

Gilles Lacombe Pascal Massat

2^e CYCLE UNIVERSITAIRE • AGRÉGATION

Analyse fonctionnelle

Exercices corrigés



DUNOD

Table des matières

Avant-propos	7
Prologue. Suites	9
0.1 Dénombrabilité	9
0.2 Séparabilité	16
0.3 Extraction diagonale	20
0.4 Suites bornées d'applications linéaires continues	27
1 • Espace des fonctions continues sur un compact	35
1.1 Généralités	35
1.2 Théorèmes de Stone-Weierstrass	38
1.3 Théorème d'Ascoli	48
2 • Mesures de Radon	57
2.1 Espaces localement compacts	57
2.2 Théorème de Daniell	66
2.3 Mesures de Radon positives	73
2.4 Mesures de Radon réelles et complexes	83
3 • Espaces de Hilbert	91
3.1 Définitions, propriétés élémentaires, exemples	91
3.2 Théorème de projection	94
3.3 Théorème de représentation de riesz	99
3.4 Bases hilbertiennes	111

4 • Espaces L^p	125
4.1 Définitions et propriétés générales	125
4.2 Dualité	147
4.3 Convolution	159
5 • Spectre	171
5.1 Opérateurs dans les espaces de Banach	171
5.2 Opérateurs dans les espaces de Hilbert	182
6 • Opérateurs compacts	195
6.1 Propriétés générales	195
6.2 Opérateurs auto-adjoints compacts	222
7 • Distributions : définitions, exemples	249
7.1 Fonctions-test	249
7.2 Distributions	259
7.3 Compléments	275
8 • Distributions : multiplication, dérivation	281
8.1 Multiplication	281
8.2 Dérivation	287
8.3 Solutions fondamentales d'un opérateur différentiel	303
9 • Convolution des distributions	313
10 • Laplacien sur un ouvert	327
10.1 Les espaces $h^1(\Omega)$ et $h_0^1(\Omega)$	327
10.2 Problème de Dirichlet	340
Index	355

SCIENCES SUP

Gilles Lacombe • Pascal Massat



ANALYSE FONCTIONNELLE

Exercices corrigés

Cet ouvrage, destiné en priorité aux étudiants de seconds cycles universitaires, intéressera également les candidats à l'agrégation de mathématiques qui y trouveront matière à tester leur connaissance non seulement de l'analyse fonctionnelle, mais aussi du cours plus vaste d'analyse de la licence.

Ce recueil de 218 exercices et problèmes corrigés, dont les énoncés, pour la plupart, sont extraits du livre de Francis Hirsch et Gilles Lacombe, *Éléments d'analyse fonctionnelle*, permet de se familiariser avec l'essentiel des notions développées dans ce cours. Les solutions sont rédigées en se référant, dès que possible, à un théorème, un exemple, une proposition, un corollaire ou un lemme.

Certains exercices fournissent des exemples concrets, des applications classiques, d'autres des contre-exemples, beaucoup élargissent le cadre du cours et tissent une trame nouvelle permettant l'introduction de notions plus avancées.

Dans la même collection :
*Éléments d'analyse
fonctionnelle*, cours,
Francis Hirsch et Gilles
Lacombe

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE

CHIMIE

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE

SCIENCES DE LA NATURE
ET DE LA VIE



9 782100 044474

ISBN 2 10 004447 8
Code 044447

