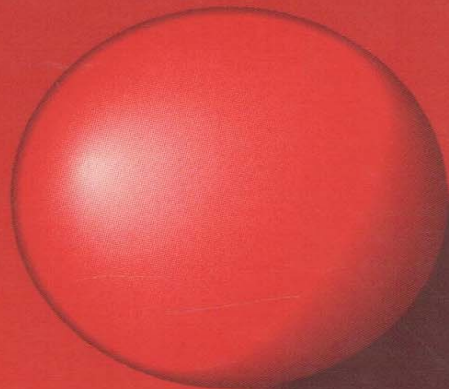


JEAN-LOUIS SOL

Mathématiques

Accès à
l'université

DEUG
de sciences économiques
AES – MASS



ECONOMIE

détaillées pour pallier l'absence d'un enseignant. Les étudiants se découragent souvent devant des corrigés trop succincts et il est souhaitable de leur fournir des réponses aussi complètes que celles demandées dans une copie d'examen. Chaque exercice renvoie à des paragraphes du cours; ces renvois facilitent la résolution et sollicitent la curiosité du lecteur.

Quel que soit le but recherché, il doit être possible de l'atteindre seul sans l'utilisation d'ouvrages complémentaires. En particulier, la deuxième partie n'est pas un simple résumé de cours; elle est réduite aux notions essentielles mais elle constitue un véritable manuel; pour être abordée, elle nécessite qu'un niveau très élémentaire en mathématiques; elle peut donc servir aussi bien pour des révisions que pour un apprentissage; certaines lacunes ne sont pas toujours dues à l'oubli.

Les éléments de mathématiques développés dans ce livre sont enseignés dans les classes du secondaire : de la sixième à la terminale. Dans la mesure du possible, les programmes de référence sont ceux des sections B, entrés en vigueur en 1992-93 pour les classes terminales.

Cet ouvrage a, en effet, été conçu pour répondre, en priorité, aux besoins des futurs étudiants en économie, gestion et administration : sciences économiques, AES, préparation aux grandes écoles commerciales, IUT, BTS, CNAM, etc. Cependant, sa forme et son contenu en font un instrument de révision, d'entraînement, voire d'apprentissage, pour tout étudiant qui s'inscrit dans un premier cycle universitaire, même éloigné des disciplines économiques. C'est dans le souci de faciliter ses débuts à l'université que ce livre a été rédigé.

Jean-Louis Sc

Table des matières

Avant-propos	V
PREMIÈRE PARTIE. Questions et exercices tests	1
Chapitre 1. Notions et vocabulaire de base	3
Chapitre 2. Les nombres réels	4
Chapitre 3. Résolution, sur $\mathbb{R}$, d'équations et d'inéquations à coefficients réels	5
Chapitre 4. Généralités sur les fonctions réelles de la variable réelle	7
Chapitre 5. Comportement global d'une fonction et représentation graphique	8
Chapitre 6. Limite et continuité des fonctions réelles de la variable réelle	9
Chapitre 7. Dérivées et primitives	10
Chapitre 8. Étude locale d'une fonction	12
Chapitre 9. Étude d'une fonction	13
Chapitre 10. Fonctions logarithme, exponentielle, puissance	14
Chapitre 11. Suites arithmétiques et suites géométriques	15
Chapitre 12. Calcul intégral	16

DEUXIÈME PARTIE. Cours

19

1. Notions et vocabulaire de base

21

1.1 Présentation de la théorie des ensembles

21

1.1.1 Ensembles. Éléments. Appartenance

21

1.1.2 Sous-ensembles. Inclusion

22

1.1.3 Égalité de deux ensembles

22

1.1.4 Réunion. Intersection. Différence

23

1.1.5 Produit cartésien. Correspondances

23

a) Couple

23

b) Produit cartésien de deux ensembles

23

c) Correspondances

24

1.2 Présentation des principaux ensembles de nombres

24

1.2.1 Les nombres entiers

24

1.2.2 Les nombres rationnels

25

1.2.3 Les nombres réels

25

1.3 Présentation de l'ensemble des vecteurs du plan

26

1.3.1 Définitions et notations

26

1.3.2 Vecteur nul

26

1.3.3 Égalité de deux vecteurs

26

1.3.4 Norme d'un vecteur. Vecteur unitaire

27

1.3.5 Somme de deux vecteurs

27

1.3.6 Multiplication d'un vecteur par un nombre

27

1.3.7 Quelques propriétés

27

1.3.8 Vecteurs colinéaires. Points alignés. Vecteurs directeurs d'une droite

28

2. Les nombres réels

29

2.1 L'ensemble $\mathbb{R}$

29

2.1.1 Approche intuitive et notations

29

a) Repère d'une droite

29

b) La droite réelle

29

2.1.2 Ordre dans $\mathbb{R}$

30

a) Définitions et notations

30

b) Règles opératoires	30
2.2 Valeur absolue d'un nombre réel	30
2.3 La droite réelle achevée	31
2.4 Intervalles de $\mathbb{R}$	31
2.4.1 Définitions sur $\mathbb{R}$	31
2.4.2 Extension sur $\mathbb{R} \cup \{ -\infty, +\infty \}$	32
2.5 Puissances d'un nombre réel (exposants entiers)	32
2.5.1 Définitions et notations	32
a) Exposants entiers positifs ou nuls	32
b) Exposants entiers	33
2.5.2 Règles de calcul	33
2.6 Racine n-ième d'un nombre réel (exposants fractionnaires)	33
2.6.1 Racine n -ième arithmétique	33
2.6.2 Solutions, sur $\mathbb{R}$, de l'équation $x^n = a$ où $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$	34
2.7 La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Égalités remarquables	35
3. Résolution, sur $\mathbb{R}$, d'équations et d'inéquations à coefficients réels	37
3.1 Équations du premier degré (ou s'y ramenant)	38
3.2 Inéquations du premier degré	38
3.3 Systèmes d'équations linéaires (ou s'y ramenant)	39
3.3.1 Présentation de méthodes de résolution	39
a) Méthode de substitution	39
b) Méthode des combinaisons linéaires	40
c) Méthode du pivot de Gauss	40
3.3.2 Quelques exemples	41
3.4 Équations et inéquations du deuxième degré	42
3.5 Signe d'une expression factorisée	44

3.6	Équations et inéquations contenant un radical	45
4.	Généralités sur les fonctions réelles de la variable réelle	49
4.1	Définitions	49
4.1.1	Présentation des fonctions. Domaine de définition	49
4.1.2	Définition des fonctions réelles de la variable réelle	50
4.1.3	Égalité de deux fonctions	51
4.1.4	Restriction d'une fonction et prolongement d'une fonction	51
4.2	Composition de deux fonctions	52
4.3	Opérations dans l'ensemble des fonctions réelles de la variable réelle	53
4.4	Présentation des fonction polynômes et des fonctions rationnelles	53
4.4.1	Définitions	53
4.4.2	Factorisation d'un polynôme	54
a)	Division euclidienne	54
b)	Divisibilité par $(x - a)$	54
4.4.3	La formule du binôme de Newton	56
5.	Comportement global d'une fonction et représentation graphique	57
5.1	Représentation graphique dans un repère cartésien	57
5.1.1	Repères et coordonnées dans le plan	57
5.1.2	Compléments à propos des vecteurs	58
5.2	Variations d'une fonction. Taux d'accroissement. Monotonie	59
5.3	Extremums. Fonctions bornées	60
5.4	Fonctions dont les courbes représentatives sont des droites	61
5.4.1	Droites représentatives des équations $y = c$ et $x = d$	61
5.4.2	La fonction affine $x \mapsto ax + b$ et la fonction linéaire $x \mapsto ax$	61
5.4.3	Applications géométriques	62
a)	Résolution graphique d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues	62
b)	Résolution graphique d'inéquations	62

5.5	Changement de repère	64
5.6	Parité et symétrie	65
5.6.1	Fonction paire, fonction impaire	65
5.6.2	Axe de symétrie et centre de symétrie	66
5.7	Fonctions périodiques	67
6.	Limite et continuité des fonctions réelles de la variable réelle	69
6.1	Limite et continuité en un point	69
6.1.1	Approche intuitive. Définitions. Théorèmes fondamentaux	69
a)	Limite en un point (approche intuitive)	69
b)	Unicité de la limite	70
c)	Continuité en un point	70
6.1.2	Extension des définitions	70
a)	Limite à droite et limite à gauche en un point x_0	70
b)	Continuité à droite et continuité à gauche en un point x_0	70
c)	Extension pour l'infini	70
6.2	Continuité sur un intervalle	71
6.2.1	Définitions	71
6.2.2	Théorème des valeurs intermédiaires	71
6.2.3	Prolongement par continuité	72
6.3	Opérations sur les limites	73
6.4	Opérations sur les fonctions continues	75
6.5	Bijection. Fonction réciproque d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle	76
6.6	Les fonctions puissance n-ième et racine n-ième	77
6.6.1	La fonction $x \mapsto x^n$ où $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$ (fonction puissance n -ième)	77
6.6.2	Les fonctions réciproques de $x \mapsto x^n$ où $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$ (fonction racine n -ième)	78
6.6.3	Représentations graphiques	78
6.6.4	La fonction $x \mapsto x^n$ où $n \in \mathbb{Q}^*$	79

7. Dérivées et primitives	81
7.1 Dérivée en un point	81
7.1.1 Définitions	81
a) Fonction différentiable en un point	81
b) Nombre dérivé	81
c) Fonction affine tangente	82
7.1.2 Interprétation graphique	83
7.1.3 Extension de la notion de nombre dérivé	84
a) Nombre dérivé à gauche en x_0	84
b) Nombre dérivé à droite en x_0	84
c) Fonction dérivable en un point et dérivées à droite et à gauche	84
7.1.4 Dérivabilité et continuité en un point	85
7.2 Fonction dérivée	86
7.2.1 Dérivabilité sur un intervalle	86
7.2.2 Fonction dérivée et dérivées successives	86
a) Définitions	86
b) Notations	87
c) Fonctions de classe C^k	87
7.2.3 Calculs de dérivées	87
a) Opérations sur les fonctions dérivables	87
b) Dérivée de la fonction $x \mapsto x^n$ où $n \in \mathbb{Q}^*$	88
7.2.4 Dérivée à droite ou à gauche et fonction dérivée	89
7.3 Primitives	90
7.3.1 Définitions et notations	90
7.3.2 Propriétés	91
a) Primitives d'une fonction continue	91
b) Propriétés déduites des propriétés de la dérivation	91
8. Étude locale d'une fonction	93
8.1 Points où la dérivée première existe	93
8.1.1 Tangente en un point. Sens de variation	93
8.1.2 Convexité, concavité, points d'inflexion	94
8.1.3 Points où la dérivée première s'annule	96

8.2	Points où la dérivée première n'existe pas	97
8.2.1	Points d'inflexion à tangente parallèle à l'axe des ordonnées	97
8.2.2	Points anguleux et points de rebroussement	98
a)	Points anguleux	99
b)	Points de rebroussement	99
8.3	Branches infinies	100
8.3.1	Cas où $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ avec $a \in \mathbb{R}$	101
8.3.2	Cas où $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ avec $a \in \mathbb{R}$	101
8.3.3	Cas où $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$	102
a)	Soit $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$	102
b)	Soit $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$	102
c)	Soit $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$ avec $a \in \mathbb{R}$	103
8.3.4	Remarques à propos des définitions des asymptotes et des branches paraboliques	104
9.	Étude d'une fonction	105
9.1	Plan d'étude d'une fonction	105
9.1.1	Domaine	105
9.1.2	Dérivée	106
9.1.3	Bornes et limites	106
9.1.4	Tableau de variations	106
9.1.5	Représentation graphique	106
9.1.6	Compléments à l'étude	106
9.2	Exemples d'étude de fonctions	106
9.2.1	Étude de la fonction $f: x \mapsto x^3 - x $	106
9.2.2	Étude de la fonction $f: x \mapsto x \sqrt{1-x^2}$	106
9.2.3	Étude de la fonction f telle que : $f(x) = x^3 - x $ pour $x < 0$, $f(0) = 0$, et $f(x) = x \sqrt{1-x^2}$ pour $x > 0$	11
9.2.4	Étude de la fonction $f: x \mapsto \frac{(x-1)^3}{(x-2)^2}$	11

9.3	Présentation succincte des fonctions circulaires	1
9.3.1	Définitions	1
a)	Le cercle trigonométrique	1
b)	La définition des fonctions sinus, cosinus, tangente	1
9.3.2	Relations trigonométriques	1
a)	Relations fondamentales	1
b)	Symétries	1
c)	Formules d'addition et de duplication	1
9.3.3	Quelques résultats remarquables	1
a)	Une limite importante	1
b)	Tableau de valeurs usuelles	1
9.3.4	Dérivées des fonctions sinus, cosinus, tangente	1
9.3.5	Représentations graphiques des fonctions sinus, cosinus, tangente	1

10. Fonctions logarithme, exponentielle, puissance

10.1	La fonction logarithme népérien	1
10.1.1	Définition	1
10.1.2	Propriétés essentielles	1
a)	Conséquences immédiates de la définition	1
b)	Propriétés algébriques	1
10.1.3	Limites	1
10.1.4	Le nombre e	1
10.1.5	Tableau de variations et représentation graphique	1
10.2	La fonction exponentielle népérienne	1
10.2.1	Définition	1
10.2.2	Notation	1
10.2.3	Propriétés	1
a)	Propriétés algébriques	1
b)	Dérivée	1
c)	Limites	1
10.2.4	Tableau de variations et représentation graphique	1
10.3	Les fonctions logarithme et exponentielle de base a	12
10.4	La fonction puissance (exposants réels)	12

10.5	Conséquences des limites des fonctions logarithme, exponentielle et puissance	127
10.5.1	Croissance comparée	127
10.5.2	Formes indéterminées exponentielles	127
11.	Suites arithmétiques et suites géométriques	129
11.1	Généralités à propos des suites numériques réelles	129
11.1.1	Définitions et notations	129
11.1.2	La démonstration par récurrence	130
11.1.3	Suites monotones, suites bornées	131
11.2	Suites arithmétiques	132
11.2.1	Définitions	132
11.2.2	Expression du terme général	132
11.2.3	Somme de N termes consécutifs	132
11.3	Suites géométriques	133
11.3.1	Définitions	133
11.3.2	Expression du terme général	133
11.3.3	Somme de N termes consécutifs	134
12.	Calcul intégral	134
12.1	Intégrale définie d'une fonction continue	134
12.1.1	Définition	134
12.1.2	Intégrales et primitives	134
12.1.3	Interprétation graphique dans le cas d'une fonction positive	134
12.2	Propriétés des intégrales	134
12.2.1	Propriétés immédiates et relation de Chasles	134
12.2.2	Linéarité de l'intégrale	134
12.2.3	La positivité de l'intégrale et ses conséquences	134
	a) Positivité de l'intégrale	134
	b) Inégalité	134
	c) Inégalité de la moyenne	134
	d) Valeur moyenne d'une fonction	134

12.3 Calcul intégral et calcul d'aires

12.3.1 Aire de la partie Δ du plan limitée par la courbe représentative d'une fonction f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$ avec $a < b$

12.3.2 Aire d'une partie du plan comprise entre deux courbes

12.4 Quelques procédés de calcul

12.4.1 Utilisation des dérivées

12.4.2 L'intégration par parties

TROISIÈME PARTIE. Dix séances d'entraînement

0. Activité préparatoire. Mise en condition	1
1. Calcul numérique. Équations et inéquations simples	1
2. Équations et inéquations	1
3. Connaissances de base sur les fonctions : généralités, limites, continuité, dérivabilité. Rappels de cours	1
4. Limites, continuité, dérivabilité. Exercices	1
5. Études de fonctions. Rappels de cours	16
6. Études de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles	16
7. Études de fonctions définies à l'aide de radicaux	16
8. Fonctions logarithmes et exponentielles	17
9. Suites arithmétiques et suites géométriques	18
10. Calcul intégral	18
Bibliographie	19
Index	197



Mathématiques

**Accès à
l'université**

Avoir le niveau en maths : tel est le principal souci de la plupart des étudiants qui s'inscrivent en DEUG de sciences économiques, AES ou MASS.

Cet ouvrage a précisément pour objectif de les aider à acquérir le niveau minimum qui leur permettra de suivre pendant l'année (attention au contrôle continu !) et de réussir leur examen.

Accessible à tous les étudiants – et notamment à ceux qui viennent d'obtenir le bac B ou G –, il leur offre la possibilité de réviser seuls le programme du lycée qu'il faut absolument maîtriser pour réussir en première année. Il propose en effet un plan de révision en trois parties :

- la première, composée de questions et de tests, permet à l'étudiant d'évaluer son niveau ;
- la deuxième lui présente un cours complet pour combler ses lacunes ou acquérir des connaissances ;
- la troisième le pousse à s'entraîner grâce à de nombreux exercices corrigés de façon détaillée ; chaque exercice renvoie en outre à des paragraphes du cours.

Ces trois parties peuvent être utilisées indépendamment : l'ouvrage s'adapte ainsi au lecteur pour lui présenter les révisions du secondaire et les bases qui lui seront nécessaires dans le supérieur.

L'auteur, qui assure depuis 1985 un cours de mise à niveau en mathématiques pour les nouveaux inscrits à l'université Montpellier 1 (UFR de sciences économiques), propose à l'étudiant un véritable guide pour accéder à l'université.



Code 041739
ISBN 2 10 001739 X

