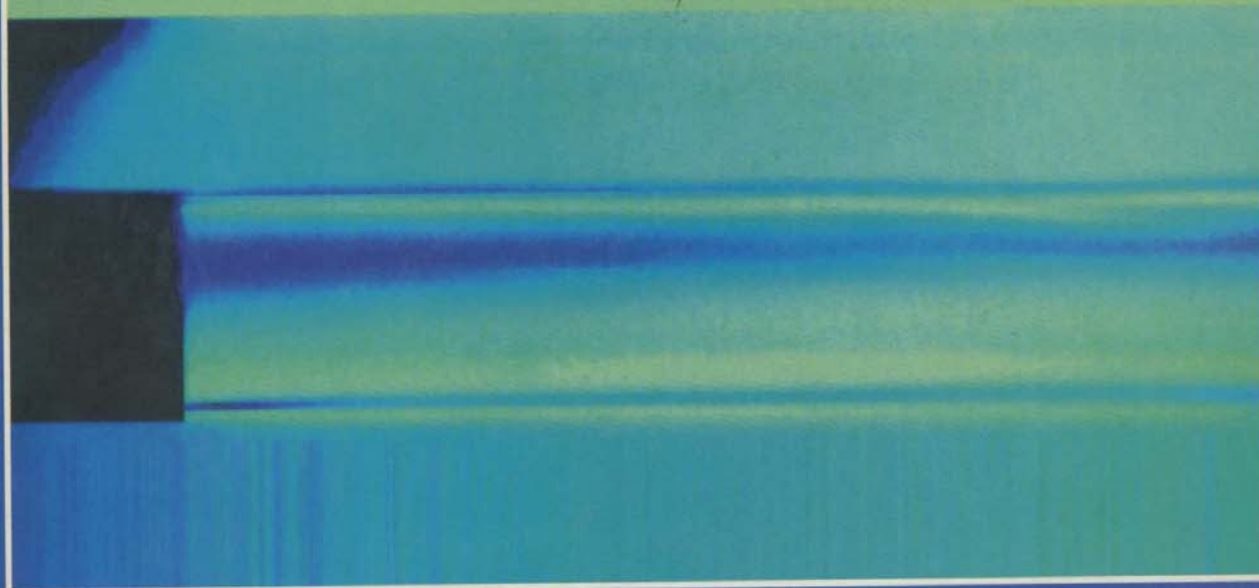


Mécanique des fluides

Éléments d'un premier parcours



Publié avec le concours du ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (D.I.S.T.N.B.)

CÉPADUÈS-ÉDITIONS

P. CHASSAING

TABLE DES MATIÈRES

Préface	v
Remerciements	vi
Introduction	xvii
PARTIE I : PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES FLUIDES ET MODÈLES D'ÉCOULEMENTS	1
1 DONNÉES PHYSIQUES ET OUTILS MATHÉMATIQUES	3
1 Les différents niveaux de description du mouvement	3
2 Le point de vue macroscopique et ses conséquences	4
2.1 Validité de l'approche du milieu continu	4
2.2 Le concept de particule fluide	5
2.3 Les fonctions de la description macroscopique d'un écoulement	6
3 Propriétés physiques macroscopiques d'un fluide	8
3.1 Notion de fluide	8
3.2 Viscosité	9
3.3 Conductivité thermique	15
3.4 Compressibilité	19
3.5 Dilatation thermique et chaleurs spécifiques	22
3.6 Autres propriétés physiques des fluides	24
4 Les éléments de description du mouvement d'un fluide	25
4.1 Variables de Lagrange	25
4.2 Variables d'Euler	25
5 Principes généraux d'étude du mouvement d'un fluide	26
5.1 Point de vue Eulérien et volume de contrôle	26
5.2 Point de vue Lagrangien et volume matériel	27
6 Dérivation particulière	28
6.1 Définition	28
6.2 Dérivation particulière d'une fonction scalaire	28
6.3 Dérivation particulière d'une fonction vectorielle	30
6.4 Dérivation particulière d'une intégrale triple	32
6.5 Dérivation particulière en bilans massiques	37
6.6 Cas du mouvement permanent	38

2 CINÉMATIQUE DE L'ÉCOULEMENT	41
1. Préambule	41
2. Lignes et surfaces particulières d'un écoulement	41
2.1 Ligne et tube de courant	41
2.2 Trajectoire	43
2.3 Ligne d'émission	44
2.4 Ligne et surface fluide	45
3. Flux et débits	45
3.1 Notion de flux généralisé	45
3.2 Cas particuliers	46
3.3 Débit volumique et fonction courant	46
4. Cinématique des petits déplacements	47
4.1 Analyse de la variation spatiale d'un champ vectoriel	48
4.2 Composants du mouvement infinitésimal d'une particule fluide	53
5. Cinématique du rotationnel	58
5.1 Vecteur vortex, vecteur vortacité	58
5.2 Ligne et tube vortex	58
5.3 Intensité vortex. Circulation du vecteur vitesse. Formule de Stokes	59
5.4 Variation particulière de la circulation	60
5.5 Tourbillon	61
5.6 Théorème de Helmholtz	64
5.7 Loi de Biot et Savart	64
6. Application à la visualisation d'écoulements	66
6.1 Notions sur les techniques de visualisation d'écoulements	66
6.2 Exemples de visualisation par traceur	67
6.3 Exemples de visualisation par propriété	71
3 BILANS FONDAMENTAUX DU MOUVEMENT D'UN FLUIDE	73
1. Objectifs du chapitre	73
2. Bilan de masse	73
2.1 Formulation intégrale	73
2.2 Expression locale	74
2.3 Evolution isovolume et fluide incompressible	74
3. Bilan de quantité de mouvement	75
3.1 Les équations globales de bilan de quantité de mouvement	75
3.2 Analyse des forces de surface	76
4. Bilan d'énergies	81
4.1 Théorème de l'énergie cinétique	81
4.2 Premier principe pour un fluide en mouvement	87
4.3 Variation particulière d'énergie interne	89
4.4 Variation particulière d'entropie	89

4.5 Second principe pour un fluide en mouvement	90
5 Formulation eulérienne des équations globales de bilans	94
5.1 Bilan de masse sur un tube de courant	94
5.2 Bilan de quantité de mouvement : Théorème d'Euler	94
5.3 Bilan d'énergie cinétique : Pertes de charge	104
4 MODÈLES MATHÉMATIQUES DU MOUVEMENT DE FLUIDES	111
1 Objectifs du chapitre	111
2 Etat de la mise en équation	111
3 Schémas constitutifs du modèle de Newton-Stokes	113
3.1 Schéma de comportement dynamique	113
3.2 Schéma de comportement thermique	115
3.3 Loi d'état thermodynamique	116
4 Le concept de fluide parfait	116
4.1 Irréversibilités intrinsèques au mouvement d'un fluide visqueux newtonien	116
4.2 Le fluide "idéal" ou "parfait"	118
5 Le modèle général de Navier-Stokes	118
5.1 Les équations	118
5.2 Les conditions initiales et aux limites	119
6 Les modèles simplifiés	120
6.1 Notion de modèle restreint	120
6.2 Fluide réel compressible	121
6.3 Fluide parfait compressible	123
6.4 Fluide réel incompressible	124
6.5 Fluide parfait incompressible	126
7 Nombres caractéristiques du mouvement d'un fluide	128
7.1 Écriture adimensionnelle des équations locales	128
7.2 Equation de continuité	128
7.3 Equation de la dynamique	129
7.4 Equation de l'énergie	129
7.5 Interprétation physique des nombres caractéristiques	130
7.6 Applications du traitement adimensionnel	131
8 Les modèles incompressibles en fonction du nombre de Reynolds	132
8.1 Écoulement rampant : Modèle de Stokes	132
8.2 Écoulement à nombre de Reynolds infini : Modèle d'Euler	133
8.3 Écoulement laminaire à grand nombre de Reynolds : Modèle de Prandtl	133
5 CLASSES D'ÉCOULEMENTS	135
1 Introduction	135

2 Écoulements irrotationnels	136
2.1 Définition	136
2.2 Fonction potentiel des vitesses	138
2.3 Potentiel des accélérations	138
2.4 Expression de la circulation	139
3 Écoulements isovolumes	139
3.1 Définition	140
3.2 Potentiel vecteur des vitesses	140
3.3 Écoulement bidimensionnel : Fonction courant	142
3.4 Exemples d'écoulements définis par leurs fonctions courant	147
4 Écoulements irrotationnels isovolumes	147
4.1 Définition	147
4.2 Propriétés cinématiques	148
4.3 Propriétés dynamiques	149
4.4 Propriétés énergétiques	152
5 Théorèmes locaux	152
5.1 Premier théorème de Bernoulli en écoulement irrotationnel	153
5.2 Théorèmes en fluide parfait	159
5.3 Récapitulation	160
6 Exemples d'application des théorèmes locaux	160
6.1 Relation de Toricelli	161
6.2 Antennes de Pitot et de Prandtl	163
6.3 Tube de Venturi	164
6.4 Vitesse d'éjection isentropique d'un gaz comprimé	165

PARTIE II : MOUVEMENTS DE FLUIDE PARFAIT

6 MOUVEMENTS IRROTATIONNELS PLANS DE FLUIDE PARFAIT INCOMPRESSIBLE	167
1 Les hypothèses et leurs conséquences	168
1.1 Fonction potentiel complexe	169
1.2 Conditions initiales	170
1.3 Conditions aux limites	171
2 Aspects mathématiques de l'étude des écoulements à potentiel	171
2.1 Problème direct et problème inverse	172
2.2 Principe de superposition	173
2.3 Principe de matérialisation	173
2.4 Représentation conforme	179
3 Exemples de fonctions potentiel complexe	179
3.1 Écoulements élémentaires	182
3.2 Écoulements composés par superposition	182

2 Écoulements irrotationnels	136
2.1 Définition	136
2.2 Fonction potentiel des vitesses	136
2.3 Potentiel des accélérations	138
2.4 Expression de la circulation	138
3 Écoulements isovolumes	139
3.1 Définition	139
3.2 Potentiel vecteur des vitesses	140
3.3 Écoulement bidimensionnel : Fonction courant	140
3.4 Exemples d'écoulements définis par leurs fonctions courant	142
4 Écoulements irrotationnels isovolumes	147
4.1 Définition	147
4.2 Propriétés cinématiques	147
4.3 Propriétés dynamiques	148
4.4 Propriétés énergétiques	149
5 Théorèmes locaux	152
5.1 Premier théorème de Bernoulli en écoulement irrotationnel	152
5.2 Théorèmes en fluide parfait	153
5.3 Récapitulation	159
6 Exemples d'application des théorèmes locaux	160
6.1 Relation de Toricelli	160
6.2 Antennes de Pitot et de Prandtl	161
6.3 Tube de Venturi	163
6.4 Vitesse d'éjection isentropique d'un gaz comprimé	164
PARTIE II : MOUVEMENTS DE FLUIDE PARFAIT	165
6 MOUVEMENTS IRROTATIONNELS PLANS DE FLUIDE PARFAIT INCOMPRESSIBLE	167
1 Les hypothèses et leurs conséquences	167
1.1 Fonction potentiel complexe	168
1.2 Conditions initiales	169
1.3 Conditions aux limites	170
2 Aspects mathématiques de l'étude des écoulements à potentiel	171
2.1 Problème direct et problème inverse	171
2.2 Principe de superposition	172
2.3 Principe de matérialisation	173
2.4 Représentation conforme	173
3 Exemples de fonctions potentiel complexe	179
3.1 Écoulements élémentaires	179
3.2 Écoulements composés par superposition	182

8 ÉCOULEMENTS PERMANENTS UNIDIRECTIONNELS DE FLUIDE PARFAIT COMPRESSIBLE	241
1 Objectifs	241
2 Fluide idéal en écoulement à section variable	241
2.1 Les conditions du mouvement	242
2.2 Les équations du mouvement isentropique	244
3 Théorèmes d'Hugoniot	244
3.1 Expressions des différentielles logarithmiques	245
3.2 Discussion et interprétation physique	247
4 Lois de l'écoulement isentropique	247
4.1 Notion de condition génératrice	247
4.2 Expressions à partir des conditions génératrices	250
4.3 Expressions à partir des conditions de col	251
4.4 Discussion physique	253
5 Exemples d'écoulements de fluide idéal	253
5.1 Tuyère de Laval	260
5.2 Écoulement dans un Venturi	261
5.3 Tube de Pitot en écoulement supersonique	264
6 Écoulements en conduit de section constante	264
6.1 Écoulement de Fanno avec pertes de charges	269
6.2 Écoulement de Rayleigh avec transfert de chaleur	277
PARTIE III : MOUVEMENTS DE FLUIDE RÉEL	277
9 LE MODÈLE DE NAVIER-STOKES INCOMPRESSIBLE	279
1 Introduction	279
2 Retour sur les équations du modèle	279
2.1 Les équations en formulation vitesse-pression	280
2.2 L'équation au potentiel des vitesses	281
2.3 L'équation du rotationnel	282
2.4 L'équation de Poisson pour la pression	283
3 Analyse temporelle du bilan de quantité de mouvement	283
3.1 Échelles de temps associées au bilan de quantité de mouvement	285
3.2 La comparaison Advection / Diffusion : Nouvelles interprétations du nombre de Reynolds	287
4 Les propriétés du rotationnel	287
4.1 Caractère rotationnel de l'écoulement sur un obstacle	288
4.2 Mécanismes élémentaires associés au bilan de vorticité	289
4.3 L'interaction vitesse-rotationnel	290
5 Propriétés �nerg�tiques	

6 Exemples d'écoulements "solutions exactes" du modèle N.S.I.	291
6.1 Écoulement de Poiseuille plan	292
6.2 Écoulement de Poiseuille en conduite	295
6.3 Écoulement de Couette cylindrique	296
6.4 Écoulement entre plans parallèles	300
6.5 Écoulement sur un plan en translation	302
7 Notions physiques élémentaires sur la stabilité des écoulements	304
7.1 Exposé du problème	304
7.2 Exemples d'instabilités de mouvements de fluides	306
8 Transition et turbulence	312
10 ÉCOULEMENTS À TRÈS FAIBLE NOMBRE DE REYNOLDS	317
1 Introduction	317
2 Le modèle de Stokes	317
2.1 Les hypothèses	317
2.2 Les équations en formulation vitesse-pression	319
2.3 Les équations en formulation pression-rotationnel	319
2.4 Les propriétés	320
3 Conditions pratiques d'application du modèle de Stokes	324
4 Exemples d'écoulements rampants	326
4.1 Écoulement en cellule de Hele Shaw	326
4.2 Lubrification : Film visqueux et palier fluide	329
4.3 Écoulement de Stokes autour d'une sphère	333
11 COUCHE LIMITE LAMINAIRE : LES CONCEPTS DYNAMIQUE ET THERMIQUE	343
1 Écoulements de fluide réel à grand nombre de Reynolds	343
1.1 Notion d'écoulement à grand nombre de Reynolds	343
1.2 Localisation des effets visqueux	344
1.3 Le bilan advection-diffusion en couche limite isotherme	346
1.4 Le bilan convection-diffusion en couche limite thermique	347
2 Paramètres caractéristiques de couche limite	348
2.1 Épaisseurs	348
2.2 Frottement	352
2.3 Transfert thermique	353
3 Équations locales de couche limite dynamique isovolume	353
3.1 Configuration de couche limite	354
3.2 Forme adimensionnelle des équations locales	354
3.3 Discussion : Hypothèses de Prandtl	355

3.4 Le modèle de Prandtl	356
3.5 Le couplage fluide parfait-couche limite	357
3.6 Décollement	359
4 Equations intégrales et bilans globaux en évolution isovolume	361
4.1 Vitesse transversale en frontière de couche limite	362
4.2 Equation de von Kármán	363
4.3 Bilan global de masse	364
4.4 Bilan global de quantité de mouvement	365
5 Couche limite thermique	365
5.1 Situation du problème	366
5.2 L'hypothèse fondamentale de couche limite thermique	366
5.3 Analyse adimensionnelle : Équations générales de couche limite thermique	369
5.4 Configurations types de couche limite thermique	369
12 ÉCOULEMENTS DE COUCHE LIMITE : MÉTHODES ET EXEMPLES DE CALCUL	373
1 Objectifs	373
2 Méthodes de calcul de couche limite dynamique isovolume	373
2.1 Résolution des équations locales	379
2.2 Calcul par méthode intégrale	385
3 Exemples de calculs de couche limite dynamique isovolume	385
3.1 Écoulements "solutions exactes" des équations locales	393
3.2 Exemples de résolutions par méthode intégrale	400
4 Couche limite thermique sur plaque plane	400
4.1 Convection naturelle sur plaque plane verticale	405
4.2 Convection forcée à basse vitesse	408
4.3 Convection forcée isovolume à grande vitesse	414
4.4 Notions sur la couche limite compressible à Prandtl unité	418
5 Les écoulements bidimensionnels de type couche limite	418
5.1 Hypothèses de couche limite en écoulement libre	419
5.2 Jet libre plan	423
5.3 Sillage plan	429
- ANNEXES	431
A Notation indicielle	433
B Formulaire d'identités vectorielles usuelles	433

C Expressions des opérateurs vectoriels dans différents systèmes de coordonnées	435
1.1 Définitions et notations	435
1.2 Expression des divers opérateurs	436
D Équations de Navier-Stokes du fluide incompressible dans différents systèmes de coordonnées	439
1.1 Coordonnées cartésiennes	439
1.2 Coordonnées cylindriques	440
1.3 Coordonnées sphériques	441
INDEX	443
BIBLIOGRAPHIE	449