

INTRODUCTION À LA GÉOMÉTRIE

GÉOMÉTRIE LINÉAIRE & GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE

Pascal DUPONT

Préface de Marcel Berger



De Boeck
Université

Table des matières

Préface	7
Introduction	11
Table des matières	19
1 Espaces affines	23
1.1 Définitions et exemples	26
1.2 Sous-espaces affines	36
1.3 Applications affines	43
1.4 Affinités	56
1.5 Coordonnées affines	63
1.6 Orientation de l'espace	73
1.7 Définition alternative d'un espace affine	81
1.8 Barycentres	87
1.9 L'espace universel attaché à un espace affine	101
1.10 Exercices	110
1.11 Problèmes	121
2 Espaces euclidiens	127
2.1 Produit scalaire — Espaces euclidiens	128
2.2 Norme d'un vecteur	131
2.3 Distance	136
2.4 Repères orthonormés	140
2.5 Sous-espaces orthogonaux	148
2.6 Projections orthogonales	150
2.7 Isométries	153
2.8 Similitudes	172
2.9 Produit mixte	178
2.10 Produit vectoriel	182
2.11 Déterminant de Gram	187

2.12	Coordonnées sphériques	195
2.13	Exercices	204
2.14	Problèmes	215
3	Espaces projectifs	217
3.1	Définitions et exemples	218
3.2	Sous-espaces projectifs	228
3.3	Applications projectives	235
3.4	Le principe de dualité	240
3.5	Coordonnées homogènes	244
3.6	Le théorème fondamental	252
3.7	Birapport — Quaternions harmoniques	255
3.8	Lien affine-projectif	266
3.9	Exercices	275
3.10	Problèmes	279
4	Quadriques	281
4.1	Formes bilinéaires symétriques	282
4.2	Définition des quadriques affines	299
4.3	Coniques dans $E^2(\mathbf{R})$	310
4.4	Réduction affine des quadriques	319
4.5	Propriétés de symétrie des quadriques affines	325
4.6	Classification affine des quadriques réelles	328
4.7	Classification affine des quadriques complexes	333
4.8	Quadriques réglées dans $A^3(\mathbf{R})$	338
4.9	Réduction euclidienne des quadriques	344
4.10	Définition des quadriques projectives	348
4.11	Réduction projective des quadriques	352
4.12	Classification projective des quadriques réelles	356
4.13	Classification projective des quadriques complexes	359
4.14	Polarité	361
4.15	Hyperplans tangents	365
4.16	Exercices	369
4.17	Problèmes	380
5	Courbes	381
5.1	Préliminaires analytiques	383
5.2	Élaboration d'une définition de courbe	392
5.3	Tangentes	405
5.4	Équations implicites de courbes planes	411
5.5	Enveloppe d'une famille de courbes planes	416
5.6	Asymptotes	422
5.7	Rectification	428

5.8	Représentations normales	437
5.9	Courbes planes	442
5.10	Courbes spatiales	450
5.11	Courbes n -dimensionnelles	461
5.12	Exercices	467
5.13	Problèmes	479
6	Surfaces	481
6.1	Définitions	482
6.2	Courbes tracées sur une surface	487
6.3	Plan tangent	490
6.4	Quadrature	497
6.5	Vecteur normal	500
6.6	Première forme fondamentale	501
6.7	Courbure normale	504
6.8	Directions principales	514
6.9	Classification des points d'une surface	521
6.10	Courbure totale	527
6.11	Courbure géodésique — Géodésiques	532
6.12	Surfaces réglées	534
6.13	Surfaces de révolution	538
6.14	Exercices	540
6.15	Problèmes	553
7	Vers la géométrie riemannienne	555
7.1	Tenseurs métriques et arcs riemanniens	558
7.2	Champs de vecteurs tangents	565
7.3	Champs de tenseurs	569
7.4	Arcs tracés sur un arc riemannien	574
7.5	Symboles de Christoffel	576
7.6	Tenseur de Riemann	582
7.7	Champs de vecteurs le long d'un arc tracé	591
7.8	Dérivation covariante	593
7.9	Champs de vecteurs parallèles	603
7.10	Courbure géodésique	607
7.11	Géodésiques	609
7.12	Exercices	620
7.13	Problèmes	628
	Solutions	629
	Bibliographie	663
	Index	673

INTRODUCTION À LA GÉOMÉTRIE

GÉOMÉTRIE LINÉAIRE & GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE

Destiné aux professeurs et étudiants du premier cycle en sciences mathématiques et physiques, cet ouvrage présente **trois importantes structures géométriques** : espaces affines, espaces euclidiens, espaces projectifs et **quatre types d'êtres géométriques fondamentaux** : quadriques, courbes, surfaces, arcs riemanniens.

Les trois premiers chapitres abordent, entre autres thèmes, les sous-espaces, les transformations préservant la structure, l'introduction des coordonnées. D'autres sujets évoqués sont les barycentres, les similitudes, les produits mixte et vectoriel, les coordonnées sphériques, le principe de dualité, le birapport...

Le chapitre quatre étudie les quadriques d'un point de vue affine d'abord, euclidien ensuite, projectif enfin. Une attention particulière est accordée aux coniques ainsi qu'aux quadriques de l'espace tridimensionnel.

Dans les trois derniers chapitres, le principal outil de travail est le calcul différentiel. Courbes et surfaces sont étudiées d'abord pour leurs propriétés affines (tangentes ou plan tangent, asymptotes, enveloppes...) et ensuite pour leurs propriétés métriques (longueur ou aire, normale, courbure(s)...). L'objectif du dernier chapitre est, non pas véritablement d'introduire la géométrie riemannienne, mais de familiariser le lecteur à son langage et à son mode de pensée.

L'ouvrage, très didactique, comporte de **nombreuses figures** ; chaque notion est illustrée de **multiples exemples et contre-exemples**. Les propositions sont (presque) toutes démontrées en grand détail. **Plus de 600 exercices et problèmes**, la plupart avec **solutions**, permettent à l'étudiant de se familiariser avec les techniques de calcul et de vérifier sa compréhension en profondeur.

Pascal DUPONT

Docteur en sciences mathématiques, il est actuellement maître-assistant à l'École des Hautes Études Commerciales de Liège et professeur invité à l'Université catholique de Louvain.



DUPGEO 104072
ISBN 2-8041-4072-5
ISSN 0779-9241

