

QUESTIONS
D'ÉCONOMIE
ET DE GESTION

OLIVIER FERRIER

1^{ER} CYCLE

MATHS POUR ÉCONOMISTES

L'ANALYSE EN ÉCONOMIE

VOL. 2 LES FONCTIONS
DE PLUSIEURS VARIABLES



de boeck

SOMMAIRE

Introduction.....	9
CHAPITRE 1. Notions de base et notations	27
CHAPITRE 2. Limite et continuité	45
CHAPITRE 3. Calcul différentiel.....	55
CHAPITRE 4. Dérivées et différentielles d'ordre n	77
CHAPITRE 5. Fonctions concaves et convexes et les théorèmes de séparation des hyperplans	87
CHAPITRE 6. Recherche des extrema	97
CHAPITRE 7. Fonctions homogènes.....	129
CHAPITRE 8. Théorèmes des fonctions implicites, de l'enveloppe et de point fixe	147
Symboles et notations.....	165
Alphabet grec	169
Bibliographie	171
Index	173
Table des matières	183

TABLE DES MATIÈRES

Sommaire	7
Introduction	9
1. <i>Maths pour économistes: quel apport ?</i>	11
2. <i>L'Analyse: qu'est-ce que c'est ?</i>	16
3. <i>Comment aborder les mathématiques en Économie ?</i>	17
4. <i>Les mathématiques et l'Économie</i>	19
5. <i>Les économistes vis-à-vis du recours aux mathématiques</i> <i>en Économie</i>	21
<i>Questions de réflexion</i>	26
<i>Mots clés</i>	26
 CHAPITRE 1	
Notions de base et notations	27
1. <i>Introduction</i>	28
2. <i>Quelques éléments de topologie</i>	28
2.1 <i>La distance euclidienne</i>	29
2.2 <i>Les différents voisinages d'un point</i>	32
<i>Démonstrations des théorèmes</i>	42
<i>Questions de réflexion</i>	43
<i>Exercices</i>	43
<i>Mots clés</i>	43
 CHAPITRE 2	
Limite et continuité	45
1. <i>Introduction</i>	46
2. <i>Limite d'une fonction en un point</i>	46
2.1 <i>Approche formelle</i>	46
2.2 <i>La règle des deux chemins</i>	50

3. Continuité d'une fonction en un point	52
Questions de réflexion.....	54
Exercices	54
Mots clés.....	54

CHAPITRE 3

Calcul différentiel	55
1. Introduction.....	56
2. Dérivées partielles	56
3. Différentiabilité et différentielle	61
4. Conditions nécessaires et suffisantes de différentiabilité d'une fonction	63
4.1 Conditions nécessaires	63
4.2 Conditions suffisantes.....	63
5. Différentielle totale et différentielles partielles	64
6. Dérivée d'une fonction composée.....	66
6.1 Fonction composée d'une seule variable	66
6.2 Fonctions composées de plusieurs variables.....	66
7. Différentielle d'une fonction composée.....	69
8. Développement en série de TAYLOR.....	70
Démonstrations des théorèmes.....	74
Questions de réflexion.....	75
Exercices	75
Mots clés.....	76

CHAPITRE 4

Dérivées et différentielles d'ordre n	77
1. Introduction.....	78
2. Dérivées d'ordre n	78
3. Différentielles d'ordre n	82
Démonstrations des théorèmes.....	84
Questions de réflexion.....	84
Exercices	85
Mots clés.....	85

CHAPITRE 5

Fonctions concaves et convexes et les théorèmes de séparation des hyperplans.....	87
1. Introduction	88
2. Fonctions concaves et convexes.....	88
3. Les théorèmes de séparation des hyperplans	92
Questions de réflexion	95
Exercices	95
Mots clés.....	95

CHAPITRE 6

Recherche des extrema	97
1. Introduction	98
2. Extremum libre d'une fonction de plusieurs variables.....	99
3. Extremum lié d'une fonction de plusieurs variables.....	109
3.1 <i>Introduction</i>	109
3.2 <i>Optimisation sous contrainte à l'égalité : la méthode des multiplicateurs de LAGRANGE</i>	110
3.3 <i>Supremum et infimum d'une fonction continue</i>	113
3.4 <i>Recherche graphique de la solution d'un optimum lié</i>	114
4. Annexe : les déterminants	123
Démonstrations des théorèmes	126
Questions de réflexion	127
Exercices	127
Mots clés.....	128

CHAPITRE 7

Fonctions homogènes.....	129
1. Introduction	130
2. Fonctions homogènes	131
3. Homogénéité linéaire et fonction de production.....	135
4. Fonction de production de type COBB-DOUGLAS.....	137
5. Fonction de production de type CES	139
5.1 <i>L'élasticité de substitution</i>	139
5.2 <i>Fonction de production à élasticité de substitution technique constante</i>	140
5.3 <i>Fonction d'utilité à élasticité de substitution constante</i>	142

Démonstrations des théorèmes.....	143
Questions de réflexion.....	145
Exercices.....	145
Mots clés.....	146

CHAPITRE 8

Théorèmes des fonctions implicites, de l'enveloppe

et de point fixe	147
-------------------------------	------------

1. Introduction.....	148
-----------------------------	------------

2. Le théorème des fonctions implicites.....	149
---	------------

3. Le théorème de l'enveloppe.....	156
---	------------

4. Les théorèmes de point fixe de BROUWER et de KAKUTANI....	160
---	------------

Démonstrations des théorèmes.....	162
-----------------------------------	-----

Questions de réflexion.....	163
-----------------------------	-----

Exercices.....	163
----------------	-----

Mots clés.....	164
----------------	-----

Symboles et notations.....	165
-----------------------------------	------------

Alphabet grec	169
----------------------------	------------

Bibliographie	171
----------------------------	------------

Index	173
--------------------	------------

O. FERRIER

Maths pour économistes. L'Analyse en Économie

Volume 1 Les fonctions d'une seule variable

Sommaire du volume 1

Introduction.....	9
CHAPITRE 1. Rappels sur l'étude d'une fonction	27
CHAPITRE 2. Limites	51
CHAPITRE 3. Continuité.....	91
CHAPITRE 4. Calcul différentiel.....	113
CHAPITRE 5. Calcul intégral.....	149
CHAPITRE 6. Développements limités.....	201
CHAPITRE 7. Théorèmes des valeurs intermédiaires	219
CHAPITRE 8. Fonctions concaves et fonctions convexes, maximum et minimum	227
CHAPITRE 9. Recherche des extrema	235
CHAPITRE 10. Suites numériques	249
CHAPITRE 11. Fonctions logarithme, exponentielle et puissance.....	265
CHAPITRE 12. Équations aux différences finies.....	289
Nombres complexes	313
Symboles et notations.....	327
Alphabet grec.....	331
Bibliographie	333
Index	335
Table des matières	353

MATHS POUR ÉCONOMISTES

L'ANALYSE EN ÉCONOMIE

VOL. 2 LES FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

M*aths pour économistes* est le **premier manuel de mathématiques pour économistes** réalisé par un économiste et dont l'objet est de présenter les **fondements de l'Analyse en Économie**, c'est-à-dire les outils qui sous-tendent la très grande partie de ce qu'utilisent les économistes. Sa richesse réside dans le fait qu'il s'organise autour d'un **dispositif pédagogique extrêmement complet**.

Dans ce **deuxième volume**, ce sont les fondements de l'Analyse économique pour les **fonctions de plusieurs variables** qui sont abordés. L'approche est résolument axée sur présentation rigoureuse des concepts mathématiques, sur des interprétations et applications économiques systématiques, ainsi que sur des interprétations géométriques détaillées.

Maths pour économistes est le fruit d'un long travail sur le terrain auprès des principaux intéressés : les étudiants de première année de Sciences économiques et de gestion. Tous les outils pédagogiques ont été mis à contribution pour en faire un **manuel de référence** pour le 1^{er} cycle d'Économie, de Gestion, d'AES et de l'ensemble des étudiants désireux d'acquérir les **bases du raisonnement mathématique en Économie**.

Olivier Ferrier

Maître de conférences en Économie à la Faculté de sciences économiques et de gestion de l'Université Paris XII Val-de-Marne, il est membre de l'Équipe de Recherche sur l'Utilisation des Données Individuelles et Temporelles en Économie (ERUDITE). Il est spécialisé dans le domaine des très petites entreprises et des travailleurs indépendants, domaines dans lesquels il a déjà publié plusieurs ouvrages.

Enfin, les mathématiques, la microéconomie, la théorie des jeux et l'analyse des données font partie de ses enseignements privilégiés.

MATFER2

ISBN 2-8041-4355-4

ISSN 1378-4250

