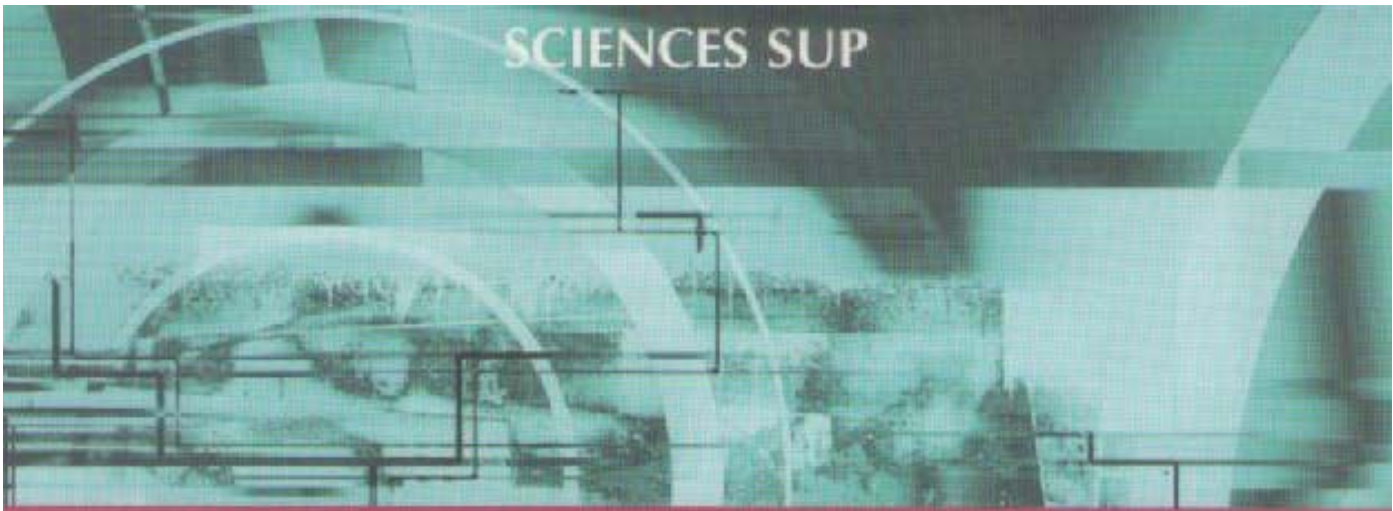




SCIENCES SUP

Cours et exercices corrigés

BTS • IUT • CNAM • Licence • Écoles d'ingénieurs

MÉTHODES MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

4^e édition

Jacques Vélú

DUNOD



2-004-319-1

METHODES MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

Cours et exercices corrigés

Jacques Vélú

Professeur au Conservatoire national des arts et métiers

4^e édition



DUNOD

Table des matières

AVANT-PROPOS	IX
CHAPITRE 1 • LA NOTION D'ENSEMBLE	1
1.1 Ensembles	1
1.2 Éléments	3
1.3 Sur les façons de définir un ensemble	4
1.4 Fonctions et applications	6
1.5 Diverses propriétés des applications	9
1.6 Exercices sur le chapitre 1	12
CHAPITRE 2 • CONSTRUCTIONS D'ENSEMBLES	17
2.1 Produit d'ensembles	17
2.2 Produit d'une famille d'ensembles	20
2.3 Puissances d'un ensemble	21
2.4 Réunion, intersection, somme disjointe	22
2.5 Exercices sur le chapitre 2	24
CHAPITRE 3 • CARDINAL D'UN ENSEMBLE	27
3.1 Ensembles finis	27
3.2 Ensembles dénombrables	30
3.3 Cardinaux	31
3.4 Ensembles infinis	35
3.5 Exercices sur le chapitre 3	36
CHAPITRE 4 • ANALYSE COMBINATOIRE	39
4.1 Le principe des choix successifs	39
4.2 Arrangements	42
4.3 Permutations	43
4.4 Combinaisons	45
4.5 Formule du binôme	48
4.6 Exercices sur le chapitre 4	51

CHAPITRE 5 • RELATIONS	55
5.1 Définitions	55
5.2 Propriétés des relations binaires	58
5.3 Relations d'équivalence	60
5.4 Exercices sur le chapitre 5	63
CHAPITRE 6 • ENSEMBLES ORDONNÉS	67
6.1 Relations d'ordre	67
6.2 Diagramme de Hasse	69
6.3 Éléments particuliers	71
6.4 Exercices sur le chapitre 6	73
CHAPITRE 7 • CALCUL BOOLÉEN	77
7.1 Treillis	77
7.2 Algèbres de Boole	81
7.3 Le théorème de Stone	87
7.4 Exercices sur le chapitre 7	90
CHAPITRE 8 • PARTIES D'UN ENSEMBLE	93
8.1 Le treillis $\wp(E)$	93
8.2 Fonctions caractéristiques	97
8.3 Le principe d'inclusion-exclusion	100
8.4 Exercices sur le chapitre 8	102
CHAPITRE 9 • PROBABILITÉS COMBINATOIRES	105
9.1 Épreuves et événements	105
9.2 Fréquences et probabilités	108
9.3 Lois de probabilité	110
9.4 Probabilité conditionnelle et indépendance	115
9.5 Essais répétés	117
9.6 Exercices sur le chapitre 9	119
CHAPITRE 10 • FONCTIONS BOOLÉENNES	125
10.1 Introduction	125
10.2 Fonctions booléennes de n variables	129
10.3 La forme canonique disjonctive	132
10.4 Fonctions et formules	137
10.5 Systèmes d'équations booléennes	140
10.6 Exercices sur le chapitre 10	146

CHAPITRE 11 • SYNTHÈSE DES FONCTIONS BOOLÉENNES	149
11.1 Les chaînes de contacts	149
11.2 L'algèbre des chaînes de contacts	151
11.3 Calcul des fonctions de transmission	153
11.4 Les portes	155
11.5 Exercices sur le chapitre 11	158
CHAPITRE 12 • SIMPLIFICATION DES FORMULES	163
12.1 Le problème de la simplification	163
12.2 Formules polynomiales	164
12.3 La méthode de Karnaugh	168
12.4 La méthode des consensus	178
12.5 Exercices sur le chapitre 12	182
CHAPITRE 13 • CALCUL PROPOSITIONNEL	187
13.1 Propositions	187
13.2 Connexions	189
13.3 Formes propositionnelles	193
13.4 Exercices sur le chapitre 13	200
CHAPITRE 14 • CALCUL DES PRÉDICATS, RÉCURRENCES	205
14.1 Prédicats	205
14.2 Quantificateurs	207
14.3 Le principe de récurrence	211
14.4 Définitions récursives	216
14.5 Exercices sur le chapitre 14	219
CHAPITRE 15 • ARITHMÉTIQUE	223
15.1 Division euclidienne	223
15.2 Nombres premiers	225
15.3 PGCD et PPCM	228
15.4 Exercices sur le chapitre 15	235
CHAPITRE 16 • CONGRUENCES	239
16.1 Équation de Bézout	239
16.2 Fractions continues	244
16.3 Entiers modulo n	246
16.4 Le groupe $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$	251
16.5 Exercices sur le chapitre 16	256

CHAPITRE 17 • CODES DÉTECTEURS CODES CORRECTEURS	259
17.1 Pourquoi coder ?	259
17.2 Distance de Hamming	260
17.3 Erreurs de transmission	262
17.4 Codage par blocs	265
17.5 Correction et détection	268
17.6 Exercices sur le chapitre 17	272
CHAPITRE 18 • CODAGES LINÉAIRES	275
18.1 Codes linéaires	275
18.2 Représentations matricielles	278
18.3 Tableau standard	280
18.4 Syndromes	282
18.5 Construction de codes correcteurs	286
18.6 Codes cycliques	287
18.7 Codes polynomiaux	291
18.8 Exercices sur le chapitre 18	292
CHAPITRE 19 • GRAPHES	295
19.1 Graphes orientés, graphes non orientés	295
19.2 Quelques problèmes classiques	299
19.3 Degrés, chemins, circuits, cycles	303
19.4 Représentations matricielles	307
19.5 Exercices sur le chapitre 19	312
CHAPITRE 20 • ARBRES ENRACINÉS	315
20.1 Arbres	315
20.2 Racine	318
20.3 Arbres binaires	320
20.4 Codes de Huffman	324
20.5 Exercices sur le chapitre 20	328
CHAPITRE 21 • AUTOMATES FINIS	333
21.1 Familiarité avec les automates	333
21.2 Automates	336
21.3 Langages	339
21.4 Langage d'un automate fini	345
21.5 Langages réguliers	354
21.6 Exercices sur le chapitre 21	357

CHAPITRE 22 • CONSTRUCTIONS D'AUTOMATES	361
22.1 Simplification d'un automate	361
22.2 Automates finis non déterministes	371
22.3 Déterminisation	374
22.4 Le théorème de Kleene	379
22.5 Exercices sur le chapitre 22	383
ANNEXE A • SYSTÈMES DE NUMÉRATION	387
A.1 Représentation des nombres	387
A.2 Conversions	389
A.3 Applications de l'écriture binaire	394
A.4 Exercices sur l'appendice A	396
ANNEXE B • RUDIMENTS D'ALGÈBRE LINÉAIRE	399
B.1 Corps	399
B.2 Espaces vectoriels	401
B.3 Bases d'un espace vectoriel	403
B.4 Exercices sur l'appendice B	405
ANNEXE C • CALCUL MATRICIEL	407
C.1 Matrices	407
C.2 Opérations sur les matrices	409
C.3 Matrices booléennes	412
C.4 Quelques applications du calcul matriciel	416
C.5 Exercices sur l'appendice C	420
ANNEXE D • SOLUTIONS DES EXERCICES	423
D.1 Exercices du chapitre 1	423
D.2 Exercices du chapitre 2	425
D.3 Exercices du chapitre 3	426
D.4 Exercices du chapitre 4	428
D.5 Exercices du chapitre 5	430
D.6 Exercices du chapitre 6	431
D.7 Exercices du chapitre 7	433
D.8 Exercices du chapitre 8	436
D.9 Exercices du chapitre 9	437
D.10 Exercices du chapitre 10	440
D.11 Exercices du chapitre 11	442
D.12 Exercices du chapitre 12	445
D.13 Exercices du chapitre 13	449

D.14 Exercices du chapitre 14	451
D.15 Exercices du chapitre 15	453
D.16 Exercices du chapitre 16	454
D.17 Exercices du chapitre 17	455
D.18 Exercices du chapitre 18	456
D.19 Exercices du chapitre 19	458
D.20 Exercices du chapitre 20	460
D.21 Exercices du chapitre 21	462
D.22 Exercices du chapitre 22	465
D.A Exercices de l'appendice A	469
D.B Exercices de l'appendice B	471
D.C Exercices de l'appendice C	471
INDEX	475