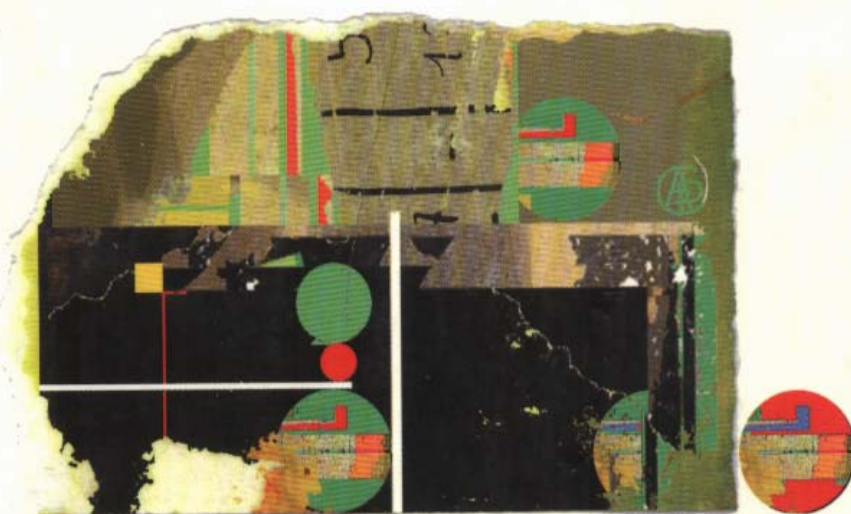


Bernard Héron Françoise Issard-Roch
Colette Picard

2^e CYCLE • AGRÉGATION • ÉCOLES D'INGÉNIEURS

Analyse numérique

Exercices et problèmes corrigés



DUNOD

Table des matières

1. Analyse matricielle

1.1	Norme de Frobenius	1
1.2	Normes matricielles induites	6
1.3	Rayon spectral et normes matricielles	9
1.4	Racine carrée d'une matrice semi-définie positive	13
1.5	Inégalité de Kantorovich	15
1.6	Perturbation de systèmes linéaires	19
1.7	Quotient de Rayleigh et comparaison de spectres	23
1.8	Une interprétation géométrique du conditionnement K_2	28
1.9	Estimation du conditionnement d'une matrice triangulaire	32
1.10	Matrices à diagonale strictement dominante	37
1.11	Valeurs singulières d'une matrice	41
1.12	Approximation des valeurs propres par LR-Cholesky	45

2. Équations aux dérivées partielles elliptiques

2.1	Principe du maximum faible	55
2.2	Équation de Laplace sur un carré	58
2.3	Problèmes variationnels elliptiques	62
2.4	Valeurs propres d'un opérateur symétrique compact	65

2.5	Introduction à l'espace de Sobolev H^1	69
2.6	Espaces de Sobolev H^m	76
2.7	Espaces de Sobolev H^1 et H_0^1 sur $]0, 1[$	81
2.8	Densité des fonctions régulières dans $H^m(\mathbb{R}^N)$	86
2.9	Un résultat de densité pour des ouverts étoilés	95
2.10	Caractérisation de $H^m(\mathbb{R}^N)$ par Fourier	100
2.11	Caractérisation des fonctions de H^1 à gradient nul	112
2.12	Exemples de problèmes variationnels dans H^1	115
2.13	Valeurs propres du laplacien et constante de Poincaré	122
2.14	Régularité de la solution d'une EDP du second ordre	137

3. Optimisation

3.1	Projection sur un convexe fermé	147
✕ 3.2	Un théorème de <u>point fixe</u>	151
3.3	Application faiblement contractante sur un convexe	154
3.4	Différentiabilité au sens de Fréchet et de Gâteaux	159
3.5	Fonctions convexes : continuité, caractérisations	165
3.6	Minimisation dans $\mathbb{R}^N$, pénalisation	170
3.7	Meilleure <u>approximation polynomiale</u> dans L^1	172
3.8	Minimisation dans un espace de Hilbert, exemples	176
3.9	Régularisée s.c.i. d'une fonction	182
3.10	Principe d'Ekeland, quasi-minima	185
3.11	Point-selle, lagrangien	189
3.12	Existence de point-selle	191

4. Approximation d'équations aux dérivées partielles

4.1	Matrices tridiagonales de différences finies	197
4.2	Différences finies pour l'équation de Laplace	203

4.3	Un schéma élémentaire pour l'équation de la chaleur	210
4.4	Une classe de schémas pour l'équation de la chaleur	219
4.5	Deux schémas pour l'équation de la chaleur sur $[0, \pi]$	232

5. Méthodes numériques itératives

5.1	Matrices à itérées bornées	245
5.2	Décompositions additives de matrices symétriques	249
5.3	Méthode de Jacobi relaxée	251
5.4	Méthode itérative du type directions alternées	255
5.5	Une méthode où le résidu décroît	257
5.6	Méthode de Richardson	261
5.7	Méthode du gradient à pas optimal	263
5.8	Méthode du gradient conjugué	265
5.9	Algorithme du gradient conjugué	270
5.10	Méthode GMRES	274
5.11	Algorithme GMRES	278
5.12	Inversion d'une matrice par une méthode de Newton	282
5.13	Étude de l'ordre de la méthode de la sécante	284

Bibliographie	291
-------------------------	-----

SCIENCES SUP

Bernard Héron
Françoise Issard-Roch
Colette Picard

ANALYSE NUMÉRIQUE

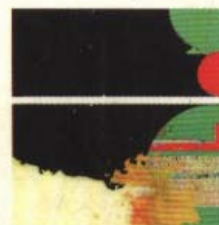
Exercices et problèmes corrigés

Ce recueil d'exercices et de problèmes d'analyse numérique s'adresse tout particulièrement aux étudiants de licence et de maîtrise de mathématiques, de mathématiques et ingénierie mathématique (MIM) et de mécanique et aux élèves-ingénieurs. Il intéressera également les candidats à l'agrégation, qui y trouveront des sujets de réflexion et un complément de formation.

Les énoncés, progressifs, sont répartis en cinq grands chapitres :

- Analyse matricielle ;
- Équations aux dérivées partielles elliptiques ;
- Optimisation ;
- Approximation d'équations aux dérivées partielles ;
- Méthodes numériques itératives.

Les solutions, très détaillées et accompagnées de commentaires et de renvois bibliographiques, permettent une assimilation active des notions abordées.



BERNARD HÉRON ET
FRANÇOISE
ISSARD-ROCH
sont maîtres de
conférences à
l'université Paris-Sud
(Paris XI, Orsay).

COLETTE PICARD
est professeur à
l'université de Picardie-
Jules Verne (Amiens).

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE

CHIMIE

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE

SCIENCES DE LA NATURE
ET DE LA VIE



ISBN 2 10 004372 2
Code 044372

