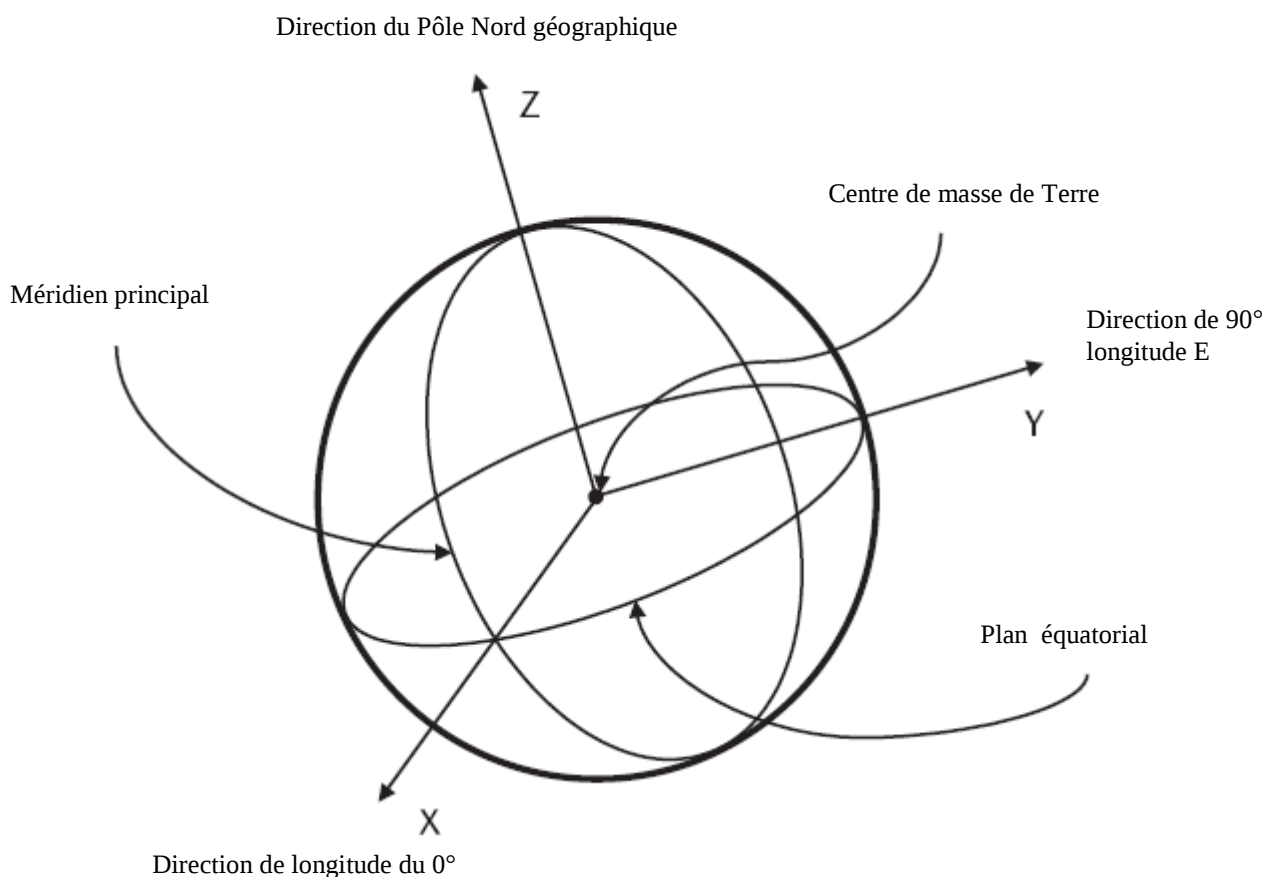


Figure I-3 : Système de coordonnées ECEF.

X-axe: la direction de la ligne orientée de l'origine vers l'intersection du plan défini par le méridien principal et le plan équatorial (i.e., la direction de longitude du 0°).

Z-axe: la direction qui pointe de l'origine vers le Pôle Nord géographique (le point où les méridiens se rencontrent dans l'hémisphère du nord).

Y-axe: complète un trièdre direct, terre centrée et système de coordonnées orthogonal (il pointe à 90° longitude Est).

Les ECEF sont des coordonnées Cartésiennes, alors que les récepteurs GPS affichent leur propre position en latitude, longitude et hauteur qui fait référence à un modèle physique de la Terre.

I-4-3/ Système géodésique Mondial. 1984 (WGS-84) :

Ce système a été mis au point par le département de la défense des Etats-Unis à partir d'observation Doppler sur des satellites. Sa définition est aussi basée sur des constantes fondamentales, un développement du champ en harmoniques sphériques, ...etc C'est ce système qui est utilisé pour exprimer les éphémérides rediffusées du GPS. Le WGS84 est une norme qui définit la forme de la terre et le référentiel terrestre. Cette norme est compatible avec la norme de l'IERS à moins de 0,1 m. la terre est modélisée par un ellipsoïde de révolution autour de Z :

- De centre O, centre de masse de la terre
- De demi grand axe $a = 6378137.0$ m
- D'aplatissement de la terre $f = (a-b)/a = 1/298.257223563$

La définition des points de la terre en termes de longitude, latitude, se réfère donc à cet ellipsoïde : ce sont les coordonnées géodésiques. Les coordonnées cartésiennes (X,Y, Z) sont liées aux coordonnées géodésiques (l_E, y_E, h_E) par les relations

$$X = (N + h_E) \cos \Psi_E \cos \lambda_E$$

$$Y = (N + h_E) \cos \Psi_E \sin \lambda_E$$

$$Z = [N(1 - e^2) + h_E] \sin \lambda_E$$

Avec :

$$e^2 = (a^2 - b^2/a^2)N = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Psi_E}$$

Ces équations, on va les démontrer dans le deuxième chapitre.

Noter que la transformation inverse n'est pas triviale et nécessite une méthode itérative pour déterminer l_E et h_E

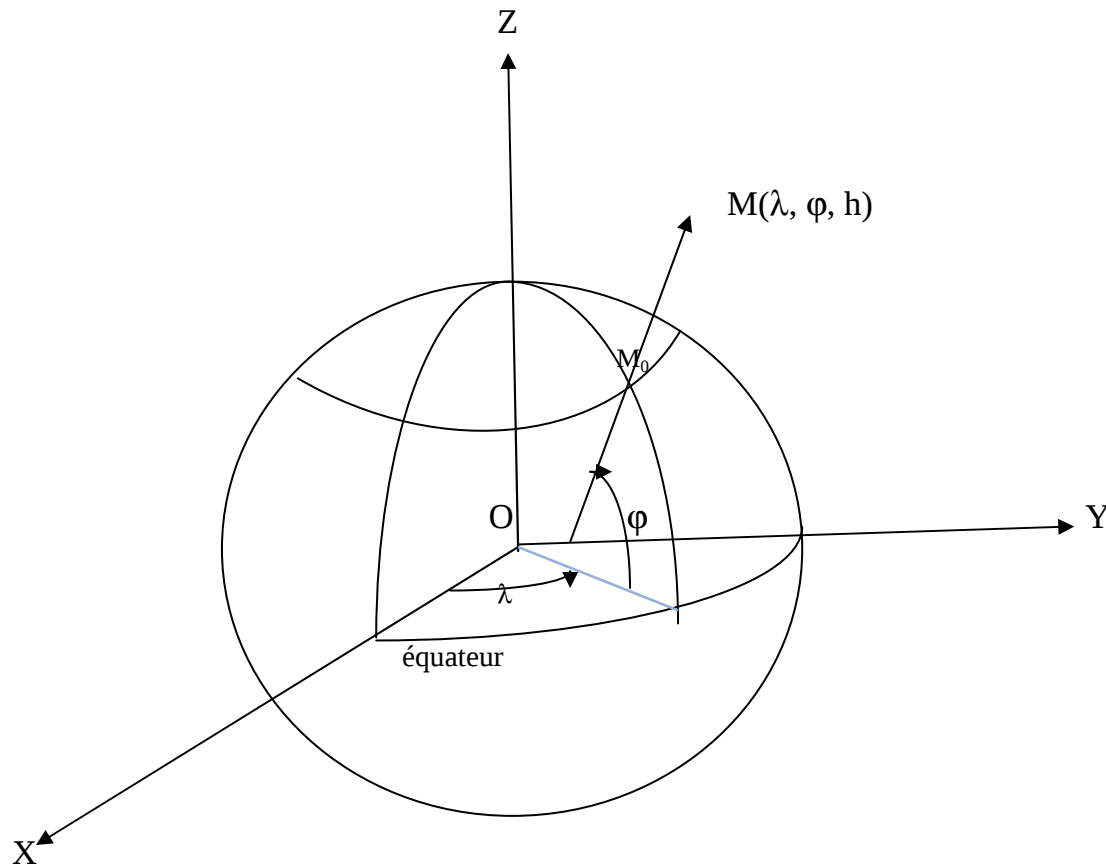


Figure I-4 : coordonnées du système WGS-84.

Tous les récepteurs GPS fournissent des coordonnées cartésiennes (X,Y,Z) ou géographiques((λ , ϕ , h) WGS-84, et des coordonnées planes UTM

I-5/ Formulation de l'équation d'observation :

Le positionnement en utilisant un récepteur GPS se base sur l'idée de triangulation, c.à.d, à partir de la connaissance des positions de trois satellites et la distance qui les séparent du récepteur, on peut en déduire les coordonnées de ce dernier. Ce principe est détaillé dans ce qui suit :

I-5-1/ principe de triangulation :

Le principe du positionnement GPS est très proche du principe de triangulation. La détermination d'un lieu géographique est basée sur l'intersection de trois sphères dans l'espace. Chaque sphère est définie par son centre correspondant à la position d'un satellite, et par son rayon qui est la distance entre le centre et le récepteur GPS de l'utilisateur. On peut décomposer ce principe en 3 étapes :

- **1^{ère} étape :**

Supposons pour commencer que nous connaissons la distance séparant un satellite d'un récepteur GPS. Sachant que le satellite a une position X précise et définie dans un espace à trois(03) dimensions, l'ensemble des points possibles où pourrait se situer l'utilisateur du GPS est la sphère de centre le satellite et de rayon la distance connue.

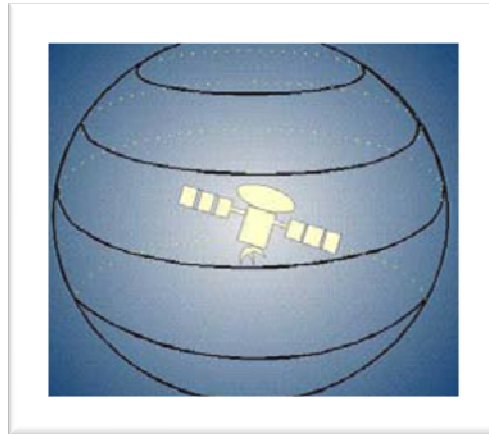


Figure I-5 : Positionnement du récepteur GPS avec un satellite.

- **2^{ème} étape :**

En faisant intervenir un 2^{ème} satellite qui connaît la distance le séparant du récepteur, on obtient pour ensemble des points possibles, un cercle, issu de l'intersection des 2 sphères.

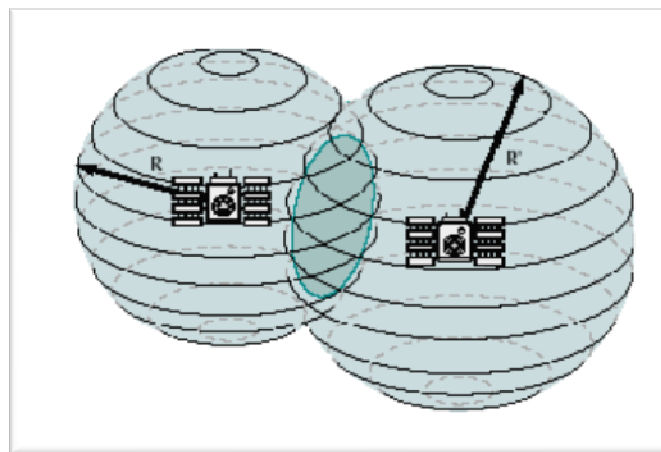


Figure I-6 : Positionnement du récepteur GPS avec deux satellites.

▪ **3^{ème} étape :**

Le raisonnement est identique avec un 3^{ème} satellite : on obtient alors deux (02) points possibles. Dans notre contexte, l'utilisateur n'est pas un astronaute flottant dans l'espace, donc il se trouve sur la surface terrestre, connaissant cette donnée on peut déduire sa position exacte en éliminant le point donnant un résultat incohérent. Donc : en théorie 3 satellites suffisent pour connaître la position exacte d'un point sur la terre pourtant, nous verrons qu'en pratique il faut 4 satellites.

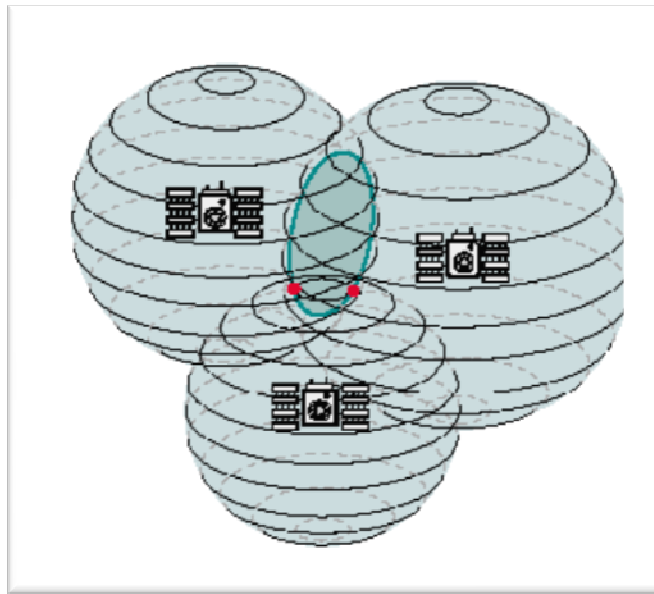


Figure I-7 : Positionnement du récepteur GPS avec trois satellites.

La synchronisation entre le temps du système GPS, les horloges du satellite, et horloges du récepteur sont prises en considération. Considérez la configuration représentée dans les figures suivante, où le vecteur s est pour le message de la navigation qui inclut l'éphéméride du satellite, r est le vecteur de la distance évalué en multipliant le TOA et la vitesse de la lumière, et u est le vecteur inconnu devant être déterminé. Ce qui suit est connu sous le nom du système de coordonnées ECEF, en supposant que les coordonnées du satellite sont disponibles dans ce format.

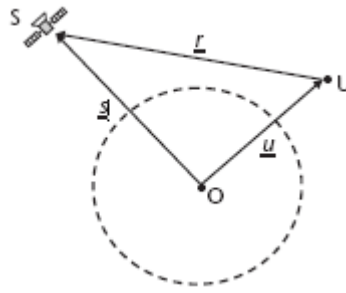


Figure I-8 : Configuration de l'utilisateur-satellite.

$$r = \|\underline{r}\| = \|\underline{s} - \underline{u}\|$$

S'il y avait la synchronisation entre temps de système GPS, horloge du satellite et horloge du récepteur, le TOA a mesuré au récepteur serait égal à l'intervalle du temps vrai pris par le signal de la navigation pour propager du satellite au récepteur. Cependant, il n'y a pas synchronisation et ce qui est mesuré par le récepteur est un intervalle du temps qui contient la compensation entre temps de système GPS et horloge du satellite et la compensation entre le temps de système GPS et l'horloge du récepteur.

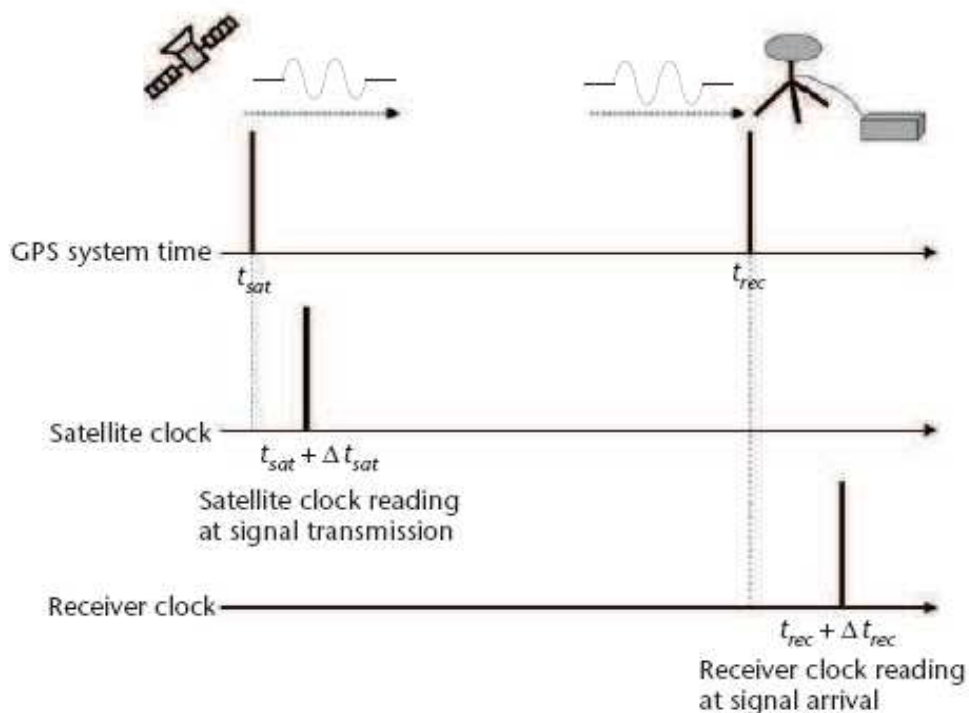


Figure I-9 : Synchronisation dans la mesure de la distance.

Par conséquent, la lecture de l'horloge du satellite à l'instant de transmission du signal de navigation est donnée par $t_{\text{sat}} + \Delta t_{\text{sat}}$, alors que la lecture de l'horloge du récepteur à l'instant d'arrivée du signal de navigation est donnée par $t_{\text{rec}} + \Delta t_{\text{rec}}$

La distance vraie ou géométrique entre satellite et le receveur est :

$$r = c(t_{\text{rec}} - t_{\text{sat}}) \quad (\text{I-3})$$

La distance mesurée entre satellite et récepteur (la pseudodistance ρ) est :

$$\rho = c[(t_{\text{rec}} + \Delta t_{\text{rec}}) - (t_{\text{sat}} + \Delta t_{\text{sat}})] = c(t_{\text{rec}} - t_{\text{sat}}) + c(\Delta t_{\text{rec}} - \Delta t_{\text{sat}}) = r + c(\Delta t_{\text{rec}} - \Delta t_{\text{sat}}) \quad (\text{I-4})$$

La compensation entre le temps de système GPS et horloge du satellite Δt_{sat} sont équilibrés à travers des corrections téléchargées par le segment de contrôle GPS au satellite qui, dans le tour, les retransmet au récepteur pour synchroniser la transmission du signal de la navigation au temps de système GPS. Pour cette raison, le terme Δt_{sat} sera laissé dehors dans le traitement suivant :

$$\rho = r + c\Delta t_{\text{rec}} = \|\underline{s} - \underline{u}\| + c\Delta t_{\text{rec}} \quad (\text{I-5})$$

Maintenant, on considère le cas d'un récepteur qui élabore le temps TOA pour chaque satellite en visibilité. Dans la section antérieure, il a été montré que trois mesures de distance entre satellites, et récepteur sont suffisantes pour obtenir la position du récepteur, comme indiqué par (1.5), le récepteur obtient une mesure du pseudo-distance ρ un ensemble de trois mesures ne permet pas de déterminer la position du récepteur, par conséquent, c'est clair que plus de trois mesures de la distance sont nécessaires.

On peut aussi en raisonnant mathématique avoir :

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x_u)^2 + (y_i - y_u)^2 + (z_i - z_u)^2} + c\Delta t_{\text{rec}} \quad (\text{I-6})$$

où (x_i, y_i, z_i) et (x_u, y_u, z_u) dénote respectivement la position du satellite et l'utilisateur. Les inconnus du problème sont quatre: x_u, y_u, z_u , et Δt_{rec} . A comme une conséquence, au moins quatre équations indépendantes sont nécessaires pour résoudre le système:

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= \sqrt{(x_1 - x_u)^2 + (y_1 - y_u)^2 + (z_1 - z_u)^2} + c\Delta t_{rec} \\
 \rho_2 &= \sqrt{(x_2 - x_u)^2 + (y_2 - y_u)^2 + (z_2 - z_u)^2} + c\Delta t_{rec} \\
 \rho_3 &= \sqrt{(x_3 - x_u)^2 + (y_3 - y_u)^2 + (z_3 - z_u)^2} + c\Delta t_{rec} \\
 \rho_4 &= \sqrt{(x_4 - x_u)^2 + (y_4 - y_u)^2 + (z_4 - z_u)^2} + c\Delta t_{rec}
 \end{aligned} \tag{I-7}$$

I-6 / Diminution de la précision :

La distance de chaque satellite peut être évaluée avec une précision caractéristique de l'ordre de 5 mètres. Cependant, le positionnement par satellite requiert l'utilisation de plusieurs satellites pour qu'une position en deux ou trois dimensions puisse être déterminée. L'erreur total sera donc supérieure à la précision fournie par chaque satellite et dépendra essentiellement de la position des satellites entre eux. La géométrie des satellites est ainsi appelée diminution de la précision géométrique (GDOP, Geometry dilution of precisions).

A fin de connaître la précision de la position, il faut multiplier l'erreur introduite par les satellites par un facteur qui dépend de la géométrie des satellites sélectionnés en fonction de la position du récepteur. Lorsque les satellites sont groupés, comme sur la figure I.11 le GDOP obtenu est très grand, et la position imprécise.

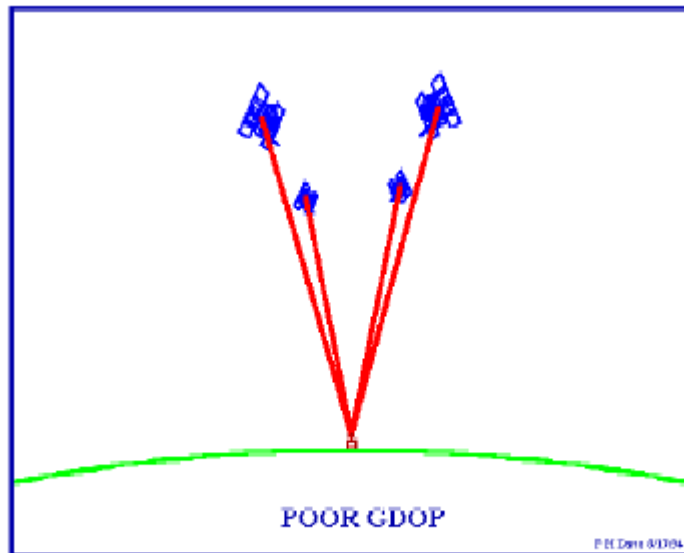


Figure I-10 : GDOP très grand et une position imprécise

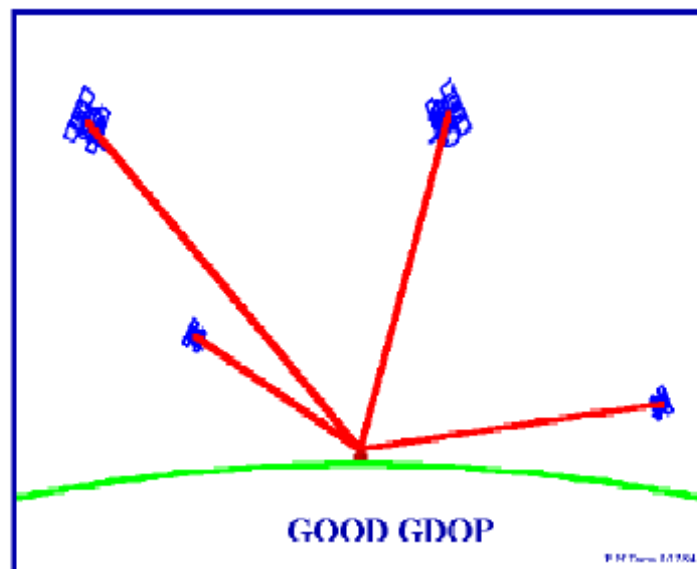


Figure I -11 : Un bon GDOP et une position précise.

On obtient un bon facteur de GDOP lorsque tous les satellites forment des angles différents entre eux et aussi grands que possible, comme sur la figure I.11

A partir du GDOP, on détermine différents facteurs

- **PDOP** (Position Dilution Of Précision) permet de définir la précision d'une position en trois dimensions ;
- **HDOP** (Horizontal Dilution Of Précision) permet de définir la précision de la latitude et de la longitude.
- **VDOP** (Vertical Dilution Of Précision) permet de définir la précision de l'altitude.
- **TDOP** (Time Dilution Of Précision) permet de définir la précision de l'heure.

Tous ces termes sont liés, le nombre de satellites et leur position ont été calculés pour qu'au moins 4 satellites soient toujours en vue, avec un PDOP inférieur ou égal à 6.

- **HDOP** est le plus important puisque de lui dépend directement la précision de la position horizontale. Un HDOP supérieur à 12 ne permet plus de donner une position avec une fiabilité suffisante.

I-7 / les différents signaux :**I-7-1/ le signal GPS :**

Les satellites transmettent sur deux fréquences porteuses. La première, L1, de fréquence 1575,42 MHz, est utilisée pour le message de navigation et les signaux du code SPS, alors que la deuxième, L2, de fréquence 1227,60 MHz, est utilisée pour mesurer le temps de retard dû à la ionosphère pour les récepteurs travaillant en PPS.

Le signal est modulé en modulation de phase. Trois codes binaires modulent la phase de la porteuse :

-  Le code C/A (Coarse Acquisition) module la porteuse L1. Ce code est un code pseudo aléatoire répétitif de 1 MHz (Pseudo Random Noise Code) . Chaque satellite possède un code pseudo aléatoire différent. Il sert de base pour le système de mesure SPS.
-  Le P-Code (Precise Code) module les deux porteuses L1 et L2. C'est un long code pseudo aléatoire de 10 MHz. Il sert de base pour le système PPS. Le cryptage de ce code dépend du département de la défense et nécessite une clef.
-  Le message de navigation module également le code C/A sur la porteuse L1. Ce message est un signal de 50 Hz constitué de bits de données décrivant les orbites du satellite GPS, les corrections de son horloge, ainsi que d'autres paramètres système.

La densité spectrale de puissance correspondante à ce signal est représentée par la figure

suivante :

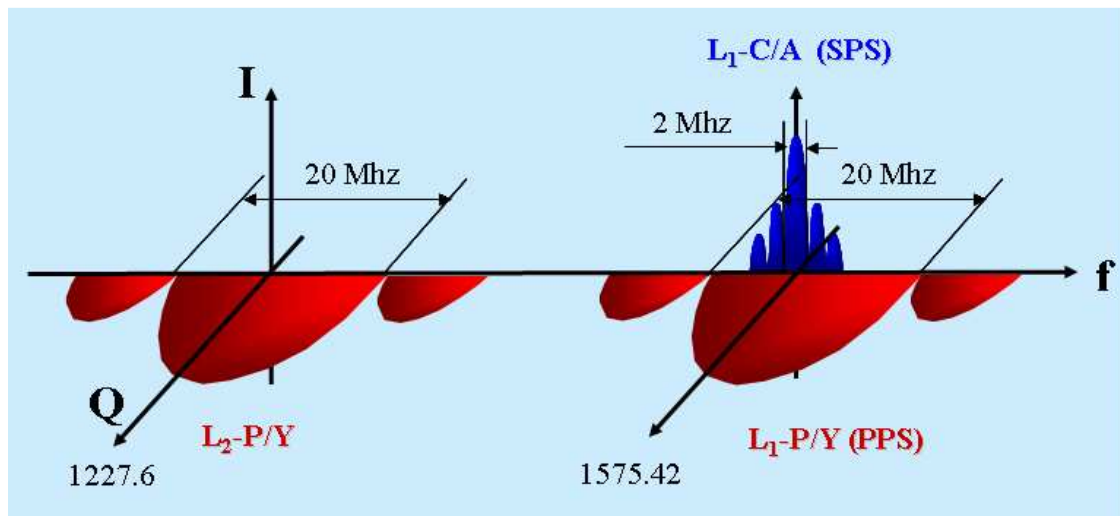


Figure I-12 : Spectre du signal GPS

On note que le système GPS présente quelques défauts, dont on note sont :

- * une précision faible (environ 20 mètres) et surtout variable en fonction du lieu et de l'heure,
- * une fiabilité parfois défaillante,
- * une couverture aléatoire des régions situées à des latitudes élevées et des milieux urbains denses,
- * enfin le risque principal et récurrent d'inaccessibilité aux données en cas de crise.

D'où la nécessité de la création d'autres systèmes de navigation, tel que le système Russe, nommé Glonass et le système Européen Galiléo.

I-7-2/ le signal Glonass :

Les satellites GLONASS émettent deux signaux, l'un pour le positionnement standard 'SP', l'autre pour le positionnement précis, selon la technique FDMA, en exploitant 25 canaux allant de la fréquence 1602.5625 MHz à la fréquence 1615.5 MHz pour la porteuse G_1 et 25 canaux allant de la fréquence 1246 MHz à la fréquence 1256.5 MHz pour la porteuse G_2 . Les deux fréquences G_1 et G_2 associées à un satellite donné sont choisies selon la formule suivante :

$$f = (178.0 + K/16) . Z \quad (\text{Mhz}) \quad -7 < k < 4$$

Tandis que la valeur de Z est choisie selon le tableau suivant:

	Z	F₀	Espacement
G₁	9	1602	0.5625
G₂	7	1246	0.4375

Tableau I-1: Le paramètre Z

La Russie a fait savoir qu'elle était intéressée pour coopérer au futur système de positionnement de l'Union européenne, Galileo. Le système GLONASS ne serait cependant pas abandonné, mais Galileo serait son complément à partir de sa véritable entrée en service en 2012.

I-7-3/ le signal GALILEO :

Les fréquences des porteuses émises par les satellites Galileo sont situées dans la bande L (autour de 1,2 à 1,5 GHz) avec la possibilité d'utiliser aussi la bande C (autour de 5 GHz). Ces fréquences qui ont été attribuées par les instances internationales de télécommunication sont partagées avec les systèmes de navigation par satellite GPS et GLONASS. Les puissances émises sont réglées de manière à éviter d'interférer avec certaines émissions utilisées par des moyens terrestres consacrés à la navigation aérienne.

Galileo utilisera plusieurs porteuses dans le sens 'Espace vers Sol', qui peuvent être associées entre elles :

- Bande E6 bande étroite libre dans la bande dite L1 : 1559 à 1563 MHz.
- Bande E2, bande étroite libre dans la bande L1 : 1587 à 1591 MHz.
- Bande E6 en exclusivité : 1260 à 1300 MHz.
- Bande E5 dans la bande 1164 à 1215 MHz avec partage de la première moitié de cette bande avec le GPS.

Certaines porteuses transmettent les codes pseudo aléatoires qui permettent la mesure du temps de propagation et les signaux de navigation, tandis que d'autres ne portent que les codes. Les densités spectrales de puissance associées à ces bandes de fréquence sont représentées sur la figure suivante.

Conclusion de chapitre :

Après avoir compris le principe de la navigation par satellite, et comment les satellites sont organisés sur les orbites, et les hauteurs, les distances les angles respectifs donc au 2^{ème} chapitre, on déterminera la position des satellites à travers un fichier RINEX, qu'on va présenter dans ce chapitre.

Conclusion

On a eu une très grande occasion à travers ce projet de bien comprendre principalement le principe de la navigation par satellite ainsi les deux méthodes d'estimation, les moindres carrés et le filtre de Kalman et comment les appliquer pour la poursuite d'une trajectoire d'un objet en deux dimensions ou en trois dimensions.

On a vérifié aussi que le filtre de Kalman est nettement plus performant que les moindres carrés (pondérés et non), malgré ses quelques défauts (nécessite d'une bonne initialisation ou d'un certain temps pour localiser la cible, avec risque de divergence), d'où son application dans de nombreux domaines tels que le GPS ou le radar (nécessite d'une poursuite en temps réel).

Il reste donc de nombreux sujets à approfondir dans la connaissance de ces deux méthodes.

Finalement, Nous espérons que ce travail sera un bon support pédagogique.