

DYNAMIQUE DES FLUIDES

INGE L. RYHMINEN

*Deuxième édition
revue et augmentée*



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

TABLE DES MATIÈRES

AVANT PROPOS	vii
PRÉFACE	xi

CHAPITRE 1 GÉNÉRALITÉS

1.1	INTRODUCTION	1
1.1.1	Le domaine scientifique	1
1.1.2	La mécanique des milieux continus	1
1.1.3	Propriétés physiques des liquides et des gaz	2
1.1.4	Les équations de base	5
1.2	CINÉMATIQUE DE L'ÉCOULEMENT	6
1.2.1	Trajectoires et lignes de courant	6
1.2.2	Exemple : lignes de courant	9
1.2.3	Exemple : trajectoires	10
1.2.4	Méthodes de description d'un écoulement	13
1.2.5	Quelques notions cinématiques supplémentaires	13
1.2.6	La dérivée particulière	16
1.3	ÉCOULEMENT AUTOUR D'UN OBSTACLE	18
1.3.1	Note historique	18
1.3.2	Formulation moderne	19

CHAPITRE 2 ÉQUATION DE CONTINUITÉ

2.1	FORMES INTÉGRALES	25
2.1.1	Cas particuliers	25
2.1.2	Cas général	26
2.1.3	Exemple : conduite	28
2.2	FORMES DIFFÉRENTIELLES	29
2.2.1	Transformation de la forme intégrale	29
2.2.2	Écoulement incompressible	29
2.2.3	Écoulement compressible stationnaire	30

2.3	VECTEUR POTENTIEL ET FONCTION DE COURANT	30
2.3.1	Écoulement incompressible et compressible stationnaire	30
2.3.2	Fonction de courant d'un écoulement plan	31
2.3.3	Exemple : $\Psi = x^2 - y^2$	33
2.3.4	Fonction de courant d'un écoulement axisymétrique	33
2.3.5	Exemple : écoulement homogène et parallèle	36
2.3.6	Fonctions de courant d'un écoulement tridimensionnel	37
2.4	ÉCOULEMENT IRROTATIONNEL	38
2.4.1	Potentiel de vitesse	38
2.4.2	Equation générale de Φ	38
2.4.3	Equation générale de A	39
2.4.4	Equation de Ψ d'un écoulement plan compressible	39
2.4.5	Equation de Ψ d'un écoulement axisymétrique compressible	40
2.4.6	Equation de Ψ et de Φ d'un écoulement incompressible	40
2.4.7	Relations entre les fonctions Φ et Ψ	41
2.5	ÉCOULEMENT ROTATIONNEL	42
2.5.1	Equations de Ψ et de A d'un écoulement incompressible	42
2.5.2	Rotation d'une particule de fluide	43
2.5.3	Champ vectoriel Ω	45
2.5.4	Champ vectoriel A engendré par Ω	46
2.5.5	Champ de vitesse engendré par un fil tourbillonnaire	50
2.5.6	Exemple : fil tourbillonnaire rectiligne	51
2.5.7	Courbes réductibles et irréductibles	52
2.5.8	Couche tourbillonnaire	55
2.6	CONDITIONS AUX LIMITES	56
2.6.1	Corps imperméable	56
2.6.2	Exemple : profil bidimensionnel	57
2.6.3	Exemple : corps tridimensionnel	58
2.6.4	Exemple : mouvement rectiligne et accéléré d'une sphère dans un fluide stationnaire	58
2.6.5	Corps perméable	59
2.6.6	Surface de séparation entre deux fluides immiscibles	59
2.6.7	Conditions à grande distance	60

CHAPITRE 3

ÉQUATION DE QUANTITÉ
DE MOUVEMENT

3.1	FORME INTÉGRALE	61
3.1.1	Cas particulier	61
3.1.2	Cas général	62
3.1.3	Forces par unité de masse	63
3.1.4	Contraintes en un point	64
3.1.5	Forces de surface	67
3.1.6	Enoncé de la forme intégrale de la quantité de mouvement	68

3.1.7	Exemple: conduite coudée	68
3.1.8	Exemple: gradient de pression engendré par un fil tourbillonnaire. . .	70
3.1.9	Exemple: surface libre du tourbillon d'eau	72
3.1.10	Exemple: force de pression sur une paroi courbée	74
3.1.11	Exemple: onde de choc	75

CHAPITRE 4

DYNAMIQUE
DES ÉCOULEMENTS IDÉAUX

4.1	ÉQUATIONS D'EULER	79
4.1.1	Transformation de la forme intégrale de la quantité de mouvement	79
4.1.2	Formes alternatives des équations d'Euler	81
4.1.3	Conséquences des équations d'Euler	82
4.1.4	Intégrales des équations d'Euler	82
4.1.5	Cas d'un écoulement irrotationnel	82
4.1.6	Cas d'un écoulement rotationnel stationnaire	83
4.1.7	Écoulement irrotationnel, incompressible et stationnaire.	84
4.1.8	Exemple: le théorème de Torricelli	85
4.1.9	Exemple: mouvement instantané dans une conduite coudée	86
4.1.10	Mesure de pression locale	87
4.1.11	Mesure de pression totale	88
4.1.12	Mesure de vitesse dans l'écoulement incompressible	89
4.1.13	Pression dynamique	90
4.1.14	Tube de Venturi	92
4.1.15	Exemple: interaction d'un jet d'eau et d'une plaque plane	93
4.2	THÉORÈME DE CIRCULATION Γ D'UN ÉCOULEMENT IDÉAL	95
4.2.1	Théorème de circulation de Kelvin	95
4.2.2	Théorèmes de circulation de Helmholtz	96
4.2.3	Equation de Helmholtz de Ω	96
4.2.4	Exemple: écoulement rotatif dans une conduite	98
4.2.5	Exemple: flexion et étirement des fils tourbillonnaires	98

CHAPITRE 5

THÉORIE POTENTIELLE DES
ÉCOULEMENTS INCOMPRESSIBLES

5.1	GÉNÉRALITÉS	101
5.1.1	Introduction.	101
5.1.2	Linéarité de $\nabla^2 \Phi = 0$	102
5.1.3	Non stationnarité des fonctions harmoniques	102
5.1.4	Conditions aux limites et unicité des solutions	103
5.1.5	Méthodes d'analyse des problèmes aux limites.	104

5.2	ÉCOULEMENTS POTENTIELS ÉLÉMENTAIRES	105
5.2.1	Écoulements homogènes et parallèles	105
5.2.2	Source ou puits bidimensionnel	106
5.2.3	Fil tourbillonnaire rectiligne	108
5.2.4	Dipôle	109
5.2.5	Source ou puits tridimensionnel	111
5.2.6	Dipôle tridimensionnel	112
5.3	MÉTHODE DE SUPERPOSITION: ÉCOULEMENTS SIMPLES.	112
5.3.1	Exemple: écoulement autour d'un demi-corps axisymétrique.	112
5.3.2	Exemple: écoulement autour d'un cylindre de section circulaire.	115
5.3.3	Remarques sur l'écoulement autour d'un cylindre circulaire.	120
5.3.4	Forces agissant sur un corps fermé dans un écoulement stationnaire	122
5.4	MÉTHODE DE SUPERPOSITION: LA THÉORIE BIDIMENSIONNELLE DES PROFILS	126
5.4.1	Avant-propos	126
5.4.2	Profil symétrique.	126
5.4.3	Distribution de pression sur le profil	130
5.4.4	Exemple: distribution de vitesse autour d'une parabole.	131
5.4.5	Profil portant	135
5.4.6	Exemple: la plaque plane sous l'angle d'attaque α	138
5.4.7	Résultats finaux de la théorie des profils minces	140
5.5	MÉTHODE DE SÉPARATION DES VARIABLES.	141
5.5.1	Principe fondamental	141
5.5.2	Exemple: écoulement plan au-dessus d'une paroi ondulée.	142
5.5.3	Exemple: écoulement à l'extérieur d'un tube onduleux.	143
5.6	MÉTHODE DES IMAGES.	145
5.6.1	Conséquence d'une propriété de symétrie.	145
5.6.2	Exemple: écoulement engendré par une source située à proximité d'une paroi.	145
5.6.3	Exemple: une aile à proximité d'une paroi	146
5.6.4	Exemple: une aile placée entre deux parois (soufflerie)	147
5.6.5	Exemple: écoulement autour d'un cylindre circulaire engendré par une source	147
5.7	ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE POTENTIELLE COMPLEXE	148
5.7.1	Equations de Cauchy-Riemann.	148
5.7.2	Vitesse complexe $w(z)$	149
5.7.3	Circulation complexe Γ'	150
5.7.4	Écoulements potentiels élémentaires exprimés sous forme complexe.	150
5.7.5	Forces et moment	153
5.7.6	Exemple: écoulement autour d'un cylindre de section arbitraire.	155
5.8	MÉTHODE DE TRANSFORMATION CONFORME	156
5.8.1	Propriété d'une transformation conforme.	156
5.8.2	Exemple: la transformation de Joukowski	158

5.8.3	Écoulement autour d'un plan portant	160
5.8.4	Forces et moment sur le plan	165
5.8.5	Famille de profils selon Joukowski	166
5.8.6	Transformation générale cercle-profil	168
5.8.7	Portance d'un profil	168
5.8.8	Tourbillon de démarrage	170
5.9	AILE TRIDIMENSIONNELLE	171
5.9.1	Couche tourbillonnaire d'une aile tridimensionnelle	171
5.9.2	Théorie du fil portant selon Prandtl	173
5.9.3	Principaux problèmes liés à la théorie de Prandtl	176
5.9.4	Exemple : distribution elliptique de $\Gamma(x)$	177
5.9.5	Problème variationnel	179
5.9.6	Remarques	179
5.10	ÉCOULEMENT POTENTIEL INSTATIONNAIRE	180
5.10.1	Caractéristiques du problème	180
5.10.2	Exemple : mouvement rectiligne et accéléré d'une sphère dans un fluide	180
5.10.3	Masse ajoutée	182
5.10.4	Energie cinétique	182
5.10.5	Exemple : masse ajoutée de la sphère	184
5.10.6	Exemple : expansion radiale d'une sphère dans un fluide stationnaire	184
5.10.7	Exemple : expansion et accélération rectiligne d'une sphère de masse constante dans un fluide stationnaire	185
5.11	ÉCOULEMENT POTENTIEL AVEC SURFACE LIBRE	186
5.11.1	Description des problèmes	186
5.11.2	Exemple : vagues sur un océan de profondeur infinie	187

CHAPITRE 6

ÉCOULEMENT
VISQUEUX INCOMPRESSIBLE

6.1	ÉQUATIONS DE NAVIER-STOKES	193
6.1.1	Introduction	193
6.1.2	Equations différentielles de quantité de mouvement	193
6.1.3	Hypothèse de Newton pour la contrainte de cisaillement	194
6.1.4	Le taux de déformation d'une particule fluide	195
6.1.5	Tenseur $\bar{\tau}$ d'un fluide newtonien	197
6.1.6	Perte de charge dans un écoulement visqueux	199
6.1.7	Diffusion de Ω dans l'écoulement visqueux	200
6.2	SIMILITUDE DYNAMIQUE	201
6.2.1	Problème d'échelles géométriques différentes	201
6.2.2	Similitude de Reynolds	201
6.2.3	Exemple : le coefficient C_x d'une sphère	203

6.2.4	Similitude générale, paramètres de similitude supplémentaires	203
6.2.5	Exemple : similitude de Reynolds et de Froude	205
6.3	SOLUTIONS EXACTES DES ÉQUATIONS DE NAVIER-STOKES	206
6.3.1	Famille d'écoulements simples	206
6.3.2	Exemple : écoulement de Couette	207
6.3.3	Exemple : écoulement de Hagen-Poiseuille	207
6.3.4	Exemple : écoulement stationnaire dans un tube circulaire	207
6.3.5	Exemple : oscillations longitudinales d'un fluide (deuxième problème de Stokes)	210
6.4	ÉCOULEMENT À NOMBRE DE REYNOLDS FAIBLE	213
6.4.1	Forme approximative des équations de Navier-Stokes	213
6.4.2	Exemple : mouvement lent d'une sphère	213
6.4.3	Exemple : mouvement lent d'un cylindre circulaire	214
6.4.4	Exemple : palier portant bidimensionnel	214
6.5	COUCHES LIMITES LAMINAIRES, $Re \gg 1$	216
6.5.1	Caractéristiques du problème	216
6.5.2	Equations de la couche limite incompressible et stationnaire	217
6.5.3	Exemple : couche limite sur une plaque plane	221
6.5.4	Épaisseur d'une couche limite	224
6.5.5	Remarques sur la solution pour la plaque plane	226
6.5.6	Couches limites auto-similaires générales	226
6.5.7	Méthodes approximatives	231
6.5.8	Similitude locale	232
6.5.9	Exemple : décollement laminaire sur un cylindre circulaire selon la similitude locale	234
6.5.10	Equation intégrale de von Kármán	235
6.5.11	Méthode de von Kármán-Polhausen	237
6.5.12	Exemple : la plaque plane	238
6.5.13	Méthode de Holstein et Bohlen	238
6.5.14	Méthode de Walz-Thwaites	239
6.5.15	Exemple : décollement laminaire sur un cylindre circulaire selon Walz-Thwaites	241
6.6	TURBULENCE	241
6.6.1	Stabilité des solutions stationnaires des équations de Navier-Stokes	242
6.6.2	Exemple : corrélations empiriques de transition	243
6.6.3	Caractéristiques d'un écoulement turbulent	244
6.6.4	Corrélations et spectre	246
6.6.5	Intermittence	249
6.7	COUCHES LIMITES TURBULENTES	250
6.7.1	Equation de continuité	250
6.7.2	Equations de quantité de mouvement	251
6.7.3	Equations de la couche limite bidimensionnelle	254
6.7.4	Distribution de vitesse universelle	255

6.7.5	Frottement turbulent sur une plaque plane.	260
6.7.6	Exemple: δ_m de la couche limite laminaire et turbulente.	262
6.7.7	Écoulement turbulent dans un tube circulaire à paroi lisse.	262
6.7.8	Frottement turbulent dans un tube circulaire	264
6.7.9	Distribution de vitesse sur une paroi rugueuse	266
6.7.10	Frottement turbulent, tube circulaire avec paroi rugueuse	267
6.7.11	Diamètre hydraulique.	269
6.7.12	Calcul de la couche limite turbulente.	269
6.7.13	Décollement d'une couche limite turbulente.	270
6.7.14	Exemple: couche limite sur un profil symétrique de Joukowski	273

CHAPITRE 7

DYNAMIQUE DES
ÉCOULEMENTS COMPRESSIBLES

7.1	CINÉTIQUE DES GAZ	279
7.1.1	Introduction.	279
7.1.2	Processus de transport dans un gaz	279
7.2	THERMODYNAMIQUE.	284
7.2.1	Avant-propos	284
7.2.2	Les équations d'état et leurs variables	284
7.2.3	Gaz parfait.	286
7.2.4	Changement d'état isentropique.	289
7.3	ÉQUATION D'ÉNERGIE, FORME INTÉGRALE ET DIFFÉRENTIELLE.	290
7.3.1	Cas particulier.	290
7.3.2	Cas général.	293
7.3.3	Formes différentielles.	294
7.3.4	Écoulement idéal et adiabatique.	296
7.3.5	Écoulement incompressible	297
7.3.6	Exemple: transfert de chaleur dans un écoulement de Couette pour un fluide incompressible	297
7.3.7	Transfert de chaleur dans une couche limite bidimensionnelle compressible, $Pr = 1$	299
7.3.8	Transfert de chaleur dans une couche limite bidimensionnelle compressible, $Pr \neq 1$	302
7.4	ÉCOULEMENT UNIDIMENSIONNEL, STATIONNAIRE ET IDÉAL	304
7.4.1	La vitesse du son	304
7.4.2	La constante de l'équation d'énergie	304
7.4.3	Onde de choc normale	305
7.4.4	Écoulement dans un tube de section variable	311
7.4.5	La buse de Laval	314
7.4.6	Mesures de pression et de vitesse dans un écoulement compres- sible	317

7.4.7	Exemple: avion supersonique.	320
7.4.8	Exemple: buse de Laval	322
7.5	ÉQUATIONS DE BASE D'UN ÉCOULEMENT BI- ET TRI-DIMENSIONNEL, IDÉAL ET STATIONNAIRE ($f = 0$)	323
7.5.1	Introduction.	323
7.5.2	Equation générale de la dynamique des gaz.	323
7.5.3	Ecoulement irrotationnel exprimé en fonction de Φ	325
7.5.4	Ecoulement plan rotationnel exprimé en fonction de Ψ	326
7.6	THÉORIE DES PETITES PERTURBATIONS	328
7.6.1	Equations de perturbation pour un écoulement parallèle et homogène	328
7.6.2	L'écoulement sub- et supersonique	330
7.6.3	Le profil subsonique	331
7.6.4	Le coefficient de pression C_{px} dans le cas d'écoulement compressible.	333
7.6.5	Le profil supersonique	334
7.6.6	Exemple: coefficients de portance C_y et de traînée C_x pour une plaque plane.	335
7.6.7	Exemple: calcul de F_x et F_y pour un profil de section arbitraire . . .	337
7.6.8	Exemple: résistance d'onde pour un profil composé de deux dièdres symétriques	338
7.7	ONDES DANS UN ÉCOULEMENT SUPERSONIQUE.	341
7.7.1	Onde de choc oblique.	341
7.7.2	Expansion et compression isentropiques	344
7.7.3	Exemple: onde de choc oblique	349
7.7.4	Exemple: expansion autour d'un dièdre.	350
7.7.5	Exemple: lignes de courant dans une expansion continue	350
7.8	CARACTÉRISTIQUES DANS UN ÉCOULEMENT BIDIMENSIONNEL.	352
7.8.1	Transformation des équations de base	352
7.8.2	Méthode de calcul des caractéristiques.	356
7.8.3	Exemple: écoulement supersonique dans une conduite bidimensionnelle	357
7.8.4	Onde de choc dans un écoulement bidimensionnel supersonique. . . .	358
7.8.5	Approximation pour de petites déviations d'écoulement	362
7.9	ÉCOULEMENT INSTATIONNAIRE D'UN FLUIDE IDÉAL.	365
7.9.1	Introduction.	365
7.9.2	Ecoulement unidimensionnel et isentropique	366
7.9.3	Conditions aux limites	368
7.9.4	Onde simple	369
7.9.5	Exemple: expansion dans le vide	370
7.9.6	Propagation d'une onde de choc.	373
7.9.7	Exemple: le tube à choc	374
7.9.8	Ondes dans un liquide	376
7.9.9	Pression d'impact	378

Table des matières

CHAPITRE 8 EXERCICES

8.1	CHAPITRE 1	381
8.2	CHAPITRE 2	382
8.3	CHAPITRE 3	384
8.4	CHAPITRE 4	384
8.5	CHAPITRE 5	385
8.6	CHAPITRE 6	387
8.7	CHAPITRE 7	389
	Solutions des exercices	390

CHAPITRE 9 ANNEXES

9.1	FORMULES VECTORIELLES	399
9.2	SÉPARATION DES VARIABLES DANS L'ÉQUATION DE LAPLACE	402
9.2.1	Écoulement plan, coordonnées cartésiennes xy	402
9.2.2	Écoulement plan, coordonnées polaires $r\theta$	402
9.2.3	Écoulement axisymétrique, coordonnées cylindriques xr	403
9.2.4	Écoulement axisymétrique, coordonnées sphériques $R\theta$	405
9.3	VISCOSITÉ DYNAMIQUE μ POUR L'AIR ET L'EAU	407
9.3.1	Air	407
9.3.2	Eau	407
9.4	COMPOSANTES DU TENSEUR $\bar{\tau}$ D'UN FLUIDE NEWTONIEN EXPRIMÉES EN COORDONNÉES CYLINDRIQUES ET SPHÉRIQUES	407
9.4.1	Coordonnées cylindriques $xr\omega$	407
9.4.2	Coordonnées sphériques $R\theta\omega$	408
9.5	ÉQUATIONS DE NAVIER-STOKES POUR UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE, EXPRIMÉES EN COORDONNÉES CYLINDRIQUES ET SPHÉRIQUES	408
9.5.1	Coordonnées cylindriques $xr\omega$	408
9.5.2	Coordonnées sphériques $R\theta\omega$	409
9.6	GRANDEURS	409
9.6.1	Grandeurs p_2/p_1 , T_2/T_1 , ρ_2/ρ_1 , p_{20}/p_{10} et M_2 en fonction de M_1 pour une onde de choc normale, $\kappa = 1.4$	409
9.6.2	Grandeurs p/p_0 , T/T_0 , ρ/ρ_0 , a/a_0 , $p v/\rho^* a^*$ et M^* en fonction de M pour un écoulement subsonique, isentropique et stationnaire, $\kappa = 1.4$	412
9.6.3	Grandeurs p/p_0 , T/T_0 , ρ/ρ_0 , a/a_0 , $p v/\rho^* a^*$ et M^* en fonction de M pour un écoulement supersonique, isentropique et station- naire. La fonction $v(M)$ et l'angle β sont également inclus, $\kappa = 1.4$..	414

9.6.4	Grandeurs p_2/p_1 , T_2/T_1 , ρ_2/ρ_1 , p_{20}/p_{10} et M_2 en fonction de M_1 pour une onde de choc oblique, $\kappa = 1,4$. La variation des angles ϑ et β' est également donnée pour chaque valeur de M_1 . La dernière valeur indiquée pour ϑ correspond à $\vartheta = \vartheta_{\max}$	418
-------	---	-----

INDEX	433
-----------------	-----

NOTATIONS, TERMINOLOGIE, UNITÉS	451
---	-----