

problèmes et théorèmes d'algèbre linéaire

Victor Prasolov

C A S S I N I

Table des matières

Une table des notions introduites dans cet ouvrage et des principaux résultats se trouve en page 277. Les énoncés de problèmes sont regroupés à la fin de chaque section et les solutions à la fin de chaque chapitre.

Préface	VII
Principales notations et conventions	IX
Chapitre 1. Déterminants	I
1. Propriétés élémentaires des déterminants	2
2. Mineurs et cofacteurs	10
3. Le complément de Schur	19
4. Fonctions symétriques, sommes $x_1^k + \dots + x_n^k$ et nombres de Bernoulli	22
Chapitre 2. Espaces vectoriels	39
5. Espace dual. Orthogonal d'un sous-espace	42
6. Noyau et image d'une application linéaire. Espaces quotients	48
7. Bases d'un espace vectoriel. Indépendance linéaire	52
8. Rang d'une matrice	55
9. Sous-espaces. Procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt	58
10. Complexification et réellification. Espaces hermitiens	64
Chapitre 3. Formes canoniques des matrices et des transformations linéaires	73
11. Trace et valeurs propres d'une transformation linéaire	73
12. Forme (normale) canonique de Jordan	80
13. Le polynôme minimal et le polynôme caractéristique	90
14. Forme normale de Frobenius	94
15. Comment réduire la diagonale à une forme appropriée	96
16. Décomposition polaire	99
17. Factorisation de matrices	101
18. Forme normale de Smith. Facteurs élémentaires d'une matrice	103
Chapitre 4. Matrices de forme particulière	113
19. Matrices symétriques et hermitiennes	113
20. Diagonalisation simultanée d'un couple de formes hermitiennes	118
21. Matrices anti-symétriques	121
22. Matrices orthogonales. Transformation de Cayley	124

23. Matrices normales	127
24. Matrices nilpotentes	128
25. Projections. Matrices idempotentes	130
26. Involutions	135
Chapitre 5. Algèbre multilinéaire	143
27. Applications multilinéaires et produits tensoriels	143
28. Tenseurs symétriques et antisymétriques	148
29. Le pfaffien	155
30. Tenseurs symétriques et antisymétriques décomposables	158
31. Le rang d'un tenseur	162
32. Transformations linéaires de produits tensoriels	165
Chapitre 6. Inégalités matricielles	175
33. Inégalités sur les matrices symétriques et hermitiennes	175
34. Inégalités sur les valeurs propres	180
35. Inégalités sur les normes matricielles	184
36. Le complément de Schur et le produit d'Hadamard. Les théorèmes d'Emily Haynsworth	187
37. Matrices à éléments positifs	190
38. Matrices doublement stochastiques	196
Chapitre 7. Matrices en algèbre et en analyse	207
39. Matrices commutantes	207
40. Crochets de Lie	210
41. Quaternions et nombres de Cayley. Algèbres de Clifford	216
42. Représentations d'algèbres de matrices	228
43. Le résultant	230
44. Matrice inverse généralisée. Équations matricielles	235
45. Matrices de Hankel et fonctions rationnelles	240
46. Fonctions de matrices. Différentiation de matrices	242
47. Paires de Lax et systèmes intégrables	245
48. Matrices à valeurs propres imposées	248
Annexes	263
Bibliographie	269
Table des renvois	273
Table des notions et des principaux résultats	277
Index	285