

Physique des ondes et des vibrations

*rappel de cours
& exercices résolus*

André Lecerf

2^e édition

TEC
DOC

TABLE DES MATIERES

Première partie : RAPPELS DE COURS - FORMULAIRE

Ch.1. Les outils mathématiques de base

1.1. Fonctions périodiques. Définitions	3
1.1.1. Période, fréquence, pulsation	3
1.1.2. Valeur moyenne d'une fonction périodique	4
1.1.3. Valeur efficace d'une fonction périodique	4
1.2. Fonction sinusoïdale. Représentations	4
1.2.1. Représentation trigonométrique	4
1.2.2. Représentation vectorielle : vecteur de FRESNEL	5
1.2.3. Représentation d'une fonction sinusoïdale par une image complexe	6
1.2.4. Intérêt de la représentation symbolique	7
1.3. Addition de fonctions sinusoïdales de même fréquence	8
1.3.1. Amplitude et phase	8
1.3.2. Déphasages particuliers des fonctions sinusoïdales	9

Ch. 2. Fonction d'AIRY. Réseaux d'émetteurs ou de récepteurs

2.1. Définition d'un réseau	11
2.2. Addition de n fonctions sinusoïdales	11
2.3. Fonction d'AIRY	11

Ch. 3. Fonction peigne. Résonateur à propagation. Modes de vibration

3.1. Définition d'un résonateur à propagation	13
3.2. Addition d'une infinité de fonctions sinusoïdales	13
3.3. Fonction peigne	13
3.4. Conditions de résonance et d'antirésonance d'un résonateur à propagation.	14
3.4.1. Déphasage entre 2 ondes consécutives de même sens	14
3.4.2. Deux types d'extrémités	15
3.4.3. Deux catégories typiques de résonateurs	15
3.4.4. Deux comportements typiques de résonateurs	15
3.4.5. Modes et harmoniques	16
3.4.6. Interprétation des modes et des harmoniques par la fonction peigne	17

Ch. 4. Composition de vibrations de fréquences différentes

4.1. Position du problème	19
4.2. Addition de deux vibrations ayant des périodes fractionnaires	19
4.3. Addition de deux vibrations ayant des périodes quelconques	20
4.4. Battements	20
4.4.1. Définition	20
4.4.2. Cas particuliers	20
4.4.3. Applications	21
4.5. Stroboscopie	22
4.5.1. Image stroboscopique immobile	22
4.5.2. Image stroboscopique défilant lentement	23
4.6. Sinusoïde modulée en amplitude : décomposition en vibrations sinusoïdales	23
4.7. Modulation de fréquence	24

Ch. 5. Séries et intégrales de FOURIER

5.1. Théorème de FOURIER	25
--------------------------	----

5.2. Écriture du théorème de FOURIER en images complexes	26
5.3. Exemples de séries de FOURIER	27
5.3.1. Courbe en créneaux irréguliers	27
5.3.2. Courbe en créneaux réguliers	27
5.3.3. Courbe en dents de scie à flanc vertical	28
5.3.4. Courbe en dents de scie à flancs symétriques	28
5.3.5. Courbe en dents de scie à flancs dissymétriques	28
5.3.6. Sinusoïde redressée simple alternance	28
5.3.7. Sinusoïde redressée double alternance	29
5.3.8. Logiciels SYNFOUR et ANAFOUR	29
5.4. Opérations sur les séries de FOURIER	29
5.5. Représentations graphiques. Spectre de FOURIER	30
5.6. Intégrales de FOURIER	31
5.6.1. Définitions	31
5.6.2. Écriture de l'intégrale de FOURIER en images complexes	32
5.7. Exemples d'intégrales de FOURIER	33
5.7.1. Impulsion rectangulaire (fonction porte)	33
5.7.2. Impulsion de DIRAC	33
5.7.3. Tronçon de n périodes d'une sinusoïde de fréquence N	34
5.7.4. Somme de fonctions sinusoïdales définies dans un intervalle	34
5.8. Opérations avec les intégrales de FOURIER	35
5.8.1. Somme	35
5.8.2. Changement d'origine des temps	35
5.8.3. Changement d'origine pour les fréquences	35
5.8.4. Dérivation d'une fonction continue	35
5.8.5. Intégration d'une fonction	36
5.8.6. Produit de convolution de deux fonctions	36
5.8.7. Transformée de FOURIER du produit de deux fonctions	36
5.8.8. Transformation inverse du produit de deux transformées de FOURIER	37
5.8.9. Changement d'échelles des temps et des fréquences	37
5.8.10. Rappels mathématiques	37
5.9. Fonction de transfert d'un système linéaire	38

Ch. 6. Composition de vibrations vectorielles. Courbes de LISSAJOUS

6.1. Vibrations de même fréquence	39
6.1.1. Equation. Ellipse de LISSAJOUS	39
6.1.2. Sens de parcours	40
6.1.3. Aire de l'ellipse	40
6.1.4. Applications des ellipses de LISSAJOUS	40
6.2. Vibrations de fréquences différentes	41
6.2.1. Equation	41
6.2.2. Propriété graphique	41
6.2.3. Applications	42
6.2.4. Logiciel LISSAJOU	42

Ch. 7. Oscillations

7.1. Définitions et classification	43
7.1.1. Oscillations libres	43
7.1.2. Oscillations forcées	44
7.1.3. Oscillations auto-entretenues	44
7.2. Oscillations libres	45
7.2.1. Oscillations dont l'amortissement est négligeable	45
7.2.2. Oscillations libres amorties	46
7.3. Oscillations forcées	47
7.3.1. Equation du mouvement	47
7.3.2. Amplitude complexe	48
7.3.3. Equations en grandeurs relatives	48
7.3.4. Faisceau de courbes d'amplitude	48

7.3.5. Faisceau de courbes de phase	50
7.3.6. Analogie entre oscillateurs électrique et mécanique	51
Ch. 8. Propagation des ondes dans un milieu à une dimension	
8.1. Equations caractéristiques de propagation	53
8.1.1. Célérité d'une onde	53
8.1.2. Equations caractéristiques de propagation	53
8.1.3. Superposition des ondes	54
8.1.4. Ondes sinusoïdales	54
8.1.5. Déphasage	54
8.1.6. Onde cohérente	54
8.2. Exemples d'équations de propagation	55
8.2.1. Onde de déplacement longitudinal dans un milieu élastique	55
8.2.2. Onde de déplacement transversal le long d'une corde tendue	56
8.2.3. Onde de tension et d'intensité le long d'une ligne électrique	56
8.3. Classification des ondes suivant la nature de la grandeur propagée	58
8.3.1. Grandeurs scalaires	58
8.3.2. Grandeurs vectorielles	58
8.3.3. Polarisation des ondes vectorielles transversales	58
Ch. 9. Impédance caractéristique d'un milieu. Flux de puissance	
9.1. Ligne électrique	61
9.1.1. Impédance caractéristique d'une ligne électrique	61
9.1.2. Flux de puissance propagée par une onde progressive	61
9.2. Tuyau sonore	62
9.2.1. Impédance caractéristique d'un tuyau sonore	62
9.2.2. Flux de puissance transportée par une onde sonore	62
9.3. Milieu transparent à la lumière	64
9.3.1. Impédance du milieu	64
9.3.2. Flux lumineux	64
Ch. 10. Réflexion d'une onde. Transmission dans un autre milieu	
10.1. Impédance d'extrémité d'un milieu de propagation	65
10.1.1. Définition	65
10.1.2. Impédance d'extrémité d'une ligne électrique	65
10.1.3. Impédance d'extrémité d'un tuyau sonore	66
10.2. Naissance d'une onde réfléchie sur l'extrémité d'un milieu de propagation	67
10.3. Coefficients de réflexion, coefficients de transmission	68
10.3.1. Ondes de tension et de courant sur une ligne électrique	68
10.3.2. Ondes sonores planes	70
10.3.3. Ondes lumineuses	72
10.3.4. Variation des coefficients en fonction du rapport des impédances	73
Ch. 11. Absorption des ondes par le milieu de propagation	
11.1. Causes de l'absorption	75
11.2. Loi de BEER	76
11.3. Coefficients d'absorption	77
11.3.1. Ondes planes sonores et ultrasonores	77
11.3.2. Ondes lumineuses	77
Ch. 12. Effet DOPPLER-FIZEAU	
12.1. Source et observateur se déplacent sur un même axe dans un repère absolu	79
12.2. Déplacements quelconques dans un repère absolu	80
12.3. Absence de repère absolu. Ondes électromagnétiques	80

Ch. 13. Vitesse de groupe. Vitesse de phase

13.1. Définitions	81
13.2. Propagation de deux ondes de fréquences voisines	82
13.3. Courbe de dispersion. Formule de RAYLEIGH	83
13.4. Equation d'onde générale	83
13.5. Applications	84
13.5.1. Généralités	84
13.5.2. Relation de dispersion classique	84
13.5.3. Ondes sonores	84
13.5.4. Ondes hertziennes dans l'ionosphère	85
13.5.5. Guides d'ondes	85
13.5.6. Ondes lumineuses. Formule de CAUCHY	87

Deuxième partie : EXERCICES ET PROBLEMES RESOLUS

Ch. 1. Outils mathématiques

1.1. Valeurs moyennes et efficaces de fonctions périodiques	
1.1.1. Fonction créneau	91
1.1.2. Fonction dents de scie	91
1.1.3. Sinusoïde redressée double alternance	92
1.1.4. Sinusoïde redressée simple alternance	92
1.1.5. Valeur moyenne du produit de deux sinusoïdes de même fréquence	92
1.1.6. Intégration sur une durée très grande	93
1.2. Somme de sinusoïdes de même fréquence	93
1.3. Exemples de calculs avec les nombres complexes	
1.3.1. Rappel de quelques règles et formules utiles	94
1.3.2. Fonction d'AIRY	95
1.3.3. Fonction peigne	96
1.3.4. Equation différentielle	96
1.3.5. Impédance complexe indépendante de la pulsation	96
1.3.6. Impédance indépendante de la résistance	97
1.3.7. Racines d'une équation de degré n	98

Ch. 2. Fonction d'AIRY. Réseaux d'émetteurs ou de récepteurs

2.1. Acoustique	
2.1.1. Effet directif d'une colonne de hauts-parleurs	99
2.2. Optique	
2.2.1. Réseau optique	102
2.2.2. Diffraction des rayons X par un cristal	106
2.2.3. Mesure d'une longueur d'onde de rayon X par un réseau	108
2.2.4. Réseau zoné de SORET (ou de FRESNEL)	109
2.3. Ondes hertziennes	
2.3.1. Balayage d'un faisceau radar par commande de phase	112
2.3.2. Réseau interférométrique de radiotélescopes	115

Ch. 3. Fonction peigne. Résonateur à propagation. Modes de vibration

3.1. Mécanique-Acoustique	
3.1.1. Résonance d'une corde tendue. Modes de vibration	119
3.1.2. Expérience de MELDE	123
3.1.3. Corde SOL d'un violon	124
3.1.4. Instruments de musique à vent. Jeu de la clarinette	127
3.1.5. Ondes ultrasonores stationnaires dans un liquide	129
3.1.6. Fréquences de résonance d'une tige d'acier	130
3.1.7. Onde de DE BROGLIE associée à une particule en mouvement	131
3.2. Optique	
3.2.1. Interférences dans une lame mince transparente	133
3.2.2. Interférences dans une lame épaisse : interféromètre de MICHELSON	134
3.2.3. Filtre interférentiel	137
3.2.4. Mesure de l'épaisseur d'un film d'huile par interférences	138
3.2.5. Interféromètre FABRY-PEROT. Diamètre des anneaux	139
3.2.6. Interféromètre FABRY-PEROT. Mesure précise d'une épaisseur	146
3.2.7. Modes longitudinaux d'oscillation d'un laser	148

Ch. 4. Composition de vibrations de fréquences différentes

4.1. Mécanique - Géométrie	
4.1.1. Calcul d'un engrenage	152

4.1.2. Intersection d'une droite avec les nœuds d'un réseau régulier	152
4.1.3. Logiciel donnant les solutions entières d'une inéquation linéaire	153
4.2. Stroboscopie	156
4.2.1. Rotor d'hélicoptère vu à la télévision	156
4.2.2. Mesure de la fréquence d'une corde vibrante	157
4.2.3. Réglage de la vitesse d'un moteur	157
4.3. Optique	157
4.3.1. Coïncidence entre les anneaux d'un interféromètre FABRY-PEROT	159
4.3.2. Spectre de l'hydrogène	161
4.3.3. Battements entre 2 radiations infrarouges	163
4.4. Astronomie	163
4.4.1. Jour solaire et jour sidéral	165
4.4.2. Périodicité des passages de Mercure et de Vénus devant le Soleil	173
4.4.3. Périodicité des éclipses de Lune et de Soleil. Saros	173
4.5. Electricité	176
4.5.1. Courants et ondes hertziennes modulés en fréquence	181
4.5.2. Récepteur superhétérodyne	181

Ch. 5. Séries et intégrales de FOURIER

5.1. Exercices mathématiques sur les Séries de FOURIER	183
5.1.1. Egalités numériques vérifiant les S. de F.	184
5.1.2. Suppression des harmoniques pairs	184
5.1.3. Calculs de S. de F.	186
5.1.4. Sommes de S. de F.	188
5.1.5. Dérivées de S. de F.	189
5.1.6. Valeur moyenne du produit de 2 fonctions de même période	190
5.1.7. Valeur efficace de fonctions périodiques	191
5.2. Exercices mathématiques sur les intégrales de FOURIER	196
5.2.1. Calcul de transformées de FOURIER (T.F.)	198
5.2.2. T.F. inverse	199
5.2.3. Changement d'origine des temps	200
5.2.4. Changement d'origine pour les fréquences	201
5.2.5. T.F. de la dérivée d'une fonction continue	203
5.2.6. T.F. du produit de 2 fonctions. Relation de FLANCHEREL-PARSEVAL	206
5.2.7. T.F. inverse du produit de 2 T.F. Produit de convolution	207
5.2.8. T.F. d'une fonction complexe	213
5.3. Analyse de fréquences	213
5.3.1. T.F. discrète. Principe d'un analyseur de fréquences	215
5.3.2. Affichage du spectre de FOURIER sur un analyseur de fréquences	215
5.3.3. Evolution d'un spectre de FOURIER	216
5.3.4. Passage d'un signal à travers un système non linéaire	218
5.4. Mécanique - Acoustique	221
5.4.1. Prédiction d'un évènement à l'aide de la T.F.	224
5.4.2. Amplitude des modes de vibration d'une corde tendue	226
5.4.3. Mesure de la vitesse de rotation d'une Naine Blanche	230
5.5. Optique	232
5.5.1. Optique non linéaire	232
5.5.2. Synchronisation des modes d'un laser à rubis	236
5.5.3. Mesure de la durée d'une impulsion d'un laser femtoseconde	236
5.5.4. Elargissement d'une raie spectrale. Relation d'HEISENBERG	244
5.5.5. Spectroscopie Multiplexe Interférentielle de FOURIER	244
5.5.6. Diffraction à l'infini de la lumière traversant une fente ou un réseau	244
Notion de filtrage optique	244
Notion d'holographie	244

Ch. 6. Composition de vibrations vectorielles. Courbes de LISSAJOUS

6.1. Mesure d'un déphasage	247
6.2. Direction et longueur des axes d'une ellipse	248

6.3	Modulation de la lumière par effet KERR	250
6.4	Parabole de LISSAJOUS	254

Ch. 7. Oscillateurs à un degré de liberté

7.1.	Oscillations libres non amorties	
7.1.1.	Résonateur de HELMHOLTZ	255
7.1.2.	Balance à fléau	256
7.1.3.	Oscillations d'un cylindre lesté	257
7.1.4.	Oscillation de l'eau dans un bac... ou dans un lac	258
7.2.	Oscillations libres amorties	
7.2.1.	Equations des oscillations libres amorties	259
7.2.2.	Pendule de torsion amorti dans l'eau	260
7.2.3.	Oscillations d'un liquide dans un tube en U	261
7.2.4.	Mesure du coefficient de viscosité d'un liquide	262
7.2.5.	Galvanomètre à cadre mobile	263
7.2.6.	Amortissement d'un oscillateur par échange thermique irréversible	265
7.2.7.	Coefficient de qualité d'un diapason	267
7.3.	Oscillations forcées	
7.3.1.	Puissances et énergies mises en œuvre en oscillations forcées	268
7.3.2.	Circuit électrique R.L.C. alimenté par une tension périodique	269
7.3.3.	Excitation d'un galvanomètre par une tension en dents de scie	272
7.3.4.	Etude d'un modèle simplifié d'enceinte acoustique	274

Ch. 8. Propagation des ondes dans un milieu à une dimension

8.1.	Propagation dans un milieu homogène	
8.1.1.	Onde de tension et de courant sur une ligne électrique	281
8.1.2.	Propagation d'une onde élastique le long d'un ressort	281
8.1.3.	Propagation d'une onde de torsion le long d'une poutre	282
8.1.4.	Onde d'induction magnétique. Moteur linéaire, moteur tournant	283
8.1.5.	Ondes stationnaires. Vitesse de groupe	286
8.1.6.	Résolution de l'équation de Le ROND D'ALEMBERT	287
8.2.	Propagation avec changement de milieu	
8.2.1.	Principe de FERMAT et lois de DESCARTES	288
8.2.2.	Lentille stigmatique à l'infini	290
8.2.3.	Miroir concave stigmatique	292
8.2.4.	Lentille acoustique	294
8.3.	Propagation dans un milieu non uniforme	
8.3.1.	Son dans l'atmosphère avec gradient de température	295
8.3.2.	Chenal sonore dans l'océan	296
8.3.3.	Trajet de la lumière à l'intérieur d'une fibre optique à gradient d'indice	297
8.3.4.	Effet de mirage optique. Réfraction atmosphérique	299
8.4.	Equations d'ondes vectorielles polarisées	
8.4.1.	Décomposition d'une onde elliptique en 2 ondes circulaires	300
8.4.2.	Ondes stationnaires hybrides de houle	301
8.4.3.	Biréfringence circulaire = pouvoir rotatoire	302
8.4.4.	Ondes polarisées circulaires sur une corde	303
8.4.5.	Ondes hertziennes polarisées circulaires	305
8.5.	Vitesse supérieure à celle de l'onde	
8.5.1.	Onde de choc supersonique	307
8.5.2.	Phénomène superlumineux	308

Ch. 9. Impédance caractéristique d'un milieu. Flux de puissance

9.1.	Mécanique - Acoustique	
9.1.1.	Ondes sonores dans l'air	311
9.1.2.	Pollution sonore	312
9.1.3.	Ultrasons dans l'air, l'eau et l'acier	312

9.1.4. Onde de déplacement longitudinal	314
9.1.5. Onde de torsion	314
9.1.6. Onde de déplacement transversal	315
9.1.7. Amortissement d'un oscillateur mécanique par rayonnement sonore	316
9.2. Electricité	
9.2.1. Quotients de grandeurs propagées sur une ligne en régime sinusoïdal	317
9.2.2. Impédances caractéristiques de lignes électriques	317
9.2.3. Propagation d'une onde électromagnétique le long d'une ligne	318
9.3. Optique	
9.3.1. Caractéristiques énergétiques d'un faisceau laser	320
Ch. 10. Réflexion d'une onde. Transmission dans un autre milieu	
10.1. Ondes élastiques longitudinales	
10.1.1. Transmission d'un ultrason de l'acier vers l'air et réciproquement	325
10.1.2. Réflexion et transmission d'une onde ultrasonore eau-acier	326
10.1.3. Affaiblissement d'un son aérien à travers une paroi	327
10.1.4. Réflexion et transmission d'une onde élastique en incidence oblique	327
10.2. Ondes mécaniques transversales	
10.2.1. Onde de déplacement transversal à la jonction de deux cordes	329
10.3. Ondes de torsion	330
10.3.1. Réflexion d'une onde de torsion sur un récepteur à frottement visqueux	330
10.4. Ondes électriques sur une ligne	
10.4.1. Impédance d'extrémité ramenée en un point de la ligne	331
10.5. Optique	
10.5.1. Réflexions multiples à l'intérieur d'une lame transparente	334
10.5.2. Transmission optimale de la lumière entre deux milieux transparents	336
10.5.3. Couche antireflet sur une surface optique	339
Ch. 11. Absorption des ondes par le milieu de propagation	
11.1. Ondes sonores et ultrasonores	
11.1.1. Affaiblissement d'un son dans l'atmosphère	343
11.1.2. Affaiblissement d'un ultrason dans l'eau	345
11.1.3. Durée de réverbération d'une salle	346
11.2. Onde électrique	
11.2.1. Ligne électrique avec pertes	348
Ch. 12. Effet DOPPLER - FIZEAU	
12.1. Ondes sonores	
12.1.1. Changement de tonalité	351
12.1.2. Croisements de véhicules	351
12.2. Ondes hertziennes	
12.2.1. Mesure de la vitesse d'un véhicule par radar DOPPLER	352
12.3. Optique	
12.3.1. Elargissement d'une raie spectrale par agitation thermique	353
12.3.2. Effet DOPPLER - FIZEAU relativiste. Décalage spectral	355
12.4. Pression de radiation	
12.4.1. Pression exercée par une onde sur la source et sur un écran	357
Ch. 13. Vitesse de groupe. Vitesse de phase	
13.1. Dispersion du verre d'un prisme. Formule de CAUCHY	363
13.2. Propagation d'une onde dans un milieu à constantes localisées	364