

réseaux et télécommunications

Théorie des files d'attente

*des chaînes de Markov
aux réseaux à forme produit*

Bruno Baynat

hermes

Table des matières

Avant-propos	11
Chapitre 1. Introduction à la modélisation et l'évaluation de performances des systèmes	
à événements discrets	13
1.1. Les systèmes à événements discrets	13
1.2. Qu'est-ce que l'évaluation de performances ?	14
1.3. Pourquoi évaluer les performances d'un système ?	15
1.4. Comment évaluer les performances d'un système ?	17
1.5. Modélisation	19
1.6. Analyse des résultats	21
1.7. Caractérisation stochastique	22
Chapitre 2. Rappels mathématiques	23
2.1. Probabilités élémentaires	23
2.2. Variables aléatoires	26
2.3. Exemples de variables aléatoires	30
2.3.1. La loi géométrique	30
2.3.2. La loi de Poisson	32
2.3.3. La loi exponentielle	33
2.4. Processus stochastiques	36
2.5. Le processus de Poisson	39
2.6. Transformations	45
2.6.1. La transformée en z	47

2.6.2. La transformée de Laplace	50
2.6.3. Exemples de transformées	52
Chapitre 3. Les chaînes de Markov	55
3.1. Les chaînes de Markov à temps discret (CMTD).....	55
3.1.1. Définition	55
3.1.2. Représentation graphique.....	56
3.1.3. Modélisation.....	57
3.1.4. Analyse	59
3.2. Les Chaînes de Markov à temps continu (CMTC).....	73
3.2.1. Définition	73
3.2.2. Caractérisations d'une CMTC	75
3.2.3. Modélisation.....	77
3.2.4. Analyse	79
3.2.5. Résolution numérique.....	89
3.3. Exercices	92
Chapitre 4. Le formalisme files d'attente	123
4.1. La notion de partage de ressources.....	123
4.2. La file simple.....	125
4.2.1. Processus d'arrivée.....	125
4.2.2. Temps de service	126
4.2.3. Structure et discipline de la file	127
4.2.4. Notation de Kendall	129
4.2.5. Notion de classes de clients.....	130
4.3. Les réseaux de files d'attente.....	130
4.3.1. Les réseaux ouverts.....	130
4.3.2. Les réseaux fermés	132
4.3.3. Les réseaux multiclassés	133
4.3.4. Les réseaux de files d'attente à capacité limitée.....	134
4.3.5. Les réseaux de files d'attente ouverts à contrainte de population.....	135
4.4. Quelques exemples de modèles de type files d'attente	136
4.4.1. Domaine systèmes informatiques.....	136
4.4.2. Domaine réseaux de communication.....	140
4.4.3. Domaine systèmes de production.....	142

Chapitre 5. Performances	145
5.1. Paramètres de performances opérationnels	145
5.1.1. Analyse opérationnelle	145
5.1.2. Paramètres de performances opérationnels en régime transitoire	147
5.1.3. Paramètres de performances opérationnels en régime permanent	149
5.2. Stabilité	149
5.2.1. Définition	149
5.2.2. Stabilité d'une file simple	150
5.2.3. Stabilité d'un réseau de files d'attente ouvert	152
5.2.4. Stabilité et systèmes limités	153
5.3. Ergodicité	153
5.4. La loi de Little	156
5.5. Distributions aux instants de départ et aux instants d'arrivée	160
Chapitre 6. Les files d'attente simples	163
6.1. La file M/M/1	163
6.1.1. Définition	163
6.1.2. CMTC associée à la file	164
6.1.3. Stabilité	165
6.1.4. Analyse du régime permanent	166
6.1.5. Calcul des paramètres de performances	168
6.2. La file M/M/1/K	170
6.2.1. Définition	170
6.2.2. CMTC associée à la file	170
6.2.3. Stabilité	171
6.2.4. Analyse du régime permanent	171
6.2.5. Calcul des paramètres de performances	172
6.3. La file M/M/C	174
6.3.1. Définition	174
6.3.2. CMTC associée à la file	175
6.3.3. Stabilité	176
6.3.4. Analyse du régime permanent	176
6.3.5. Calcul des paramètres de performances	177
6.4. La file M/M/ ∞	178
6.4.1. Définition	178
6.4.2. CMTC associée à la file	179
6.4.3. Stabilité	179

6.4.4.	Analyse du régime permanent.....	180
6.4.5.	Calcul des paramètres de performances.....	180
6.5.	Généralisation : files markoviennes	181
6.5.1.	Définition	181
6.5.2.	CMTC associée à la file : processus de naissance et de mort.....	181
6.5.3.	Stabilité	182
6.5.4.	Analyse du régime permanent.....	182
6.5.5.	Calcul des paramètres de performances.....	183
6.6.	La file M/G/1.....	183
6.6.1.	Définition	183
6.6.2.	Stabilité	185
6.6.3.	Analyse du régime permanent.....	185
6.6.4.	Méthode de la chaîne de Markov incluse	186
6.6.5.	Calcul des paramètres de performances.....	194
6.6.6.	Analyse en valeur moyenne	196
6.7.	La file G/M/1.....	199
6.7.1.	Définition	199
6.7.2.	Stabilité	200
6.7.3.	Analyse du régime permanent : méthode de la CMTD incluse	200
6.7.4.	Calcul des paramètres de performances.....	204
6.8.	Extensions	205
6.8.1.	Extensions des files M/G/1 et G/M/1	205
6.8.2.	Identification à des lois PH	207
6.9.	Exercices	215
Chapitre 7.	Les réseaux de files d'attente à forme produit.....	229
7.1.	Les réseaux monoclasses ouverts à forme produit	230
7.1.1.	Définition	230
7.1.2.	Stabilité	231
7.1.3.	Calcul des taux de visite	231
7.1.4.	Analyse du régime permanent.....	232
7.1.5.	Calcul des paramètres de performances.....	239
7.1.6.	Extension au cas de stations multiserveurs	240
7.1.7.	Extension au cas de stations à taux de service dépendant de l'état.....	240
7.2.	Les réseaux monoclasses fermés à forme produit	241
7.2.1.	Définition	241
7.2.2.	Stabilité	242

7.2.3. Calcul des taux de visite	242
7.2.4. Analyse du régime permanent.....	243
7.2.5. Calcul de la constante de normalisation.....	246
7.2.6. Calcul des paramètres de performances, algorithme de convolution	247
7.2.7. Algorithme MVA	250
7.2.8. Extension au cas de stations multiserveurs	254
7.2.9. Extension au cas de stations à taux de service dépendant de l'état.....	254
7.2.10. Algorithme MVA à taux dépendant de l'état.....	257
7.2.11. Agrégation.....	260
7.3. Les réseaux multiclassés à forme produit : les réseaux BCMP.....	263
7.3.1. Définition	263
7.3.2. Stabilité	265
7.3.3. Calcul des taux de visite	267
7.3.4. Analyse du régime permanent.....	269
7.3.5. Réseau purement ouvert.....	272
7.3.6. Réseau purement fermé.....	278
7.3.7. Algorithme MVA pour les réseaux purement fermés.....	286
7.3.8. Extension au cas de taux dépendant de l'état	288
7.4. Exercices.....	296
Bibliographie	317
Index	323

L'évaluation de performances des systèmes est un domaine qui prend de plus en plus d'importance. Il devient en effet inconcevable de construire un système quelconque (système informatique, réseau de communication, système de production ou système de la vie quotidienne) sans avoir auparavant mené une analyse de performances. Construire un système adapté, conforme aux objectifs du cahier des charges, est une démarche qui passe obligatoirement par une étape de modélisation et d'analyse de performances.

Théorie des files d'attente couvre ce domaine et présente un formalisme connu sous le nom de réseaux de files d'attente. Cet ouvrage pédagogique suit une démarche progressive allant des outils mathématiques de base aux résultats avancés des réseaux de files d'attente complexes. Il aborde certaines notions de façon intuitive et souvent originale. Il est complété par de nombreux exemples, exercices et éléments de corrigés.

L'auteur

Bruno Baynat est maître de conférences à l'université Paris VI et chercheur au Laboratoire d'Informatique de Paris VI (LIP6).