

ANALYSE FONCTIONNELLE et THÉORIE SPECTRALE

pour les
**Opérateurs Compacts
Non Auto-adjoints**

Avec exercices et solutions

A. INTISSAR



Table des matières

Introduction	11
---------------------------	-----------

CHAPITRE I

Opérateurs linéaires continus

1. Opérateurs linéaires sur les espaces vectoriels topologiques	15
2. Opérateurs linéaires sur les espaces vectoriels normés	18
3. La topologie de la convergence uniforme	23
4. Théorème de Banach-Steinhaus.....	25
5. Théorème du graphe fermé et de l'application ouverte.....	28
6. Théorème de Hahn-Banach et ses conséquences	31

CHAPITRE II

Opérateurs linéaires non bornés

1. Généralités	37
2. Notion de l'adjoint d'un opérateur	44
3. Projections de Riesz et valeurs propres.....	49

CHAPITRE III

Opérateurs de classe $\mathcal{L}_p$ de Carleman

1. Opérateurs compacts.....	53
2. Diagonalisation des opérateurs compacts auto-adjoints	57
3. Opérateurs à résolvante compacte.....	62
4. Valeurs singulières d'un opérateur compact.....	65
5. Déterminants de Fredholm.....	71

CHAPITRE IV

Quelques théorèmes de complétude des vecteurs propres généralisés d'une classe d'opérateurs compacts non auto-adjoints

1. Introduction.....	77
2. Rappel de quelques théorèmes sur les fonctions entières	80
3. Quelques résultats de complétude des vecteurs propres généralisés d'une classe d'opérateurs compacts non auto-adjoints	87

CHAPITRE V

Application à l'opérateur de Gribov

1. Introduction.....	101
2. Précisions sur l'espace de Bargmann.....	102
3. Représentation de l'opérateur de Gribov sur l'espace de Bargmann ..	107
4. Complétade des vecteurs propres généralisés de l'opérateur de Gribov	116
5. Approximation discrète de l'opérateur de Gribov à un seul site	120

CHAPITRE VI

Quelques nouvelles applications

1. Rappel sur l'opérateur de Gribov.....	127
2. Opérateurs différentiels déterminés par $-D^2$	128
3. Analyse spectrale d'un problème aux limites associé à une équation différentielle abstraite du second ordre.....	129

ANNEXE

Exercices avec Solutions

1. Eléments de théorie spectrale des opérateurs linéaires dans un espace de Hilbert.....	139
2. Quelques nouvelles précisions sur l'espace de Bargmann.....	159
3. Quelques nouvelles propriétés spectrales de l'opérateur $-D^2$	171
4. Sur un modèle de la théorie des " Shape Memory Alloys ".....	175
5. Minimalité et Bases de Riesz.....	185
6. Quelques propriétés spectrales d'un opérateur non auto-adjoint intervenant en Acoustique.....	191
Références	203
Index	207

Analyse fonctionnelle et théorie spectrale pour les opérateurs compacts non auto-adjoints

A. INTISSAR

CET OUVRAGE commence par exposer les éléments de l'analyse fonctionnelle et de la théorie spectrale ; on y trouve les théorèmes fondamentaux avec leurs démonstrations, en particulier le théorème de Hahn-Banach et ses conséquences, ainsi qu'un memento précis sur la théorie spectrale des opérateurs auto-adjoints compacts ou à résolvante compacte jusqu'au théorème de Hilbert Schmidt. Les notions liées aux valeurs singulières ou aux déterminants de Fredholm sont également traitées.

L'étude spectrale des opérateurs linéaires non auto-adjoints est le point central de cet ouvrage. En particulier, une grande attention est portée à la présentation de certains critères de complétude des vecteurs propres généralisés des opérateurs non auto-adjoints compacts ou à résolvante compacte.

Les résultats obtenus dans ce livre unifient et généralisent certains résultats de Keldysh-Lidskii-Maxeév et ceux développés par Dunford-Schwartz sur la complétude des vecteurs propres généralisés des opérateurs de classe de Carleman. Ils sont appliqués à des opérateurs intervenant dans plusieurs théories, notamment en théorie de l'élasticité, en théorie des champs de régéons et en théorie des équations différentielles abstraites du second ordre. La modélisation numérique de certaines applications est également abordée.

L'ouvrage se termine par de nombreux exercices originaux avec solutions comme, par exemple, l'étude d'un modèle d'acoustique non auto-adjoint et celle d'un modèle intervenant dans la théorie des "shape memory alloys".

Ce livre s'adresse aux étudiants des universités (2^e et 3^e cycles) ainsi qu'aux enseignants et chercheurs en mathématiques et sciences physiques.

Chez le même éditeur

- *Analyse harmonique*
M. SAMUELIDES, L. TOUZILLIER
- *Analyse fonctionnelle*
M. SAMUELIDES, L. TOUZILLIER
- *Problèmes
d'analyse fonctionnelle
et d'analyse harmonique*
M. SAMUELIDES, L. TOUZILLIER

Réf. : 424

I.S.B.N. : 2.85428.424.0



9 782854 284249