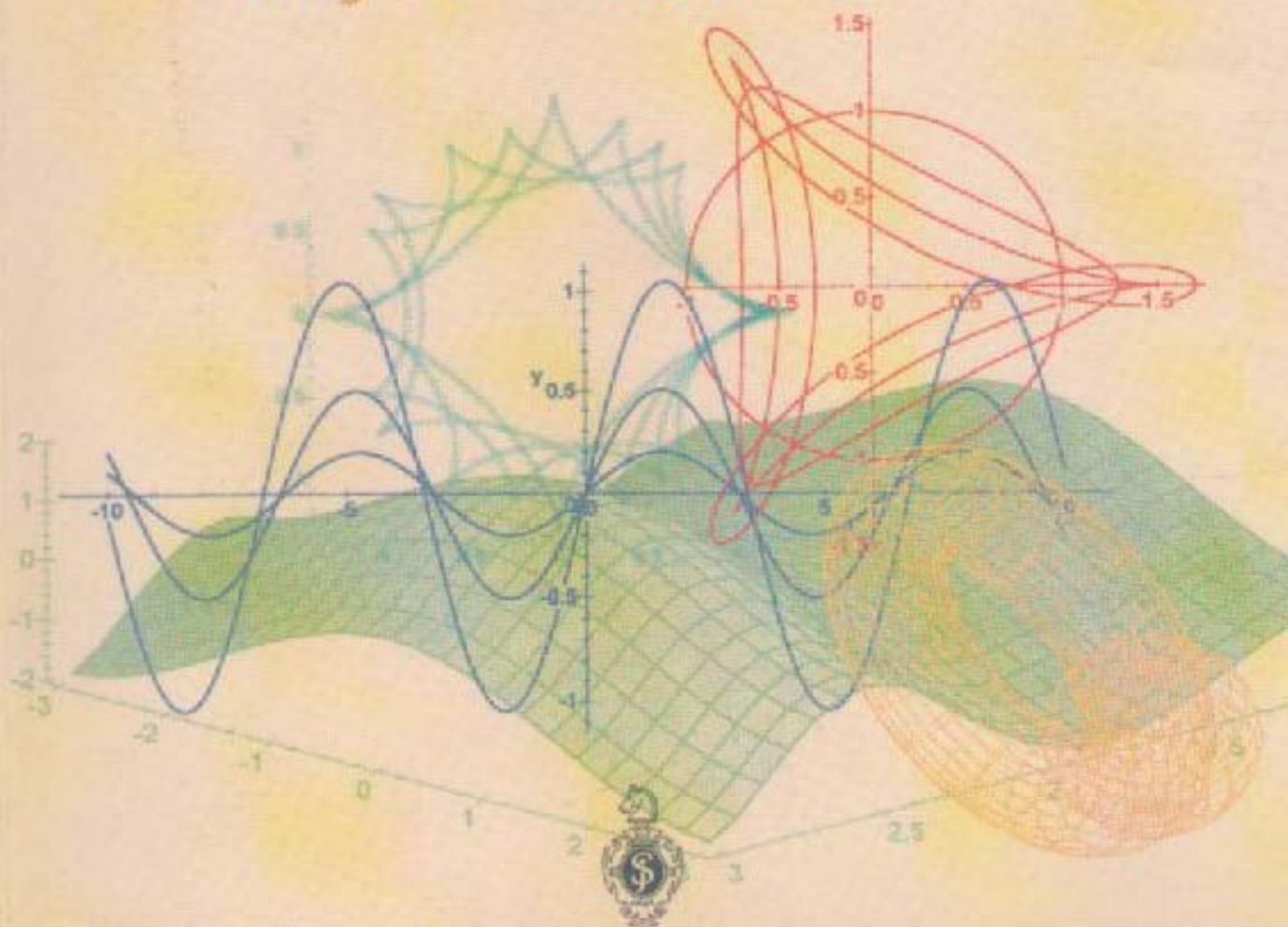


Jack-Michel Cornil • Philippe Testud

Maple V[®]

Release 4

Introduction raisonnée
à l'usage de l'étudiant,
de l'ingénieur et du chercheur




Springer

2.005-12-1

2-005-12-1

Jack-Michel Cornil · Philippe Testud

Maple V[®] Release 4

Introduction raisonnée
à l'usage de l'étudiant,
de l'ingénieur
et du chercheur

avec 105 figures



Springer

Table des matières

1. Ce que Maple peut faire pour vous	1
I. Arithmétique	1
II. Calculs numériques	1
III. Polynômes et fractions rationnelles	2
IV. Trigonométrie	3
V. Dérivation	4
VI. Développements limités	4
VII. Equations et systèmes différentiels	5
VIII. Intégration	6
IX. Tracé de courbes	7
X. Tracé de surfaces	9
XI. Algèbre linéaire	10
2. Introduction	11
I. Premiers pas	11
1. Entrée d'une expression	11
2. Opérateurs, fonctions et constantes	13
3. Premiers calculs	14
II. Affectation et évaluation	16
1. Identificateurs	16
2. Affectation	16
3. Variables libres et évaluation	17
4. Règle d'évaluation complète	19
5. Utilisation des apostrophes : évaluation partielle	20
6. Evaluation des arguments d'une fonction	22
III. Opérations fondamentales	23
1. La fonction expand	24
2. La fonction factor	25
3. La fonction normal	27
4. La fonction convert en trigonométrie	28
5. Première approche de la fonction simplify	29

6. Simplification de radicaux: radnormal et rationalize	33
7. Les fonctions collect et sort	34
IV. Première approche des fonctions	37
1. Fonctions d'une variable	37
2. Fonctions de plusieurs variables	38
3. Ne pas confondre fonctions et expressions	39
4. Passerelles entre expressions et fonctions	40
V. Simplification des fonctions puissances	41
1. Définition des fonctions exp, ln et puissance	41
2. La fonction simplify	44
3. La fonction combine	47
3. Arithmétique	49
I. Divisibilité	49
1. Quotient et reste	49
2. P.g.c.d. et algorithme d'Euclide	50
3. Décomposition en facteurs premiers	52
4. Congruences	52
II. Equations diophantiennes	54
1. Théorème chinois	54
2. Résolution d'équations modulo n	54
3. Equations classiques	55
4. Nombres réels, Nombres complexes	57
I. Les nombres réels	57
1. Ecriture à l'écran des nombres réels	57
2. Valeur décimale approchée des réels	59
II. Les nombres complexes	62
1. Les différents types de complexes	62
2. Forme algébrique des nombres complexes	63
3. Forme trigonométrique des nombres complexes	65
4. Calcul sur les expressions à coefficients complexes	65
5. Valeur décimale approchée des complexes	67
5. Graphiques en 2D	69
I. Courbes d'équation $y=f(x)$	69
1. Représentation graphique d'une expression	69

2. Représentation graphique d'une fonction	71
3. Tracé simultané de plusieurs courbes	73
4. Tracé d'une famille de courbes	73
II. L'Environnement de plot	75
1. Le menu de plot sous Windows	76
2. Les options de plot	77
III. Courbes paramétrées en cartésiennes	82
1. Tracé d'une courbe paramétrée	82
2. Tracé simultané de plusieurs courbes paramétrées	83
3. Tracé d'une famille de courbes paramétrées	84
IV. Courbes en polaires	86
1. Tracé d'une courbe en polaires	86
2. Tracé d'une famille de courbes en coordonnées polaires	88
V. Courbes définies implicitement	89
1. Tracé d'une courbe définie implicitement	89
2. Tracé d'une famille de courbes implicites	90
3. Précision du tracé des courbes implicites	91
VI. Tracés polygonaux	92
VII. Mélange de dessins	92
1. Comment fonctionne plot	93
2. La fonction display	93
VIII. Animation	94
IX. Utilisation d'échelles logarithmiques	97
6. Equations et inéquations	99
I. Résolution formelle : solve	99
1. Equations polynomiales à une variable	99
2. Autres équations à une variable	103
3. Systèmes d'équations	105
4. Inéquations	107
II. Résolution approchée d'équations : fsolve	108
1. Equations algébriques à une variable	108
2. Autres équations à une variable	109
3. Systèmes d'équations	110
III. Résolution des récurrences : rsolve	112
1. Récurrences linéaires	112
2. Récurrences homogènes	114
3. Autres relations de récurrence	115

7. Limites et dérivées	117
I. Limites	117
1. Limite d'expressions	117
2. Limite d'expressions dépendant de paramètres	119
3. Limite de fonctions	121
II. Dérivées	122
1. Dérivées des expressions d'une seule variable	122
2. Dérivées partielles d'expressions de plusieurs variables	123
3. Dérivées des fonctions d'une variable	124
4. Dérivées partielles des fonctions de plusieurs variables	125
8. Développements limités	127
I. La fonction series	127
1. Obtention de développements limités	127
2. Développements généralisés	129
3. Partie régulière d'un développement	130
4. Obtention d'un équivalent	131
5. Les limites de la fonction series	132
II. Opérations sur les développements limités	133
1. Sommes, quotients, produits de développements limités	133
2. Composés et inverses de développements limités	134
3. Intégration d'un développement limité	135
III. Développement d'une fonction implicite	136
9. Equations différentielles	141
I. Méthodes exactes de résolution	141
1. Equations différentielles d'ordre 1	141
2. Equations différentielles d'ordre supérieur	144
3. Equations classiques	146
4. Systèmes d'équations différentielles	147
II. Méthodes de résolution approchée	149
1. Résolution numérique d'une équation d'ordre 1	149
2. Résolution numérique d'une équation d'ordre supérieur	151
3. Calcul d'un développement limité de la solution	154
III. Méthodes graphiques de résolution	155
1. Cas d'une équation différentielle d'ordre 1	155
2. Les options de DEplot pour une équation différentielle	156

3. Cas d'une équation différentielle d'ordre n	157
4. Nécessité de l'option stepsize	158
5. Cas d'un système différentiel d'ordre 1	158
6. Etude d'un exemple	160
10. Intégration et sommation	163
I. Intégration	163
1. Calcul exact d'intégrales et de primitives	163
2. Intégrales généralisées	165
3. Forme inerte Int	166
4. Evaluation numérique d'intégrales	167
II. Opérations sur les intégrales non évaluées	168
1. Intégration par parties	168
2. Changement de variable dans une intégrale	170
3. Dérivation sous le signe intégral	171
4. Développement limité d'une primitive	173
III. Sommation discrète	174
1. Sommes indéfinies	174
2. Sommes finies	176
11. Graphiques en 3D	179
I. Surfaces d'équation $z=f(x,y)$	179
1. Tracé d'une surface définie par une expression	179
2. Tracé d'une surface définie par une fonction	181
3. Tracé simultané de plusieurs surfaces	182
II. L'environnement de plot3D	183
1. Le menu de plot3d sous Windows	183
2. Les options de plot3d	185
III. Nappes paramétrées en cartésiennes	189
IV. Nappes paramétrées en cylindriques	190
V. Nappes paramétrées en sphériques	192
VI. Courbes paramétrées de l'espace	193
1. Tracé d'une courbe paramétrée	193
2. Tracé simultané de plusieurs courbes paramétrées	194
VII. Surfaces définies implicitement	194
VIII. Mélange de dessins d'origines différentes	196

12. Polynômes à coefficients rationnels	199
I. Ecriture des polynômes	199
1. Rappels : collect, sort, expand	199
2. Indéterminées d'un polynôme	201
3. Valeur d'un polynôme en un point	202
II. Coefficients d'un polynôme	202
1. Degré et valuation	202
2. Obtention des coefficients	204
III. Divisibilité	205
1. La fonction divide	205
2. Division euclidienne	207
3. Résultant et discriminant	208
IV. Calcul de p.g.c.d. et p.p.c.m.	209
1. Les fonctions gcd et lcm	209
2. Contenu et partie primitive	210
3. Algorithme d'Euclide étendu : la fonction gedex	212
V. Factorisation	213
1. Décomposition en facteurs irréductibles	213
2. Factorisation sans facteurs multiples	214
3. Test d'irréductibilité	215
13. Polynômes à coefficients non rationnels	217
I. Extensions algébriques de $\mathbb{Q}$	217
1. Test d'irréductibilité	218
2. Racines d'un polynôme	218
3. La fonction RootOf	219
4. Valeurs numériques d'expressions contenant des RootOf	222
5. Conversion de RootOf en radicaux	225
II. Calcul dans une extension algébrique	226
1. Factorisation dans une extension donnée	226
2. Incompatibilité entre radicaux et RootOf	227
3. Irréductibilité, racines dans une extension donnée	229
4. Factorisation d'un polynôme dans son corps des racines	229
5. Divisibilité de polynômes à coefficients algébriques	230
6. P.g.c.d. de polynômes à coefficients algébriques	231
III. Polynômes à coefficients dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	233
1. Calculs polynomiaux élémentaires dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	233

2. Divisibilité de polynômes dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	234
3. Calcul de p.g.c.d. de polynômes dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	235
4. Division euclidienne, algorithme d'Euclide étendu	235
5. Factorisation des polynômes dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	236
14. Fractions rationnelles	239
I. Ecriture des fractions rationnelles	239
1. Mise sous forme irréductible	239
2. Numérateur et dénominateur	240
II. Factorisation des fractions rationnelles	241
1. Fractions rationnelles à coefficients rationnels	241
2. Fractions rationnelles à coefficients quelconques	242
3. Factorisation dans une extension algébrique	242
III. Décomposition en éléments simples	243
1. Décomposition d'une fraction dans $\mathbb{Q}(x)$	243
2. Décomposition d'une fraction dans $\mathbb{R}(x)$ ou dans $\mathbb{C}(x)$	244
3. Décomposition d'une fraction dépendant de paramètres	247
IV. Développement en fraction continue	248
15. Création de vecteurs et de matrices	251
I. La bibliothèque linalg	251
II. Vecteurs	252
1. Définition des vecteurs	252
2. Dimension et composantes d'un vecteur	254
III. Matrices	255
1. Définition de matrices	255
2. Dimensions et coefficients d'une matrice	257
IV. Problèmes d'évaluation	258
1. Evaluation des vecteurs	258
2. Evaluation des matrices	260
3. Exemple d'utilisation de matrices de taille variable	261
V. Matrices remarquables	263
1. Matrice diagonale, matrice identité	263
2. Matrice tri-diagonale ou multi-diagonale	263
3. Matrice de Vandermonde	264
4. Matrice de Hilbert	265
5. Matrice de Sylvester, matrice de Bézout	265

6. Matrice d'un système d'équations	266
VI. Vecteurs et matrices aléatoires	266
1. Vecteurs aléatoires	266
2. Matrices aléatoires	267
VII. Fonctions d'extraction de matrices	268
1. Sous-matrice	268
2. Vecteur colonne et vecteur ligne	269
VIII. Fonction de construction de matrices	270
1. Matrices diagonales par blocs	270
2. Matrice définie par blocs	271
3. Juxtaposition et empilement de matrices	272
4. Transfert d'une matrice dans une autre	273
16. Calcul vectoriel et matriciel	275
I. Opérations sur vecteurs et matrices	275
1. Combinaisons linéaires de vecteurs	275
2. Combinaison linéaire de matrices	277
3. Transposition de matrices et de vecteurs	278
4. Produit d'une matrice par un vecteur	279
5. Produit de matrices	279
6. Inverse d'une matrice	281
7. Puissances de matrices carrées	282
II. Base d'un sous-espace vectoriel	283
1. Sous-espace défini par des générateurs	283
2. Noyau d'une matrice	284
3. Sous-espace engendré par les rangées d'une matrice	284
4. Sous-espace défini par des équations	285
5. Intersection et somme de sous-espaces vectoriels	286
6. Rang d'une matrice	286
7. Problème d'évaluation	287
8. Un exercice sur les matrices commutantes	288
17. Systèmes d'équations linéaires	291
I. Résolution d'un système linéaire	291
1. Système linéaire donné matriciellement	291
2. Système linéaire donné par des équations	294
II. Méthode du pivot	296

1. Opérations sur les lignes et les colonnes d'une matrice	296
2. La fonction pivot	297
3. Réduction de Gauss : la fonction gausselim	298
4. Réduction de Gauss sans dénominateur : ffgausselim	300
5. Paramètres optionnels de gausselim et ffgausselim	301
6. Réduction de Gauss Jordan	302
18. Réduction des matrices	305
I. Déterminant, polynôme caractéristique	305
1. Déterminant d'une matrice	305
2. Matrice caractéristique et polynôme caractéristique	306
3. Polynôme minimal d'une matrice	307
II. Éléments propres d'une matrice	308
1. Valeurs propres	308
2. Vecteurs propres, diagonalisation	310
3. Test de diagonalisabilité	312
4. Cas des matrices possédant un élément de type float	313
5. La fonction inerte Eigenvals	314
6. Réduction à la forme de Jordan	315
19. Orthogonalité	319
I. Espaces vectoriels euclidiens, hermitiens	319
1. Produit scalaire, produit scalaire hermitien	319
2. Norme	321
3. Produit vectoriel	321
4. Procédé de Gram-Schmidt	321
5. Matrices symétriques réelles (définies) positives	323
6. Transconjugée d'une matrice	324
7. Matrice orthogonale	325
8. Réduction des matrices symétriques réelles	325
II. Polynômes orthogonaux	326
1. Polynômes de Tchebycheff de première espèce	326
2. Polynômes de Tchebycheff de seconde espèce	327
3. Polynômes de Hermite	327
4. Polynômes de Laguerre	328
5. Polynômes de Legendre et de Jacobi	329
6. Polynômes de Gegenbauer	329

20. Analyse vectorielle	331
I. Matrice jacobienne, divergence	331
1. Matrice jacobienne	331
2. Divergence d'un champ de vecteurs	332
II. Gradient, laplacien, rotationnel	333
1. Gradient	333
2. Laplacien	333
3. Matrice hessienne	335
4. Rotationnel d'un champ de vecteurs de $\mathbf{R}^3$	336
III. Potentiel scalaire, potentiel vecteur	336
1. Potentiel scalaire d'un champ de vecteurs	336
2. Potentiel vecteur d'un champ de vecteurs	337
21. Les objets de MAPLE	339
I. Expressions élémentaires	339
1. Les types +, * et ^	339
2. Les fonctions whattype, op et nops	339
3. Le type function	341
4. Structure des expressions mathématiques élémentaires	342
II. Valeurs numériques réelles et complexes	343
1. Les valeurs de type numeric	344
2. Les valeurs de type realcons	346
3. Les valeurs complexes	348
III. Expressions séquences	349
1. La fonction seq	350
2. L'opérateur \$	351
3. Séquence de résultats	351
4. Séquence des composants d'une expression	352
5. Séquence des paramètres d'une procédure	352
IV. Intervalles	353
V. Ensembles et listes	355
1. Les opérateurs { } et []	355
2. Opérations sur les ensembles	357
3. Opérations sur les listes	358
4. Retour sur la fonction seq	360
VI. Intégrales non évaluées	361
VII. Polynômes	362

VIII. Développements limités	364
1. Développements de Taylor	364
2. Autres développements	365
IX. Relations booléennes	366
1. Le type relation	366
2. Le type boolean	367
X. Tables et tableaux	368
1. Tables	368
2. Tableaux, variables indicées	370
22. Travailler plus finement sur les sous-expressions	373
I. Les fonctions de substitution	373
1. La fonction subs	373
2. La fonction subsop	377
II. La fonction map	378
1. Utiliser map avec une fonction à un seul argument	378
2. Utiliser map avec une fonction à plusieurs arguments	380
3. Utiliser map pour travailler sur une séquence	381
4. Se dispenser d'utiliser map	382
23. Programmation : boucles et branchements	385
I. Boucles	385
1. Boucle for avec compteur numérique	385
2. Boucle for portant sur des opérandes	387
3. Comment écrire une boucle sur plusieurs lignes	388
4. Écho à l'écran des instructions d'une boucle	389
5. Boucles imbriquées et écho à l'écran : printlevel	390
6. Se dispenser d'utiliser une boucle for	391
7. Boucle while	392
II. Branchements	394
1. Le branchement conditionnel : if ...then ... elif ... else	394
2. next et break	396
3. La logique trois états de MAPLE	397
24. Programmation : Fonctions et procédures	399
I. Fonctions	399
1. Définition d'une fonction simple	399

2. Utilisation d'une fonction	400
3. Fonction utilisant des tests	401
4. Problème d'évaluation pour une fonction	404
5. Nombre d'arguments transmis à une fonction	404
6. Autres façons d'écrire une fonction	406
7. Valeurs particulières : table de remember	407
II. Procédures	409
1. Définition d'une procédure	409
2. Variables locales et variables globales	411
3. Procédures récursives	416
4. Table de remember contre récursivité	417
5. Structure d'un objet fonction ou procédure	419
III. Au sujet du passage de paramètres	420
1. Vérification automatique du type des arguments	420
2. Test du nombre et de la nature des arguments transmis	420
3. Comment tester un type	421
4. Procédure modifiant la valeur de certains paramètres	423
5. Procédure avec un nombre variable d'arguments	425
6. Procédure avec un nombre indéterminé d'arguments	426
IV. Suivi de l'exécution d'une procédure	427
1. La variable printlevel	427
2. Les fonctions userinfo et infolevel	429
V. Sauver et relire une procédure	431
25. Les fonctions mathématiques	433
I. Catalogue des fonctions mathématiques	433
1. Fonctions arithmétiques	434
2. Fonctions de dénombrement et fonction Γ	434
3. Exponentielles, logarithmes et hypergéométrique	435
4. Fonctions trigonométriques circulaires et hyperboliques	435
5. Fonctions trigonométriques réciproques	436
6. Exponentielle intégrale et fonctions voisines	437
7. Fonctions de Bessel	438
8. Fonctions elliptiques	440
II. Comment travaille une fonction MAPLE ?	441
1. Valeurs numériques retournées	441
2. Un exemple : la fonction arcsin	441
3. Cas des fonctions builtin	444
4. Table de remember	444

26. Environnement Maple sous Windows	447
I. La feuille de calcul MAPLE	447
1. Modes texte et Maple-input	448
2. Groupes et sections	449
3. La barre de menu	450
II. Le menu File	451
III. Le menu Edit	453
IV. Le menu View	454
V. Le menu Insert	456
VI. Le menu Format	457
VII. Le menu Options	458
VIII. Le menu Window	459
IX. Aide en ligne	460
1. Le menu Help	460
2. Accès direct à l'aide	460
3. Structure d'une fiche d'aide	461
Index	463