

Stephen Wolfram

# *Mathematica*<sup>®</sup>

Le système informatique pour les mathématiques



Deuxième édition

Deuxième édition

Mathematica/Langages de programmation/informatique/Mathématiques/Calcul scientifique

# Mathematica®

Le système informatique pour les mathématiques

**Stephen Wolfram**

«Mathematica est au monde scientifique ce que le traitement de texte est à l'écriture.»

— *InfoWorld*

«Mathematica n'est pas simplement un produit, c'est une révolution.»

— *Macworld*

«Mathematica est un outil incroyablement puissant et efficace.»

— *Nature*

Voici le livre de référence définitif sur *Mathematica*, écrit par le principal architecte de ce système. Ce livre donne à la fois une introduction pratique au système et une description complète de ses possibilités et de son langage de programmation. Depuis la sortie de la Version 1 en 1988, *Mathematica* est devenu rapidement l'environnement de calcul scientifique de choix des chercheurs, ingénieurs, étudiants, analystes financiers, médecins et scientifiques. Il est utilisé dans tous les domaines scientifiques, techniques, commerciaux et pédagogiques où les méthodes quantitatives sont de rigueur.

*Mathematica* permet de faire des opérations numériques, symboliques et graphiques. Il peut être utilisé à la fois comme un simple calculateur et comme un langage moderne de programmation de haut niveau.

Ce livre contient des milliers d'exemples de calculs avec *Mathematica*, ainsi qu'une description abordable des principes fondamentaux qui ont sous-tendu sa conception. Cette deuxième édition entièrement révisée et pour la première fois en français décrit toutes les caractéristiques de *Mathematica* Version 2.

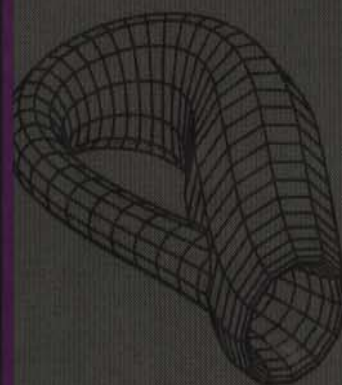
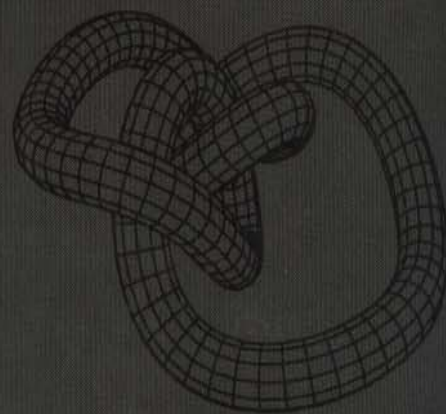
**Pour *Mathematica* Version 2 sur Macintosh,  
compatibles PC, stations de travail et autres  
systèmes.**

ISBN: 2-87908-035-5

Code: 009836



Addison-Wesley France



9 782879 080352

# Table des matières

|                                          |     |
|------------------------------------------|-----|
| Qu'est-ce que <i>Mathematica</i> ? ..... | vii |
|------------------------------------------|-----|

Calcul numérique • Calcul symbolique • Graphiques • Le langage de *Mathematica* • Les interfaces *Mathematica*

|                            |      |
|----------------------------|------|
| À propos de ce livre ..... | xiii |
|----------------------------|------|

La portée de ce livre • Le système *Mathematica* décrit dans ce livre • L'organisation de ce livre • Comment lire ce livre • À propos des exemples de ce livre • Suggestions à propos de l'apprentissage de *Mathematica* • Changements depuis la première édition • À propos de la fabrication de ce livre • À propos de la traduction de ce livre

|                     |       |
|---------------------|-------|
| Remerciements ..... | xxiii |
|---------------------|-------|

## Survol de *Mathematica*

|                                                         |    |
|---------------------------------------------------------|----|
| 1. Calculs numériques .....                             | 2  |
| 2. Graphiques .....                                     | 3  |
| 3. Algèbre et calcul .....                              | 6  |
| 4. Solution d'équations .....                           | 7  |
| 5. Listes .....                                         | 8  |
| 6. Matrices .....                                       | 9  |
| 7. Règles de transformation et définitions .....        | 10 |
| 8. Complément : calcul symbolique .....                 | 11 |
| 9. Programmation .....                                  | 12 |
| 10. Fichiers de commandes <i>Mathematica</i> .....      | 14 |
| 11. Interface avec <i>Mathematica</i> .....             | 16 |
| 12. Interfaces frontales et Cahiers électroniques ..... | 17 |

|                                            |    |
|--------------------------------------------|----|
| Galerie Graphique <i>Mathematica</i> ..... | 19 |
|--------------------------------------------|----|

## Partie 1. Introduction pratique à *Mathematica*

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>1.0 Exécution de <i>Mathematica</i></b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>44</b>  |
| Interfaces texte • Interfaces cahier                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |            |
| <b>1.1 Calculs numériques</b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <b>47</b>  |
| Arithmétique • Résultats exacts et approchés • Certaines fonctions mathématiques • Calculs avec une précision arbitraire<br>• Nombres complexes • Premiers pas avec <i>Mathematica</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |            |
| <b>1.2 Élaboration des calculs</b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>55</b>  |
| Utilisation des résultats précédents • Définition de variables • Création de listes d'objets • Manipulation des éléments de listes • Les quatre types de mise entre parenthèses utilisés dans <i>Mathematica</i> • Suites de commandes                                                                                                                                                                                                                                                             |            |
| <b>1.3 Utilisation de <i>Mathematica</i></b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>61</b>  |
| Interfaces avec <i>Mathematica</i> • Saisie des commandes • Section spéciale : cahiers • Fichiers de commandes <i>Mathematica</i><br>• Consultation de l'Aide de <i>Mathematica</i> • Avertissements et messages • Interruption de calculs                                                                                                                                                                                                                                                         |            |
| <b>1.4 Calculs algébriques</b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>74</b>  |
| Calcul symbolique • Valeurs des symboles • Transformation d'expressions algébriques • Simplification d'expressions algébriques • Complément : expressions sous différentes formes • Extraction d'éléments contenus dans des expressions algébriques • Contrôle de l'affichage d'expressions de grande taille • Limites de <i>Mathematica</i> • Utilisation de symboles pour marquer des objets                                                                                                     |            |
| <b>1.5 Mathématiques symboliques</b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>89</b>  |
| Opérations de base • Différentiation • Intégration • Sommes et produits • Équations • Opérateurs relationnels et logiques<br>• Résolution d'équations • Équations différentielles • Développements limités • Limites • Fichiers de commandes pour les mathématiques symboliques                                                                                                                                                                                                                    |            |
| <b>1.6 Mathématiques numériques</b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>109</b> |
| Opérations de base • Sommes, produits et intégrales numériques • Résolution d'équations numériques • Équations différentielles numériques • Optimisation numérique • Manipulation de données numériques • Fichiers de commandes statistiques                                                                                                                                                                                                                                                       |            |
| <b>1.7 Fonctions et programmes</b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>118</b> |
| Définition de fonctions • Fonctions comme procédures • Opérations répétitives • Règles de transformations pour les fonctions                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |            |
| <b>1.8 Listes</b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>123</b> |
| Regroupement d'objets • Création de tables de valeurs • Vecteurs et matrices • Extraction d'éléments dans des listes • Test et recherche d'éléments de liste • Ajout, suppression et modification d'éléments de listes • Combinaison de listes • Complément : les listes vues comme des ensembles • Réorganisation des listes • Regroupement d'éléments de listes • Opérations mathématiques sur des listes • Complément : réarrangement de listes imbriquées • Complément : calculs combinatoires |            |
| <b>1.9 Graphiques et sons</b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <b>140</b> |
| Tracés • Section spéciale : sorties graphiques • Options • Régénération et combinaison de tracés • Complément : options de manipulation • Graphes de densité et tracés de courbes de niveau • Tracés de surfaces en trois dimensions • Conversion entre différents types de graphiques • Tracé de listes de données • Représentations paramétriques • Certains tracés spéciaux<br>• Section spéciale : graphiques animés • Section spéciale : son                                                  |            |
| <b>1.10 Fichiers et opérations externes</b> .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>186</b> |
| Lecture et écriture de fichiers <i>Mathematica</i> • Complément : recherche et manipulation de fichiers • Lecture de fichiers de données • Production d'expressions en C et en Fortran • Production d'entrées TeX • Insertion de sorties <i>Mathematica</i> dans des fichiers externes • Exécution de programmes externes • <i>MathLink</i>                                                                                                                                                        |            |

## Partie 2. Principes de *Mathematica*

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>2.1 Expressions</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>200</b> |
| Tout est expression • Signification d'expressions • Procédures spéciales de saisie d'expressions • Parties d'expressions • Manipulation d'expressions comme des listes • Expressions sous forme d'arborescences • Complément : niveaux dans les expressions                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
| <b>2.2 Opérations fonctionnelles</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>210</b> |
| Noms de fonctions vus comme des expressions • Application répétée de fonctions • Application de fonctions à des listes et à d'autres fonctions • Application de fonctions à des parties d'expressions • Fonctions pures • Création de listes à partir de fonctions • Sélection de parties d'expressions à l'aide de fonctions • Expressions dont les types ne sont pas des symboles • Complément : travail avec des opérateurs • Opérations sur des structures                                                                                                                       |            |
| <b>2.3 Reconnaissance de formes</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>229</b> |
| Introduction • Recherche d'expressions correspondant à une forme • Donner un nom aux composantes de formes • Spécification de types d'expressions dans des formes • Application de contraintes à des formes • Formes alternatives • Fonctions aplaties et sans ordre • Fonctions ayant un nombre variable d'arguments • Arguments optionnels et par défaut • Définition de fonctions avec des arguments optionnels • Formes répétées • Formes de quelques types courants d'expression • Un exemple : définition de votre propre fonction d'intégration                               |            |
| <b>2.4 Règles de transformation et définitions</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>254</b> |
| Application de règles de transformation • Manipulation d'ensembles de règles de transformation • Création de définitions • Formes spéciales d'assignations • Création de définitions pour des objets indexés • Définitions des fonctions • Ordre des définitions • Définitions immédiates et différées • Fonctions qui conservent les valeurs calculées • Association de définitions à différents symboles • Définition de valeurs numériques • Modification de fonctions internes • Complément : manipulation des listes de valeurs                                                 |            |
| <b>2.5 Évaluation d'expressions</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>280</b> |
| Principes de l'évaluation • Simplification d'expressions vers la forme standard • Attributs • Procédure d'évaluation standard • Évaluation non-standard • Évaluation dans les formes, les règles et les définitions • Évaluation dans les fonctions itératives • Instructions conditionnelles • Boucles et structures de contrôle • Suivi de l'évaluation • Complément : la pile d'évaluation • Complément : contrôle de l'évaluation infinie • Complément : interruptions et annulations • Compilation d'expressions <i>Mathematica</i> • Complément : manipulation du code compilé |            |
| <b>2.6 Modularité et attribution de noms aux éléments</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>333</b> |
| Modules et variables locales • Constantes locales • Fonctionnement des modules • Complément : variables dans des fonctions pures et les règles • Variables muettes en mathématiques • Blocs et valeurs locales • Comparaison entre blocs et modules • Contextes • Contextes et fichiers de commandes • Configuration de fichiers de commandes <i>Mathematica</i> • Chargement automatique de fichiers de commandes                                                                                                                                                                   |            |
| <b>2.7 Sortie textuelle</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>360</b> |
| Formats de sortie • Fonctionnement des formats de sortie • Sortie courte et peu profonde • Formats de sortie textuelle • Formats de sortie des nombres • Tableaux et matrices • Définition de vos propres formats de sortie • Imitation de la notation mathématique • Génération de sorties                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
| <b>2.8 Chaînes, noms et messages</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>383</b> |
| Chaînes de caractères • Complément : caractères spéciaux et internationaux • Opérations sur les chaînes de caractères • Conversion entre chaînes et expressions • Formes de chaînes • Noms de symboles • Complément : empêcher la création de nouveaux symboles • Messages • Messages internationaux • Structuration de la documentation                                                                                                                                                                                                                                             |            |
| <b>2.9 Structure des graphiques et du son</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>415</b> |
| Structure des graphiques • Éléments graphiques bidimensionnels • Directives graphiques et options • Systèmes de coordonnées pour les graphiques bidimensionnels • Titres des graphiques bidimensionnels • Dessins à l'intérieur d'autres dessins • Graphes de densité et tracés de courbes de niveau • Primitives associées aux graphiques tridimensionnels • Directives graphiques en trois dimensions • Systèmes de coordonnées des graphiques tridimensionnels • Dessin de surfaces tridimen-                                                                                     |            |

|                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|                                                                 | sionnelles • Propriétés concernant le modèle de simulation de lumière et les surfaces • Titres des graphiques tridimensionnels • Complément : représentation détaillée des graphiques • Polices de caractères appliquées aux textes des graphiques • Primitives graphiques utilisées pour les textes • Complément : sortie couleur • Représentation de sons                                                                                                              |            |
| <b>2.10 Entrées et sorties</b>                                  | Lecture et écriture des fichiers <i>Mathematica</i> • Programmes externes • Complément : périphériques, entrées et sorties de bas niveau • Dénomination et recherche de fichiers • Opérations sur les fichiers et répertoires • Lecture de données • Recherche de fichiers • Recherche et lecture de chaînes de caractères • Section spéciale : appel de fonctions externes • Complément : structure de <i>MathLink</i>                                                  | <b>501</b> |
| <b>2.11 Structure générale des sessions <i>Mathematica</i></b>  | Boucle principale • Dialogues • Entrée interactive • Fonctions date et heure • Gestion de la mémoire • Complément : paramètres du système • Section spéciale : enregistrement de l'état d'une session <i>Mathematica</i>                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>538</b> |
| <b>Partie 3. Mathématiques avancées dans <i>Mathematica</i></b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
| <b>3.1 Nombres</b>                                              | Types de nombres • Conversion entre différents types de nombres • Précision numérique • Nombres ayant une précision arbitraire • Nombres ayant la précision machine • Complément : résultats indéterminés et infinis                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>562</b> |
| <b>3.2 Fonctions mathématiques</b>                              | Conventions d'attribution de noms • Fonctions numériques • Nombres pseudo-aléatoires • Fonctions de théorie des nombres • Fonctions combinatoires • Fonctions transcendantes élémentaires • Fonctions à valeurs multiples • Constantes mathématiques • Polynômes orthogonaux • Fonctions spéciales • Intégrales elliptiques et fonctions elliptiques • Lois statistiques et fonctions associées                                                                          | <b>578</b> |
| <b>3.3 Manipulations algébriques</b>                            | Opérations structurelles sur les polynômes • Détermination de la structure d'un polynôme • Opérations structurelles sur les expressions rationnelles • Opérations algébriques sur les polynômes • Polynômes modulo des nombres premiers • Expressions trigonométriques • Expressions comportant des variables complexes                                                                                                                                                  | <b>619</b> |
| <b>3.4 Manipulation d'équations</b>                             | La représentation d'équations et de solutions • Équations à une variable • Équations simultanées • Équations comportant des fonctions • Recherche de solutions complètes • Complément : existence de solutions • Élimination des variables • Résolutions d'équations avec des conditions supplémentaires • Complément : résolution de combinaisons logiques d'équations • Complément : équations modulo des entiers • Définition de règles de transformation algébriques | <b>634</b> |
| <b>3.5 Calcul différentiel</b>                                  | Dérivation • Dérivées totales • Dérivées de fonctions inconnues • Complément : la représentation des dérivées • Définition des dérivées • Intégrales indéfinies • Intégrales que <i>Mathematica</i> peut et ne peut pas calculer • Intégrales définies • Définition d'intégrales • Manipulation symbolique d'intégrales • Équations différentielles                                                                                                                      | <b>652</b> |
| <b>3.6 Développement limités, limites et résidus</b>            | Développements limités (et séries entières) • Complément : représentation d'un développement limité • Opérations sur les développements limités • Complément : composition et inversion de développements limités • Conversion de développements limités en expressions normales • Résolution d'équations comportant des développements limités • Recherche de limites • Résidus                                                                                         | <b>668</b> |
| <b>3.7 Algèbre linéaire</b>                                     | Construction de matrices • Obtenir des éléments d'une matrice • Scalaires, vecteurs et matrices • Opérations sur les scalaires, vecteurs et matrices • Multiplications vectorielles et matricielles • Inversion d'une matrice • Opérations de base sur les matrices • Résolution de systèmes linéaires • Complément : algèbre linéaire généralisée • Valeurs propres et vecteurs propres • Complément : décomposition de matrices • Complément : tenseurs                | <b>679</b> |

|                                                                                                  |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>3.8 Opérations numériques sur les données.....</b>                                            | <b>703</b> |
| Ajustement d'une courbe • Fonctions d'approximation et d'interpolation • Transformées de Fourier |            |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>3.9 Opérations numériques sur les fonctions.....</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>715</b> |
| Mathématiques numériques dans <i>Mathematica</i> • Incertitudes concernant les mathématiques numériques • Intégration numérique • Évaluation numérique de sommes et de produits • Solutions numériques d'équations polynomiales • Racine numérique des équations • Résolution numérique d'équations différentielles • Minimisation numérique • Programmation linéaire |            |

## **Annexes. Guide de référence de *Mathematica***

|                                                                                        |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A.1 Objets de base.....</b>                                                         | <b>744</b> |
| Expressions • Symboles • Contextes • Objets spéciaux • Nombres • Chaînes de caractères |            |

|                                                                                                                                        |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A.2 Syntaxe des entrées.....</b>                                                                                                    | <b>749</b> |
| Caractères • Objets mis entre crochets • Formes d'entrée spéciales • Contrôle des entrées • Conventions de formatage • Entrée spéciale |            |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                       |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A.3 Quelques conventions et notations générales.....</b>                                                                                                                                                                                                                           | <b>759</b> |
| Noms des fonctions • Arguments des fonctions • Options • Indicage des parties • Définitions de séquences d'éléments • Définitions de niveaux • Itérateurs • Constructions locales • Fonctions mathématiques • Constantes mathématiques • Protection • Formes de chaînes de caractères |            |

|                                                                                                                                                                                                       |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A.4 Évaluation.....</b>                                                                                                                                                                            | <b>765</b> |
| La procédure d'évaluation standard • Évaluation non standard d'un argument • Empêcher l'évaluation non standard d'un argument • Empêcher l'évaluation • Contrôle global de l'évaluation • Annulations |            |

|                                                                                                          |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A.5 Formes et règles de transformation.....</b>                                                       | <b>770</b> |
| Formes • Assignations • Types de valeurs • Effacement et suppression d'objets • Règles de transformation |            |

|                                                                            |            |
|----------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A.6 Entrées et sorties.....</b>                                         | <b>775</b> |
| Flux de données • Noms des fichiers • Types de format • Sorties graphiques |            |

|                                                                                                                          |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A.7 Sessions <i>Mathematica</i> et objets globaux.....</b>                                                            | <b>778</b> |
| Paramètres du système • Objets et variables globales • La boucle principale • Messages • Initialisation • Fin de session |            |

|                                                                 |            |
|-----------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A.8 Liste des objets internes de <i>Mathematica</i>.....</b> | <b>786</b> |
| Introduction • Conventions utilisées dans cette liste           |            |

|                   |            |
|-------------------|------------|
| <b>Index.....</b> | <b>959</b> |
|-------------------|------------|