

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

20350

*À l'usage des étudiants
des premiers cycles scientifiques*

Laure BEAURY
Robert RÉGIS

Anne-Marie BRUNETEAU
Habib BOUCHRIHA

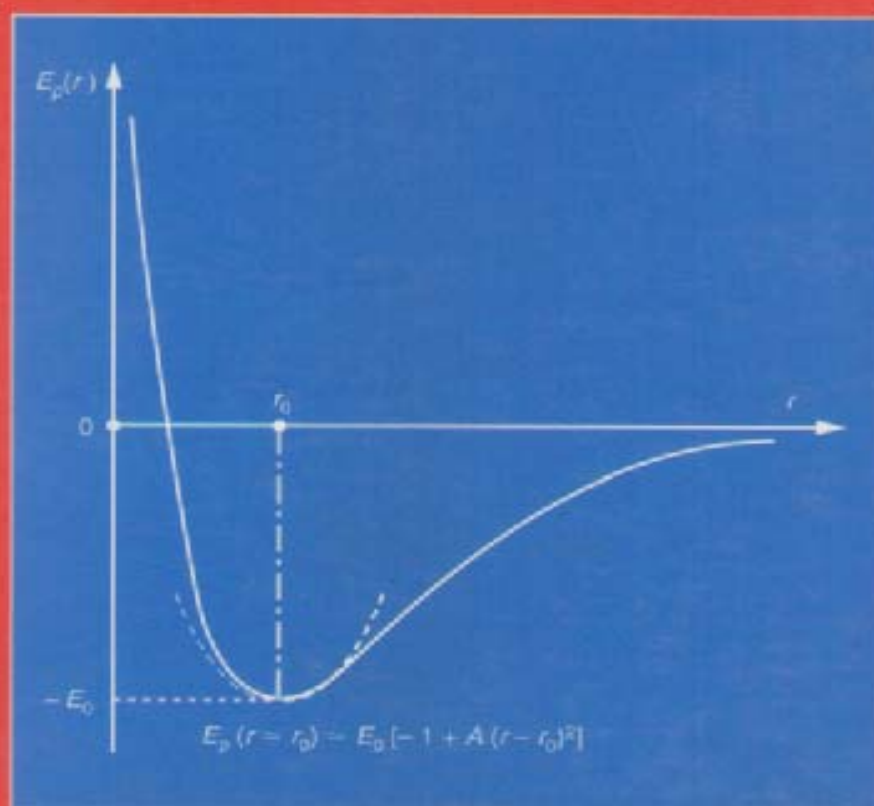


Table des matières

Chapitre 1 – ÉLÉMENTS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ..	1
1. Fonction d'une variable	1
2. Dérivée d'une fonction à une variable	1
2.1. Définition	1
2.2. Fonction dérivée	2
2.3. Interprétation géométrique de la dérivée	3
2.4. Calcul de la dérivée	3
2.5. Dérivées d'ordre supérieurs	5
2.6. Tableau des dérivées usuelles	5
2.7. Propriétés de la dérivée	6
2.8. Applications des dérivées	8
3. Théorème des accroissements finis	11
4. Développements limités	12
4.1. Calcul des développements limités	15
4.2. Interprétation graphique	19
4.3. Applications des développements limités	19
4.4. Applications des DL à la physique	24
5. Différentielle d'une fonction à une variable	30
5.1. Définition	30
5.2. Interprétation géométrique	31
5.3. Calcul des différentielles	31
5.4. Applications des différentielles	32
6. Caractères descriptifs d'une fonction	33
6.1. Définition et continuité	33
6.2. Symétries élémentaires	33
6.3. Calcul et étude de la dérivée	34
6.4. Recherche des asymptotes	34
6.5. Tableau de variation	35

7. Etude des fonctions classiques	35
7.1. Les fonctions polynômes	35
7.2. Les fractions rationnelles	37
7.3. Les fonctions circulaires	39
7.4. Les fonctions inverses	48
8. Conclusion	52

Chapitre 2 – ÉLÉMENTS DE CALCUL INTÉGRAL

1. Primitives	53
2. Intégrales indéfinies	53
2.1. Définition	53
2.2. Propriétés importantes	53
2.3. Tableau des intégrales des fonctions usuelles	54
3. Recherche des primitives ou procédés d'intégration	55
3.1. Intégration par changement de variable	55
3.2. Intégration par parties	57
3.3. Intégration des fractions rationnelles	59
3.4. Intégration des fonctions trigonométriques	69
3.5. Autres procédés d'intégration	69
4. Intégrale définie	72
4.1. Définition	72
4.2. Propriétés de l'intégrale définie	72
4.3. Calcul des intégrales définies	72
5. Fonction logarithmique et fonction exponentielle	72
5.1. Fonction logarithmique	72
5.2. Fonction exponentielle	72
5.3. Applications des fonctions log et exp	86
6. Fonctions hyperboliques directes et inverses	86
6.1. Les fonctions hyperboliques	86
6.2. Les fonctions hyperboliques inverses	89
6.3. Applications des fonctions hyperboliques et de leurs inverses ...	91
7. Applications pratiques du calcul intégral	93
7.1. Valeur moyenne d'une fonction	93
7.2. Calcul des surfaces	94
7.3. Evaluation de la longueur d'un arc de courbe	102
7.4. Calcul des volumes	105
7.5. Recherche du centre de gravité	107
7.6. Calcul des moments d'inertie	115
7.7. Autres applications des intégrales	118

Chapitre 3 – VECTEURS	123
1. Définitions	123
1.1. Axe	123
1.2. Vecteurs liés	123
1.3. Vecteurs glissants	125
1.4. Vecteurs libres	125
1.5. Champ de vecteurs	126
2. Somme de vecteurs	127
2.1. Somme de deux vecteurs libres	127
2.2. Somme de N vecteurs libres	127
2.3. Applications	128
3. Produit d'un vecteur par un scalaire	129
3.1. Définition	129
3.2. Propriétés	130
4. Représentations d'un vecteur libre	130
4.1. Projection d'un vecteur sur un axe	130
4.2. Projection d'un vecteur sur un plan	130
4.3. Propriété des projections	131
4.4. Représentation d'un vecteur libre dans une base orthonormée	131
4.5. Représentations en coordonnées cylindriques	135
4.6. Représentation en coordonnées sphériques	136
4.7. Cas particuliers	137
5. Changement de repères	138
5.1. Translation	138
5.2. Rotation	138
6. Produit scalaire de deux vecteurs	141
6.1. Définition	141
6.2. Interprétation géométrique	141
6.3. Propriétés du produit scalaire	142
6.4. Applications	142
6.5. Expression analytique du produit scalaire de deux vecteurs dans un repère orthonormé	143
7. Produit vectoriel de deux vecteurs	144
7.1. Définition	144
7.2. Propriétés du produit vectoriel	145
7.3. Expression analytique du produit vectoriel	145
7.4. Application – Calcul de $\sin(a - b)$	146
7.5. Applications du produit vectoriel à la physique	146
7.6. Moment d'un vecteur	147
7.7. Double produit vectoriel	148
8. Produit mixte de trois vecteurs	149
8.1. Définition	149

8.2. Expression analytique	149
8.3. Applications physiques	150
9. Dérivée d'un vecteur	150
9.1. Définition	150
9.2. Expression en coordonnées cartésiennes	150
9.3. Propriétés des dérivées de vecteurs	151
9.4. Dérivée d'un vecteur de module constant	152
9.5. Application à la cinématique	153
10. Surface orientée	153
10.1. Définition	153
10.2. Flux d'un vecteur à travers une surface	159
10.3. Angle solide	160
 Chapitre 4 – FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES	163
1. Notion de fonction à plusieurs variables	163
1.1. Définition	163
1.2. Domaine de définition	164
1.3. Représentation géométrique d'une fonction à plusieurs variables	164
2. Dérivées partielles	166
2.1. Définition	166
2.2. Fonctions dérivées partielles	166
2.3. Interprétation géométrique	167
2.4. Dérivées partielles d'ordre supérieur	167
2.5. Exemples	168
2.6. Application à la recherche d'un extremum d'une fonction	169
3. Développement limité d'une fonction de plusieurs variables	169
4. Différentielle totale d'une fonction à plusieurs variables	170
4.1. Définition	170
4.2. Comparaison entre la différentielle totale dU et l'accroissement ΔU	170
4.3. Interprétation géométrique	172
4.4. Calcul des différentielles totales	172
4.5. Applications de la différentielle totale	174
4.6. Différentielle totale exacte	182
5. Intégrale curviligne	183
6. Intégrales multiples	187
6.1. Intégrales doubles	187
6.2. Intégrales triples	191
7. Gradient	195
7.1. Définition	195

7.2. Signification géométrique	195
7.3. Exemples	197
7.4. Conditions pour qu'un vecteur soit un gradient	198
8. Circulation d'un vecteur	200
9. Potentiel	200
9.1. Définition	200
9.2. Application physique	201
9.3. Champ et potentiel gravitationnels. Champ et potentiel électrostatiques	202
9.4. Lignes de champ et équipotentiellles	205
10. Composantes du vecteur gradient	206
10.1. Coordonnées cartésiennes	206
10.2. Coordonnées cylindriques	206
10.3. Coordonnées sphériques	207
10.4. Application du dipôle électrique	208
11. Opérateurs mathématiques: Divergence, Laplacien et Rotationnel	211
11.1. Divergence	211
11.2. Laplacien	211
11.3. Rotationnel	212
11.4. Expressions de ces opérateurs dans les autres systèmes de coordonnées	213
11.5. Formules de Stokes et d'Ostrogradsky	214
11.6. Quelques applications de ces opérateurs en physique	215
 Chapitre 5 – LES NOMBRES COMPLEXES	217
1. Définitions et représentations	217
1.1. Définition	217
1.2. Représentation géométrique	217
1.3. Forme trigonométrique des nombres complexes	218
1.4. Forme exponentielle des nombres complexes	218
2. Opérations sur les nombres complexes	220
2.1. Addition	220
2.2. Soustraction	220
2.3. Multiplication	220
2.4. Élévation à une puissance	221
2.5. Division	222
2.6. Extraction de la racine d'un nombre complexe	223
3. Représentation vectorielle de Fresnel	224
3.1. Représentation vectorielle d'une grandeur sinusoïdale	224
3.2. Application au courant alternatif	225

4. Composition de deux mouvements vibratoires	228
4.1. Addition de deux mouvements vibratoires de même direction	228
4.2. Superposition de deux mouvement sinusoïdaux de directions perpendiculaires	229

Chapitre 6 – SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES. DÉTERMINANTS. MATRICES

231

1. Introduction	231
2. Déterminants	231
2.1. Définition	231
2.2. Mineurs et cofacteurs	232
2.3. Calcul d'un déterminant	232
2.4. Propriétés fondamentales	233
3. Résolution des systèmes d'équations linéaires à n inconnues	234
3.1. Système de deux équations à deux inconnues	234
3.2. Système de n équations à n inconnues	235
3.3. Système linéaire et homogène	236
4. Matrices	236
4.1. Définition	236
4.2. Matrices particulières	237
4.3. Matrices associées à une matrice donnée	237
4.4. Opérations sur les matrices	240
4.5. Valeurs propres et vecteurs propres. Diagonalisation d'une matrice	242
4.6. Exemple d'application des matrices: les quadripôles électriques	244
4.7. Notation «bra» et «ket»	246

Chapitre 7 – ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

247

1. Définitions	247
2. Equations différentielles du premier ordre	249
2.1. Equations à variables séparables	249
2.2. Equations homogènes	250
2.3. Equations linéaires	251
2.4. Applications	252

3. Equations différentielles du deuxième ordre linéaires	
à coefficients constants	260
3.1. Equation sans second membre	260
3.2. Applications à la physique	264
3.3. Equation avec second membre	267
3.4. Oscillations forcées d'un oscillateur harmonique	273
4. Systèmes d'équations différentielles	275
5. Equations différentielles aux dérivées partielles	282
5.1. Equation de d'Alembert ou des cordes vibrantes	283
5.2. Equation de Laplace	286
5.3. Equation de diffusion	287
 Chapitre 8 – ANALYSE COMBINATOIRE	 289
1. Définitions	289
1.1. Ensemble, éléments, collection	289
1.2. Dispositions, répétitions, ordonnance	290
2. Dispositions sans répétition	290
2.1. Arrangements sans répétition	290
2.2. Permutations sans répétition	291
2.3. Cycle de permutations circulaires	292
2.4. Combinaisons sans répétition	293
2.5. Résumé sur les dispositions sans répétition	294
3. Dispositions avec répétition	295
3.1. Arrangements avec répétitions	295
3.2. Permutations avec répétitions	296
3.3. Combinaisons avec répétitions	297
4. Applications mathématiques	298
4.1. Formule du binôme	298
4.2. Formule de Moivre	300
4.3. Formule d'Euler	300
4.4. Formule de Leibniz	301

Chapitre 9 – PROBABILITÉS	303
1. Calcul des probabilités élémentaires	304
1.1. Probabilités simples	304
1.2. Probabilités composées et probabilités conditionnelles	305
1.3. Applications à la théorie des jeux	306
1.4. Applications à la physique statistique	309
2. Variables aléatoires et distributions de probabilités	311
2.1. Variables aléatoires et distributions discrètes	311
2.2. Variables aléatoires et distributions continues	311
2.3. Espérance mathématique d'une variable aléatoire	312
2.4. Valeurs typiques d'une distribution de probabilités	313
3. Lois de probabilités d'usage courant	317
3.1. Lois de probabilités discontinues	317
3.2. Lois de probabilités continues	320
4. Lois de probabilités d'un usage moins général	327
4.1. Lois discontinues parentes de la loi binômiale	327
4.2. Lois continues liées à la loi normale	329
4.3. Lois d'échantillonnage de variables normales	330
Chapitre 10 – STATISTIQUES	333
1. Convergences stochastiques et échantillonnages	334
1.1. Théorème de la limite centrale	334
1.2. Conceptions et pratique de l'échantillonnage	335
2. Problèmes généraux de l'estimation	339
2.1. Caractères d'un estimateur	339
2.2. Concept d'intervalle de confiance	341
3. Tests de signification	346
3.1. Procédure générale	346
3.2. Niveau de signification d'un test	347
3.3. Tests unilatéraux et bilatéraux	350
3.4. Tests de signification sur les distributions classiques	352
3.5. Tests de comparaison des moyennes de deux populations	356
3.6. Test du Khi-carré (χ^2)	359

4. Applications à l'ajustement des courbes	363
4.1. Droite des moindres carrés	365
4.2. Parabole des moindres carrés	367
ANNEXES	369
Annexe 1	
Les nombres remarquables et leurs logarithmes	369
Annexe 2	
Grandeurs physiques, unités, équations aux dimensions	370
Annexe 3	
Symbolisme des multiples et sous-multiples d'une unité	372
Annexe 4	
Facteurs de conversion des unités les plus courantes	373
Annexe 5	
Constantes physiques	376
Annexe 6	
Relations trigonométriques	377
Annexe 7	
Développements limités au voisinage de $x = 0$	379
Annexe 8	
Approximations usuelles	381
Annexe 9	
Dérivées usuelles	382
Annexe 10	
Intégrales des fonctions usuelles	383
Annexe 11	
Aires sous la courbe normale réduite comprises entre 0 et z (loï normale réduite)	385

Annexe 12

Table de la distribution de χ^2 (loi de K. Pearson)	386
--	-----

Annexe 13

Table de distribution de t (loi de Student-Fisher)	387
--	-----

INDEX ALPHABÉTIQUE	389
---------------------------------	-----

TABLE DES MATIÈRES	397
---------------------------------	-----

Le but de ce livre, dont cette troisième édition a été entièrement revue et complétée, est de donner les bases mathématiques indispensables à tous ceux qui entreprennent des études supérieures de physique, biologie, chimie, médecine...

Il est bien sûr particulièrement destiné aux étudiants des premiers cycles scientifiques, mais il leur servira comme ouvrage de référence pendant toute la durée de leurs études, et même au-delà, grâce à de nombreux exemples d'application et en tant qu'aide-mémoire récapitulatif (formules, unités...).

De plus, ce livre est également destiné aux enseignants. En particulier, étant d'un langage facile, il peut les dispenser de faire des rappels mathématiques et ils y trouveront de nombreux exercices résolus qui éclairent le cours.

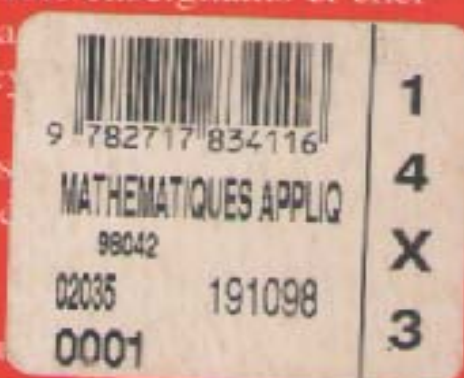
Les auteurs, docteurs ès sciences, à la fois enseignants et chercheurs, ont tous enseigné de nombreuses années en licence, mais également en licence, maîtrise et 3^e cycle. Leurs recherches sont très variées.

Laure BEAURY, maître de conférences à l'Université Paris 7 – Denis Diderot, étudie les propriétés magnétiques des Terres Rares au C.N.R.S. de Bellevue.

Habib BOUCHRIHA, professeur à l'Université de Toulon, travaille à la Faculté des Sciences de Toulon sur les polymères.

Anne-Marie BRUNETEAU, maître de conférences à l'Université Paris 7 – Denis Diderot, étudie à l'École Polytechnique les plasmas d'hydrogène en vue de la production d'ions négatifs dont l'une des applications est dans le domaine de la fusion thermonucléaire.

Robert RÉGIS, maître de conférences à l'Université Paris 7 – Denis Diderot, est un spécialiste de la physique des liquides ; il travaille actuellement sur la physico-chimie des zéolithes, matériaux d'avenir dans la protection de l'environnement.



ISBN 2-7178-3411-7

198 F