

Pierre VARIOT

Cours de
Mathématiques

B.T.S. / I.U.T.



TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	3
CHAPITRE 1 : ENSEMBLES – STRUCTURES ALGÈBRIQUES	4
1 – Logique élémentaire	4
2 – Ensembles	9
3 – Principales structures algébriques	12
CHAPITRE 2 : LE CORPS DES NOMBRES COMPLEXES	15
1 – Définition et structure de corps	15
2 – Module et argument	17
3 – Nombres complexes conjugués	19
4 – L'exponentielle complexe	20
5 – Équations dans le corps des nombres complexes	22
6 – Transformations ponctuelles dans le plan complexe	23
CHAPITRE 3 : APPLICATIONS DES NOMBRES COMPLEXES	31
1 – Fonctions de transfert	31
2 – Application aux circuits	38
CHAPITRE 4 : FACTORISATION DES POLYNOMES	42
1 – Division euclidienne	42
2 – Factorisation sur $\mathbb{R}$ d'un polynôme à coefficients réels	48
3 – Polynômes réciproques	49
4 – Division suivant les puissances croissantes	51
CHAPITRE 5 : DÉCOMPOSITION DES FRACTIONS RATIONNELLES EN ÉLÉMENTS SIMPLES	53
1 – Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$ d'une fraction rationnelle	53
2 – Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{R}$ d'une fraction rationnelle à coefficients réels	57
3 – Calcul pratique	58
4 – Exemples	60
INTERMÈDE I : GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE DANS LE PLAN	63
CHAPITRE 6 : FONCTIONS RÉELLES D'UNE VARIABLE RÉELLE	66
1 – Domaine d'étude	66
2 – Limites et équivalents	68
3 – Branches infinies — asymptotes	72
4 – Continuité	75
5 – Étude d'une fonction	79
6 – Fonctions circulaires	79
CHAPITRE 7 : DIFFÉRENTIELLE D'UNE FONCTION RÉELLE D'UNE VARIABLE RÉELLE	84
1 – Fonctions différentiables	84
2 – Propriétés des différentielles	87
3 – Application au calcul d'erreur	89

CHAPITRE 8 : FONCTIONS CIRCULAIRES RÉCIPROQUES	91
1 – Applications réciproques	91
2 – Fonctions circulaires réciproques	93
CHAPITRE 9 : FONCTIONS LOGARITHMIQUES ET EXPONENTIELLES	98
1 – Fonction logarithme Népérien	98
2 – Fonction logarithme de base a	99
3 – Fonction exponentielle	101
4 – Fonction exponentielle de base a	102
5 – Fonctions hyperboliques	104
6 – Fonctions hyperboliques réciproques	109
7 – Equivalents, logarithmes et exponentielles	113
8 – Tableau des équivalents connus	114
CHAPITRE 10 : THÉORÈME DES ACCROISSEMENTS FINIS ET THÉORÈMES DE TAYLOR	116
1 – Théorème des accroissements finis	116
2 – Théorèmes de Taylor	120
CHAPITRE 11 : DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS	127
1 – Développements limités à l'origine	127
2 – Développements limités au voisinage de a	135
3 – Développements limités à l'infini	138
4 – Développements limités généralisés	138
5 – Application à la recherche d'équivalents	140
6 – Etude locale d'une fonction	142
CHAPITRE 12 : INTÉGRATION	145
1 – Fonctions intégrables	145
2 – Intégrale fonction de sa borne supérieure	153
3 – Méthodes d'intégration	157
CHAPITRE 13 : PRIMITIVES D'UNE FONCTION CONTINUE SUR UN INTERVALLE DE $\mathbb{R}$	161
1 – Généralités	161
2 – Fractions rationnelles	164
3 – Cas qui se ramènent à une fraction rationnelle	167
4 – Fonctions abéliennes de deuxième espèce	168
CHAPITRE 14 : INTÉGRALES IMPROPRES	171
1 – Intégrale d'une fonction bornée sur un intervalle non borné	171
2 – Critères de convergence pour les intégrales de fonctions positives	175
3 – Intégrales d'une fonction non bornée sur un intervalle borné	183
CHAPITRE 15 : FONCTIONS COMPLEXES D'UNE VARIABLE RÉELLE	187
1 – Limites — dérivabilité	187
2 – Intégration	189
CHAPITRE 16 : TRANSFORMATION DE LAPLACE	194
1 – Définition	194
2 – Propriétés de la transformation de Laplace	196
3 – Transformation de Laplace réciproque	208
4 – Théorème de la valeur initiale — théorème de la valeur finale	213
5 – Applications aux équations différentielles	214

CHAPITRE 17 : APPLICATION DE LA TRANSFORMATION DE LAPLACE AUX CIRCUITS	216
1 – Impédance opérationnelle d'un circuit-linéaire	216
2 – Fonction de transfert d'un circuit-linéaire	218
CHAPITRE 18 : ESPACES VECTORIELS ET APPLICATIONS LINÉAIRES	220
1 – Introduction à l'algèbre linéaire	220
2 – Espaces vectoriels	224
3 – Applications linéaires	227
CHAPITRE 19 : ESPACES VECTORIELS DE DIMENSION FINIE	234
1 – Bases d'un espace vectoriel	234
2 – Espaces vectoriels de dimension finie	241
CHAPITRE 20 : L'ESPACE EUCLIDIEN $\mathbb{R}^3$	246
1 – Produit scalaire	246
2 – Produit vectoriel	254
3 – Produit mixte	258
CHAPITRE 21 : DÉTERMINANTS	264
1 – Déterminants d'ordre 2	264
2 – Déterminants d'ordre 3	264
3 – Déterminants d'ordre n	269
CHAPITRE 22 : SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES	272
1 – Systèmes de n équations linéaires à n inconnues	273
2 – Systèmes de n équations linéaires à p inconnues	276
CHAPITRE 23 : MATRICES	277
1 – Matrices de type (n, p)	277
2 – Matrices carrées d'ordre n	281
CHAPITRE 24 : MATRICES D'ESPACES VECTORIELS DE DIMENSION FINIE	286
1 – Matrices et applications linéaires	286
2 – Matrices et changements de base	290
3 – Inversion d'une matrice carrée	294
4 – Diagonalisation des matrices carrées	296
INTERMÈDE 2 : LA DROITE ET LE CERCLE EN REPRÉSENTATION PARAMÉTRIQUE ET EN COORDONNÉES POLAIRES	302
CHAPITRE 25 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES	305
1 – Equations différentielles du premier ordre	306
2 – Equations différentielles linéaires du premier ordre	311
3 – Equations différentielles du deuxième ordre	315
4 – Equations différentielles linéaires du deuxième ordre	318
5 – Equations différentielles linéaires à coefficients constants du deuxième ordre	321
6 – Equations différentielles linéaires à coefficients constants d'ordre quelconque	328

CHAPITRE 26 : SÉRIES	330
1 – Suites	330
2 – Séries à termes réels	333
3 – Critères de convergence pour les séries à termes positifs	337
4 – Séries à termes complexes	347
CHAPITRE 27 : SÉRIES ENTIÈRES	349
1 – Séries entières d'une variable complexe	349
2 – Propriétés de la somme d'une série entière d'une variable réelle	352
3 – Développement d'une fonction en série entière	355
CHAPITRE 28 : TRANSFORMATION EN $\mathbb{Z}$	361
CHAPITRE 29 : SÉRIES DE FOURIER	369
1 – Préliminaires	369
2 – Séries de Fourier	374
CHAPITRE 30 : FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES	381
1 – Définition	381
2 – Dérivées partielles	382
3 – Différentielle totale	384
4 – Fonctions continûment différentiables	386
5 – Facteurs intégrants	390
CHAPITRE 31 : FONCTIONS VECTORIELLES D'UNE VARIABLE RÉELLE	390
1 – Définition	390
2 – Dérivabilité	391
3 – Etude locale d'une courbe de $\mathbb{R}^3$	394
CHAPITRE 32 : CONSTRUCTION D'UNE COURBE PLANE DÉFINIE PAR UNE REPRÉSENTATION PARAMÉTRIQUE	397
1 – Domaine utile — domaine d'étude	397
2 – Branches infinies	400
3 – Etude locale d'une courbe plane	401
4 – Construction d'une courbe	405
5 – Exemple	406
CHAPITRE 33 : CONSTRUCTION D'UNE COURBE PLANE EN COORDONNÉES POLAIRES	408
1 – Domaine utile — domaine d'étude	408
2 – Branches infinies	409
3 – Tangente en un point	412
4 – Construction d'une courbe	413
5 – Exemple	414
CHAPITRE 34 : INTÉGRALES MULTIPLES — INTÉGRALES CURVILIGNES	416
1 – Intégrales doubles	416
2 – Intégrales curvilignes	422
MATHÉMATICIENS	425

