

LES GRANDS CLASSIQUES GAUTHIER-VILLARS

Édouard GOURSAT

COURS D'ANALYSE MATHÉMATIQUE

QUATRIÈME ÉDITION

TOME I

DÉRIVÉES ET DIFFÉRENTIELLES
INTÉGRALES DÉFINIES. — DÉVELOPPEMENTS EN SÉRIES
APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES



ÉDITIONS
JACQUES GABAY

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE I.

INTRODUCTION.

	Pages
I. <i>Limites. Ensembles.</i>	I
1. Limites	1
2. Coupures	2
3. Ensembles bornés	4
4. La plus grande des limites	6
5. Suites convergentes	8
II. <i>Fonctions. Généralités.</i>	11
6. Définitions	11
7. Continuité	13
8. Propriétés des fonctions continues	14
9. Fonctions discontinues	17
10. Fonctions monotones	21
11. Fonctions à variation bornée	22
12. Fonctions de plusieurs variables	26
13. Courbes continues	29
<i>Exercices.</i>	31

CHAPITRE II.

DÉRIVÉES ET DIFFÉRENTIELLES.

I. <i>Définitions. Propriétés générales</i>	32
14. Dérivées	32
15. Dérivées successives	34
16. Théorème de Rolle	35
17. Formule des accroissements finis	36
18. Formule de Taylor	38
19. Dérivées partielles	42
20. Plan tangent à une surface	46
21. Passage des différences aux dérivées	47
II. <i>Notation différentielle.</i>	50
22. Différentielles	50
23. Différentielles totales	53
24. Différentielles successives d'une fonction composée	56
25. Différentielles d'un produit	58

	Pages.
26. Fonctions homogènes.....	60
27. Formule de Taylor pour les fonctions de plusieurs variables.....	61
III. <i>Fonctions définies comme limites</i>	64
28. Moyen de définir de nouvelles fonctions.....	64
29. Convergence uniforme.....	66
30. Séries uniformément convergentes.....	69
31. Fonction continue sans dérivée.....	73
<i>Exercices</i>	75

CHAPITRE III.

FONCTIONS IMPLICITES. MAXIMA ET MINIMA. CHANGEMENTS DE VARIABLES.

I. <i>Fonctions implicites</i>	79
32. Étude d'un cas particulier.....	79
33. Calcul de la racine par approximations successives.....	81
34. Dérivées des fonctions implicites.....	84
35. Application aux surfaces.....	85
36. Dérivées successives.....	86
37. Dérivées partielles.....	89
38. Équations simultanées.....	92
39. Calcul des dérivées.....	96
40. Inversion.....	98
41. Tangente à une courbe gauche.....	99
II. <i>Points singuliers. Maxima et minima</i>	100
42. Points doubles d'une courbe plane.....	100
43. Points coniques d'une surface.....	104
44. Maxima et minima des fonctions d'une variable.....	106
45. Fonctions de deux variables.....	107
46. Étude du cas ambigu.....	110
47. Fonction de trois variables.....	115
48. Distance d'un point à une surface.....	117
49. Maxima et minima des fonctions implicites.....	119
50. Remarques générales sur les maxima et minima absolus.....	120
51. Valeur maximum d'un déterminant.....	122
III. <i>Déterminants fonctionnels</i>	124
52. Propriété fondamentale.....	124
IV. <i>Changements de variables</i>	130
53. Généralités.....	130
54. Problème I.....	131
55. Applications.....	133
56. Problème II.....	136
57. Transformation des courbes planes.....	137
58. Transformations de contact.....	139
59. Transformations de contact générales.....	141
60. Problème III.....	142
61. Autre méthode.....	146

	Pages.
95. Intégration sous le signe $\int$	230
96. Intégrales uniformément convergentes.	232
<i>Exercices</i>	236

CHAPITRE V.

CALCUL DES INTÉGRALES DÉFINIES.

I. <i>Intégrales indéfinies</i>	241
97. Formule générale de réduction	242
98. Courbes unicursales	246
99. Intégrales algébriques-logarithmiques	249
100. Réduction des intégrales elliptiques et hyperelliptiques	252
101. Cas d'intégration algébrique	257
102. Intégrales elliptiques	259
103. Intégration de quelques fonctions transcendantes	262
II. <i>Calcul approche des intégrales définies</i>	264
104. Généralités	264
105. Interpolation	266
106. Méthode de Gauss	268
107. Intégration des séries	270
III. <i>Méthodes diverses</i>	274
108. Application des formules de différentiation et d'intégration sous le signe $\int$	274
109. Calcul de $\int_0^\pi \log(1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2) dx$	278
110. Valeur approchée de $\log \Gamma(n+1)$	279
<i>Exercices</i>	281

CHAPITRE VI.

INTÉGRALES DOUBLES.

I. <i>Intégrales doubles. Procédés de calcul. Formule de Green</i>	286
111. Les sommes S et s pour une fonction de deux variables	286
112. Intégrales doubles	288
113. Calcul d'une intégrale double	291
114. Cas d'un champ quelconque	295
115. Analogies avec les intégrales simples	299
116. Formule de Green	303
II. <i>Changements de variables. Volumes. Aire d'une surface courbe</i>	305
117. Formule préliminaire	305
118. Changements de variables : première méthode	308
119. Exemples	310
120. Changements de variable : deuxième méthode	311
121. Volumes	314

	Pages.
153. Théorème de Cauchy.....	390
154. Critères logarithmiques.....	393
155. Règle de Raabe et Duhamel.....	395
156. Séries absolument convergentes.....	400
157. Séries semi-convergentes.....	402
158. Règle d'Abel.....	404
II. <i>Séries à termes imaginaires. Séries multiples</i>	406
159. Définitions.....	406
160. Multiplication des séries.....	407
161. Séries doubles.....	409
162. Séries multiples.....	415
163. Généralisation du théorème de Cauchy.....	416
164. Séries multiples à termes variables.....	417
III. <i>Produits infinis</i>	418
165. Définitions et généralités.....	418
166. Produits absolument convergents.....	419
167. Produits uniformément convergents.....	422
168. Produits infinis réels.....	424
169. Déterminant d'ordre infini.....	427
<i>Exercices</i>	428

CHAPITRE IX.

SÉRIES ENTIÈRES. SÉRIES TRIGONOMÉTRIQUES.

I. <i>Série de Taylor. Généralités</i>	429
170. Série de Taylor.....	429
171. Formule du binôme.....	432
II. <i>Séries entières à une variable</i>	433
172. Région de convergence.....	433
173. Continuité d'une série entière.....	436
174. Dérivées successives d'une série entière.....	438
175. Seconde démonstration.....	442
176. Extension de la formule de Taylor.....	444
177. Fonctions majorantes.....	446
178. Substitution d'une série dans une autre série.....	449
179. Division des séries entières.....	453
180. Développement de $\frac{1}{\sqrt{1-2xz+z^2}}$	455
III. <i>Séries entières à plusieurs variables</i>	456
181. Région de convergence.....	456
182. Propriétés des séries entières.....	459
183. Fonctions majorantes.....	463
IV. <i>Fonctions implicites. Courbes et surfaces analytiques</i>	466
184. Fonction implicite d'une variable.....	466
185. Théorème général.....	469
186. Formule de Lagrange.....	471
187. Inversion.....	474

	Pages.
221. Torsion.....	555
222. Formules de Frenét.....	559
223. Développement de x, y, z suivant les puissances de s	561
224. Équation intrinsèque.....	563
225. Développantes et développées.....	564
226. Hélices.....	568
227. Courbes de J. Bertrand.....	570
228. Sphère osculatrice.....	571
III. <i>Notions sur les systèmes de droites</i>	573
229. Surfaces réglées.....	573
230. Congruences. Surface focale.....	578
231. Congruences de normales.....	580
232. Complexes.....	582
<i>Exercices</i>	585

CHAPITRE XII.

SURFACES.

I. <i>Courbure des courbes tracées sur une surface</i>	588
233. Formule fondamentale. Théorème de Meusnier.....	588
234. Les deux formes fondamentales.....	594
235. Théorème d'Euler. Indicatrice.....	596
236. Rayons de courbure principaux.....	599
II. <i>Lignes asymptotiques. Lignes de courbure</i>	603
237. Lignes asymptotiques.....	603
238. Lignes asymptotiques des surfaces réglées.....	606
239. Lignes conjuguées.....	607
240. Lignes de courbure.....	609
241. Développée d'une surface.....	613
242. Formules d'Olinde Rodrigues.....	616
243. Théorème de Joachimsthal.....	618
244. Théorème de Dupin.....	619
245. Torsion géodésique.....	621
246. Application à quelques classes de surfaces.....	623
III. <i>Correspondance entre les points de deux surfaces</i>	626
247. Représentation sphérique.....	626
248. Surfaces applicables.....	628
249. Surfaces applicables sur un plan.....	632
250. Courbure géodésique. Lignes géodésiques.....	634
251. Courbure totale. Théorème de Gauss.....	637
252. Transformations conformes.....	639
253. Représentation conforme d'un plan sur un plan.....	642
254. Cartes géographiques.....	643
<i>Exercices</i>	646

NOTE.

<i>Sur les formules de différentiation des intégrales définies</i>	651
--	-----