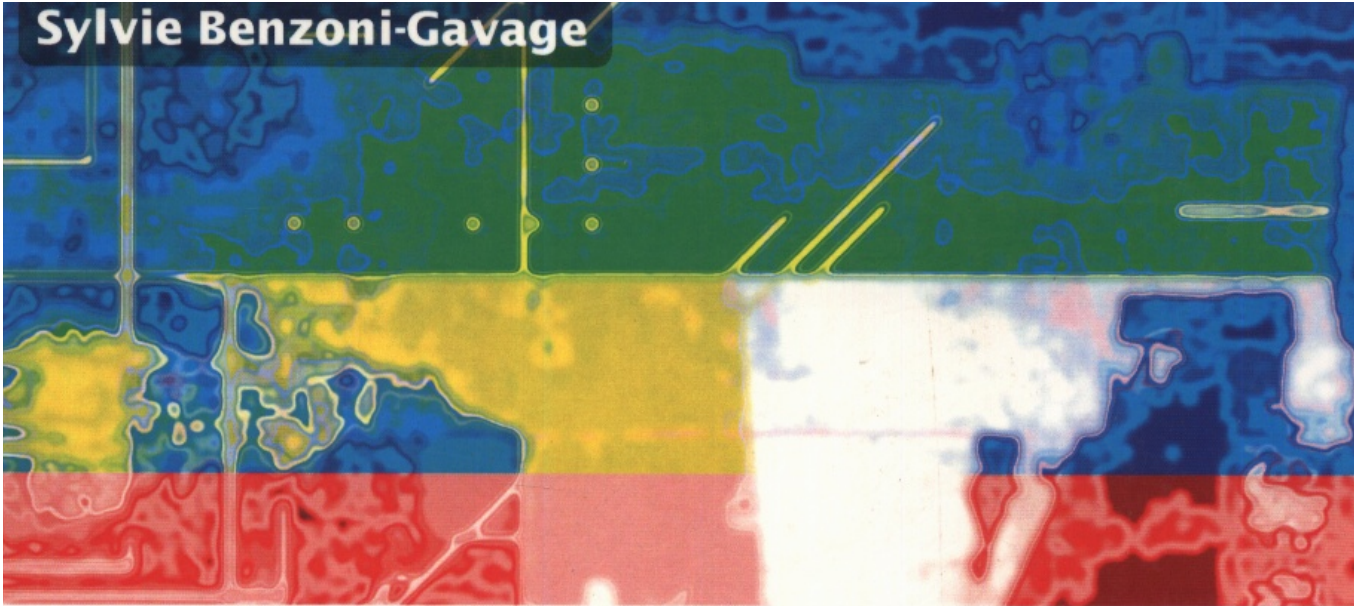




Sylvie Benzoni-Gavage

Calcul différentiel et équations différentielles

Cours et exercices corrigés

2^e édition

**Mathématiques appliquées
pour le Master/SMAI**

Master
Écoles d'ingénieurs
CAPES/Agrégation

DUNOD

SCIENCES SUP

Sylvie Benzoni-Gavage

Calcul différentiel et équations différentielles

Cours et exercices corrigés

Cet ouvrage est destiné aux étudiants en Master de mathématiques appliquées, aux élèves ingénieurs et aux candidats au CAPES ou à l'agrégation de mathématiques. Construit à partir de l'expérience de l'auteur, il répond à une double exigence scientifique et pédagogique.

Le cours présente de façon progressive, détaillée et rigoureuse la théorie des équations différentielles. Les notions fondamentales sont illustrées par des exemples qui présentent de nombreuses applications concrètes actuelles.

Des exercices, dont les corrigés figurent en fin d'ouvrage, permettent de se préparer efficacement aux épreuves.

Dans cette nouvelle édition, la progression du cours a été revue pour le rendre plus accessible et les exercices ont été renouvelés.

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE

CHIMIE

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE

SCIENCES DE LA VIE

SCIENCES DE LA TERRE

2^e édition

Sylvie
Benzoni-Gavage

est professeur à
l'université Lyon 1.

SMAT'



9 782100 706112

6279384

ISBN 978-2-10-070611-2



Les actus



du savoir


DUNOD
dunod.com

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	1
Préface de la 1^{re} édition	3
Introduction	5

PARTIE I CALCUL DIFFÉRENTIEL

Chapitre 1 • Différentiabilité	13
1.1 Notions de base	13
1.2 Théorème des accroissements finis	29
1.3 Théorème d'inversion locale	35
1.4 Théorème des fonctions implicites	40
Exercices	42
Solutions	51
Chapitre 2 • Différentielles d'ordre supérieur	69
2.1 Dérivées partielles d'ordre supérieur	69
2.2 Différentielle seconde	70
2.3 Différentielle d'ordre n	75
2.4 Formules de Taylor	80
Exercices	86
Solutions	88
Chapitre 3 • Extrema	97
3.1 Extrema libres	100
3.2 Extrema liés	103
3.3 Fonctions convexes	107
3.4 Introduction au calcul des variations	113
Exercices	116
Solutions	122

Table des matières

Chapitre 4 • Formes différentielles	135
4.1 Champs de vecteurs et 1-formes différentielles	135
4.2 Formes différentielles d'ordre supérieur	137
4.3 Théorème de Poincaré	145
4.4 Théorème de Frobenius	150
4.5 Théorème de Stokes	154
Exercices	160
Solutions	161

PARTIE II ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Chapitre 5 • Équations modèles et outils de base	167
5.1 Modélisation et applications	168
5.2 Résolution explicite	177
5.3 Lemme de Gronwall	181
5.4 Théorème de Cauchy–Lipschitz	182
5.5 Théorème du flot	190
5.6 Équations aux différentielles totales	195
Exercices	198
Solutions	201

Chapitre 6 • Équations linéaires	209
6.1 Existence globale	209
6.2 Résolvante	210
6.3 Coefficients constants	217
6.4 Dichotomies exponentielles et sous-espaces stables	233
6.5 Coefficients périodiques et théorie de Floquet	244
Exercices	250
Solutions	252

Chapitre 7 • Équations autonomes	261
7.1 Courbes intégrales	262
7.2 Flot et portraits de phase	267
7.3 Ensembles ω -limite	274
Exercices	279
Solutions	284

Table des matières

Chapitre 8 • Stabilité des solutions stationnaires	299
8.1 Théorie de Lyapunov	300
8.2 Approche spectrale	306
8.3 Points fixes hyperboliques	310
8.4 Variétés invariantes	317
8.5 Introduction aux bifurcations	324
Exercices	329
Solutions	333
 Bibliographie	 345
 Index	 349