

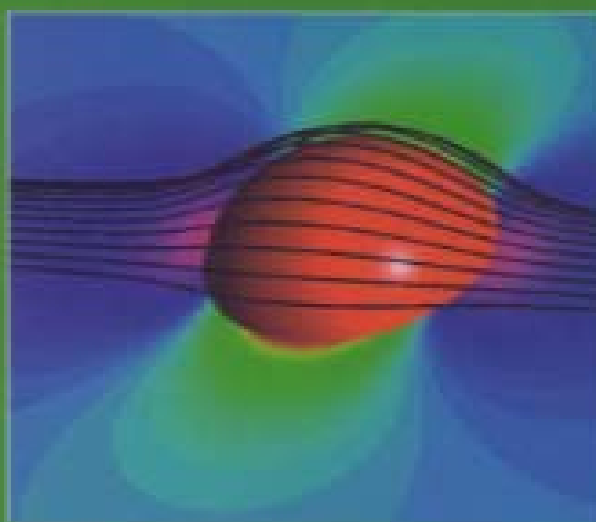
SAVOIRS

PHYSIQUE

ACTUELS

# PHYSIQUE ET OUTILS MATHÉMATIQUES

## MÉTHODES ET EXEMPLES



ANGEL ALASTUEY  
MARC MAGRO  
PIERRE PUJOL



NRS ÉDITIONS

# Table des matières

|                                                               |           |
|---------------------------------------------------------------|-----------|
| Liste des exercices                                           | vii       |
| Préface                                                       | ix        |
| Avant-propos                                                  | xi        |
| Introduction                                                  | xiii      |
| <b>1 Réponse linéaire et analyticité</b>                      | <b>1</b>  |
| 1.1 Propriétés générales                                      | 3         |
| 1.1.1 Position du problème                                    | 3         |
| 1.1.2 Définition de la susceptibilité                         | 7         |
| 1.1.3 Analyticit  de la susceptibilité                        | 8         |
| 1.1.4 Propriétés de parité et dissipation                     | 10        |
| 1.1.5 Comportement aux basses et aux grandes fréquences       | 11        |
| 1.1.6 Relations de Kramers-Kronig                             | 13        |
| 1.1.7 Règles de somme                                         | 18        |
| 1.1.8 Perturbations inhomogènes                               | 19        |
| 1.2 Applications et exemples                                  | 21        |
| 1.2.1 Admittance d'un circuit RLC                             | 21        |
| 1.2.2 Absorption et dispersion dans un diélectrique           | 25        |
| 1.2.3 écoulement oscillant dans un capillaire                 | 31        |
| 1.2.4 Réponse d'un plasma dans l'approximation de Vlasov      | 38        |
| 1.2.5 Conductivité et formule de Kubo                         | 45        |
| 1.3 Exercices                                                 | 54        |
| <b>2 Fonctions de Green indépendantes du temps</b>            | <b>61</b> |
| 2.1 Propriétés générales                                      | 63        |
| 2.1.1 Définition et propriétés des fonctions de Green         | 63        |
| 2.1.2 Point de vue op ratoriel                                | 67        |
| 2.1.3 Opérateur Laplacien                                     | 70        |
| 2.1.4 Opérateur de Helmholtz                                  | 83        |
| 2.1.5 Opérateurs Laplacien et de Helmholtz en basse dimension | 87        |

|       |                                                                     |     |
|-------|---------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.1.6 | Opérateurs inhomogènes . . . . .                                    | 97  |
| 2.2   | Applications et exemples . . . . .                                  | 104 |
| 2.2.1 | Origine de la méthode des images . . . . .                          | 104 |
| 2.2.2 | Boule en mouvement uniforme dans un fluide . . . . .                | 107 |
| 2.2.3 | Densité d'états d'une particule quantique . . . . .                 | 113 |
| 2.2.4 | Diffusion par un potentiel répulsif . . . . .                       | 119 |
| 2.2.5 | Modélisation simple du vent soufflant sur un mur . . . . .          | 122 |
| 2.3   | Exercices . . . . .                                                 | 128 |
| 3     | Fonctions de Green dépendantes du temps . . . . .                   | 143 |
| 3.1   | Propriétés générales . . . . .                                      | 145 |
| 3.1.1 | Fonctions de Green et causalité . . . . .                           | 145 |
| 3.1.2 | Opérateurs à variables séparables . . . . .                         | 148 |
| 3.1.3 | Équation de diffusion . . . . .                                     | 155 |
| 3.1.4 | Équation de Schrödinger . . . . .                                   | 165 |
| 3.1.5 | Équation de Bloch . . . . .                                         | 177 |
| 3.1.6 | Équation de d'Alembert . . . . .                                    | 181 |
| 3.2   | Applications et exemples . . . . .                                  | 199 |
| 3.2.1 | Diffusion dans un segment . . . . .                                 | 199 |
| 3.2.2 | Diffraction de Fraunhofer . . . . .                                 | 203 |
| 3.2.3 | Émission d'ondes sonores . . . . .                                  | 209 |
| 3.2.4 | Front d'onde en régime supersonique . . . . .                       | 215 |
| 3.2.5 | Sur l'instantanéité de la propagation de la chaleur . . . . .       | 221 |
| 3.2.6 | Polarisabilité de l'atome d'hydrogène . . . . .                     | 227 |
| 3.3   | Exercices . . . . .                                                 | 236 |
| 4     | Méthode du Col . . . . .                                            | 245 |
| 4.1   | Propriétés générales . . . . .                                      | 247 |
| 4.1.1 | Intégrale simple . . . . .                                          | 247 |
| 4.1.2 | Intégrale sur un chemin du plan complexe . . . . .                  | 254 |
| 4.1.3 | Cas d'une intégrale multiple . . . . .                              | 262 |
| 4.2   | Applications et exemples . . . . .                                  | 267 |
| 4.2.1 | Formule de Stirling et facteur d'indiscernabilité . . . . .         | 267 |
| 4.2.2 | Équivalence des ensembles canonique<br>et micro-canonique . . . . . | 270 |
| 4.2.3 | Cristal harmonique à basse température . . . . .                    | 275 |
| 4.2.4 | Modèle d'Ising . . . . .                                            | 280 |
| 4.2.5 | Approximation semi-classique . . . . .                              | 287 |
| 4.3   | Exercices . . . . .                                                 | 294 |
| A     | Fonctions d'une variable complexe . . . . .                         | 301 |
| B     | Transformée de Laplace . . . . .                                    | 305 |
| C     | Opérateurs différentiels à une variable . . . . .                   | 309 |

|   |                                                    |     |
|---|----------------------------------------------------|-----|
| D | Espaces de Hilbert et notation de Dirac            | 313 |
| E | Calcul d'intégrales gaussiennes                    | 317 |
| F | Généralités sur les transformations de coordonnées | 323 |
| G | Harmoniques sphériques                             | 327 |
| H | Dérivée fonctionnelle                              | 331 |
| I | Fonctions de Green usuelles                        | 333 |
| J | Solutions des exercices                            | 337 |
| K | Références bibliographiques                        | 377 |
|   | Bibliographie                                      | 381 |
|   | Index                                              | 387 |