

EXERCICES DE MATHÉMATIQUES POUR L'AGRÉGATION

ANALYSE 2

**A. CHAMBERT-LOIR
S. FERMIGIER**


MASSON

Table des matières

Table des matières du tome 1	ix
------------------------------------	----

Avant-propos	xi
--------------------	----

Partie 4 : Analyse réelle

Chapitre XIII. Compléments de topologie	5
13-1. Théorème de Baire. Application 1	5
13-2. Théorème de Baire. Application 2	6
13-3. Théorème de Baire. Application 3	8
13-4. Quelques propriétés des ensembles maigres	9
13-5. Ensembles maigres et ensembles de mesure nulle	10
13-6. Théorème d'Edelstein	13
Chapitre XIV. Autour du lemme de Rolle	15
14-1. Une version sur $\mathbb{R}$ du théorème de Rolle	15
14-2. Théorème de Rolle en dimension n	16
14-3. Nombre de racines d'un quasi-polynôme	16
14-4. Polynômes à racines réelles	17
14-5. Lemme de Thom	20
14-6. Zéros des polynômes : règle de Descartes	20
14-7. Zéros des polynômes : règle de Sturm	22
14-8. Inégalité de Bernstein	23
Chapitre XV. Dérivée, différentielle	25
15-1. Théorème de Darboux	25
15-2. Points où f'_g et f'_d diffèrent	26
15-3. Théorème de Borel	27
15-4. Produit de convolution	29
15-5. Régularisation	31
15-6. Sur l'ensemble de Cantor	33
15-7. Différentiabilité de la distance à un fermé	36
15-8. Inégalité de Kolmogorov	39
15-9. Espace de Sobolev	42

Chapitre XVI. Convexité	46
16-1. La formule de Pick.....	46
16-2. Géométrie des racines d'un polynôme complexe.....	48
16-3. Théorème de Motzkin.....	49
16-4. Quelques propriétés des fonctions convexes.....	51
16-5. Une caractérisation de la fonction Γ	53
16-6. L'intégrale de Raabe.....	54
16-7. Principe du maximum pour les fonctions harmoniques.....	56
16-8. Représentation intégrale des fonctions harmoniques.....	56
16-9. Le principe de Harnack.....	60

Partie 5 : Analyse complexe

Chapitre XVII. Généralités	67
17-1. Principe de symétrie de Schwarz.....	67
17-2. Fonctions holomorphes dans une couronne.....	68
17-3. Singularités isolées des fonctions holomorphes.....	69
17-4. Points singuliers des séries entières.....	70
17-5. Une série entière non prolongeable hors du disque de convergence.....	73
17-6. Intégrale d'Airy, méthode du col.....	75
17-7. Un espace de Hilbert de fonctions holomorphes.....	78
17-8. Itération de fonctions holomorphes.....	80
17-9. Zéros des fonctions holomorphes.....	81
17-10. Zéros complexes des sommes d'exponentielles.....	83
17-11. La formule de Jensen.....	86
Chapitre XVIII. Principe du maximum	89
18-1. Quelques conséquences du principe du maximum.....	89
18-2. Lemme de Schwarz.....	90
18-3. Une généralisation du lemme de Schwarz.....	91
18-4. Le théorème des 3 cercles.....	92
Chapitre XIX. Représentation conforme	95
19-1. Automorphismes conformes du plan et du disque.....	95
19-2. Représentation conforme d'une couronne.....	96
19-3. Ensemble de Julia rempli.....	98
19-4. L'ensemble de Julia de $z \mapsto z^2 + c$ pour c petit.....	100
19-5. Fonctions holomorphes injectives dans le disque (I).....	104
19-6. Fonctions injectives holomorphes dans le disque (II).....	107
Chapitre XX. Exemples de fonctions holomorphes	110
20-1. Fonctions sous-exponentielles.....	110
20-2. Fonctions entières d'ordre k	112
20-3. Fonction Γ complexe.....	113
20-4. Séries de Dirichlet.....	115
20-5. Fonction ζ de Riemann (I).....	117
20-6. Fonction ζ de Riemann (II) : produit eulérien.....	119
20-7. Fonction ζ de Riemann (III) : zéros dans la bande critique.....	122
20-8. Fonction ζ de Riemann (IV) : la droite critique.....	124
20-9. Équation fonctionnelle de la fonction Δ	128
20-10. Fonctions elliptiques (I).....	131
20-11. Fonctions elliptiques (II) : fonctions de Weierstraß.....	133

Partie 6 : Analyse numérique

Chapitre XXI. Approximation	139
21-1. Théorème de Müntz	139
21-2. Polynômes de Bernstein : théorème de Korovkine	142
21-3. Polynômes de Bernstein : preuve probabiliste	143
21-4. Polynômes de meilleure approximation	147
21-5. Théorèmes de Jackson	149
21-6. Polynômes orthogonaux	154
21-7. Polynômes de Tchebychev : généralités	157
21-8. Polynômes de Tchebychev : compléments	159
Chapitre XXII. Interpolation	162
22-1. Fonctions splines	162
22-2. Convergence des splines interpolatrices	165
22-3. Interpolation de Hermite-Birkhoff	166
22-4. Polynôme d'interpolation de Lagrange et de Hermite	168
22-5. Interpolation de Hermite aux zéros des polynômes de Tchebychev	170
22-6. Interpolation de Lagrange aux zéros des polynômes de Tchebychev	172
Chapitre XXIII. Intégration numérique	177
23-1. Intégration numérique : généralités	177
23-2. Méthodes de Newton-Cotes	178
23-3. Les méthodes d'intégration de Gauß	182
23-4. Intégration aux zéros des polynômes de Tchebychev	185
23-5. Méthode d'intégration de Romberg : généralités	186
23-6. Méthode d'intégration de Romberg : majoration précise du reste	189
23-7. Méthode de Monte-Carlo	193
Chapitre XXIV. Résolution numérique d'équations, optimisation	196
24-1. Sur la continuité des racines d'un polynôme	196
24-2. Estimation des valeurs propres d'une matrice	198
24-3. La méthode de Newton : convergence locale	200
24-4. Accélération de la convergence : la méthode d'Aitken	202
24-5. La méthode de Newton pour les polynômes	204
24-6. L'algorithme de Hörner	207
24-7. La méthode de trichotomie	209
Bibliographie	211
Index	213

Table des matières du tome 1

Table des leçons.....	ix
Avant-propos	xi
Partie 1 : Topologie	1
Chapitre I. Topologie générale	5
Chapitre II. Topologie appliquée.....	26
Chapitre III. Topologie du plan.....	51
Chapitre IV. Topologie de $\mathbb{R}^n$	68
Partie 2 : Suites, séries	83
Chapitre V. Séries de Fourier	86
Chapitre VI. Analyse asymptotique	103
Chapitre VII. Systèmes dynamiques discrets.....	126
Partie 3 : Intégration	143
Chapitre VIII. Théorie de la mesure	147
Chapitre IX. Analyse asymptotique	172
1. Théorèmes ergodiques	172
2. Équivalents d'intégrales	182
Chapitre X. Inégalités	195
Chapitre XI. Calculs.....	205
Bibliographie	225
Index	227

Agrégation de mathématiques

Cette série a pour vocation de couvrir l'ensemble du programme de l'agrégation de mathématiques. Elle fournit à l'agrégatif trois ouvrages de cours assortis de trois volumes d'exercices corrigés, en algèbre et géométrie d'une part, en analyse d'autre part. Deux ouvrages de préparation à l'oral du concours, en géométrie et en analyse, complètent cet ensemble.

