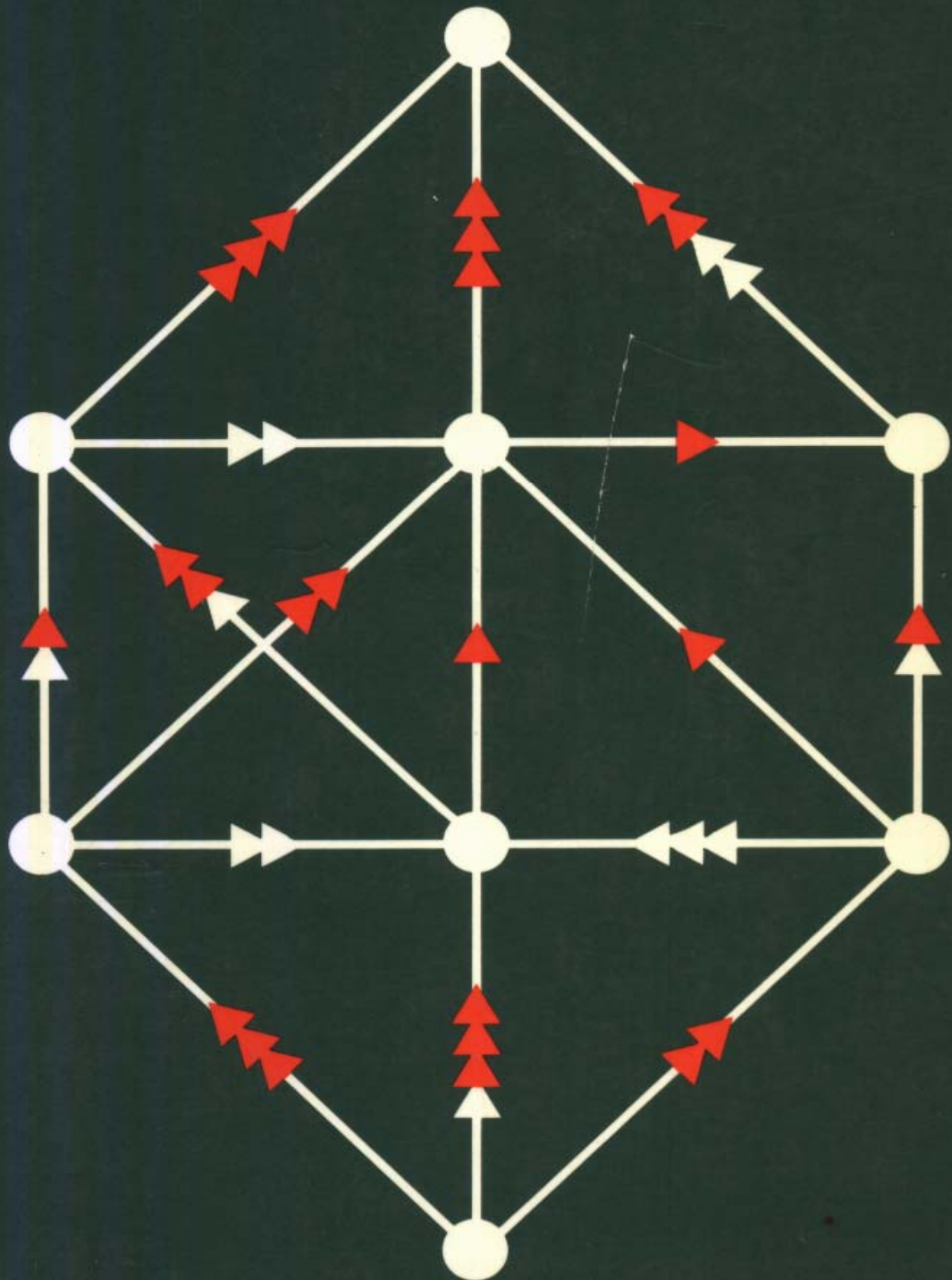


Eléments de programmation linéaire avec application aux graphes

Dominique de Werra



Presses polytechniques romandes

Table des matières

Avant-propos	vii
Introduction.	1
Chapitre 1 Convexité et optimisation linéaire	11
1.1 Définitions générales	11
1.2 Hyperplans d'appui.	14
1.3 Optimisation de fonctions convexes :	19
1.4 Formulation du problème de programmation linéaire	23
1.5 Interprétation géométrique	25
1.6 Interprétation économique de la P.L.	25
1.7 Inégalités linéaires	26
1.8 Exercices	30
Chapitre 2 Dualité	33
2.1 Dual d'un problème de P.L..	33
2.2 Interprétation économique de la dualité.	35
2.3 Théorème de dualité	35
2.4 Théorème des écarts complémentaires.	39
2.5 Exercices	41
Chapitre 3 Résolution du problème de programmation linéaire.	45
3.1 Rappel sur les égalités linéaires.	45
3.2 Propriétés fondamentales de la programmation linéaire	47
3.3 Méthode de Gauss–Jordan	54
3.3.1 Opération de pivotage.	54
3.3.2 La forme tableau.	61
3.3.3 Passage à une base “voisine” admissible	63
3.4 Algorithme du simplexe	65
3.5 Exemples.	69
3.5.1 Un bon exemple	69
3.5.2 Absence de solutions optimales finies.	71

	3.5.3 Apparition de la dégénérescence	73
	3.5.4 Unicité de la solution optimale	76
	3.6 Exercices	80
Chapitre 4	Compléments sur l'algorithme du simplexe	83
	4.1 Algorithme fini du simplexe	83
	4.2 Initialisation de l'algorithme du simplexe	86
	4.3 Algorithme dual du simplexe	91
	4.4 Retour à l'interprétation économique	98
	4.5 Lecture des variables duales dans le tableau du simplexe	100
	4.6 Exercices	101
Chapitre 5	Variations sur le simplexe	103
	5.1 Algorithme du simplexe avec variables bornées	103
	5.2 Postoptimisation et analyse de sensibilité	108
	5.2.1 Introduction	108
	5.2.2 Modification du second membre b	109
	5.2.3 Addition d'une nouvelle contrainte	112
	5.2.4 Modification des coefficients de la fonction économique	113
	5.2.5 Éléments d'analyse de sensibilité	114
	5.3 Programmation paramétrique	116
	5.4 Exercices	119
Chapitre 6	Autres algorithmes pour la programmation lineaire	121
	6.1 Méthode révisée du simplexe	121
	6.1.1 Eta factorisation de la base	121
	6.1.2 Algorithme révisé du simplexe	122
	6.2 Algorithme primal-dual	126
	6.2.1 Notions de base	126
	6.2.2 Formulation	127
	6.2.3 Justification de l'algorithme	128
	6.2.4 Un exemple	129
	6.3 Méthode de décomposition de Dantzig-Wolfe	132
	6.3.1 Généralités	132
	6.3.2 Formulation de l'algorithme	135
	6.3.3 Un exemple numérique	136
	6.4 Minimisation de fonctions convexes séparables	139
	6.5 Exercices	142

Chapitre 7	Eléments de théorie des graphes	143
7.1	Concepts fondamentaux de théorie des graphes	143
7.2	Représentations d'un graphe	146
7.2.1	Matrice d'incidence sommets-arcs	146
7.2.2	Listes d'adjacence	149
7.3	Exploration d'un graphe.	150
7.4	Recherche d'un plus court chemin dans un réseau.	154
7.5	Exercices	165
Chapitre 8	La méthode du simplexe dans les réseaux.	169
8.1	Le problème de transbordement	169
8.1.1	La méthode du simplexe	172
8.1.2	Calculs des λ_i	177
8.1.3	Dégénérescence.	178
8.1.4	Détermination d'une solution-arbre admissible initiale	180
8.2	Algorithme fini du simplexe pour les réseaux.	183
8.3	Le problème de transport	186
8.3.1	Formulation	186
8.3.2	Construction d'une solution-arbre admissible initiale	188
8.3.3	Exemple d'application de l'algorithme du transbordement particularisé au problème de transport	189
8.3.4	Dégénérescence.	192
8.4	Théorème des valeurs entières	195
8.5	Implantation de l'algorithme du simplexe dans les réseaux	199
8.5.1	Choix de l'arc entrant dans T	199
8.5.2	Modification de x et λ	200
8.5.3	Modification de T	204
8.6	Exercices	208
Chapitre 9	Flot de valeur maximum.	211
9.1	Le problème du flot maximum	211
9.1.1	Formulation et propriétés	211
9.1.2	Algorithme de Ford–Fulkerson	213
9.1.3	Justification de l'algorithme	216
9.2	Algorithme MKM de flot maximum.	218
9.2.1	Idée et formulation de l'algorithme	218
9.2.2	Analyse de la complexité de l'algorithme.	226

9.3 Applications de la notion de flot	228
9.4 Exercices	237
Chapitre 10 Flots à coût minimum et flots compatibles	241
10.1 Algorithme primal–dual pour le problème de transport	241
10.2 Flot à coût minimum	242
10.2.1 Formulation et propriétés	242
10.2.2 Deux algorithmes	252
10.3 Le problème de transbordement avec capacités et bornes de flot.	259
10.4 Circulation dans un réseau avec capacités et bornes inférieures de flot.	266
10.5 Exercices	269
Chapitre 11	273
11.1 Arbre de poids minimum	273
11.2 Propriétés supplémentaires des arbres optimaux	279
11.3 Matroïdes	281
11.4 Exercices.	284
Appendice: Conditions d'optimalité	287
Bibliographie	293
Solutions.	295
Lexique.	303

Éléments de programmation linéaire avec application aux graphes

Dominique de Werra

De nos jours, la programmation linéaire est devenue un outil classique largement utilisé dans de nombreuses applications de la technique et de la gestion. S'adressant aux ingénieurs de toutes spécialités ainsi qu'aux mathématiciens orientés vers les applications, cet ouvrage présente les notions de base de la programmation linéaire. Il s'appuie sur des connaissances élémentaires d'algèbre linéaire et il est donc accessible aux étudiants du premier cycle.

Des exemples et des exercices, en partie résolus, illustrent diverses applications aux sciences de l'ingénieur et à la gestion. Une large place est accordée aux problèmes de programmation linéaire liés à des graphes ou à des réseaux : chemins optimaux, flots, affectation et transbordement. Il porte également sur les fondements et la mise en œuvre des algorithmes de la programmation linéaire qui sont utilisés dans la pratique.

Dominique de Werra a obtenu un diplôme d'ingénieur physicien et un doctorat en recherche opérationnelle à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. Professeur de *Management Sciences* à l'Université de Waterloo (Canada) et professeur invité dans de nombreuses universités d'Europe et d'Amérique, il a été président de l'Association Suisse de Recherche Opérationnelle en 85-86 et président d'EURO (Association des sociétés européennes de recherche opérationnelle) en 87-88. Actuellement professeur à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, ses intérêts de recherche se concentrent sur la modélisation de systèmes discrets et sur le développement de méthodes mathématiques pour l'ordonnancement. Il s'occupe actuellement de problèmes de conduite d'ateliers flexibles et en particulier d'élaboration d'heuristiques basées sur des techniques d'intelligence artificielle.



Presses polytechniques romandes