

Patrizia
Castiglione

Massimo
Falcioni

Annick
Lesne

Angelo
Vulpiani

ÉCHELLES

Collection

Physique statistique

Chaos et approches
multiéchelles

Belin

TABLE DES MATIÈRES

Préface	7
Chapitre 1 CONCEPTS FONDAMENTAUX DE LA THÉORIE DES SYSTÈMES DYNAMIQUES	11
1.1 Les systèmes déterministes	11
1.1.1 Les systèmes dynamiques	12
1.1.2 Les attracteurs	15
1.2 Non-prédicibilité : les systèmes avec plusieurs degrés de liberté	18
1.2.1 Le mouvement brownien	19
1.3 Non-prédicibilité : le chaos déterministe	21
1.4 Aspects probabilistes des systèmes dynamiques	24
1.4.1 Ergodicité	27
1.4.2 Propriété de mélange	28
1.4.3 Mesure naturelle	29
Chapitre 2 INDICATEURS DYNAMIQUES POUR LES SYSTÈMES CHAOTIQUES	32
2.1 Approches propres à la théorie des systèmes dynamiques	33
2.1.1 Exposants de Lyapounov caractéristiques	33
2.1.2 Les exposants de Lyapounov et les dimensions	35
2.2 Approches propres à la théorie de l'information	36
2.2.1 L'entropie de Shannon	36
2.2.2 L'entropie de Kolmogorov-Sinai	40
2.2.3 Complexité algorithmique	46
2.3 Au-delà des exposants de Lyapounov et de l'entropie de Kolmogorov-Sinai	51
2.3.1 Caractérisation des fluctuations à temps fini	51
2.3.2 Entropies de Renyi	54
2.3.3 Accroissement de perturbations non infinitésimales	55
2.3.4 L' ϵ -entropie	58
Chapitre 3 APPROCHES MULTIÉCHELLES, ENTROPIES ET EXPOSANTS DE LYAPOUNOV À L'ŒUVRE	65
3.1 Caractérisation de la complexité et modélisation de systèmes	65
3.1.1 Un modèle simple	66
3.1.2 La distinction entre chaos et bruit	67
3.1.3 Les modes de Lyapounov hydrodynamiques	69
3.1.4 Chaos macroscopique dans les applications globalement couplées	71
3.1.5 D'autres systèmes de dimension élevée : le chaos convectif	74

3.2	Un générateur aléatoire, à quel point est-il aléatoire ?	77
3.2.1	Un système de basse dimension avec une entropie élevée	78
3.2.2	Un système à faible entropie et dimension élevée	80
3.2.3	Un système à entropie et dimension élevées	81
3.2.4	Le problème de la période pour les systèmes à états discrets	82
3.2.5	Conclusions sur les PRNG et le chaos déterministe	84
3.3	Exposants de Lyapounov et complexité dans les systèmes dynamiques avec bruit	84
3.3.1	L'approche naïve : le bruit traité comme une fonction du temps standard	85
3.3.2	Une approche à la théorie de l'information	86
3.3.3	Systèmes dynamiques stochastiques	88
3.4	Conclusions	92
Chapitre 4 LES FONDEMENTS DE LA MÉCANIQUE STATISTIQUE ET DES SYSTÈMES DYNAMIQUES		97
4.1	Le problème ergodique : une courte promenade aléatoire dans une histoire embrouillée	98
4.1.1	La mécanique statistique, une forme d'inférence statistique ?	98
4.1.2	De Boltzmann à Birkhoff	99
4.2	Au-delà de la théorie ergodique abstraite	102
4.2.1	L'ergodicité en l'absence d'indécomposabilité métrique	103
4.2.2	Une note sur l'hypothèse ergodique	106
4.3	Relation entre la mécanique analytique et le problème ergodique	108
4.3.1	Le résultat important de Poincaré	109
4.3.2	La non-intégrabilité implique-t-elle l'ergodicité ?	110
4.4	Un résultat inattendu renouvelle l'intérêt pour le problème ergodique	110
4.5	Quelques développements modernes	112
4.5.1	Le théorème KAM	113
4.5.2	Petite parenthèse à propos des solitons, FPU et KAM	114
4.5.3	Résultats numériques et questions physiques	115
4.6	Le rôle du chaos en mécanique statistique	117
4.7	Quelques remarques générales	119
Chapitre 5 SUR L'ORIGINE DE L'IRRÉVERSIBILITÉ		124
5.1	Le problème	125
5.2	Vers la solution	126
5.2.1	Quelques considérations préliminaires	127
5.2.2	L'approche de Boltzmann-Khinchin	130
5.2.3	Une solution possible	133
5.3	Quelques résultats	134
5.3.1	Le gaz de Knudsen en expansion libre	134
5.3.2	Le gaz de Lorentz	139
5.3.3	Le gaz dilué avec collisions entre les molécules	140
5.4	À propos des ensembles, des degrés de liberté et du chaos	144
5.4.1	Entropies de Boltzmann et de Gibbs et leur évolution	144
5.4.2	À propos de N	146

5.4.3	Chaos et irréversibilité	148
5.4.4	Quelques conclusions générales	150
Chapitre 6 LE RÔLE DU CHAOS EN MÉCANIQUE STATISTIQUE		
	HORS D'ÉQUILIBRE	154
6.1	Lien entre l'entropie de Kolmogorov-Sinai et le taux de production d'entropie de Gibbs à résolution finie	156
6.1.1	Quelques faits élémentaires sur l'entropie de Gibbs	156
6.1.2	Remarques et résultats numériques	159
6.2	Entropie de Gibbs et entropie de Boltzmann : le rôle du chaos, des interactions et de la résolution	162
6.2.1	Une brève revue des faits élémentaires	163
6.2.2	L'entropie de Boltzmann d'un système chaotique	165
6.2.3	Commentaires et interprétation	168
6.3	Théorème fluctuation-dissipation et chaos	170
6.3.1	Une dérivation de la relation F/R	172
6.3.2	L'objection de Van Kampen et le lien entre relation F/R et chaos	174
6.4	Chaos et pseudo-chaos dans le contexte de la diffusion et de la conduction	176
6.4.1	Diffusion dans des systèmes déterministes non chaotiques ...	176
6.4.2	Transport de chaleur dans les systèmes chaotiques et non chaotiques	180
6.5	Remarques et perspectives	182
Chapitre 7 ÉQUATIONS EFFECTIVES DANS LES SYSTÈMES COMPLEXES		187
7.1	Une parenthèse : termes séculaires et analyse multiéchelle	189
7.2	Du niveau moléculaire à celui du mouvement brownien	191
7.2.1	Comment dériver l'équation de Smoluchowski à partir de l'équation de Kramers à l'aide d'une méthode multiéchelle	195
7.2.2	Quelques remarques sur les concepts et les techniques	198
7.3	Diffusion à grande échelle et diffusivité effective	199
7.3.1	Dérivation de l'équation de Fick à partir de l'équation de transport par une approche multiéchelle	202
7.4	Le piston adiabatique : un système à cheval entre les mondes microscopique et macroscopique	203
7.4.1	Hierarchie cinétique et développement de Kramers-Moyal	206
7.4.2	Évolution temporelle du piston	206
7.4.3	Différents régimes temporels	208
7.5	Remarques et perspectives	210
7.5.1	Méthode de Chapman-Enskog et méthode des échelles de temps multiples	211
7.5.2	Diffusions normales et anormales	212
7.5.3	Remarques et perspectives sur le problème du piston	214
Chapitre 8 APPROCHES DU GROUPE DE RENORMALISATION		217
8.1	Groupe(s) de renormalisation (RG) : un bref panorama	218
8.1.1	La philosophie de la renormalisation	218

8.1.2	Transformations de renormalisation	219
8.1.3	Groupes de renormalisation	220
8.2	Le RG pour traiter des séries perturbatives singulières	221
8.2.1	La méthode de Lindstedt des paramètres contraints	222
8.2.2	Le RG comme une alternative à la méthode des échelles multiples : un exemple	223
8.2.3	RG perturbatif	224
8.3	Une approche multiéchelle constructive pour déterminer les comportements critiques	225
8.3.1	Théories d'échelle et exposants critiques	226
8.3.2	Blocs de spins et transformation de renormalisation	228
8.3.3	Version temporelle du RG : l'exemple des scénarios vers le chaos	231
8.4	RG : une approche multiéchelle pour l'analyse asymptotique	235
8.4.1	Analyse asymptotique et stabilité structurelle	236
8.4.2	Approche des fonctions de Green et équations de renormalisation	237
8.4.3	Dérivation des équations hydrodynamiques partant de l'équation de Boltzmann avec le RG	239
8.5	Point de vue probabiliste sur le RG	242
8.5.1	Lois statistiques	243
8.5.2	Agrégation de suites de variables aléatoires	244
8.5.3	Dérivation du théorème limite central par renormalisation ...	246
8.5.4	Lois stables et théorèmes associés	248
8.5.5	L'analyse par renormalisation du modèle hiérarchique	250
8.5.6	Théorèmes limite pour des variables corrélées	254
8.5.7	Passage des marches aléatoires sur réseaux au processus de Wiener par le RG	257
8.5.8	Un point de vue statistique sur la criticalité et la diffusion anormale	259
8.6	Conclusions et perspectives	261
Index		265