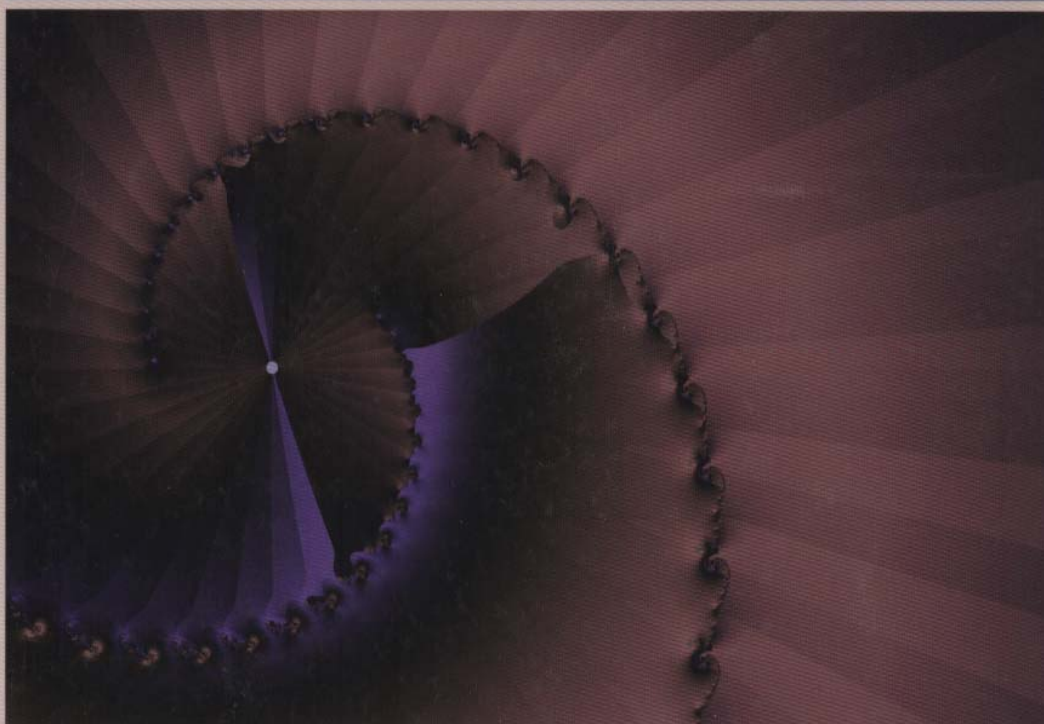


CALCUL DIFFÉRENTIEL



JOSÉE HAMEL

LUC AMYOTTE

EPI

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	VII
Guide visuel	XI

CHAPITRE 1

LIMITE ET CONTINUITÉ	2
1.1 La limite: une approche intuitive	6
1.2 Estimation d'une limite à l'aide d'un graphique ou d'un tableau de valeurs	11
1.2.1 Estimation d'une limite finie	11
1.2.2 Limite à gauche et limite à droite	13
1.2.3 Limite infinie	16
Des mots et des symboles	17
1.2.4 Asymptote verticale	17
1.2.5 Limite à l'infini	18
1.2.6 Asymptote horizontale	20
1.3 Évaluation d'une limite	22
Des mots et des symboles	23
1.4 Évaluation d'une limite de la forme $\frac{C}{0}$ (où C est une constante non nulle)	25
1.5 Évaluation d'une limite à l'infini	26
1.5.1 Arithmétique de l'infini	27
1.5.2 Stratégies utiles à l'évaluation de limites	28
Des mots et des symboles	30
1.6 Évaluation de la limite d'une forme indéterminée	31
1.6.1 Indétermination de la forme $\frac{0}{0}$	31
1.6.2 Indétermination de la forme $\frac{\infty}{\infty}$ ou de la forme $\infty - \infty$	37
Un peu d'histoire	41
1.7 Continuité	41
1.7.1 Typologie des discontinuités possibles d'une fonction	42
1.7.2 Définition de la continuité en un point	43
1.7.3 Propriétés des fonctions continues	46
1.7.4 Continuité sur un intervalle	50
Résumé	51
Mots clés	52
Réseau de concepts	52
Exercices récapitulatifs	53
Examen blanc	59

CHAPITRE 2

DÉRIVÉE DES FONCTIONS ALGÈBRIQUES	62
2.1 Taux de variation moyen	66
2.1.1 Variation d'une fonction	66
2.1.2 Droite sécante et taux de variation moyen	68
2.2 Taux de variation instantané	70
2.2.1 Droite tangente et taux de variation instantané	71
2.2.2 Équation de la droite tangente	71

2.2.3	Équation de la droite normale	72
	Des mots et des symboles	73
2.2.4	Autres applications du taux de variation instantané	73
2.3	Dérivée en un point et fonction dérivée	76
2.3.1	Dérivée d'une fonction en un point	76
2.3.2	Fonction dérivée	78
	Des mots et des symboles	78
	Un peu d'histoire	81
2.4	Dérivée et continuité	81
2.5	Premières formules de dérivation	84
2.5.1	Dérivée d'une fonction constante	84
2.5.2	Dérivée de la fonction identité	85
2.5.3	Dérivée du produit d'une constante par une fonction	86
2.5.4	Dérivée de la somme ou de la différence de deux fonctions	87
2.5.5	Dérivée du produit de deux fonctions	88
2.5.6	Dérivée du quotient de deux fonctions	89
2.5.7	Dérivée de la fonction puissance	92
2.6	Interprétation géométrique du signe de la dérivée	96
2.6.1	Relations entre le graphique d'une fonction et celui de sa dérivée	96
2.6.2	Interprétation du signe de la dérivée	99
2.6.3	Tableau des signes d'une fonction	101
2.7	Dérivée d'ordre supérieur	107
	Des mots et des symboles	108
2.8	Dérivation des fonctions composées	111
2.8.1	Dérivée de la puissance d'une fonction	112
2.8.2	Dérivée d'une fonction composée	114
2.9	Dérivation implicite	117
	Résumé	123
	Mots clés	124
	Réseau de concepts	124
	Exercices récapitulatifs	125
	Examen blanc	133

CHAPITRE 3

	DÉRIVÉE DES FONCTIONS TRANSCENDANTES	136
3.1	Dérivation des fonctions exponentielles et des fonctions logarithmiques	140
3.1.1	Fonctions exponentielles	140
	Des mots et des symboles	140
3.1.2	Continuité des fonctions exponentielles	142
	Des mots et des symboles	142
3.1.3	Fonctions exponentielles et calculs de limites	143
3.1.4	Fonctions logarithmiques	145
3.1.5	Continuité des fonctions logarithmiques	148
3.1.6	Fonctions logarithmiques et calculs de limites	148
3.1.7	Dérivée d'une fonction exponentielle	150
3.1.8	Dérivée d'une fonction logarithmique	153
3.1.9	Dérivation logarithmique	156
3.2	Dérivation des fonctions trigonométriques	159
	Des mots et des symboles	163
3.2.1	Continuité des fonctions trigonométriques	164

3.2.2 Fonctions trigonométriques et calculs de limites	165
3.2.3 Théorème du sandwich	168
3.2.4 Évaluation de $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}$ et de $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos t - 1}{t}$	170
3.2.5 Formules de dérivation des fonctions trigonométriques	173
3.3 Dérivation des fonctions trigonométriques inverses	181
Des mots et des symboles	182
Résumé	187
Mots clés	188
Réseau de concepts	188
Exercices récapitulatifs	189
Examen blanc	196

CHAPITRE 4

TAUX LIÉS ET DIFFÉRENTIELLES	198
4.1 Taux liés	202
4.2 Différentielles	206
4.3 Variation absolue et variation relative	210
4.4 Approximation linéaire	212
4.5 Calcul d'incertitude	214
Résumé	216
Mots clés	216
Réseau de concepts	217
Exercices récapitulatifs	217
Examen blanc	225

CHAPITRE 5

OPTIMISATION	228
5.1 Croissance, décroissance et extremums relatifs d'une fonction	232
5.1.1 Intervalles de croissance et intervalles de décroissance d'une fonction	232
5.1.2 Extremums relatifs d'une fonction	236
5.1.3 Test de la dérivée première	239
5.1.4 Extremums relatifs d'une fonction sur un intervalle fermé	243
5.1.5 Test de la dérivée seconde	247
5.2 Extremums absolus d'une fonction	250
5.2.1 Extremums absolus d'une fonction sur un intervalle fermé	252
5.2.2 Extremums absolus d'une fonction sur un intervalle non fermé	257
Un peu d'histoire	263
5.3 Problèmes d'optimisation	264
Résumé	275
Mots clés	276
Réseau de concepts	277
Exercices récapitulatifs	277
Examen blanc	284

CHAPITRE 6**TRACÉ DE COURBES** 286

6.1 Domaine d'une fonction 290

6.2 Asymptotes à la courbe décrite par une fonction 291

6.2.1 Asymptotes verticales 291

6.2.2 Asymptotes horizontales 294

6.2.3 Asymptotes obliques 296

6.3 Concavité et points d'inflexion 302

6.3.1 Fonction concave vers le haut et fonction concave vers le bas 303

6.3.2 Points d'inflexion 305

6.4 Esquisse de la courbe décrite par une fonction 309

Un peu d'histoire 315

Résumé 325

Mots clés 326

Réseau de concepts 327

Exercices récapitulatifs 328

Examen blanc 331

Réponses des exercices récapitulatifs 333

Glossaire 435

Bibliographie 441

Sources des images 445

Index 447



Une fractale décrit des objets dont les formes découpées produisent à des échelles de plus en plus petites des motifs similaires. Celle qui figure ici évoque plusieurs éléments clés associés au calcul différentiel : le processus de limite, l'infiniment petit, l'infini et le mouvement.

L'étude du calcul différentiel est souvent perçue comme l'apprentissage d'une suite d'algorithmes à appliquer et de procédures à suivre. Cette mauvaise réputation empêche les étudiants d'apprécier à leur juste valeur les subtilités de cette branche sublime des mathématiques et de percevoir toutes les possibilités d'application de cet outil incomparable.

D'où la nécessité d'un ouvrage comme celui-ci, qui a été conçu pour rendre l'apprentissage du calcul différentiel plus stimulant grâce à un habile dosage entre le formalisme et l'intuition et entre la théorie et les applications, de façon à faciliter la compréhension des concepts tout en répondant aux exigences de la rigueur mathématique.

Tous les sujets habituellement couverts dans un cours de calcul différentiel y sont abordés, mais pas seulement de manière formelle : ces thèmes sont inscrits dans des contextes, et l'accent est mis sur le sens à donner aux calculs effectués et sur les stratégies de résolution de problèmes. L'ouvrage propose non seulement de nombreux exercices qui visent à vérifier la capacité d'appliquer des formules, mais aussi une grande variété de problèmes concrets tirés des sciences de la nature et des sciences humaines pour lesquels le calcul différentiel s'avère essentiel. Cette approche met en évidence le potentiel énorme des mathématiques, leur capacité d'être utilisées dans des domaines aussi éloignés que la physique, la psychologie, la biologie et l'économie.

Conçu pour répondre à la fois aux exigences des enseignants et aux besoins des étudiants, ce manuel offre une approche pédagogique novatrice qui facilitera le travail des professeurs et favorisera la réussite des étudiants.

ISBN 978-2-7613-1781-8

ERP
ÉDITIONS DU RENOUVEAU PÉDAGOGIQUE INC.



20364