

Mathématiques & Applications 39

Bernard Ycart

Modèles et Algorithmes Markoviens



Springer



2.7.2	Variables négativement corrélées	45
2.7.3	Réduction de la variance	46
2.8	Générateurs pseudo-aléatoires	48
2.8.1	Suites uniformes	48
2.8.2	Implémentation	49
2.8.3	Complexité et hasard	51
2.8.4	Points régulièrement répartis	55
2.8.5	Suites de van der Corput	56
2.9	Exercices	57
3	Méthodes markoviennes à temps fini	71
3.1	Simulation des chaînes de Markov	71
3.1.1	Définition algorithmique	71
3.1.2	Espace d'états fini ou dénombrable	73
3.1.3	Relations algébriques	77
3.2	Résolution de systèmes linéaires	78
3.2.1	Puissances de matrices	78
3.2.2	Utilisation d'un état absorbant	81
3.3	Problèmes différentiels	82
3.3.1	Le problème de la chaleur	83
3.3.2	Simulation des processus de diffusion	86
3.3.3	Problèmes de Dirichlet	90
3.3.4	Equations de Fokker-Planck et Feynman-Kac	92
3.4	Méthodes particulières	97
3.4.1	Propagation du chaos	97
3.4.2	Equations de McKean-Vlasov	99
3.4.3	Equations de Boltzmann	101
3.5	Exercices	104
4	Exploration markovienne	115
4.1	Comportement asymptotique	115
4.1.1	Mesures stationnaires	116
4.1.2	Simulation exacte d'une mesure stationnaire	117
4.1.3	Mesures réversibles	121
4.1.4	Dénombrement par chaîne de Markov	124
4.1.5	Convergence vers une mesure réversible	126
4.1.6	Convergence abrupte d'un échantillon	132
4.2	Recuit simulé	137
4.2.1	Mesures de Gibbs	137
4.2.2	Schémas de température	139
4.2.3	Spectre à basse température	142
4.2.4	Implémentation	145
4.3	Algorithmes génétiques	147
4.3.1	Version classique	147
4.3.2	Théorie asymptotique	149

4.3.3	Implémentation	153
4.4	Algorithme MOSES	155
4.4.1	Définition et convergence	155
4.4.2	Implémentation	157
4.5	Exercices	160
5	Processus markoviens de saut	167
5.1	Algorithmes temporisés	167
5.1.1	Lois exponentielles et lois géométriques	167
5.1.2	Le processus de Poisson	170
5.1.3	Chaînes temporisées	174
5.1.4	Taux de transition et générateur	175
5.1.5	Chaîne incluse et chaîne harmonisée	179
5.1.6	Pratique de la simulation	181
5.1.7	Probabilités de transitions	187
5.2	Simulation de réseaux	190
5.2.1	Automates indépendants	190
5.2.2	Réseaux de Jackson	193
5.2.3	Réseaux de Petri	196
5.2.4	Systèmes de particules interactives	199
5.3	Convergence des systèmes de particules	203
5.3.1	L'heuristique du champ moyen	203
5.3.2	Mélange rapide et laplacien	206
5.3.3	Equations de réaction-diffusion	207
5.4	Exercices	211
6	Simulation en Scilab	221
6.1	Introduction à Scilab	221
6.1.1	Pourquoi Scilab ?	221
6.1.2	A savoir pour commencer	222
6.1.3	Types de fichiers	223
6.1.4	Style de programmation	225
6.2	Vecteurs aléatoires	226
6.2.1	Lois discrètes	227
6.2.2	Générateurs pseudo-aléatoires	228
6.2.3	Représentations graphiques	230
6.2.4	Calculs de moments	232
6.2.5	Calculs sur les lois usuelles	233
6.2.6	Calculs d'intégrales	236
6.3	Algorithmes de simulation	239
6.3.1	Simulation de diffusions	239
6.3.2	Recuit simulé	245
6.3.3	Processus markoviens de saut	248
6.4	Exercices	255

La Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI), fondée en 1983, s'est fixé comme objectif la promotion des mathématiques appliquées. Dans cet esprit, la SMAI a créé une collection d'ouvrages Mathématiques & Applications, dont voici un nouveau numéro.

Le but de cette collection est d'éditer des textes de niveau 3ème cycle universitaire ou de dernière année d'école d'ingénieurs. Les lecteurs concernés sont donc des étudiants, mais également des chercheurs et ingénieurs qui veulent s'initier aux méthodes et aux résultats des mathématiques appliquées. Certains ouvrages auront ainsi une vocation purement pédagogique alors que d'autres pourront constituer des textes de référence.

La principale source des manuscrits réside dans les très nombreux cours qui sont enseignés en France, compte tenu de la variété des Diplômes d'Etudes Approfondies (D.E.A.), des Diplômes d'Etudes Supérieures Spécialisées (D.E.S.S.) ou des options de mathématiques appliquées dans les écoles d'ingénieurs. Mais ce n'est pas l'unique source: certains textes pourront avoir une autre origine.

Parmi les sujets que la collection souhaite aborder, figurent les suivants:

Analyse numérique – Analyse stochastique – Probabilités appliquées – Équations aux dérivées partielles – Automatique – Optimisation – Recherche opérationnelle – Statistique et analyse des données – Modélisation (en mécanique, en économie...) – Infographie et Traitement d'images – Codage et cryptographie – Calcul formel – Calcul parallèle...

Bernard Ycart

Modèles et Algorithmes Markoviens

Ce livre est destiné à tous ceux, mathématiciens ou non, qui souhaitent acquérir une maîtrise pratique de l'outil probabiliste dans ses applications les plus courantes. L'élaboration d'un modèle probabiliste conduit, en dehors de cas particuliers de faible intérêt pratique, à des problèmes théoriques difficiles qui sont vite hors de portée de l'utilisateur (comme d'ailleurs souvent du probabiliste professionnel). La validation d'un tel modèle passe alors nécessairement par la simulation, qui ne met en jeu en général que des procédures extrêmement simples. Apprendre à utiliser les modèles stochastiques, écrire pour eux des programmes de simulation efficaces, prévoir leurs performances et analyser leurs résultats est l'objectif principal de ce livre.



ISBN 3-540-43696-0

<http://www.springer.de>