

SCIENCES SUP

Exercices et problèmes corrigés avec rappels de cours

Écoles d'ingénieurs • 2^e cycle/Master

INTRODUCTION AU CALCUL SCIENTIFIQUE PAR LA PRATIQUE

12 projets résolus avec MATLAB



***Ionut Danaila • Pascal Joly
Sidi Mahmoud Kaber • Marie Postel***

DUNOD

SCIENCES SUP

Ionut Danaila • Pascal Joly
Sidi Mahmoud Kaber • Marie Postel

INTRODUCTION AU CALCUL SCIENTIFIQUE PAR LA PRATIQUE

12 projets résolus avec MATLAB

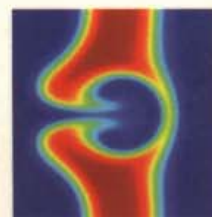
Comme leur nom le suggère, les mathématiques appliquées ne peuvent seulement s'enseigner de façon théorique. L'expérimentation numérique est en effet indispensable pour percevoir la puissance, mais aussi les limites, des outils et des méthodes de calcul.

C'est pourquoi cet ouvrage propose douze « projets », basés sur autant de problèmes concrets classiques, qui permettent, grâce à des exercices intermédiaires et des rappels théoriques, de passer de façon progressive des équations aux résultats. Aboutissement de cette démarche pédagogique et pratique, l'ouvrage propose une résolution complète des projets avec MATLAB (les programmes sont intégralement disponibles sur le site web de l'éditeur).

Ce livre doit permettre à tous ceux qui sont confrontés au calcul scientifique – étudiants des écoles d'ingénieur ou de 2^e cycle/Master, mais aussi enseignants, chercheurs ou ingénieurs – de comprendre les concepts, les méthodes et les enjeux fondamentaux de la discipline.

Thèmes abordés : Équations aux dérivées partielles et différentielles non linéaires • Schémas numériques (Euler, Runge-Kutta) • Approximation polynomiale • Éléments finis • Différences finies • Méthode spectrale • Analyse multiéchelle, ondelettes • Méthode de Schwarz • Courbes et surfaces de Bézier.

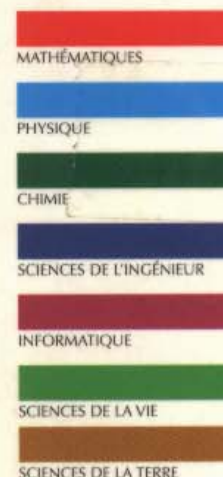
Domaines d'application : Élasticité • Thermique • Mécanique des fluides (équations de Navier-Stokes) • Dynamique des gaz • CAO • Traitement de l'image • Chimie.



Ionut Danaila, Sidi Mahmoud Kaber et Marie Postel sont maîtres de conférences à l'Université Paris 6 Pierre-et-Marie-Curie.

Pascal Joly est ingénieur de recherche au CNRS.

Tous les auteurs appartiennent au laboratoire Jacques-Louis Lions de l'UPMC et au CNRS.



9 782100 487097

ISBN 2 10 048709 4



www.dunod.com



Table des matières

AVANT-PROPOS	X
CHAPITRE 1 • APPROXIMATION NUMÉRIQUE DE QUELQUES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES MODÈLES	1
1.1 Discrétisation d'une équation différentielle ordinaire	2
1.1.1 Construction de schémas numériques	3
1.1.2 Forme générale des schémas numériques	6
1.1.3 Application à l'étude de l'équation d'absorption	7
1.2 Équations aux dérivées partielles modèles	9
1.2.1 L'équation de convection	10
1.2.2 L'équation des ondes	12
1.2.3 L'équation de la chaleur	16
1.3 En savoir plus	18
1.4 Solutions et programmes	19
CHAPITRE 2 • ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES NON LINÉAIRES. APPLICATION À LA CINÉTIQUE CHIMIQUE	31
2.1 Problème physique et modélisation mathématique	31
2.2 Étude de la stabilité du système	33
2.3 Modèle de la réaction entretenue	34
2.3.1 Existence d'un point critique et stabilité	35
2.3.2 Résolution numérique	35

2.4	Modèle de la réaction avec retard	35
2.5	Solutions et programmes	39
CHAPITRE 3 • APPROXIMATION POLYNOMIALE		47
3.1	Introduction	48
3.2	Approximation polynomiale	48
3.2.1	Interpolation polynomiale	48
3.2.2	Meilleure approximation polynomiale	58
3.3	Approximation polynomiale par morceaux	65
3.3.1	Approximation constante par morceaux	66
3.3.2	Approximation affine par morceaux	67
3.3.3	Approximation cubique par morceaux (spline cubique)	67
3.4	En savoir plus	69
3.5	Solutions et programmes	69
CHAPITRE 4 • ÉTUDE D'UN MODÈLE DE CONVECTION-DIFFUSION PAR ÉLÉMENTS FINIS		84
4.1	Modélisation	84
4.2	Formulation variationnelle du problème	85
4.3	Une méthode d'éléments finis P_1	87
4.4	Une méthode d'éléments finis P_2	90
4.5	Une technique de stabilisation	93
4.5.1	Calcul de la solution aux extrémités des intervalles	93
4.5.2	Analyse de la méthode stabilisée	95
4.6	Cas d'un terme source variable	96
4.7	En savoir plus	97
4.8	Solutions et programmes	98
CHAPITRE 5 • UNE MÉTHODE SPECTRALE POUR LA RÉOLUTION D'UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE		110
5.1	Quelques propriétés des polynômes de Legendre	111
5.2	Intégration numérique par quadrature de Gauss	112
5.3	Développement d'une fonction en série de Legendre	114
5.4	Résolution d'une équation différentielle par méthode spectrale	117

5.5	Extensions possibles	118
5.6	Solutions et programmes	119
CHAPITRE 6 • TRAITEMENT DU SIGNAL : ANALYSE MULTIÉCHELLE		125
6.1	Approximation d'une fonction : aspect théorique	126
6.1.1	Les fonctions constantes par morceaux	126
6.1.2	Décomposition de l'espace V_J	128
6.1.3	Algorithmes de transformation	130
6.1.4	Intérêt de la représentation multiéchelle	131
6.2	Représentation multiéchelle : aspect pratique	132
6.3	Représentation multiéchelle : mise en œuvre	133
6.4	Introduction à la théorie des ondelettes	135
6.4.1	Les fonctions d'échelles et les ondelettes	135
6.4.2	L'ondelette de Schauder	137
6.4.3	Mise en œuvre de l'ondelette de Schauder	139
6.4.4	L'ondelette 4 de Daubechies	141
6.4.5	Mise en œuvre de l'ondelette de Daubechies	141
6.5	Généralisation - Traitement de l'image	144
6.6	Solutions et programmes	146
CHAPITRE 7 • ÉLASTICITÉ : DÉFORMATION D'UNE MEMBRANE		152
7.1	Le problème d'élasticité (équation linéaire)	153
7.2	Le problème électrostatique (équation non-linéaire)	155
7.3	Discretisation du problème	156
7.4	Mise en œuvre	159
7.4.1	Notations	159
7.4.2	Le problème d'élasticité (équation linéaire)	159
7.4.3	La validation des procédures	159
7.4.4	Les procédures et l'expérimentation numérique	160
7.5	Le problème non-linéaire	161
7.6	Résolution numérique du problème non-linéaire	161
7.7	Solutions et programmes	163

CHAPITRE 8 • DÉCOMPOSITION DE DOMAINES PAR LA MÉTHODE DE SCHWARZ	166
8.1 Principe et champs d'application de la décomposition de domaine	166
8.2 Résolution par différences finies en 1D	168
8.3 Méthode de Schwarz en 1D	169
8.4 Extension au cas 2D	172
8.4.1 Résolution par différences finies en 2D	173
8.4.2 Décomposition de domaine dans le cas 2D	177
8.4.3 Mise en œuvre de conditions limites réalistes	180
8.4.4 Extensions possibles	182
8.5 Solutions et programmes	182
CHAPITRE 9 • MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE : COURBES ET SURFACES DE BÉZIER	191
9.1 Les courbes de Bézier	192
9.2 Propriétés des courbes de Bézier	193
9.2.1 Enveloppe convexe des points de contrôle	193
9.2.2 Points de contrôle multiples	193
9.2.3 Vecteur tangent à la courbe	194
9.2.4 Raccord de deux courbes de Bézier	195
9.2.5 Construction d'un point $P(t)$	196
9.3 Construction de courbes de Bézier : mise en œuvre	197
9.4 Intersection de deux courbes de Bézier	201
9.5 Surfaces de Bézier	204
9.6 Construction de surfaces de Bézier : mise en œuvre	207
9.7 Solutions et programmes	207
CHAPITRE 10 • PROBLÈME DE RIEMANN ET DISCONTINUITÉS. ÉTUDE DU TUBE À CHOC	210
10.1 Problème physique du tube à choc	210
10.2 Système d'équations d'Euler 1D	211
10.2.1 Adimensionnement des équations	214
10.2.2 Solution exacte	215
10.3 Résolution numérique	218
10.3.1 Schémas centrés (Lax-Wendroff et MacCormack)	218
10.3.2 Schémas décentrés (Roe)	223
10.4 Solutions et programmes	227

CHAPITRE 11 • THERMIQUE : OPTIMISATION DE LA TEMPÉRATURE D'UN FOUR	229
11.1 Formulation du problème	230
11.2 Discrétisation par éléments finis	232
11.3 Mise en œuvre	233
11.3.1 Calcul de la matrice	233
11.3.2 Calcul du second membre	234
11.3.3 Le système linéaire	234
11.4 Prise en compte des conditions aux limites	235
11.5 Formulation du problème inverse	238
11.6 Résolution du problème inverse	239
11.7 Solutions et programmes	242
CHAPITRE 12 • MÉCANIQUE DES FLUIDES : RÉOLUTION DES ÉQUATIONS DE NAVIER-STOKES 2D	246
12.1 Équations de Navier-Stokes 2D, incompressibles	247
12.2 Méthode de résolution	248
12.3 Domaine de calcul, conditions aux limites et maillage	250
12.4 Discrétisation des équations	251
12.5 Visualisation de l'écoulement	259
12.6 Condition initiale	260
12.6.1 Dynamique d'un jet plan. Instabilité de Kelvin-Helmholtz	260
12.6.2 Mouvement d'un dipôle de vorticité	261
12.7 Mise en œuvre	262
12.7.1 Résolution d'un système linéaire à matrice tridiagonale et périodique	262
12.7.2 Résolution de l'équation instationnaire de la chaleur	265
12.7.3 Résolution de l'équation stationnaire de la chaleur en utilisant les FFT	269
12.7.4 Résolution des équations de Navier-Stokes	269
12.8 Solutions et programmes	271
BIBLIOGRAPHIE	278
INDEX GÉNÉRAL	280
INDEX DES PROCÉDURES	285