

SCIENCES SUP

$bx + c$

*Cours et exercices corrigés*

2<sup>e</sup> cycle • CAPES • AGRÉGATION

# TOPOLOGIE

2<sup>e</sup> édition

*Hervé Queffélec*

DUNOD

## Table des matières

|                                                       |     |
|-------------------------------------------------------|-----|
| AVANT-PROPOS                                          | VII |
| NOTATIONS                                             | IX  |
| CHAPITRE 1 • LE CORPS DES RÉELS                       |     |
| I Définition axiomatique de $\mathbb{R}$              | 1   |
| II Le théorème de la borne supérieure                 | 4   |
| EXERCICES                                             | 10  |
| CHAPITRE 2 • ESPACES TOPOLOGIQUES ; ESPACES MÉTRIQUES |     |
| I Définitions générales ; notations                   | 20  |
| II Sous-espace topologique ; topologie induite        | 25  |
| III Notion de limite ; continuité                     | 27  |
| IV Espaces métriques                                  | 34  |
| V Produit d'espaces topologiques                      | 42  |
| EXERCICES                                             | 48  |
| CHAPITRE 3 • ESPACES COMPACTS                         |     |
| I Définition et premières propriétés                  | 67  |
| II Fonctions continues sur un espace compact          | 71  |
| III Produit d'espaces compacts                        | 76  |
| IV Espaces métriques compacts                         | 79  |
| EXERCICES                                             | 88  |

## CHAPITRE 4 • ESPACES CONNEXES

|     |                                          |     |
|-----|------------------------------------------|-----|
| I   | Définition et premières propriétés       | 101 |
| II  | Théorèmes de stabilité                   | 103 |
| III | Espaces métriques connexes               | 107 |
| IV  | Composantes connexes                     | 109 |
| V   | Applications de la connexité ; homotopie | 113 |
|     | <b>EXERCICES</b>                         | 128 |

## CHAPITRE 5 • ESPACES MÉTRIQUES COMPLETS

|     |                                   |     |
|-----|-----------------------------------|-----|
| I   | Définition ; premières propriétés | 147 |
| II  | Théorème du point fixe de Picard  | 151 |
| III | Théorème de Baire                 | 158 |
|     | <b>EXERCICES</b>                  | 165 |

## CHAPITRE 6 • ESPACES LOCALEMENT TRUC

|     |                                         |     |
|-----|-----------------------------------------|-----|
| I   | Définition générale ; premiers exemples | 181 |
| II  | Espaces localement compacts             | 182 |
| III | Espaces localement connexes             | 189 |
|     | <b>EXERCICES</b>                        | 199 |

## CHAPITRE 7 • DIMENSION ET FRACTALITÉ

|     |                                            |     |
|-----|--------------------------------------------|-----|
| I   | Dimension de boîte (ou dimension métrique) | 206 |
| II  | Dimension de Hausdorff                     | 219 |
| III | Dimension topologique                      | 234 |
|     | <b>EXERCICES</b>                           | 243 |
|     | <b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>         | 253 |
|     | <b>INDEX</b>                               | 255 |

SCIENCES SUP

Hervé Queffélec



2<sup>e</sup> édition

# TOPOLOGIE

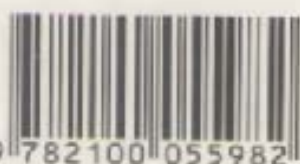
Cet ouvrage a été rédigé de manière à pouvoir être utilisé à plusieurs niveaux : au niveau de la licence d'abord, avec les notions et définitions de base, certains passages pouvant être omis en première lecture ; au niveau de la maîtrise et de l'agrégation ensuite, avec un approfondissement de notions plus délicates ; pour les étudiants commençant un troisième cycle d'analyse ou de topologie, enfin.

Cette nouvelle édition est constituée de sept chapitres : nombres réels, espaces topologiques et métriques, espaces compacts, espaces connexes, espaces complets, espaces ayant localement une propriété topologique, notions de dimension fractionnaire et objets fractals. De nombreuses figures facilitent la compréhension du texte.

Chaque chapitre est suivi d'exercices corrigés et commentés en détail. Le chapitre 7 contient un long problème sur le caractère fractal de certaines courbes de Von Koch.

HERVÉ QUEFFÉLEC

est professeur à l'université  
des Sciences et Technologies  
de Lille I.



9 782100 055982

ISBN 2 10 005598 4

<http://www.dunod.com>

