

سلسلة
الدروس
في الرياضيات

مصطفى نذير

أستاذ مكلف بالدروس بجامعة سطيف

دروس

في القياس والمكاملة



ديوان المطبوعات الجامعية

1-9-51

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

$$\cos x,$$

+

$$\Delta y_i,$$

≤

$$\sin x$$

Φ

$$\frac{\pi}{2}$$

=

$$v'$$

$$x$$

$$0$$

$$(x)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

$$\cos x,$$

+

$$\Delta y_i,$$

≤

$$\sin x$$

Φ

$$\frac{\pi}{2}$$

1-9-515-1

1-9-515-1

مصطفى ندير

أستاذ مكلف بالدروس بجامعة سطيف



كروئيل

فج القياس والمكاملة



ديوان المطبوعات الجامعية

الساحة المركزية - بن عكنون - الجزائر

الفهرس

I: مفاهيم عامة وعمليات على المجموعات

- 01 الاتحاد ، التقاطع ، الفرق التناظري
- 02 الاحتواء والمساواة ، عائلة أجزاء المجموعة ، الجداء الديكارتي
- 03 تعميم الجداء الديكارتي
- 04 المجموعة المطلعة
- 06 التطبيقات ، التباين ، الفهر ، التقابل ، الاقتصار والاعتدال
- 07 الصورة المباشرة ، الصورة العكسية ، تركيب التوابع ، لمجموعات العابلة للعد ، لمجموعات طيفية
- 08 المجموعات على الاكثر قابلية للعد
- 09 قدرة المجموعات ، قدرة المستمر
- 10 تمارين محلولة

II: النهايات العليا والزيات السفلى

- 12 المستقيم المكمل ، الزية العليا والزية السفلى
- 14 الزية العليا والسفلى لمتتالية توابع في \mathbb{R} ، الزية العليا والسفلى للتوابع في \mathbb{R}
- 16 القيمة اللاصقة ، الزية العليا والسفلى للمتتاليات الحقيقية
- 17 تمارين محلولة

III: الجبور والحلقات وأنصاف الحلقات

- 20 حلقة المجموعات
- 21 الجبر ، الحلقة المولدة
- 22 نصف حلقة المجموعات
- 23 الحلقة المنتهية

- 25 - حلقة ، σ -جبر ، σ حلقة و σ -جبر مؤلدين عن عائلة مجموعات
- 26 - جبر البوريلية ، المجموعات البوريلية
- 27 - مجموعات هوسدورف ، العائلات الرتيبة ، العائلات الرتيبة لمولدة
- 28 - تمارين محلولة

30 V : مفهوم القياس والقياس الخارجي

- 30 - التابع الجمعي ، القياس ، امتداد واقتدار القياس
- 31 - القياس σ -جمعي
- 33 - قياس جوردان
- 35 - الفراغ القابل للقياس ، الفراغ المقاس
- 37 - الاستمرارية القياس
- 38 - التغطية ، القياس الخارجي
- 39 - المجموعات القابلة للقياس
- 40 - قياس لوبيغ
- 41 - المجموعة المهملة ، خاصية أيضا كان تقريبًا ، القياس σ -منته ، القياس التام
- 42 - اتمام القياس ، الحلقة المتممة
- 43 - القياس الداخلي ، المجموعات القابلة للقياس بمفهوم كارثيودوري ، مجموعة غير كثيفة
- 44 - تمارين محلولة

46 V : دراسة القياس على \mathbb{R}

- 46 - تعريف المفتوحات ، القياس على \mathbb{R}
- 47 - تمديد لقياس على مجموعات شاملة ، القياس الخارجي
- 48 - القياس المعرف بالكتل

49 قياس العد، قياس ديراك، قياس التركيز على مجموعة، القياس البوريلي

50 تمارين محلولة

52 VII : التوابع القابلة للقياس

52 التابع القابل للقياس، التابع العددي القابل للقياس

53 عمليات على التوابع القابلة للقياس

54 تمارين محلولة

58 VIII : تقارب التوابع القابلة للقياس

58 التابع المميز، التابع الدرجي أو البسيط، التابع العددي الدرجي

59 تقريب التوابع القابلة للقياس بالتوابع الدرجية القابلة للقياس

63 تمارين محلولة

65 VIII : نظريات التقارب ونظرية أعموروف

65 التقارب المنتظم، التقارب البسيط، تاوي تامين أينما كان تقريباً، التقارب أينما كان تقريباً

66 نظرية أعموروف الضعيفة

67 نظرية أعموروف القوية

68 نظرية لوزين

69 تمارين محلولة

71 IX التقارب بالقياس

71 التقارب بالقياس، دراسة الحالة العكسية

73 متبالية كوشي بالقياس

75 التقارب تقريباً منتظماً

76 تمارين محلولة

X: تكامل درجات

78

78

الفضيم، طولية القسم، تكامل التوابع الدرجية

79

تكامل التوابع المحدودة

83

تمارين محلولة

85

XI: تكامل لويغ

85

تكامل لويغ للتوابع الدرجية

87

تكامل لويغ للتوابع القابلة للقياس غير السالبة

88

مراجعة تشيبتشاف

90

تمارين محلولة

92

XII نظريات التقارب

92

نظرية التقارب الرتيب

93

تعميم نظرية التقارب الرتيب

94

توطئة فاتو للتوابع الموجبة

95

شكل آخر لنظرية التقارب الرتيب

96

تمارين محلولة

98

التقارب المهيمن

100

التقارب المحدور، توطئة فاتو للتوابع الحقيقية

101

الاستمرار ونظريات الاستمرار

102

تمارين محلولة

104

XIII مقارنة بين تكامل لويغ وتكامل ريمان

106

تكامل التوابع العقدية

- 108 تمارين محلولة
- 110 **XIV**: إستمرار واشتقاق التكاملات المتعلقة بوسيل
- 110 الاستمرار
- 111 الاشتقاق
- 113 تمارين محلولة
- 115 **XV**: المبداءات المباشرة للقياسات ونظرية فوبيني
- 116 نظرية فوبيني
- 118 تمارين محلولة
- 120 **XVI**: الفضاءات $L^p(E, \mu)$
- 120 الفضاء $L^4(E, \mu)$
- 121 الفضاء التام
- 122 المجموعات الكثيفة أينما كان على $L^1(E, \mu)$ ، الفضاء $L^2(E, \mu)$
- 123 العدران المترافقان ، متراجحة هولدر
- 125 الفضاء $L^p(E, \mu)$ $1 \leq p < \infty$
- 126 متراجحة منكوفسكي ، الفضاء $L^\infty(E, \mu)$
- 127 تمارين محلولة
- 129 **XVII**: التوابع ذات التغييرات المحدودة
- 131 تمارين محلولة
- 133 **XVIII** القياسات الحقيقية ونظرية رادون نيكوديم
- 133 تغيرات القياس الحقيقي ، الشعنة المستمر مطلقاً ، الشعنة الشاذة
- 134 نظرية رادون نيكوديم ، نظرية ريزس ، القياسات الشاذة فيما بينها

135

تمارين محلولة

137

XIX تكاملات ستيلجاس

137

قياسات ستيلجاس ، قياس ستيلجاس المستمر مطلقاً ، قياس ستيلجاس غير المتصل

138

قياس ستيلجاس الساذ ، تكامل لويغ لستيلجاس ، تكامل ريمان لستيلجاس

140

تمارين محلولة

142

XX تحويلات فورييه

142

تحويل فورييه على $L^1(\mathbb{R}^n)$

148

نظرية حفظ الطاقة ،

150

تحويل فورييه على $L^2(\mathbb{R}^n)$

151

مساواة نلنشرال

152

الفهرس

158

المراجع