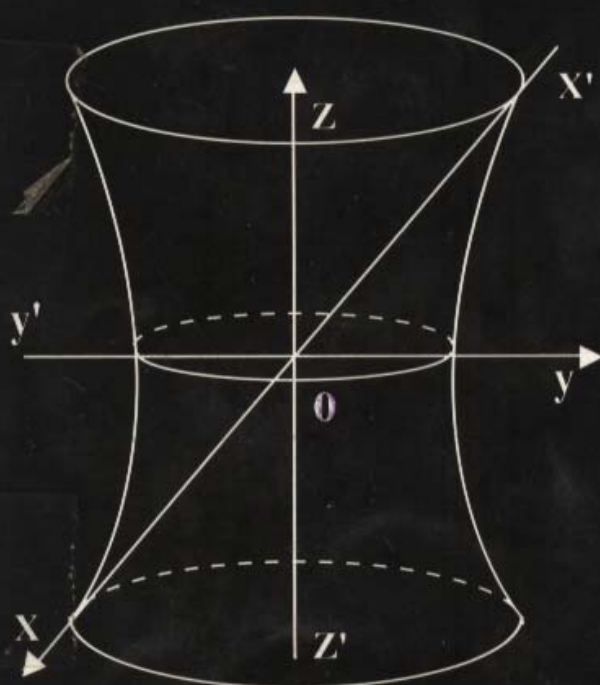


Abdelkader KHELLADI

INTRODUCTION A L'ANALYSE MATHÉMATIQUE

**FONCTIONS NUMÉRIQUES: LIMITES,
CONTINUITÉ, DERIVABILITÉ.**



2
CAHIER N°

Office des Publications Universitaires

CHAPITRE IV : GENERALITES SUR LES FONCTIONS REELLES D'UNE VARIABLE REELLE..... 7

1- INTRODUCTION :	7
2- Notion de fonction d'une variable Réelle.....	7
2.1. Définition	7
2.2. Exemple de fonctions.....	11
2.3. Opération sur les fonctions.....	24
2.4. Fonctions et relations d'ordre.....	27
2.5. Raximum, minumum, supremum et infimum d'une fonction.....	29

CHARITRE V : LIMITE ET CONTINUITE DES FONCTIONS REELLES D'UNE VARIBLE REELLE..... 37

1- INTRODUCTION :	37
2- Notion de limite	38
2.1. Définition.....	38
3-Extension de la notion de limite.....	38
2.1. Définition.....	38
2.2. Propriétés algébrique.....	40
3.3. Remarque.....	42
3.4. Proposition.....	43
3.5. Limites infinies.....	44
4-Notion de continuité.....	48
4.1. Définition	48
4.2. Proposition	49
4.3. Proposition	50

4.4. Exemples.....	52
4.5. Théorèmes fondamental des fonctions continues.....	52
4.6. Proposition (continuité et fonctions monotones).....	58

CHAPITRE VI : DERIVATION DES FONCTIONS REELLES D'UNE VARIABLE REELLE..... 65

1- INTRODUCTION :	65
2- Notion de derivabilité d'une fonction Réelle d'une variable réelle.....	66
2.1. Définition.....	67
2.2. Première application.....	71
2.3. Interprétation géométrique de la notion de dérivée.....	73
3- Propriétés algébriques des dérivées.....	80
3.1. Opérations algébriques sur les dérivées.....	80
3.2. Exemples.....	83
3.3. Notations au moyens des différentielles.....	84
3.4. Opérations sur les fonctions dérivables.....	85
4- Dérivées partielles fonctions implicites.....	92
4.1. Introduction.....	92
4.2. Définition.....	93
4.3. Fonctions implicites.....	94
4.4. Exemples.....	104
4.5. Tangentes des courbes paramétrés	107

CHAPITRE VII : APPLICATIONS DE LA DERIVABILITE A LA GEOMETRIE, DEVELOPPEMENTS LIMITES CALCULS DE LIMITES..... 127

1- INRODUCTION :	127
2- Le théorème de Rolle et ses applications au calcul des limites par la règle de l'Hospital.....	127
2.1. Le théorème de Rolle.....	128
2.2. Le théorème de la moyenne de Cauchy.....	129
2.3. Corollaire	129
2.4. Théorème(Règle de l'Hospital dans le cas de limites finies).....	131
3-corolaire (Règle de l'Hospital pour δ	132
2.6. Cas où x tend vers l'infini.....	134
2.7. Théorème : cas où la limite l est infinie et a est une extrémité de l'intervalle.....	134
3- Application a la croissance des fonctions.....	137
3.1. Croissance et fonctions monotones	137
4- Polynômes Associes aux fonctions dérivables.....	141
4.1. Formules de Taylor et de Mac laurin	141
4.2. Concavité des graphes des fonctions dérivables	154
4.3. Asymptotes des graphes de fonctions dérivables.....	157
4.4. Développement limités et applications aux calculs de limites.....	160
4.5. Développement limités et applications aux calculs limites.....	168



L'Auteur a obtenu un Doctorat de Troisième Cycle Mathématiques pures, option Topologie Algébrique, en 1972 à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg (France) et a enseigné au Département de Mathématiques de l'Université d'Alger et rejoint l'USTHB à l'ouverture de celle-ci en 1974. Il a préparé à l'Université Joseph Fourier de Grenoble (France) une thèse de Doctorat d'Etat en Mathématiques, option Recherche Opérationnelle qu'il a soutenue en 1985 à l'USTHB. Il est Professeur des

Universités à l'USTHB depuis 1989. Il a dirigé l'Institut de Mathématiques de 1985 à 1988 et l'Institut d'Informatique de 1989 à 1994.

Pendant toute ces périodes, le professeur KHELLADI a enseigné, à tous les niveaux du cursus de mathématiques.

C'est ainsi qu'à travers plusieurs années d'enseignement en tronc commun, il a acquis la conviction que l'écriture de cours (d'abord sous forme de photocopies qui ont été distribués aux étudiants) spécialement conçus comme un appui efficace et concret aux étudiants des Universités, était une obligation professionnelle.

Le professeur KHELLADI, en plus de nombreuses publications internationales, a encadré de nombreux étudiants en Magistères et en Doctorat.

Ce cahier est le cœur du programme d'Analyse de la Première année. Les concepts et méthodes fondamentaux sont présentés sous forme progressive et accessible, illustrés par de nombreux exemples et exercices entièrement corrigés. La notion de Fonction Numérique est développée selon un processus en « spirale ». Les éléments nécessaires pour un apprentissage complet sur ces fonctions sont mis en place, d'abord à travers des généralités, la notion de Limite d'une Fonction Numérique, la Continuité et enfin la Dérivabilité et ses nombreuses applications. Le calcul approché est abordé à travers les développements classiques (Taylor et Mc Laurin) suivis des Développements Limités (notation de Landau, fonctions équivalentes). Dans ce Cahier tous les concepts sont illustrés avec de nombreux exemples, totalement traités et chaque chapitre est suivi d'une série d'exercices dont de nombreux avec des indications de résolution. Le lecteur doit être convaincu que les exercices et problèmes sont des outils pour son apprentissage et qu'il a les connaissances et les compétences pour les aborder.

Conception: O.P.U.-Y.S.

280 DA

