



Denis Serre

Les Matrices

Théorie et pratique

MASSON

SCIENCES



DUNOD

Table des matières

CHAPITRE 1 • THÉORIE ÉLÉMENTAIRE	1
1.1 Changements de base	7
CHAPITRE 2 • MATRICES CARRÉES	13
2.1 Déterminants et mineurs	13
2.2 Inversibilité	16
2.3 Valeurs propres, vecteurs propres	17
2.4 Polynôme caractéristique	18
2.5 Diagonalisation	21
2.6 Trigonalisation	22
2.7 Irréductibilité	24
CHAPITRE 3 • MATRICES À COEFFICIENTS RÉELS OU COMPLEXES	25
3.1 Valeurs propres des matrices réelles et complexes	27
3.2 Décomposition spectrale des matrices normales	29
3.3 Matrices réelles normales ou symétriques	30
3.4 Spectre et diagonale des matrices hermitiennes	35
CHAPITRE 4 • NORMES	39
4.1 Rappels	39
4.2 Théorème de Householder	44

4.3	Inégalité d'interpolation	45
4.4	Lemme fondamental des algèbres de Banach	47
4.5	Domaine de Gerschgorin	49
CHAPITRE 5 • MATRICES POSITIVES		53
5.1	Vecteurs et matrices positives	53
5.2	Théorème de Perron-Frobenius. Forme faible	54
5.3	Théorème de Perron-Frobenius. Forme forte	55
5.4	Complément : matrices cycliques	58
5.5	Matrices stochastiques	59
CHAPITRE 6 • MATRICES À COEFFICIENTS DANS UN ANNEAU PRINCIPAL. APPLICATIONS		63
6.1	Preliminaires	63
6.2	Facteurs invariants d'une matrice	66
6.3	Invariants de similitude. Réduction de Jordan	69
CHAPITRE 7 • EXPONENTIELLE DE MATRICES ET DÉCOMPOSITION POLAIRE. APPLICATIONS		77
7.1	Décomposition polaire	77
7.2	Exponentielle de matrices	79
7.3	Structure des groupes classiques	81
7.4	Groupes $U(p, q)$	83
7.5	Groupes orthogonaux $O(p, q)$	84
7.6	Groupe symplectique SP_n	87
CHAPITRE 8 • FACTORISATIONS DE MATRICES		89
8.1	Décomposition LU	90
8.2	Factorisation de Choleski	95
8.3	Factorisation QR	96
CHAPITRE 9 • MÉTHODES ITÉRATIVES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES LINÉAIRES		99
9.1	Critère général de convergence	100
9.2	Quelques méthodes courantes	101
9.3	Deux cas de convergence	103

9.4	Cas tridiagonal	105
9.5	Méthode du gradient conjugué	109
CHAPITRE 10 • CALCUL APPROCHÉ DES VALEURS PROPRES		115
10.1	Matrices de Hessenberg	116
10.2	Méthode QR	120
10.3	Méthode de Jacobi	126
10.4	Méthodes de la puissance	131
10.5	Méthode de Leverrier	134
CHAPITRE 11 • EXERCICES		137
11.1	Théorie élémentaire	137
11.2	Matrices carrées	138
11.3	Matrices réelles et complexes	142
11.4	Normes	145
11.5	Matrices positives	150
11.6	Matrices à coefficients dans un anneau principal	152
11.7	Exponentielle de matrices et décomposition polaire	154
11.8	Factorisations de matrices	158
11.9	Méthodes itératives pour les problèmes linéaires	159
11.10	Valeurs propres, vecteurs propres	160
BIBLIOGRAPHIE		164
INDEX		166