

**J.- P. Henry
F. Parsy**

**Cours
d'élasticité**

Dunod Université

TABLES DES MATIÈRES

<u>CHAPITRE 1 - TENSEUR DES CONTRAINTES</u>	p. 1
1.1 HYPOTHESES SUR LES EFFORTS INTERIEURS	p. 1
1.2 TRADUCTION DE LA LOI FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE	p. 2
1.3 APPLICATION DE LA LOI FONDAMENTALE	p. 2
Principe de l'action et de la réaction - Rela- tions de Cauchy - Equations d'équilibre, unités.	
1.4 SYMETRIE DU TENSEUR ET CONDITION A LA FRONTIERE. Symétrie du tenseur - Conditions à la frontière Résumé - Remarques	p. 5
1.5 ETUDE DU TENSEUR EN UN POINT	p. 7
Contrainte normale ; Contrainte tangentielle - Signification des composantes du tenseur des contraintes - Relation de symétrie de Cauchy - Changement de repère - Directions principales ; Contraintes normales principales - Invariants scalaires du tenseur des contraintes - Partie sphérique et déviateur du tenseur des contrain- tes - Contrainte octaédrique - Tenseurs parti- culiers de contraintes - Cercles de Mohr	
1.6 ETAT PLAN DE CONTRAINTE	p. 19
Changement de repère - Cercles de Mohr	

CHAPITRE 2 - TENSEUR DES DEFORMATIONS	p. 23
2.1 DESCRIPTION CINEMATIQUE	p. 23
2.2 TENSEURS DE DEFORMATION	p. 24
Tenseurs de Green et d'Almansi en coordonnées cartésiennes orthonormées : Relations déformations - déplacements - Tenseur linéarisé des déformations en coordonnées cartésiennes Tenseur linéarisé des déformations en coordonnées curvilignes orthogonales - Exemples.	
2.3 INTERPRETATION DES COMPOSANTES DES TENSEURS DE DEFORMATION	p. 29
Composantes diagonales - Composantes hors diagonale - Conclusion pour le tenseur linéarisé des déformations.	
2.4 TRANSLATION ET ROTATION SOLIDE (DEPLACEMENTS INFINITESIMAUX)	p. 34
Translation solide - Rotation-solide - Différentielle totale du déplacement.	
2.5 ETUDE DU TENSEUR DES DEFORMATIONS LINEARISE EN UN POINT. COORDONNEES CARTESIENNES ORTHONORMALES	p. 36
Allongement unitaire ϵ dans la direction n Glissement dans deux directions orthogonales Allongements unitaires principaux ou déformations principales, Invariants, Déviateur, Partie sphérique - Variation relative de volume - Cercles de Mohr - Tenseur de déformation plane.	
2.6 EQUATIONS DE COMPATIBILITE - DEPLACEMENTS INFINITESIMAUX	p. 39
Domaine simplement connexe, Première démonstration - Autre démonstration : Utilisation des opérateurs différentiels, Application aux coordonnées curvilignes orthogonales.	

CHAPITRE 3 - RELATIONS DE COMPORTEMENT DE L'ELASTOSTATIQUE	p. 43
3.1 INTRODUCTION	p. 43
Linéarité géométrique, Linéarité physique, Élasticité linéaire - Apport de l'expérimentation	

3.3	SOLIDE ELASTIQUE LINEAIRE ISOTROPE. RELATIONS DE HOOKE	p. 50
	Isotropie, Définition - Relations de Hooke - Résumé - Interprétation physique des coefficients d'élasticité.	

CHAPITRE 4 - ENERGIE ET THEOREMES LIES A L'ENERGIE - THEOREMES VARIATIONNELS

4.1	RAPPELS DE THERMODYNAMIQUE - ENERGIE DE DEFORMATION ELASTIQUE	p. 63
	Rappel du premier principe de la thermodynamique - Application du premier principe : Théorème des travaux virtuels et Théorème des travaux virtuels complémentaires - Energie de déformation élastique (transformations isotherme et adiabatique) - Energie élastique complémentaire - Conditions thermodynamiques d'équilibre (transformations adiabatique et isotherme) Application au solide élastique linéaire.	
4.2	THEOREMES LIES A L'ENERGIE DE DEFORMATION ELASTIQUE (MATERIAUX ISOTROPES)	p. 73
	Propriétés de l'énergie de déformation élastique - Théorème de Clapeyron - Théorème de réciprocité de Maxwell-Betti - Théorèmes de superposition et d'unicité - Principe de Saint-Venant.	
4.3	THEOREMES VARIATIONNELS	p. 82
	Théorème du minimum de l'énergie potentielle - Définition d'un champ cinématiquement admissible - Théorème du minimum de l'énergie potentielle complémentaire - Définition d'un champ statiquement admissible - Théorème de comparaison.	
4.4	METHODE DE RESOLUTION	p. 89

CHAPITRE 5 - EQUATIONS DE L'ELASTOSTATIQUE ET METHODES GENERALES DE RESOLUTION

5.1	LE SYSTEME D'EQUATIONS DE L'ELASTICITE LINEAIRE	p. 91
	Méthode directe de résolution : Equation de Lamé-Navier - Méthode inverse de résolution : Equation de Beltrami - Biharmonicité de l'état	

teurs - Potentiel de déformation - Vecteur de Galerkin - Equation de Neuber-Papkovitch.

5.3	METHODE INVERSE - TENSEUR DE FONCTION DE CONTRAINTE	p. 101
	Fonction de contrainte de Maxwell, de Morera.	

5.4	METHODE DIRECTE : FONCTIONS DE GREEN	p. 105
	Matrice solution élémentaire - Matrice de Green	

CHAPITRE 6 - CONTRAINTES THERMIQUES p. 111

6.1	RELATIONS DE L'ELASTOSTATIQUE AVEC CHAMP DE TEMPERATURE	p. 111
	Relation de Duhamel-Neumann - Equation de Lamé Navier - Analogie de Duhamel-Neumann	

6.2	THEOREMES LIES A L'ENERGIE	p. 114
	Energie élastique et énergie élastique complémentaire - Théorème de réciprocité - Théorèmes variationnels.	

CHAPITRE 7 - CRITERES DE LIMITE ELASTIQUE p. 117

7.1	GENERALITES ET DIFFERENTES REPRESENTATIONS DES CRITERES	p. 117
	Définition physique - Difficultés de la détermination de la limite élastique - Représentation des critères dans l'espace des contraintes principales - Représentation en plan octaédrique - Passage au plan de Mohr.	

7.2	CRITERES ELEMENTAIRES ET CRITERES FAISANT INTERVENIR UN CISAILLEMENT	p. 127
	Critère de Rankine ou de la contrainte principale maximale - Critères de Saint-Venant et de Grashof - Critère de Tresca ou du cisaillement maximum - Critère de Nadai-Mises.	

7.3	CRITERES DE LA COURBE INTRINSEQUE DE MOHR-COULOMB	p. 134
	Définitions - Hypothèses et Conséquences - Critère de Mohr-Coulomb - Critère de Terzaghi-Leon ou de la parabole.	

7.4	CRITERES DIVERS	p. 140
	Critères liés à une énergie - Critère de Griffith - Critère de ...	

CHAPITRE 8 - PROBLEMES PLANS - SOLUTION PAR LA FONCTION D'AIRY

p. 147

- 8.1 PROBLEMES DE CONTRAINTE PLANE ET DE DEFORMATION PLANE
Définitions des problèmes d'élasticité plane - Etat de déformation plane - Etat de contrainte plane.

p. 147

- 8.2 SOLUTION PAR LA FONCTION D'AIRY - COORDONNEES CARTESIENNES (FORCES DE VOLUME DERIVANT D'UN POTENTIEL)
Fonction d'Airy - Equation différentielle vérifiée par la fonction d'Airy - Calcul du vecteur déplacement en déformation plane - Précisions sur la validité de l'hypothèse de contrainte plane - Remarques sur les méthodes de résolution des problèmes plans en coordonnées cartésiennes.

p. 152

- 8.3 SOLUTION PAR LA FONCTION D'AIRY - COORDONNEES CURVILIGNES ORTHOGONALES (FORCES DE VOLUME DERIVANT D'UN POTENTIEL)
Relation entre la fonction d'Airy et les contraintes - Equation différentielle vérifiée par la fonction d'Airy - Remarques sur les méthodes de résolution (coordonnées polaires).

p. 160

- 8.4 APPROCHE VARIATIONNELLE (FORCES DE VOLUME NULLES)

p. 163

CHAPITRE 9 - PROBLEMES PLANS - SOLUTION PAR LES POTENTIELS COMPLEXES

p. 165

- 9.1 ECRITURE DES RELATIONS DE L'ELASTICITE PLANE EN CHAMP COMPLEXE
Théorème de Goursat. Représentation des fonctions biharmoniques - Représentation d'un état élastique plan à l'aide des potentiels complexes ϕ et ψ . Relations de Kolosov-Muskhelishvili - Eléments de réduction en σ des efforts exercés sur un arc de courbe.

p. 166

- 9.2 RAPPELS DE CALCUL EN CHAMP COMPLEXE
Restrictions sur les potentiels ϕ et ψ pour que déplacements et contraintes soient uniformes - Fonctions holomorphes par morceaux. Formules de Flametj - Problème de Hilbert.

p. 173

9.3	CAS DU PLAN Potentiels complexes pour des charges concentrées - Potentiels complexes pour des contraintes à l'infini - Potentiels complexes pour une rotation à l'infini - Potentiels complexes pour un plan muni de fissures rectilignes colinéaires.	p. 185
9.4	REGIONS SECTORIELLEMENT INFINIES Définition. Comportement à l'infini - Potentiels complexes pour une force concentrée à l'origine pour un demi plan - Prolongement analytique des potentiels complexes dans le cas d'un demi plan - Formules de Plemelj dans le cas du demi plan.	p. 189
9.5	CAS DE DOMAINES A FRONTIERE CIRCULAIRE Définitions - Prolongement analytique des potentiels complexes - Remarques sur le potentiel ϕ - Formule de Plemelj et détermination des potentiels complexes.	p. 194
9.6	DOMAINES A FRONTIERE NON CIRCULAIRE Représentation conforme - Représentation sur un cercle - Relations de Kolosov-Muskhelishvili - Prolongement analytique - Formule de Plemelj.	p. 198

CHAPITRE 10 - TORSION UNIFORME DE BARRES CYLINDRIQUES p. 205

10.1	EQUATIONS DE LA TORSION ELASTIQUE DE BARRES CYLINDRIQUES	p. 205
10.2	TORSION DE POUTRE A SECTION DROITE CIRCULAIRE	p. 206
10.3	TORSION D'UN ARBRE CYLINDRIQUE QUELCONQUE (section simplement connexe) Fonction de gauchissement et module de rigidité géométrique à la torsion - Remarque sur l'origine du repère - Fonction de contrainte de Prandtl.	p. 209
10.4	FORMULATION VARIATIONNELLE Etats statiquement admissible, champ cinématiquement admissible - Approches de la rigidité géométrique à la torsion.	p. 215
10.5	ANALOGIE DE LA MEMBRANE	p. 218

ment connexe à parois minces

CHAPITRE 11 - FLEXION DE POUTRES CYLINDRIQUES	p. 229
11.1 EQUATIONS DE LA FLEXION ELASTOSTATIQUE DE POUTRES CYLINDRIQUES	p. 229
11.2 METHODE DE RESOLUTION	p. 233
Fonction de Timoshenko - Signification de la constante c - Vérification des conditions aux limites - Calcul du vecteur déplacement - Centre de cisaillement - Méthodes de résolution.	
CHAPITRE 12 - DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES DÉFORMATIONS ET DES CONTRAINTES	p. 241
12.1 MESURE DES DÉFORMATIONS : JAUGES D'EXTENSOMÉTRIE	p. 241
Principe - Différents types de jauges - Ponts d'extensométrie et méthodes de mesure.	
12.2 MESURE DES DÉFORMATIONS : CORDES VIBRANTES ..	p. 250
Principe - Méthodes de mesure.	
12.3 DÉTERMINATION DES CONTRAINTES : PHOTOELASTICIMÉTRIE	p. 252
Instruments de photoélasticité - Birefringence accidentelle - Détermination des contraintes principales.	
12.4 MESURE DES DÉPLACEMENTS	p. 257
ANNEXE 1 - CALCUL TENSORIEL	p. 261
A1.1 RAPPEL DE CALCUL TENSORIEL	p. 261
Algèbre tensorielle en espace affine - Algèbre tensorielle en espace euclidien.	
A1.2 ESPACE EUCLIDIEN DE DIMENSION 3, ORTHONORME - TENSEURS D'ORDRE INFÉRIEUR OU ÉGAL À 2	p. 261

A1.3	OPERATEURS DIFFERENTIELS DANS DES REPERES ORTHONORMES ASSOCIES AU REPERE NATUREL	p. 271
	Généralités - Expression des opérateurs différentiels.	

ANNEXE 2 - CALCUL VARIATIONNEL p. 279

A2.1	RAPPELS SUR LE CALCUL DES VARIATIONS	p. 279
	Notion de fonctionnelle - Problème fondamental du calcul des variations - Équation d'Euler et conditions à la frontière naturelles. Intérêt de la méthode.	

A2.2	METHODES DE RESOLUTION	p. 283
	Méthode de Ritz - Exemple : approximation par un polynôme - Méthode de Galerkin - Méthode des moindres carrés.	

ANNEXE 3 - CARACTERISTIQUES ÉLASTIQUES DE QUELQUES MATÉRIAUX P.291

bibliographie	P. 293
Index alphabétique	p. 295