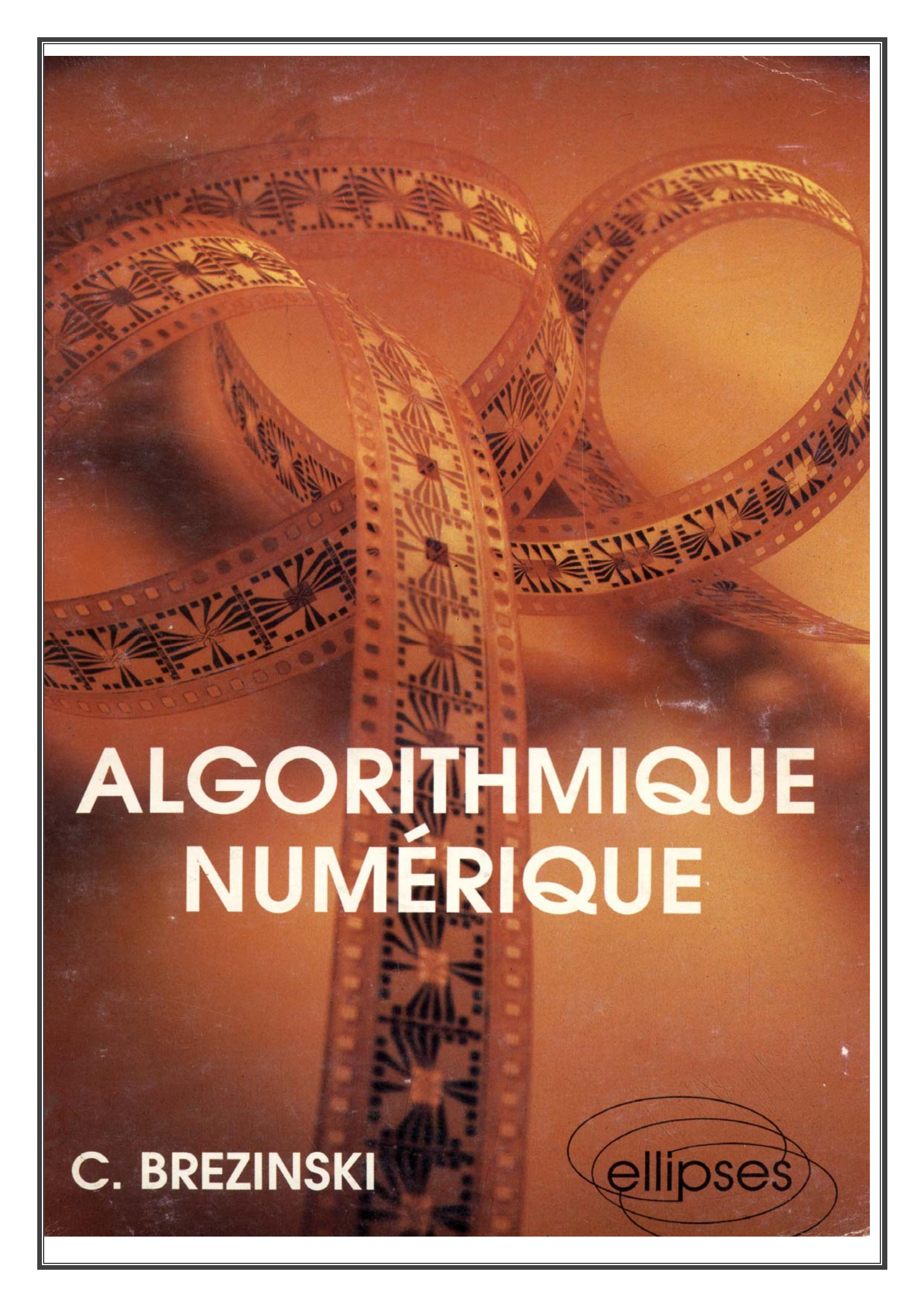
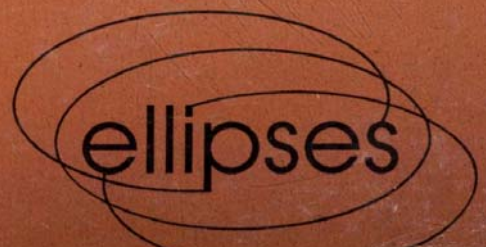




ALGORITHMIQUE NUMÉRIQUE

C. BREZINSKI



b. 51-190

2-005-213-1

2-005-213-1

C. BREZINSKI

Cart

Professeur à l'Université
des Sciences et Techniques de Lille Flandres Artois



3

ALGORITHMIQUE NUMÉRIQUE

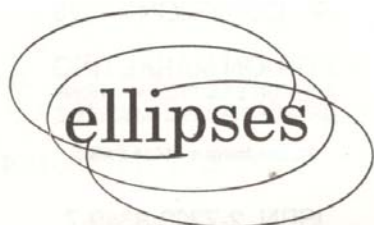


TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	6
 CHAPITRE 0 L'INFORMATIQUE NUMÉRIQUE	 7
0.1 - LA NOTION D'ALGORITHME	7
0.2 - LE CALCUL SCIENTIFIQUE	7
0.3 - LES PROBLÈMES DE L'ALGORITHMIQUE	8
 CHAPITRE 1 L'ARITHMÉTIQUE DE L'ORDINATEUR ET LES ERREURS NUMÉRIQUES	 11
1.1 - REPRÉSENTATION DES NOMBRES RÉELS EN VIRGULE FLOTTANTE	11
1.1.1 - La virgule flottante	12
1.1.2 - L'erreur d'affectation	14
1.2 - OPÉRATIONS ARITHMÉTIQUES ÉLÉMENTAIRES EN VIRGULE FLOTTANTE	16
1.2.1 - Cas d'un accumulateur en double précision	16
1.2.2 - Conséquences pratiques	19
1.3 - PROPAGATION DES ERREURS NUMÉRIQUES	22
1.3.1 - Cas général	22
1.3.2 - Accumulation des produits scalaires	25
1.3.3 - Correction de l'arithmétique de l'ordinateur	27
1.3.4 - Un exemple d'étude de la propagation des erreurs d'arrondi	28
1.4 - LES NOTIONS DE CONDITIONNEMENT ET DE STABILITÉ NUMÉRIQUES	29
1.5 - ÉTUDE STATISTIQUE DES ERREURS NUMÉRIQUES	31
 CHAPITRE 2 UN ALGORITHME FINI EXACT : LA MÉTHODE D'ÉLIMINATION DE GAUSS	 33
2.1 - DESCRIPTION DE L'ALGORITHME	34
2.2 - ANALYSE MATRICIELLE DE LA MÉTHODE	37
2.3 - ESTIMATION A PRIORI DE L'ERREUR	43
2.3.1 - Le conditionnement d'une matrice	44
2.3.2 - Étude de l'erreur	45
2.3.3 - Équilibrage d'une matrice	48
2.3.4 - Effet de l'erreur d'affectation	49
2.4 - ESTIMATION A POSTERIORI DE L'ERREUR	51

2.5 - DÉCOMPTE DU NOMBRE D'OPÉRATIONS	52
2.6 - PROPAGATION DES ERREURS NUMÉRIQUES	55
2.6.1 - Erreurs pendant la triangularisation	55
2.6.2 - Erreurs pendant la remontée	60
2.6.3 - Erreur totale	62
2.7 - LA MÉTHODE DE PERMUTATION - PERTURBATION	64
2.7.1 - Principe de la méthode	65
2.7.2 - Origine des erreurs numériques	67
2.7.3 - Mise en oeuvre	68
2.8 - MINIMISATION DU NOMBRE D'OPÉRATIONS DANS LES PRODUITS MATRICIELS	70
2.9 - AMÉLIORATION DU RÉSULTAT	71
2.9.1 - Itération sur le résidu	72
2.9.2 - Régularisation	72
2.9.3 - Amélioration de l'inverse d'une matrice	73

CHAPITRE 3

UN ALGORITHME FINI APPROCHÉ :
LA MÉTHODE D'EULER

75

3.1 - LE PROBLÈME MATHÉMATIQUE	75
3.2 - LA MÉTHODE D'EULER	77
3.3 - NOTIONS THÉORIQUES DE BASE	79
3.4 - ÉTUDE DE L'ERREUR	83
3.4.1 - Analyse de l'erreur de méthode	83
3.4.2 - Analyse des erreurs numériques	85
3.4.3 - Erreur totale	87
3.5 - MISE EN OEUVRE	88
3.5.1 - Choix initial du pas	88
3.5.2 - Contrôle de l'erreur	90
3.5.3 - Stabilité numérique	91
3.6 - LA MÉTHODE D'EULER AMÉLIORÉE	93
3.6.1 - Définition de la méthode	93
3.6.2 - Étude de l'ordre	96
3.6.3 - Stabilité numérique	97

CHAPITRE 4

UN ALGORITHME ITÉRATIF:

LA MÉTHODE DES APPROXIMATIONS SUCCESSIVES

101

4.1 - LA MÉTHODE DES APPROXIMATIONS SUCCESSIVES	101
4.1.1 - Étude de la convergence	102
4.1.2 - Interprétation graphique	106
4.2 - ORDRE D'UNE SUITE	108
4.3 - PROPAGATION DES ERREURS NUMÉRIQUES	113
4.4 - MISE EN OEUVRE PRATIQUE	116

4.5 - ACCÉLÉRATION DE LA CONVERGENCE	118
4.5.1 - Le procédé Δ^2 d'Aitken	119
4.5.2 - Composition de méthodes	121
4.6 - LES MÉTHODES DE TYPE NEWTON	125
4.6.1 - La méthode de Newton	125
4.6.2 - La méthode regula falsi	127
4.6.3 - Comparaison des méthodes	128
CHAPITRE 5	
UN ALGORITHME PROBABILISTE : CALCUL D'INTÉGRALE PAR UNE MÉTHODE DE MONTE-CARLO	131
5.1 - INTRODUCTION	131
5.2 - NOTIONS DE PROBABILITÉ ET DE STATISTIQUE	132
5.2.1 - Fonction de répartition et densité de probabilité	133
5.2.2 - Moyenne et écart-type	135
5.2.3 - Étude de quelques lois	137
5.2.4 - Les estimateurs statistiques	137
5.2.5 - Génération de nombres aléatoires	141
5.3 - UNE MÉTHODE DE MONTE-CARLO	144
5.3.1 - Calcul d'une intégrale	144
5.3.2 - Réduction de la variance	146
BIBLIOGRAPHIE	151
QUESTIONS SUR LE COURS	155
PROBLÈMES	156
INDEX	191