فيجود سكى

المرجع فى الرّياضيّات العَالية

فيجودسكى

المرجع في الرّياضيّات العَالية

الطبعة الثانية

ترجمة

الدكتور أنطون يوسف صنصور

مراجعة

الدكتور أحمد صادق القرمانى

دار « مير » للطباعة والنشر

الاتحاد السوفيتى موسكو

الفهرس

الهندسة التحليلية فى المستوى

١ – لمحة عن موضوع الهندسة التحليلية . ٥
٢ – الإحداثيات ٥
٣ – مجموعة الإحداثيات المتعامدة . . ٦
٤ – الإحداثيات المتعامدة . . . ٧
٥ – الزوايا الإحداثية . . . ٧
٦ – مجموعة الإحداثيات المائلة . . ٨
٧ – معادلة الخط ٨
٨ – العلاقة المتبادلة بين موضعى الخط والنقطة ٩
٩ – العلاقة المتبادلة بين موضعى خطين . ١٠
١٠ – البعد بين نقطتين . . . ١٠
١١ – تقسيم المستقيم بنسبة معينة . . ١٠
١١ أ– تنصيف المستقيم . . . ١٢
١٢ – المحدد الثنائى ١٢
١٣ – مساحة المثلث ١٢
١٤ – معادلة الخط المستقيم المحلولة بالنسبة للإحداثى الرأسى (معادلة المستقيم بدلالة ميله) ١٣
١٥ – المستقيم الموازى للمحور . . ١٤
١٦ – المعادلة العامة للمستقيم . . . ١٥
١٧ – رسم المستقيم بمعرفة معادلته . . ١٦
١٨ – شرط توازى مستقيمين . . . ١٧
١٩ – تقاطع مستقيمين . . . ١٨
٢٠ – شرط تعامد مستقيمين . . . ١٩
٢١ – الزاوية بين مستقيمين . . . ٢٠
٢٢ – شرط وقوع ثلاث نقط على مستقيم واحد ٢٢
٢٣ – معادلة المستقيم المار بنقطتين . . ٢٣
٢٤ – حزمة من المستقيمات ٢٤
٢٥ – معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة والموازى لمستقيم معطى ٢٦
٢٦ – معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة والمتعامد مع مستقيم معطى . . ٢٦
٢٧ – العلاقة المتبادلة بين مواضع مستقيم ونقطتين ٢٧
٢٨ – بعد نقطة عن مستقيم . . . ٢٧
٢٩ – البارامترات القطبية للمستقيم . . ٢٩
٣٠ – معادلة المستقيم فى الصورة العمودية . ٣٠
٣١ – تحويل معادلة المستقيم إلى الصورة العمودية ٣١
٣٢ – الجزءان المقطوعان من محورى الإحداثيات ٣٢
٣٣ – معادلة المستقيم بدلالة الجزءين المقطوعين من المحورين ٣٣
٣٤ – تحويل الإحداثيات (الصورة العامة للمسألة) ٣٤
٣٥ – نقل نقطة الأصل . . . ٣٤
٣٦ – إدارة المحاور ٣٦
٣٧ – الخطوط (المنحنيات) الجبرية ورتبها . ٣٧
٣٨ – الدائرة ٣٨
٣٩ – إيجاد مركز الدائرة ونصف قطرها . ٣٩
٤٠ – القطع الناقص كدائرة مضغوطة . . ٤٠
٤١ – تعريف آخر للقطع الناقص . . ٤٢
٤٢ – رسم القطع الناقص إذا علم محوراه . ٤٥
٤٣ – القطع الزائد ٤٦
٤٤ – شكل القطع الزائد . رأساه ومحوراه . ٤٨
٤٥ – رسم القطع الزائد إذا علم محوراه . . ٤٩
٤٦ – خطا تقارب القطع الزائد . . ٤٩
٤٧ – القطعان الزائدان المترافقان . . ٥٠

٤٨ – القطع المكافئ ٥٠
٤٩ – كيفية رسم القطع المكافئ إذا علم البارامتر ٥١
٥٠ – القطع المكافئ كمنحنى للمعادلة
$y = ax^2 + bx + c$ ٥٢
٥١ – دليلا القطع الناقص والقطع الزائد . ٥٤
٥٢ – التعريف العام للقطع الناقص والقطع الزائد
والقطع المكافئ ٥٦
٥٣ – القطع المخروطى ٥٨
٥٤ – أقطار القطع المخروطى ٥٩
٥٥ – أقطار القطع الناقص ٦٠
٥٦ – أقطار القطع الزائد ٦١
٥٧ – أقطار القطع المكافئ ٦٢
٥٨ – خطوط الرتبة الثانية ٦٣
٥٩ – صورة معادلة عامة من الدرجة الثانية . ٦٥
٦٠ – تبسيط معادلة من الدرجة الثانية . ملاحظات
عامة ٦٥
٦١ – التحويل التحضيرى لمعادلة من الدرجة الثانية ٦٦
٦٢ – التحويل الختامى لمعادلة الدرجة الثانية . ٦٩
٦٣ – نبذه عن الطرق التى تساعد على تبسيط المعادلة
من الدرجة الثانية ٧٥
٦٤ – دليل تحلل الخط من الرتبة الثانية . ٧٦
٦٥ – إيجاد المستقيمين المكونين للخط المتحلل من
الرتبة الثانية ٧٧
٦٦ – لوازم (لا متغيرات) معادلة الدرجة الثانية ٨٠
٦٧ – ثلاثة أنواع خطوط من الرتبة الثانية . ٨٣
٦٨ – الخطوط المركزية واللامركزية التى من الرتبة الثانية ٨٥
٦٩ – إيجاد مركز خط مركزى من الرتبة الثانية ٨٦
٧٠ – اختصار معادلة الخط المركزى من الرتبة الثانية ٨٨
٧١ – القطع الزائد القائم كرسم بيانى للمعادلة $y = \frac{k}{x}$ ٩٠
٧٢ – القطع الزائد القائم كرسم بيانى للمعادلة
$y = \frac{mx + n}{px + q}$ ٩٠
٧٣ – الإحداثيات القطبية ٩٣
٧٤ – العلاقة بين الإحداثيات القطبية والمتعامدة ٩٥
٧٥ – حلزون أرشميدس ٩٧
٧٦ – المعادلة القطبية للمستقيم ٩٨
٧٧ – المعادلة القطبية للقطع المخروطى . . ٩٩

الهندسة التحليلية فى الفراغ

٧٨ – مفهوم الكميات المتجهة والكميات القياسية ١٠٠
٧٩ – المتجه فى الهندسة ١٠٠
٨٠ – الجبر الاتجاهى ١٠١
٨١ – المتجهات المتسامتة (الواقعة على مستقيمات
متوازية) ١٠١
٨٢ – المتجه الصفرى ١٠١
٨٣ – المتجهات المتساوية ١٠٢
٨٤ – نقل المتجهات إلى نقطة ابتداء مشتركة . ١٠٢
٨٥ – المتجهات المتضادة ١٠٣
٨٦ – جمع المتجهات ١٠٣
٨٧ – مجموع عدة متجهات ١٠٤
٨٨ – طرح المتجهات ١٠٥
٨٩ – ضرب المتجه فى عدد ما وقسمته على عدد ما ١٠٦
٩٠ – العلاقة المتبادلة بين متجهين متسامتين
(قسمة متجه على متجه) . . . ١٠٨
٩١ – مسقط نقطة على المحور . . . ١٠٨
٩٢ – مسقط المتجه على المحور . . ١٠٩
٩٣ – النظريات الأساسية عن مساقط المتجه . ١١٠
٩٤ – مجموعة الإحداثيات المتعامدة فى الفراغ . ١١٢
٩٥ – احداثيات النقطة ١١٣
٩٦ – إحداثيات المتجه ١١٣
٩٧ – إعطاء المتجه بدلالة مركباته وبدلالة
الإحداثيات ١١٥
٩٨ – العمليات المختلفة للمتجهات المعطاة
بإحداثياتها ١١٥
٩٩ – إعطاء المتجه بدلالة متجهى موضع نقطتى
بدايته ونهايته ١١٦
١٠٠ – طول المتجه . البعد بين نقطتين . ١١٦
١٠١ – الزاوية المحصورة بين محور الإحداثيات
والمتجه ١١٧
١٠٢ – دليل تسامت (توازى) متجهين . ١١٨

١٠٣ – تقسيم المستقيم بنسبة معلومة . . ١١٨
١٠٤ – حاصل الضرب القياسى (غير الاتجاهى) لمتجهين ١١٩
١٠٤أ– المعنى الطبيعى للضرب القياسى . ١٢٠
١٠٥ – خواص الضرب القياسى . . ١٢١
١٠٦ – الضرب القياسى (غير الاتجاهى) للمتجهات الأساسية ١٢٣
١٠٧ – إعطاء الضرب القياسى (غير الاتجاهى) بدلالة إحداثيات المتجهات المضروبة ١٢٣
١٠٨ – شرط تعامد متجهين . . . ١٢٤
١٠٩ – الزاوية بين متجهين . . . ١٢٥
١١٠ – مجموعة المتجهات الثلاثة اليمنى واليسرى ١٢٦
١١١ – الضرب الاتجاهى لمتجهين . . ١٢٧
١١٢ – خواص الضرب الاتجاهى . . ١٢٩
١١٣ – الضرب الاتجاهى للمتجهات الأساسية ١٣٠
١١٤ – إعطاء الضرب الاتجاهى بدلاله إحداثيات المتجهات المضروبة . ١٣١
١١٥ – المتجهات الواقعة فى مستوى واحد . ١٣٢
١١٦ – حاصل الضرب المختلط (الثلاثى القياسى) ١٣٣
١١٧ – خواص الضرب المختلط . . ١٣٤
١١٨ – المحدد الثلاثى ١٣٥
١١٩ – إعطاء الضرب المختلط بدلالة إحداثيات المتجهات المضروبة . . . ١٣٧
١٢٠ – شرط وقوع ثلاثة متجهات فى مستوى واحد (إعطاء الشرط بدلالة الإحداثيات) ١٣٨
١٢١ – حجم متوازى السطوح . . . ١٣٨
١٢٢ – الضرب الاتجاهى المزدوج . . ١٣٩
١٢٣ – معادلة المستوى . . . ١٤٠
١٢٤ – حالات خاصة لوضع المستوى بالنسبة لمجموعة الإحداثيات . . . ١٤١
١٢٥ – شرط توازى مستويين . . . ١٤١
١٢٦ – شرط تعامد مستويين . . . ١٤٢
١٢٧ – الزاوية بين مستويين . . . ١٤٣
١٢٨ – المستوى المار بنقطة معطاة والموازى لمستوى معطى ١٤٤
١٢٩ – المستوى المار بثلاث نقط . . ١٤٤
١٣٠ – الأجزاء المقطوعة من المحاور . . ١٤٥
١٣١ – معادلة المستوى بدلالة الأجزاء المقطوعة من المحاور . . . ١٤٥
١٣٢ – المستوى المار بنقطتين والعمودى على المستوى المعطى . . . ١٤٦
١٣٣ – المستوى المار بنقطة معطاة والعمودى على مستويين ١٤٦
١٣٤ – نقطة تقاطع ثلاثة مستويات . . ١٤٧
١٣٥ – العلاقة المتبادلة بين موضع المستوى ونقطتين ١٤٨
١٣٦ – بعد نقطة عن مستوى . . . ١٤٩
١٣٧ – البارامترات القطبية للمستوى . . ١٥٠
١٣٨ – المعادلة العمودية للمستوى . . ١٥١
١٣٩ – تحويل معادلة المستوى إلى الصورة العمودية ١٥٢
١٤٠ – معادلات المستقيم فى الفراغ . . ١٥٤
١٤١ – الشرط الذى تمثل معادلتان من الدرجة الأولى بتحققه خطاً مستقيماً . . ١٥٥
١٤٢ – تقاطع المستقيم مع مستوى . . ١٥٦
١٤٣ – متجه الاستدلال . . . ١٥٧
١٤٤ – الزوايا المحصورة بين المستقيم ومحاور الإحداثيات ١٥٨
١٤٥ – الزاوية بين مستقيمين . . ١٥٩
١٤٦ – الزاوية بين مستقيم ومستوى . . ١٦٠
١٤٧ – شروط توازى وتعامد مستقيم مع مستوى ١٦٠
١٤٨ – حزمة المستويات . . . ١٦١
١٤٩ – مسقط مستقيم على المستويات الإحداثية ١٦٣
١٥٠ – المعادلات المتماثلة للمستقيم . . ١٦٥
١٥١ – تحويل معادلة المستقيم إلى الصورة المتماثلة ١٦٦
١٥٢ – المعادلات البارامترية للمستقيم . . ١٦٧
١٥٣ – تقاطع مستوى مع مستقيم معطى فى الصورة البارامترية . . . ١٦٨
١٥٤ – معادلة المستقيم المار بنقطتين معطاتين ١٦٩
١٥٥ – معادلة المستوى المار بنقطة معطاة الذى يكون عمودياً على مستقيم معطى . ١٦٩

١٥٦ – معادلة المستقيم المار بنقطة معطاه الذى يكون عمودياً على مستوى معطى . ١٧٠
١٥٧ – معادلة المستوى المار بنقطة معطاة وبمستقيم معطى . . . ١٧٠
١٥٨ – معادلة المستوى المار بنقطة معطاة والموازى لمستقيمين معطيين . . ١٧١
١٥٩ – معادلة المستوى المار بمستقيم معطى والموازى لمستقيم آخر معطى . . ١٧١
١٦٠ – معادلة المستوى المار بمستقيم معطى والعمودى على مستوى معطى . . ١٧٢
١٦١ – معادلات العمود النازل من نقطة معطاة على مستقيم معطى . . ١٧٢
١٦٢ – طول العمود النازل من نقطة معطاة على مستقيم معطى . . . ١٧٤
١٦٣ – الشرط الذى بتوفره يتقاطع مستقيمان أو يقعان فى مستوى واحد . . ١٧٥
١٦٤ – معادلة العمود المشترك على مستقيمين معطيين (معادلة أقصر بعد عمودى) . ١٧٦
١٦٥ – أقصر بعد بين مستقيمين . . ١٧٨
١٦٥أ – أزواج المستقيمات اليمنى واليسرى . ١٨٠
١٦٦ – تحويل الإحداثيات . . . ١٨١
١٦٧ – معادلة السطح . . . ١٨٢
١٦٨ – السطوح الأسطوانية التى تكون رواسمها موازية لأحد محاور الإحداثيات . ١٨٣
١٦٩ – معادلات الخط . . . ١٨٤
١٧٠ – مسقط الخط على المستوى الإحداثى ١٨٥
١٧١ – السطوح الجبرية ورتبها . . ١٨٦
١٧٢ – الكرة ١٨٧
١٧٣ – مجسم القطع الناقص . . . ١٨٨
١٧٤ – المجسم الزائد ذو الطية الواحدة . ١٩١
١٧٥ – المجسم الزائد ذو الطيتين . . ١٩٣
١٧٦ – المخروط من الرتبة الثانية . . ١٩٥
١٧٧ – المجسم المكافئ الناقصى . . ١٩٧
١٧٨ – المجسم المكافئ الزائدى . . ١٩٨
١٧٩ – تعداد السطوح من الرتبة الثانية . ١٩٩
١٨٠ – الرواسم الخطية للسطوح من الرتبة الثانية ٢٠٢
١٨١ – السطوح الدورانية . . . ٢٠٣
١٨٢ – المحددات من الرتبتين الثانية والثالثة ٢٠٤
١٨٣ – المحددات التى من رتب اعلى . . ٢٠٧
١٨٤ – خواص المحددات . . . ٢١٠
١٨٥ – طريقة عملية لحساب قيم المحددات . ٢١٢
١٨٦ – استخدام المحددات فى دراسة وحل مجموعة المعادلات . . . ٢١٥
١٨٧ – معادلتان بمجهولين . . . ٢١٥
١٨٨ – معادلتان بثلاثة مجاهيل . . ٢١٧
١٨٩ – المجموعة المتجانسة لمعادلتين بثلاثة مجاهيل ٢١٩
١٩٠ – ثلاث معادلات بثلاثة مجاهيل . . ٢٢١
١٩٠ أ – مجموعة من n معادلة بـ n مجهول . ٢٢٤

المفاهيم الأساسية للتحليل الرياضى

١٩١ – ملاحظات تمهيدية . . . ٢٢٨
١٩٢ – الأعداد المنطقة (الجذرية) . . ٢٢٨
١٩٣ – الأعداد الحقيقية . . . ٢٢٩
١٩٤ – محور الأعداد . . . ٢٣٠
١٩٥ – المقادير المتغيرة والثابتة . . ٢٣٠
١٩٦ – الدالة ٢٣١
١٩٧ – طرق إعطاء الدالة . . . ٢٣٢
١٩٨ – منطقة تعريف الدالة . . . ٢٣٤
١٩٩ – الفترة ٢٣٥
٢٠٠ – تصنيف الدوال . . . ٢٣٧
٢٠١ – الدوال الأولية الأساسية . . ٢٣٧
٢٠٢ – الرمز للدالة . . . ٢٣٨
٢٠٣ – نهاية المتتابعة . . . ٢٣٩
٢٠٤ – نهاية الدالة . . . ٢٤١
٢٠٥ – تعريف نهاية الدالة . . ٢٤٢
٢٠٦ – نهاية المقدار الثابت . . ٢٤٣
٢٠٧ – الكميات المتناهية فى الصغر . ٢٤٣
٢٠٨ – الكميات المتناهية فى الكبر . ٢٤٤

٢٠٩ – العلاقة بين الكميات المتناهية فى الكبر والكميات المتناهية فى الصغر . ٢٤٥
٢١٠ – الكميات المحدودة . ٢٤٥
٢١١ – توسيع مفهوم النهاية . ٢٤٦
٢١٢ – الخواص الأساسية للكميات المتناهية فى الصغر . ٢٤٧
٢١٣ – النظريات الأساسية للنهايات . ٢٤٨
٢١٤ – العدد e . ٢٥٠
٢١٥ – نهاية $\frac{\sin x}{x}$ عندما تؤول $x \to 0$ ٢٥١
٢١٦ – الكميات المتناهية فى الصغر المتكافئة . ٢٥٢
٢١٧ – المقارنة بين كميتين متناهيتين فى الصغر . ٢٥٣
٢١٧ أ – تغير الكمية المتغيرة . ٢٥٥
٢١٨ – اتصال الدالة عند نقطة . ٢٥٥
٢١٩ – خواص الدوال المتصلة عند نقطة . ٢٥٦
٢١٩ أ – النهاية من جهة واحدة . قفزة الدالة . ٢٥٧
٢٢٠ – اتصال الدالة فى الفترة المقفلة . ٢٥٨
٢٢١ – خواص الدوال المتصلة فى الفترة المقفلة ٢٥٨

حساب التفاضل

٢٢٢ – ملاحظات تمهيدية . ٢٦٠
٢٢٣ – السرعة . ٢٦٠
٢٢٤ – تعريف مشتقة الدالة . ٢٦١
٢٢٥ – المماس . ٢٦٣
٢٢٦ – مشتقات بعض الدوال البسيطة . ٢٦٥
٢٢٧ – خواص المشتقة . ٢٦٦
٢٢٨ – التفاضل . ٢٦٦
٢٢٩ – المفهوم الميكانيكى للتفاضل . ٢٦٨
٢٣٠ – المفهوم الهندسى للتفاضل . ٢٦٨
٢٣١ – الدوال القابلة للتفاضل . ٢٦٩
٢٣٢ – تفاضل بعض الدوال البسيطة . ٢٧١
٢٣٣ – خواص التفاضل . ٢٧١
٢٣٤ – لزوم العبارة $f'(x)\,dx$. ٢٧٢
٢٣٥ – إعطاء المشتقة بدلالة التفاضل . ٢٧٣
٢٣٦ – دالة الدالة (دالة معقدة) . ٢٧٤
٢٣٧ – تفاضل دالة الدالة . ٢٧٤
٢٣٨ – مشتقة دالة الدالة . ٢٧٥
٢٣٩ – تفاضل حاصل ضرب الدوال . ٢٧٦
٢٤٠ – تفاضل خارج القسمة (الكسر) ٢٧٨
٢٤١ – الدالة العكسية . ٢٧٩
٢٤٢ – اللوغاريتمات الطبيعية . ٢٨٠
٢٤٣ – إجراء تفاضل الدالة اللوغاريتميه . ٢٨٢
٢٤٤ – إجراء التفاضل بعد أخذ اللوغاريتم . ٢٨٣
٢٤٥ – إجراء تفاضل الدالة الأسية . ٢٨٤
٢٤٦ – إجراء تفاضل الدوال المثلثية . ٢٨٥
٢٤٧ – إجراء تفاضل الدوال المثلثية العكسية . ٢٨٦
٢٤٧ أ – بعض الأمثلة المفيدة . ٢٨٨
٢٤٨ – التفاضل فى الحسابات التقريبية . ٢٩٠
٢٤٩ – استخدام التفاضل فى تقدير الخطأ الذى تعطيه المعادلات . ٢٩٢
٢٥٠ – إجراء تفاضل الدوال الضمنية . ٢٩٥
٢٥١ – إعطاء المنحنى بارامتريا . ٢٩٦
٢٥٢ – إعطاء الدالة بارامتريا . ٢٩٨
٢٥٣ – السيكلويد (المنحنى الدويرى) . ٣٠٠
٢٥٤ – معادلة المماس للمنحنى المستوى . ٣٠٢
٢٥٤ أ – مماسات المنحنيات من الرتبة الثانية ٣٠٤
٢٥٥ – معادلة العمودى . ٣٠٤
٢٥٦ – المشتقات من الرتب العليا . ٣٠٦
٢٥٧ – المفهوم الميكانيكى للمشتقة الثانية . ٣٠٧
٢٥٨ – التفاضلات من الرتب العليا . ٣٠٨
٢٥٩ – إعطاء المشتقات العليا بدلالة التفاضلات ٣١١
٢٦٠ – المشتقات العليا للدوال المعطاة بارامتريا ٣١٢
٢٦١ – المشتقات العليا للدوال الضمنية . ٣١٣
٢٦٢ – قاعدة ليبنتز . ٣١٥
٢٦٣ – نظرية رول . ٣١٦
٢٦٤ – نظرية القيمة المتوسطة للاجرانج . ٣١٧
٢٦٥ – العلاقة التى تعطى التغيرات النهائية . ٣٢٠
٢٦٦ – النظرية المعممة للقيمة المتوسطة (نظرية كوشى) . ٣٢١
٢٦٧ – تعيين الكميات غير المعينة التى على الصورة $\frac{0}{0}$. ٣٢٤

٢٦٨ – تعيين الكمية غير المعينة التى على الصورة $\frac{\infty}{\infty}$ ٣٢٧
٢٦٩ – العبارات غير المعينة التى على صور أخرى ٣٢٨
٢٧٠ – معلومات تاريخية عن علاقة تيلور . ٣٣١
٢٧١ – علاقة تيلور ٣٣٥
٢٧٢ – استخدام علاقة تيلور فى حساب قيم الدالة ٣٣٨
٢٧٣ – تزايد وتناقص الدالة . . . ٣٤٧
٢٧٤ – دلائل تزايد وتناقص الدالة عند نقطة . ٣٤٨
٢٧٤ أ – دلائل تزايد وتناقص الدالة فى فترة . ٣٤٩
٢٧٥ – النهايات العظمى والصغرى . . ٣٥٠
٢٧٦ – الشرط اللازم للنهايات العظمى والصغرى ٣٥١
٢٧٧ – الشرط الكافى الأول للنهايات العظمى والصغرى ٣٥٢
٢٧٨ – قاعدة إيجاد النهايات العظمى والصغرى . ٣٥٢
٢٧٩ – الشرط الكافى الثانى للنهايات العظمى والصغرى ٣٥٦
٢٨٠ – إيجاد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة ٣٥٩
٢٨١ – تحدب المنحنيات المستوية . نقطة الانقلاب ٣٦٦
٢٨٢ – جهة التقعر ٣٦٧
٢٨٣ – قاعدة لإيجاد نقط الانقلاب . . ٣٦٨
٢٨٤ – خطوط التقارب. . . . ٣٦٩
٢٨٥ – إيجاد خطوط التقارب الموازية لمحورى الإحداثيات . . . ٣٧٠
٢٨٦ – إيجاد خطوط التقارب التى لا توازى المحور الرأسى ٣٧٢
٢٨٧ – طرق رسم المنحنيات . . . ٣٧٥
٢٨٨ – حل المعادلات . ملاحظات عامة . ٣٧٩
٢٨٩ – حل المعادلات . طريقة الأوتار . ٣٨٠
٢٩٠ – حل المعادلات . طريقة المماسات . ٣٨٣
٢٩١ – الطريقة التى تجمع بين طريقتى الأوتار والمماسات ٣٨٥

حساب متكامل

٢٩٢ – ملاحظات أولية . . . ٣٨٨
٢٩٣ – الدالة الأصلية . . . ٣٩٠
٢٩٤ – التكامل غير المحدود . . . ٣٩١
٢٩٥ – المفهوم الهندسى لعملية التكامل . ٣٩٣
٢٩٦ – حساب ثابت التكامل حسب الشروط الابتدائية ٣٩٥
٢٩٧ – خواص التكامل غير المحدود . . ٣٩٦
٢٩٨ – جدول التكاملات . . . ٣٩٧
٢٩٩ – إجراء التكامل مباشرة . . ٣٩٩
٣٠٠ – طريقة التعويض (إجراء التكامل بواسطة متغير مساعد) . . . ٤٠٠
٣٠١ – التكامل بالتجزئة . . . ٤٠٥
٣٠٢ – تكامل بعض الدوال المثلثية . . ٤٠٨
٣٠٣ – التعويضات المثلثية . . . ٤١١
٣٠٤ – الدوال المنطقة ٤١٣
٣٠٤ أ – اختزال الجزء الصحيح . . ٤١٤
٣٠٥ – طرق إجراء تكامل الكسور المنطقة . ٤١٤
٣٠٦ – تكامل الكسور العادية المنطقة . ٤١٦
٣٠٧ – تكامل الدوال المنطقة (الطريقة العامة) ٤٢٠
٣٠٨ – حول تحليل كثيرة الحدود إلى عوامل . ٤٢٧
٣٠٩ – حول تكامل الدوال الأولية . . ٤٢٨
٣١٠ – بعض التكاملات المعتمدة على الجذور ٤٢٩
٣١١ – تكامل تفاضل ذى الحدين . . ٤٣٠
٣١٢ – التكاملات التى على الصورة $\int R\,(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})\,dx$ ٤٣٢
٣١٣ – التكاملات التى على الصورة $\int R\,(\sin x, \cos x)\,dx$ ٤٣٤
٣١٤ – التكامل المحدود . . . ٤٣٥
٣١٥ – خواص التكامل المحدود. . . ٤٤٠
٣١٦ – المفهوم الهندسى للتكامل المحدود . ٤٤١
٣١٧ – المفهوم الميكانيكى للتكامل المحدود . ٤٤٢
٣١٨ – تقدير التكامل المحدود . . . ٤٤٣
٣١٨ أ – متباينة بونيا كوفسكى . . . ٤٤٤
٣١٩ – نظرية القيمة المتوسطة فى حساب التكامل ٤٤٥

٣٢٠ – التكامل المحدود كدالة فى نهايته العليا . ٤٤٦
٣٢١ – تفاضل التكامل . . . ٤٤٨
٣٢٢ – تكامل التفاضل . علاقة نيوتن – ليبنتز ٤٥٠
٣٢٣ – حساب التكامل المحدود باستخدام التكامل غير المحدود . . . ٤٥٢
٣٢٤ – إجراء التكامل المحدود بالتجزئة . ٤٥٣
٣٢٥ – طريقة التعويض فى التكامل المحدود . ٤٥٤
٣٢٦ – حول التكاملات المعتلة (غير العادية) ٤٥٩
٣٢٧ – التكاملات اللانهائية . . . ٤٥٩
٣٢٨ – تكامل الدالة غير المتصلة . . ٤٦٣
٣٢٩ – حول حساب التكامل بالطرق التقريبية ٤٦٦
٣٣٠ – علاقات المستطيلات (أو طريقة المستطيلات) ٤٦٩
٣٣١ – علاقة شبة المنحرف . . . ٤٧١
٣٣٢ – علاقة سيمبسون (أشباه المنحرفات المكافئة) ٤٧٢
٣٣٣ – مساحات الأشكال المسندة إلى الإحداثيات المتعامدة . . ٤٧٤
٣٣٤ – طريقة استخدام التكامل المحدود . ٤٧٦
٣٣٥ – مساحة الأشكال المسندة إلى الإحداثيات القطبية ٤٧٨
٣٣٦ – حجم الجسم حسب المقاطع العرضية . ٤٧٩
٣٣٧ – حجم الجسم الدورانى . . . ٤٨١
٣٣٨ – طول قوس المنحنى المستوى . . ٤٨٢
٣٣٩ – تفاضل القوس ٤٨٤
٣٤٠ – طول القوس وتفاضله بالإحداثيات القطبية ٤٨٤
٣٤١ – مساحة السطح الدورانى. . . ٤٨٦

معلومات أساسية عن الخطوط المستوية والفراغية

٣٤٢ – التقويس (الانحناء) . . . ٤٨٨
٣٤٣ – مركز ونصف قطر ودائرة تقويس الخط المستوى ٤٨٩
٣٤٤ – علاقات التقويس ونصف قطر تقويس الخط المستوى ومركز تقويسه . . ٤٩٠
٣٤٥ – منتشر (منشئ) الخط المستوى . ٤٩٣
٣٤٦ – خواص منتشر الخط المستوى . . ٤٩٥
٣٤٧ – انتشار (منشأ) الخط المستوى . . ٤٩٦
٣٤٨ – إعطاء الخط الفراغى فى الصورة البارامترية ٤٩٧
٣٤٩ – المنحنى الحلزونى (الخط اللولبى) . ٤٩٨
٣٥٠ – طول قوس الخط الفراغى . . ٥٠٠
٣٥١ – مماس الخط الفراغى . . . ٥٠١
٣٥٢ – المستوى العمودى. . . . ٥٠٣
٣٥٣ – المتجه – الدالة فى المتغير القياسى . ٥٠٣
٣٥٤ – نهاية المتجه – الدالة . . . ٥٠٤
٣٥٥ – مشتقة المتجه – الدالة . . . ٥٠٥
٣٥٦ – تفاضل المتجه – الدالة . . ٥٠٦
٣٥٧ – خواص مشتقة وتفاضل المتجه – الدالة ٥٠٧
٣٥٨ – المستوى الملاصق . . . ٥٠٩
٣٥٩ – العمودى الرئيسى . ثلاثى السطوح المرافق ٥١٠
٣٦٠ – أوضاع الخط والمستوى أحدهما بالنسبة إلى الآخر ٥١٢
٣٦١ – المتجهات الأساسية لثلاثى السطوح المرافق ٥١٢
٣٦٢ – مركز ومحور ونصف قطر تقويس الخط الفراغى ٥١٣
٣٦٣ – العلاقات التى تعطى التقويس ونصف قطره ومركزه بالنسبة للخط الفراغى . ٥١٤
٣٦٤ – إشارة التقويس . . . ٥١٦
٣٦٥ – الالتواء ٥١٨

المتسلسلات

٣٦٦ – ملاحظات تمهيدية . . . ٥٢٠
٣٦٧ – تعريف المتسلسلة . . . ٥٢٠
٣٦٨ – المتسلسلات التقاربية والتباعدية (المتقاربة والمتباعدة). . . ٥٢١
٣٦٩ – الشرط اللازم لتقارب المتسلسلة . ٥٢٣
٣٧٠ – باقى المتسلسلة . . . ٥٢٥
٣٧١ – العمليات البسيطة على المتسلسلات . ٥٢٦

٣٧٢ – المتسلسلات الموجبة . . . ٥٢٨
٣٧٣ – مقارنة المتسلسلات الموجبة . . ٥٢٨
٣٧٤ – اختبار دالمبير بالنسبة للمتسلسلات الموجبة ٥٣١
٣٧٥ – اختبار التقارب باستخدام التكامل . ٥٣٣
٣٧٦ – المتسلسلة المتغيرة الإشارة (التعاقبية) . اختبار ليبنتز ٥٣٥
٣٧٧ – التقارب المطلق والتقارب المقيد (المشروط) . . . ٥٣٦
٣٧٨ – اختبار دالمبير لأية متسلسلة اختيارية ٥٣٨
٣٧٩ – تبديل حدود المتسلسلة . . ٥٣٩
٣٨٠ – تجميع حدود المتسلسلة . . ٥٤٠
٣٨١ – ضرب المتسلسلات . . . ٥٤١
٣٨٢ – قسمة المتسلسلات . . . ٥٤٥
٣٨٣ – المتسلسلة الدالية . . . ٥٤٧
٣٨٤ – منطقة تقارب المتسلسلة الدالية . ٥٤٧
٣٨٥ – التقارب المنتظم وغير المنتظم . . ٥٤٩
٣٨٦ – تعريف التقارب المنتظم والتقارب غير المنتظم ٥٥٢
٣٨٧ – المفهوم الهندسي للتقارب المنتظم وللتقارب غير المنتظم . . ٥٥٢
٣٨٨ – اختبار التقارب المنتظم . المتسلسلات الصحيحة . . . ٥٥٣
٣٨٩ – اتصال مجموع المتسلسلة . . ٥٥٤
٣٩٠ – تكامل المتسلسلات . . . ٥٥٥
٣٩١ – مفاضلة المتسلسلات . . . ٥٥٩
٣٩٢ – متسلسلة القوى . . . ٥٦١
٣٩٣ – فترة ونصف قطر تقارب متسلسلة القوى ٥٦١
٣٩٤ – إيجاد نصف قطر التقارب . . ٥٦٣
٣٩٥ – منطقة تقارب المتسلسلة المفكوكة بدلالة قوى $x_0 - x$ . . . ٥٦٥
٣٩٦ – نظرية آبل ٥٦٦
٣٩٧ – العمليات الجبرية على متسلسلات القوى ٥٦٦
٣٩٨ – تفاضل وتكامل متسلسلة القوى . ٥٦٩
٣٩٩ – متسلسلة تيلور ٥٧١
٤٠٠ – فك الدالة فى صورة متسلسلة قوى . ٥٧٢
٤٠١ – فك الدوال البسيطة على صورة متسلسلات قوى . . . ٥٧٥
٤٠٢ – استخدام المتسلسلات فى حساب قيم التكاملات ٥٧٩
٤٠٣ – الدوال الزائدية ٥٨١
٤٠٤ – الدوال الزائدية العكسية . . . ٥٨٤
٤٠٥ – أصل تسمية الدوال الزائدية . . ٥٨٦
٤٠٦ – حول الأعداد المركبة . . . ٥٨٧
٤٠٧ – الدالة المركبة فى المتغير المستقل الحقيقى ٥٨٨
٤٠٨ – مشتقة الدالة المركبة . . . ٥٩٠
٤٠٩ – رفع العدد الموجب لقوة مركبة . ٥٩١
٤١٠ – علاقة أويلر ٥٩٣
٤١١ – المتسلسلة المثلثية . . . ٥٩٤
٤١٢ – معلومات تاريخية عن المتسلسلات المثلثية ٥٩٥
٤١٣ – مجموعة الدوال المتعامدة $\cos nx$, $\sin nx$ ٥٩٥
٤١٤ – علاقات اويلر – فورير . . ٥٩٧
٤١٥ – متسلسلة فورير . . . ٥٩٩
٤١٦ – متسلسلة فورير للدالة المتصلة . . ٦٠٠
٤١٧ – متسلسلة فورير للدوال الزوجية والفردية ٦٠٣
٤١٨ – متسلسلة فورير للدالة المنفصلة . . ٦٠٧

تفاضل وتكامل الدوال فى عدة متغيرات مستقلة

٤١٩ – الدالة فى متغيرين مستقلين . . ٦١١
٤٢٠ – الدالة فى ثلاثة متغيرات وأكثر . . ٦١٢
٤٢١ – طرق إعطاء الدالة فى عدة متغيرات . ٦١٢
٤٢٢ – نهاية الدالة فى عدة متغيرات . . ٦١٥
٤٢٣ – حول رتبة التناهى فى الصغر بالنسبة للدالة فى عدة متغيرات . . ٦١٦
٤٢٤ – اتصال الدالة فى عدة متغيرات . . ٦١٧
٤٢٥ – المشتقات الجزئية . . . ٦١٨
٤٢٦ – المعنى الهندسى للمشتقات الجزئية فى حالة متغيرين ٦١٩

٤٢٧ – التغير التام والتغير الجزئى . . ٦٢٠
٤٢٨ – التفاضل الجزئى . . . ٦٢٠
٤٢٩ – حول عبارة المشتقه الجزئية بدلالة التفاضل . . . ٦٢١
٤٣٠ – التفاضل التام (التفاضل الكلى) . ٦٢٢
٤٣١ – المعنى الهندسى للتفاضل التام (حالة وجود متغيرين) . . . ٦٢٤
٤٣٢ – لزوم عبارة التفاضل التام
$f'_x\,dx + f'_y\,dy + f'_z\,dx$ ٦٢٤
٤٣٣ – تكنيك عملية إجراء التفاضل . ٦٢٥
٤٣٤ – الدوال القابلة للتفاضل . . ٦٢٦
٤٣٥ – المستوى المماس وعمودى السطح . ٦٢٨
٤٣٦ – معادلة المستوى المماس . ٦٢٩
٤٣٧ – معادلة العمودى . . . ٦٣٠
٤٣٨ – تفاضل دالة الدالة . . . ٦٣١
٤٣٩ – إبدال الإحداثيات المتعامدة بالقطبية . ٦٣١
٤٤٠ – علاقات تعطى مشتقات دالة الدالة . ٦٣٢
٤٤١ – المشتقة التامة ٦٣٣
٤٤٢ – تفاضل الدالة الضمنية فى عدة متغيرات ٦٣٤
٤٤٣ – المشتقات الجزئية من رتب أعلى . ٦٣٧
٤٤٤ – التفاضلات التامة من رتب أعلى . ٦٣٩
٤٤٥ – طرق التفاضل المتكرر . . ٦٤١
٤٤٦ – رموز التفاضل المصطلح عليها . ٦٤١
٤٤٧ – علاقة تيلور للدالة فى عدة متغيرات . ٦٤٢
٤٤٨ – القيم النهائية (النهاية العظمى والنهاية الصغرى) للدالة فى عدة متغيرات . ٦٤٤
٤٤٩ – قاعدة إيجاد القيم النهائية . . ٦٤٥
٤٥٠ – الشروط الكافية للقيم النهائية (حالة وجود متغيرين) . . . ٦٤٦
٤٥١ – التكامل الثنائى (التكامل المزدوج) ٦٤٧
٤٥٢ – المعنى الهندسى للتكامل الثنائى . ٦٤٩
٤٥٣ – خواص التكامل الثنائى . . ٦٤٩
٤٥٤ – تقدير التكامل الثنائى . . ٦٥٠
٤٥٥ – حساب التكامل الثنائى (أبسط الحالات) ٦٥٠
٤٥٦ – حساب التكامل الثنائى (الحالة العامة) ٦٥٤
٤٥٧ – دالة النقطة ٦٥٧
٤٥٨ – صيغة التكامل الثنائى بدلالة الإحداثيات القطبية ٦٥٨
٤٥٩ – مساحة جزء من السطح . . ٦٦١
٤٦٠ – التكامل الثلاثى . . . ٦٦٣
٤٦١ – حساب التكامل الثلاثى (أبسط الحالات) ٦٦٤
٤٦٢ – حساب التكامل الثلاثى (الحالة العامة) ٦٦٥
٤٦٣ – الإحداثيات الأسطوانية . . ٦٦٧
٤٦٤ – صيغة التكامل الثلاثى بدلالة الإحداثيات الأسطوانية ٦٦٧
٤٦٥ – الإحداثيات الكروية . . ٦٦٨
٤٦٦ – صيغة التكامل الثلاثى بدلالة الإحداثيات الكروية . . . ٦٦٨
٤٦٧ – طريقة استخدام التكامل الثنائى والثلاثى ٦٧٠
٤٦٨ – عزم القصور الذاتى . . . ٦٧١
٤٦٩ – صيغة بعض الكميات الفيزيائية والهندسية بدلالة التكاملات الثنائية . ٦٧٣
٤٧٠ – صيغة بعض الكميات الفيزيائية والهندسية بدلالة التكاملات الثلاثية . . . ٦٧٤
٤٧١ – التكامل الخطى . . . ٦٧٥
٤٧٢ – المعنى الميكانيكى للتكامل الخطى . ٦٧٦
٤٧٣ – حساب التكامل الخطى . . ٦٧٧
٤٧٤ – علاقة جرين ٦٧٩
٤٧٥ – شرط عدم اعتماد التكامل الخطى على خط تكامله ٦٧٩
٤٧٦ – صورة أخرى لشرط البند السابق . ٦٨٢

المعادلات التفاضلية

٤٧٧ – المفاهيم الأساسية . . . ٦٨٤
٤٧٨ – المعادلة التفاضلية من الرتبة الأولى . ٦٨٦
٤٧٩ – المفهوم الهندسى للمعادلة التفاضلية من الرتبة الأولى ٦٨٦

٤٨٠ – خطوط تساوى الميل . . . ٦٨٩
٤٨١ – الحل الخاص والعام للمعادلة التفاضلية من الرتبة الأولى . . . ٦٨٩
٤٨٢ – المعادلات ذات المتغيرات المفصولة . ٦٩١
٤٨٣ – فصل المتغيرات . الحل المفرد . ٦٩٢
٤٨٤ – المعادلة التفاضلية المعطاة بدلالة التفاضلات التامة . . . ٦٩٤
٤٨٤أ – العامل المكامل . . . ٦٩٦
٤٨٥ – المعادلة المتجانسة . . . ٦٩٦
٤٨٦ – المعادلة الخطية من الرتبة الأولى. . ٦٩٩
٤٨٧ – معادلة كلاريوت . . . ٧٠٢
٤٨٨ – الغلاف ٧٠٣
٤٨٩ – حول قابلية المعادلات التفاضلية للتكامل ٧٠٥
٤٩٠ – التكامل التقريبى لمعادلات الرتبة الأولى حسب طريقة أويلر . ٧٠٥
٤٩١ – تكامل المعادلات التفاضلية باستخدام المتسلسلات ٧٠٧
٤٩٢ – حول تكوين المعادلات التفاضلية . ٧٠٩
٤٩٣ – المعادلة من الرتبة الثانية . . ٧١٣
٤٩٤ – المعادلة من الرتبة n . . . ٧١٥
٤٩٥ – حالات تخفيض الرتبة . . ٧١٥
٤٩٦ – المعادلة الخطية من الرتبة الثانية . ٧١٧
٤٩٧ – المعادلة الخطية من الرتبة الثانية ذات المعاملات الثابتة . . . ٧٢٠
٤٩٨ – المعادلة الخطية المتجانسة من الرتبة الثانية ذات المعاملات الثابتة . ٧٢٠
٤٩٨أ – العلاقة بين الحالتين ١ و ٣ من البند ٤٩٨ . . . . ٧٢٤
٤٩٩ – المعادلة الخطية غير المتجانسة من الرتبة الثانية ذات المعاملات الثابتة . ٧٢٥
٥٠٠ – المعادلات الخطية من أية رتبة . . ٧٣١
٥٠١ – طريقة تغاير الثوابت . . . ٧٣٤
٥٠٢ – مجموعات المعادلات التفاضلية . المجموعات الخطية . . . ٧٣٥

بعض المنحنيات الهامة

٥٠٣ – الستروفويد ٧٣٧
٥٠٤ – سيسويد ديوقليس ٧٣٩
٥٠٥ – ورقة ديكارت . . . ٧٤١
٥٠٦ – فيرسيرا أنيزى (خصلة أنيزى) . ٧٤٣
٥٠٧ – كونكويد نيكوميدوس (صدفة نيكوميدوس) . . . ٧٤٥
٥٠٨ – حلزون بسكال (الليماسون) . الكارديود ٧٥٠
٥٠٩ – منحنى كاسينى ٧٥٤
٥١٠ – لمنيسكيت بيرنوللى . . . ٧٥٨
٥١١ – حلزون ارشميدس . . . ٧٦١
٥١٢ – انتشار (منشأ) الدائرة . . ٧٦٤
٥١٣ – الحلزون اللوغاريتمى . . . ٧٦٨
٥١٤ – السيكلويد (المنحنى الدويرى) . ٧٧٤
٥١٥ – السيكلويد الفوقى (الخارجى) والسيكلويد التحتى (الداخلى) . ٧٨٦
٥١٦ – منحنى التراكتركس . . . ٧٩٩
٥١٧ – منحنى الكتينة أو « منحنى السلسلة » . ٨٠٥

جداول اللوغاريتمات ٨١٠
جدول التكاملات غير المحدودة . . ٨١٦

دليل أسماء الأعلام ٨٣١
دليل الموضوعات ٨٣٣