

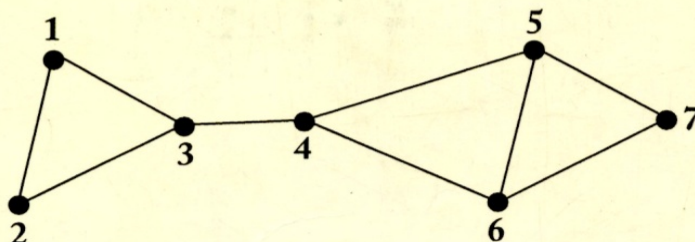
les **Carnets**
de ***l'Ingénieur***

Djamel REBAIN

UNE INTRODUCTION
A L'ANALYSE
DES ALGORITHMES

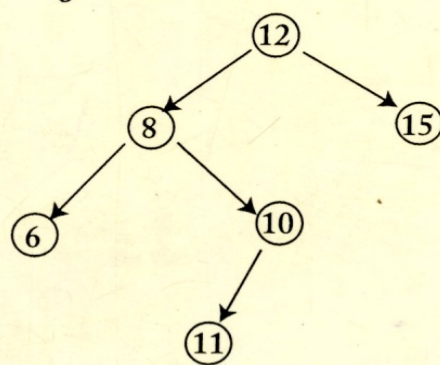
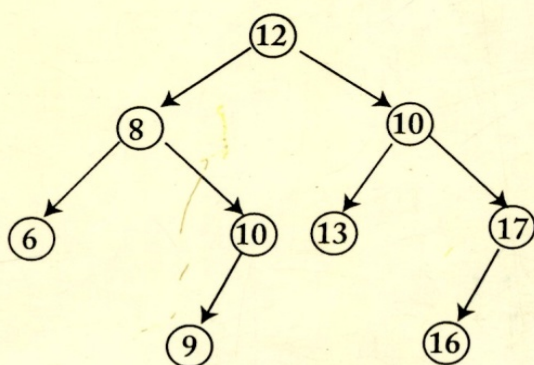
$$1. \sum_{k=0}^n \frac{C_{n+k}^k}{2^k} = 2^n$$

$$2. C_{n+1}^{\frac{1}{2}} = \frac{(-1)^n 2^{-2n-1}}{n+1} = C_{2n}^n$$



$$\sum_{i=0}^n F_i^2 = F_n F_{n+1}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{H_k}{k(k-1)} = 2 - \frac{H_{n+1}}{n} - \frac{1}{n+1}$$



$$\sum_{k=1}^n \frac{H_k}{k+1} = (n+1) H_n^2 - (2n+1) H_{n+2n}; \text{ où } H_n^2 = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$$

Table des matières

1 PRÉLIMINAIRES

1.1	Rappels de mathématiques	...
1.1.1	Ensembles et sous-ensembles	...
1.1.2	Relations	...
1.1.3	Fonctions	...
1.1.4	Matrices	...
1.1.5	Les espaces vectoriels	...
1.1.6	Equations différentielles	...
1.1.7	Calcul intégral	...
1.1.8	Suites et Séries	...
1.1.9	Estimation d'une série	...
1.1.10	Notions rapides sur la théorie des probabilités	...
1.2	Notions générales d'informatique	...
1.2.1	Notation algorithmique	...
1.2.2	Description générale d'un ordinateur	...
1.3	EXERCICES	...

2 INTRODUCTION A LA COMPLEXITÉ DES ALGORITHMES

2.1	Introduction	...
2.2	Exactitude de programmes	...
2.3	Simplicité de programmes	...
2.4	Convergence et stabilité de programmes	...
2.5	Efficacité de programmes	...
2.6	Nombre de processeurs	...
2.7	Comparaison d'algorithmes	...
2.7.1	Recherche d'un élément dans un tableau trié	...
2.7.2	Méthode expérimentale	...
2.7.3	Méthode mathématique	...
2.8	La notation O	...
2.8.1	Opérations sur la notation O	...
2.8.2	Complexité asymptotique et performance	...
2.8.3	Efficacité des algorithmes	...
2.8.4	Comparaison d'ordre de fonctions	...
2.8.5	Spectre des ordres de fonctions	...

2.8.6	Robustesse de la notion d'efficacité	...
2.9	Problème de la recherche séquentielle revisité	...
2.10	Règles de calcul de la complexité temporelle	...
2.11	EXERCICES	...

3 RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS RÉCURRENTES

3.1	Introduction	...
3.2	Résolution des équations récurrentes linéaires	...
3.2.1	Coefficients constants	...
3.2.2	Résolution des équations homogènes	...
3.2.3	Résolution des équations non-homogènes	...
3.2.4	Coefficients variables	...
3.3	Équations récurrentes non-linéaires	...
3.3.1	Méthode par transformation	...
3.3.2	Méthode par substitution	...
3.3.3	Résolution par changement de variables	...
3.3.4	Résolution par induction	...
3.3.5	Equations secondaires	...
3.3.6	Séries génératrices	...
3.3.7	Séries génératrices de probabilité	...
3.4	Applications des équations récurrentes	...
3.5	EXERCICES	...

4 ANALYSE DES ALGORITHMES NON-RÉCURSIFS

4.1	Introduction	...
4.2	Manipulation de matrices	...
4.2.1	Problème 1: Multiplication de deux matrices	...
4.2.2	Problème 2: Transposée d'une matrice	...
4.2.3	Problème 3: Le carré magique	...
4.3	Recherche de mots	...
4.4	La division entière	...
4.5	Les nombres premiers	...
4.6	Impression des chiffres d'un nombre	...
4.7	Calcul des éléments d'une suite	...
4.8	Racine carrée d'un nombre	...
4.9	Puissance d'un nombre	...
4.10	Calcul du PGCD de deux nombres entiers	...
4.11	Recherche d'un maximum	...
4.12	Recherche d'un élément dans un tableau trié	...
4.13	Recherche dans un arbre lexicographique	...
4.14	Problème de tri	...
4.14.1	Solution 1: Le tri par sélection	...
4.14.2	Solution 2: Le tri par insertion	...
4.14.3	Solution 3: Le tri de Shell (Shellsort)	...

TABLE DES MATIÈRES

4.15	Méthode de hachage	34
4.16	EXERCICES	
5	ANALYSE DES ALGORITHMES RÉCURSIFS	
5.1	Introduction	
5.2	Les nombres de Fibonacci	
5.3	Recherche du maximum d'un tableau	
5.4	Tours de Hanoi	
5.5	Les permutations d'un ensemble	
5.6	Produit de deux nombres entiers	
5.7	Calcul d'éléments d'une suite récurrente	
5.8	Recherche d'un élément dans un tableau trié	
5.9	Nombre de combinaisons	
5.10	Un autre problème de calcul d'éléments d'une suite	
5.11	Puissance d'un nombre	
5.12	Les arbres AVL	
5.13	Produit d'une suite de matrices	
5.14	Recherche du maximum et du minimum d'un tableau	
5.15	Le tri par insertion	
5.16	Le tri rapide	
5.17	Recherche du $k^{\text{ème}}$ plus grand élément	
5.18	Calcul du PGCD de deux nombres entiers	
5.19	EXERCICES	
	BIBLIOGRAPHIE	2